ENSEIGNER LES MATHEMATIQUES DANS LE CYCLE OBLIGATOIRE : QUOI ? POUR QUI ? POURQUOI ?

UN DOSSIER DU COMITÉ
SCIENTIFIQUE DES IREM

Introduction, présentation et synthèse des documents
par Gérard Kuntz.

Depuis plusieurs mois, le comité scientifique des Irem s'est emparé d'une question que le corps social pose de façon insistante aux enseignants, par le truchement des media : quels pourraient être les finalités et les contenus d'un enseignement de qualité en mathématiques, dans le cycle obligatoire (école élémentaire et collège) ?

Chacun de ses membres a rédigé un court texte de **circonstances et d'humeur** ([1]), destiné à alimenter un très large débat parmi les enseignants de mathématiques. Ces documents seront sans doute contestés, enrichis, reformulés. Ils sont faits pour cela. **Le comité scientifique remercie vivement tous ceux qui voudront bien lui faire part de leurs réactions.**

PRESENTATION DES DOCUMENTS

Pendant des décennies, les enseignants de mathématiques se sont essentiellement préoccupés des contenus de leur discipline, tant les finalités de son enseignement leur paraissaient évidentes : la vertu formatrice des mathématiques (admise par tous sans véritable discussion) et le développement scientifique et technique du monde contemporain, justifiaient sans conteste, à leurs yeux, une large formation mathématique pour tous les élèves dans l'enseignement obligatoire. Ces certitudes étaient si ancrées que les mathématiques ont pu jouer, sans que les familles ne protestent vraiment, un rôle pervers de sélection sociale : leur maîtrise semblait en effet la condition indispensable de la réussite personnelle, professionnelle et sociale.

La démocratisation de l'enseignement a remis en cause bon nombre de certitudes. Les contenus des programmes ont été profondément modifiés pour s'adapter à un nouveau public, beaucoup plus nombreux et fortement hétérogène. Les méthodes d'enseignement ont été aménagées : développement des “activités”, réduction de la part du cours

1 L'année a été riche en discours, en articles de journaux, en émissions de radio et de télévision sur le sujet. Chacun y a réagi à sa manière. Certains ont privilégié l'analyse de la situation actuelle, d'autres parlent avec passion de leur métier et se prennent à rêver, ce qui n'exclut pas certaines inquiétudes...

magistral. L'évaluation des connaissances a beaucoup changé, sous la pression sociale qui exige "la réussite" (elle porte de plus en plus sur des aspects limités et répétitifs de ce qui est enseigné). Ces bouleversements ont engendré un profond malaise chez les enseignants. Mais ils ont conduit à *de salutaires interrogations sur les finalités de l'enseignement, éclairant d'une lumière nouvelle la question des contenus*. Ce bouillonnement est manifeste dans les Irem depuis de longues années. Il a fait émerger des questions difficiles, mais inévitables.

Parmi les disciplines enseignées, les mathématiques ont-elles des spécificités qui les rendraient indispensables ?

En quoi l'étude des mathématiques est-elle formatrice ?

Quelle en est l'utilité pour l'élève, pour son développement personnel, pour sa vie professionnelle, pour sa vie économique et sociale ?

Est-il nécessaire d'enseigner des mathématiques à *tous les élèves des cycles obligatoires* ?

Quelles mathématiques faut-il leur proposer ?

Comment affronter et si possible dépasser les tensions et les contradictions inscrites dans les textes (les intentions des programmes ne sont guère en accord avec le détail des programmes, les pratiques d'enseignement et l'évaluation des élèves) et renforcées par des attentes peu compatibles des partenaires du système éducatif (élèves, parents, professeurs, administration, ministre) ?

Les enseignants attendent des réponses claires à ces questions qui les préoccupent. *Savoir ce que l'on fait et pourquoi on le fait permet de travailler avec conviction, en dépit des innombrables difficultés quotidiennes.*

Ils sont convaincus qu'il faut résister fermement aux tentations de réduire la part d'une discipline ressentie (bien à tort) comme envahissante, abstraite et éloignées des activités quotidiennes.

Ils éprouvent le besoin de faire comprendre aux parents l'importance d'une véritable formation scientifique de leurs enfants, au-delà d'une réussite scolaire sans véritable contenu que le système éducatif a mis en place, sous la pression des "usagers".

QUE PEUT-ON ENSEIGNER EN MATHEMATIQUES A L'ECOLE PRIMAIRE ET POURQUOI ?

Guy BROUSSEAU

D'une part la première question peut être prise dans différents sens :

1. Qu'est-ce que le développement psychologique et psychogénétique des enfants permet de leur enseigner pendant la scolarité obligatoire, sous réserve des conditions didactiques. et pédagogiques favorables ?

2. Qu'est-ce que les conditions didactiques et pédagogiques actuellement «disponibles» dans le milieu (enseignants, société) permettent d'enseigner aux élèves ?

3. Que peut-on désirer enseigner aux élèves, compte tenu des finalités de la scolarité obligatoire et des exigences ultérieures de la scolarité et de la société ?

4. Quelles améliorations, selon quels critères peuvent être envisagées par le moyen de modification «marginales» ou profondes, et à quels «coûts» ?

D'autre part la formulation des réponses — sinon les réponses elles-mêmes — et l'accent mis sur telle ou telle, varient selon les destinataires : responsables politiques en quête d'actions prestigieuses ou de critiques faciles, noosphériens friands de nouveautés séduisantes, public inquiet de recettes faciles, enseignants sceptiques ou prompts à anticiper et à interpréter de façon excessive les hypothèses à l'étude, etc.

Or les différents points de vue ne peuvent pas être dissociés : L'adaptation d'une connaissance mathématique aux possibilités et aux pratiques d'un niveau scolaire (et à l'inverse l'adaptation des pratiques à un projet) demande une adaptation et un consentement de l'ensemble des partenaires culturels et sociaux et de toute la chaîne scolaire. Trop d'intérêts et trop d'enjeux sans véritable rapports avec le bien privé et public des élèves s'expriment trop égoïstement et trop fort en éducation.

De sorte qu'une réponse courte, même prudente sera une mauvaise réponse.

Finalité

Personne ne résiste à l'impérieuse nécessité de formuler des finalités générales pour l'enseignement des mathématiques dans la scolarité obligatoire.

L'apprentissage le plus fondamental — il y en a d'autres — que les enfants peuvent trouver dans les mathématiques à l'école primaire me semble être celui de la gestion personnelle et sociale de la vérité et de la décision. Les mathématiques n'ont pas le monopole de la recherche de la vérité mais elles sont de ce point de vue un domaine privilégié où on peut rechercher directement le plus précocement et où on peut apprendre à la traiter avec le moins de savoirs préalables.

Dès l'école primaire, un enseignement des mathématiques convenable devrait permettre le développement de la personnalité rationnelle de l'élève et lui enseigner les comportements sociaux relatifs à l'établissement de la vérité. Qui l'établit ? par quels moyens ? Quand et pourquoi une déclaration mathématique est-elle «vraie» ? quels arguments sont recevables ? Quels ne le sont pas ? Quand faut-il résister aux arguments de séduction, d'autorité et à la «rhétorique», pour ne s'en remettre qu'à son jugement, à ce qu'on peut constater par soi-même, de ce qu'on voit avec «évidence», ou qu'on déduit. Au contraire quand est-il nécessaire, honorable, de passer outre l'amour propre, l'intérêt ou les engagements pour se ranger à l'opinion de l'autre parce qu'elle est vraie. Comment convaincre les autres ? Quel rôles respectifs jouent les savoirs, le jugement personnel, la réflexion et l'apprentissage ? Un tel projet ne se réalise pas peine et sans technique.

A propos de quelques connaissances fondamentales de la scolarité obligatoire.

Les **nombres** y sont au service des *mesurages* avant d'être des objets d'études mathématiques. On devrait donc réintégrer et préciser, sous une forme nouvelle peut-être, l'écriture et le traitement des **unités de mesure** (ex. «3 F/m») , les changements d'unités et l'étude du système métrique (dont la quasi disparition affaiblit la connaissance de la numération).

La **linéarité** est une propriété essentielle, mais sa transposition didactique dans la scolarité obligatoire sous forme de **proportionnalité** n'est plus du tout satisfaisante depuis la disparition (justifiée) dans les programmes du collège et du lycée, de la théorie des rapports et proportions et de l'arithmétique, puis celle des éléments de vocabulaire qui permettaient d'identifier les rapports.

Différents types d'**espaces mesurables** sont rencontrés (ensembles finis petits ou grands, segments, surfaces, «volumes», événements, angles, capacités, temps, vitesses et densités constantes etc.) les opérations propres aux (dénomination des objets et des classes, l'énumération des collections et les comparaisons de listes, l'identification des opérations correspondant à la réunion et à l'intersection et au complémentaire, etc.) peuvent être enseignées, à la fois avec un vocabulaire précis et stable, et sans étude formelle.

Il faut pour cela que les professeurs sachent (et conviennent de) distinguer leur savoir de celui de leurs élèves. La tradition qui établissait implicitement un partage entre les connaissances de différents niveaux et par conséquent entre celles du maître et celles de ses élèves tend à disparaître lorsque les réformes se succèdent rapidement, elle doit être remplacée par des conventions s'appuyant sur des techniques didactiques connues ou apprises par les professeurs - ceux du niveau considéré et ceux des autres niveaux - et acceptées par les autres. Il serait malveillant d'assimiler ces propositions avec «un retour aux mathématiques modernes» ou avec «les mathématiques anciennes» et de réveiller ainsi des malentendus qu'il faut dépasser.

L'**écriture mathématique** *«formelle»* est indispensable mais son étude formelle ne l'est pas.

Le désir de faire précocement «comme en mathématiques» conduit les enseignants à plusieurs choix discutables : faire écrire aux élèves des «formules numériques» correctes et abstraites qui préfigurent les écritures algébriques ne serait peut être pas impossible mais le faire pour représenter leurs programmes de calculs arithmétiques conduit sûrement à fausser la signification des symboles mathématiques (" + " et surtout " = ") sans préparer en rien l'étude de l'algèbre et prépare les malentendus futurs sur ce que les élèves savent ou pas. Ce même choix a conduit à rejeter le traitement explicite des unités vers les programmes de sciences du collège et à ne traiter que des nombres «abstraits» (sans d'ailleurs rien faire pour les abstraire de quoi que ce soit). Cette position met l'enseignement primaire dans l'embarras.

On ne peut vraisemblablement pas revenir en arrière mais il faut corriger cette dérive que l'on observe aussi dans le développement d'un enseignement de «**géométrie**» excessivement ambitieux et coûteux en temps. Il consiste essentiellement à «montrer» les objets et les propriétés qui seront étudiés plus tard en géométrie. Mais ces ostensions ne servent pas et elles brouillent le caractère déductif de la géométrie et le rôle de «modèle d'une théorie mathématique» qu'elle devrait tenir dans le secondaire alors que l'étude des connaissances spatiales pratiques (comment représenter, se diriger, mesurer... dans l'espace familier, urbain rural...) est négligée.

La **résolution de problèmes** «de la vie courante» ou non devrait s'achever par un compte rendu ou les élèves devraient montrer clairement les expressions arithmétiques qu'ils traitent et les identifier (dénommer ce qu'elles représentent), le programme de calcul suivi (représenté) et qu'ils doivent justifier (oralement), et les résultats. Il faudrait donc leur faire utiliser (sans formalisme mais avec les termes élémentaires nécessaires), les moyens actuels utilisés pour ces t,ches (expressions numériques, déclaration, diagrammes, valeur et unités.

La tendance à utiliser l'**algèbre** dès les premières classes de l'école primaire se manifeste de plus en plus quoique de façon très confuse. Cette tendance vient plutôt de ce que les professeurs d'école n'ont pas appris autre chose que d'une décision raisonnée en fonction des élèves et des enseignements ultérieurs. L'introduction de l'algèbre au collège en est elle aussi brouillée et semble se réduire à des collections de techniques formelles.

Langage et rigueur

Il n'est possible ni de laisser entrer dans les classes n'importe quel vocabulaire et n'importe quelle conception sous prétexte qu'ils sont utilisés quelque part hors de l'école, ni de prétendre à un usage «parfaitement» monosémique et rigoureux du langage mathématique. De tout façon le sens des termes évolue avec l'environnement l'usage et le niveau. «Donner du sens» est utile, mais cela revient souvent à plonger une notion assez simple dans un univers «concret» qui la rend beaucoup plus obscure et difficile et qui contrarie la compréhension et l'apprentissage. Une propriété essentielle des mathématiques est de permettre de se débarrasser des conditions particulières.

Il est possible d'enseigner à la plupart des élèves assez précocement de l'arithmétique élémentaire, du calcul mental ou non, des rudiments d'algèbre, et de vraie géométrie déductive, de statistiques et même de probabilités, une construction mathématique des rationnels et des décimaux, des éléments de logique etc. cela s'est fait Mais il n'est pas possible de «généraliser» à tous les professeurs ce qui s'est réalisé dans des conditions particulières (qu'elles soient d'innovation ou d'expérimentation rigoureuse) ni de «tout faire».

L'enseignement de ces connaissances suppose qu'elles sont suffisamment **utilisées et répétées** aux niveaux suivants. Les **transpositions** nécessaires en changent le sens, qui doit être **repris et «régulé» à tous les niveaux.** Ce qui précède implique que l'ensemble du processus est pris en charge par **l'ensemble des professeurs de la scolarité obligatoire** et au delà. La distance entre les cultures des professeurs des écoles et celle des professeurs de collèges, ces derniers étroitement assujettis à la culture des lycée et des préparations aux grandes écoles, est excessive et très dommageable. Il est indispensable de la réduire!

Les successions de trains de réformes souvent chaotiques favorisent l'abandon des projets cohérents et des pratiques éprouvées au bénéfice d'improvisations fugitives. Elles aboutissent à rechercher des positions immédiates de «moindre effort» pour les élèves et leurs professeurs, qui se révèlent en fait ensuite très coûteuses (en efforts) sur le long terme.

Rien n'est possible si la formation des professeurs de mathématiques reste soumise aux deux conceptions opposées mais complémentaires suivantes. Selon la première, quasi officielle, il suffirait de savoir «des» mathématiques (celles visées et mal atteintes pour le CAPES) pour enseigner celles dont les enfants et la société ont besoin. Selon la seconde à l'inverse, si on renonçait à cette position d'amateur, il faudrait chercher **uniquement** les solutions dans diverses disciplines, en tout cas ailleurs que dans une connaissance (scientifique, donc expérimentale) des spécificités didactiques des mathématiques.

LES MATHEMATIQUES DANS L'ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE

Jean DHOMBRES

Comme il se doit, l'adjectif "obligatoire" dominera ma réflexion. Jusqu'à nos jours du moins, la mathématique a toujours eu partie liée avec son enseignement ; le mot même mathemata désignait en grec ce qui s'enseignait. Il y avait l'intention de délimiter ainsi la nature de ce qui pouvait s'enseigner, de tout ce dont on pouvait se rendre maître à la suite d'un enseignement parce que la certitude était au bout. Le contraste se faisait alors avec ce qui ne pouvait se transmettre que dans une relation de maître à disciple, ou encore par l'apprentissage d'un art lorsque le coup de main s'acquiert par lente imitation. Tel est, pour moi, le sens profond des Eléments d'Euclide : le livre que l'on peut maîtriser par un travail scolaire.

Mais jusqu'à la fondation des lycées en 1802, l'enseignement des mathématiques fut optionnel ; il résultait de l'élection particulière d'une discipline par l'étudiant. Lorsqu'un court temps les choix avaient été complètement libres, dans les Ecoles centrales de la Révolution, après le dessin la mathématique devint la discipline la plus choisie par les élèves. Aujourd'hui, en France particulièrement, la mathématique est à l'opposé de cette position : elle représente l'inévitable.

Un triple inévitable ! Puisqu'il y a l'inévitable intellectuel, sinon on est considéré comme un imposteur ; un inévitable scolaire, pour compter parmi les meilleurs ; un inévitable social enfin, savoir calculer étant pris symboliquement au sens de savoir assurer sa carrière. Je le dis autrement : la lourdeur des références mathématiques en sociologie joue du premier inévitable, les mathématiques obligatoires lors de la première année de médecine jouent le second inévitable, cet autre nom de la sélection ; et les mathématiques dans les Ecoles commerciales jouent du double sens de l'inévitable social. J'ai donné trois figures de l'enseignement obligatoire des mathématiques post baccalauréat, trois figures qui ne peuvent que porter image dans les mentalités des collèges et des lycées, professionnels, classiques ou techniques.

Comme pour toute représentation institutionnalisée, il y a du vrai, de l'efficace, de l'utile même dans ces côtés inévitables de la mathématique. Et pourquoi les enseignants seraient-ils déçus qu'ait enfin disparu la "frivolité" française d'il y a peu, lorsque de beaux esprits affectaient de ne rien pouvoir comprendre aux mathématiques tellement cette discipline paraissait omettre tout ce qu'il pouvait y avoir de beau et de digne d'être étudié. Je ne déteste pas la représentation que des Anglo-Saxons nous font d'être des grenouilles cartésiennes, trop attachés aux mathématiques.

En soi, la mathématique inévitable n'est certainement pas qualifiée par cet adjectif : il se présente beaucoup de choix possibles dans les mathématiques à apprendre. Mais reste-t-il une certaine liberté dans la mathématique obligatoire, celle qui suscite en partie l'ennui de par son obligation même ? Ne serait-il pas advenu que la mathématique enseignée n'ait plus pour objectif la maîtrise d'une connaissance, cette maîtrise dont on se rend compte pour soi-même et à soi-même lorsqu'elle est acquise. C'est le seul sens, et non le sens quasiment sportif, que je comprends dans l'expression encore usuelle : "il n'y a pas de mathématiques sans larmes". Les didacticiens ne cessent de traquer les conditions d'acquisition d'une telle maîtrise ; les historiens modulent sur le thème de ce que l'on peut faire avec certains instruments seulement, au point d'ailleurs qu'une part de l'histoire des mathématiques pourrait se lire comme étant ce que les mathématiques élémentaires (notion très relative) peuvent faire dans les mathématiques supérieures (notion que je définis simplement par les mathématiques pratiquées par la recherche). D'autres historiens essaient de comprendre ce que signifie l'attirance pour les mathématiques dans le cadre de sociétés hiérarchisées, ou de sociétés où l'élégance de celui qui sait doit être de ne pas montrer son métier, mais son aisance, etc. Et les mathématiciens, quand ils ne font pas de la recherche, que font-ils ?

Ma question qui peut paraître un reproche est bien sûr exagérée : didacticiens et historiens se sont eux aussi facilement enfermés dans la tour d'ivoire de leurs réflexions théoriques, ou tout simplement poussés par le besoin d'une reconnaissance professionnelle de leurs travaux spécialisés. Il n'empêche : pour qu'une mathématique s'enseigne avec intérêt, en particulier celui des maîtres, il faut que cette mathématique ne soit pas uniforme, quand bien même elle serait obligatoire. La recherche mathématique n'est pas uniforme, ce qui ne gêne ni le développement des modes, ces façons d'espérer à certains moments parvenir à des solutions par des moyens bien délimités, ni les estimations de la valeur des travaux des chercheurs.

La mathématique unique, voilà sans doute la tare la plus lourde de l'enseignement mathématique français. Elle est avant tout le résultat d'un manque de culture ; dès le prononcé de ce mot, je regrette de l'avoir employé. Car je crains les esprits technocratiques qui, avec le sens de l'obligatoire, risquent d'en déduire que l'enseignement pourrait se réduire à un discours autour des techniques mathématiques, celles-ci étant oubliées. Il existe plusieurs façons de concevoir l'intégrale, les limites, ou tout simplement des cercles quand ils forment une famille à un paramètre, etc. ; la culture mathématique consiste à jouer de ces façons différentes. Où l'enseignant les méditerait-il, s'il ne lit pas d'autres ouvrages que des manuels du secondaire ? Cette absence de lecture, et je ne parle même pas de l'ignorance de l'histoire des notions et concepts mathématiques, fournit un signe tout matériel : j'ai bien fait de parler de culture. La vulgarisation mathématique est encore un désert. J'exagère, je le sais, mais on conviendra que nous ne vivons plus l'époque autour de 1800, si brillante dans les mathématiques développées en France, lorsque l'on publiait quatre fois plus de textes de diffusion que de textes de recherche. Est-on d'autant plus sensible aujourd'hui à cette faible culture que les choses sont en train de changer ? Ce pourrait être ma vision positive de l'avenir.

Passe ton bac d'abord semble rester la réponse de la société à toute question de culture mathématique au lycée ; et l'on se paye en plus le luxe de mettre comme annotation possible à propos d'un candidat : doit faire ses preuves. C'est devenu, en mathématiques du moins : doit faire la preuve. La culture mathématique, mais c'est simplement ce qui permet de dire, avec la confiance d'être objectif, donner sa preuve.

LES MATHEMATIQUES AU COLLEGE

Régine DOUADY

Nous vivons, grands et petits, dans un monde assailli voire agressé par l'information, flot abondant qui nous vient des quatre coins de la planète sous les formes les plus variées. Nous sommes sollicités de toutes parts pour faire quelque chose, prendre position, adhérer quelque part.. .Et cependant, toute abondante qu'elle soit, l'information fournie ne peut être qu'une sélection de celui qui l'a recueillie puis transmise. Le risque de disposer d'une information surabondante sans disposer en même temps des connaissances et compétences suffisantes pour la traiter et agir en connaissance de cause, est d'être amené à se déterminer conformément à des habitudes ou à faire confiance à d'autres pour opérer ses choix et prendre des décisions.. Il est vital de la recevoir en étant capable de la trier, de la sélectionner, de confronter les éléments les uns aux autres, de recouper les différentes sources sur un même sujet. Bref, de la traiter de façon critique. Dans une civilisation où la télévision, les media, la rumeur occupent la place que l'on connaît, il est essentiel de voir et entendre de façon critique. Cela demande de disposer de connaissances et de compétences variées. Il est à la charge de l'école de préparer et d'éduquer les futurs adultes à cela dès la petite enfance. L'échec scolaire c'est entre autres choses celui de la prise de responsabilité.

La société a besoin que les citoyens disposent d'une culture scientifique de base commune. Créer une telle culture est une mission de l'école, lieu privilégié de développement et de communication du savoir.

Cette mission est indissociable d'une autre mission: développer le goût de l'étude et de l'effort. Or cela passe par la disponibilité d'outils intellectuels et de connaissances qui permettent d'appréhender des situations inhabituelles à la lumière de situations familières, en prolongement ou en contre-point. De telles situations sont créatrices de sens.

Les mathématiques ont un rôle spécifique à jouer dans un tel projet.

En effet, analyser, traiter une situation demande en général de repérer, *sélectionner une partie de l'information pertinente* pour les questions posées, *convenir* de la façon de la formuler et *oublier,* au moins provisoirement, le reste. C'est un travail de modélisation. Faire des mathématiques, c'est travailler dans le modèle selon des règles précises. Le travail préalable, de même que le travail de retraduction des résultats mathématiques dans la situation d'origine font partie de l'enseignement-apprentissage des maths. C'est au cours de ces phases que s'exercent la prise de sens, le contrôle des productions, la recherche des cohérences ou le repérage d'incompatibilités.

Apprendre à transférer, interpréter, changer de langage, changer de point de vue, confronter, comparer, repérer des phénomènes analogues sous des apparences différentes... avec une certaine fiabilité, toutes compétences qui demandent de la souplesse de pensée, font pour moi partie de l'éducation de base du citoyen.

Les mathématiques sont pour ces compétences, un excellent domaine d'apprentissage et qui de plus, offre pour cela un très bon rendement par rapport au temps. En effet, dans un temps que le professeur peut gérer en classe, en choisissant bien le contexte mathématique, le travail à faire et les formes dans lesquelles il doit se dérouler, il est possible de mettre les élèves en situation d'avoir à faire des prévisions, de les tester et d'obtenir des réponses pour lesquelles finalement les démonstrations apportent la certitude. C'est aussi **un domaine où les élèves avec peu de connaissances, peuvent avoir raison contre de plus savants qu'eux, pourvu que l'analyse critique soit licite dans les rapports avec autrui, en particulier dans le contrat de la classe.**

Ainsi les mathématiques occupent une place importante et même irremplaçable non seulement en tant que domaine de connaissances mais aussi dans l'éducation au sens critique et à la responsabilité, et aident à capitaliser bien d'autres connaissances de domaines différents.

Une des manières de faire jouer aux mathématiques le rôle attendu est de mettre les élèves en situation d'avoir à *faire des choix,* faire des *hypothèses,* de les amener à *prévoir* puis *tester* effectivement *les conséquences* de leurs choix et hypothèses. Puis si les résultats ne correspondent pas aux attentes, il faut qu'ils puissent *revenir sur leurs choix,* les analyser à la lumière des effets prévus ou obtenus, et qu'ils puissent faire d'autres choix mieux adaptés à la situation, *faire d'autres hypothèses* à nouveau à tester... Les élèves ont besoin d'apprendre à *construire des modèles mathématiques* des situations à traiter, d'en éprouver la portée et les limites. Tout cela constitue les ingrédients de base du travail scientifique.

La réalisation d'un tel travail par les élèves suppose qu'ils disposent de connaissances dans des domaines différents en relation avec la situation à traiter, d'une certaine familiarité et d'une certaine souplesse de traitement. En retour, L'étude de la nouvelle situation peut engendrer un nouveau regard, une compréhension plus profonde des outils mathématiques que l'on croyait familiers... D'où un progrès de la connaissance et de nouvelles possibilités d'adaptation, de transformation de ses connaissances anciennes pour traiter de nouveaux problèmes, dans de nouveaux contextes. Cela suppose aussi que, du côté de l'enseignant, il y ait reconnaissance de la valeur et de l'intérêt à long terme d'un tel travail, même si à court terme, voire au jour le jour, le sentiment est que le temps passe vite sans qu'on puisse comptabiliser précisément les progrès.

Ainsi conçu, on peut espérer que l'apprentissage des mathématiques contribue à la compréhension mutuelle, à la communication sociale et à la prise de responsabilité.

Régine DOUADY
Université Paris 7, IREM
CP 7018,
2 place Jussieu, 75251 Paris cedex 05

POURQUOI LES MATHEMATIQUES ? QUELLES MATHEMATIQUES ?

Point de vue d'un enseignant de collège

Jean-Claude DUPERRET

Pourquoi les mathématiques ?

Si dans un groupe d'adultes, on découvre que vous êtes enseignant de mathématiques, deux attitudes complètement opposées scinderont l'assemblée. Ceux qui vous renverront une image définitivement négative des mathématiques : «Je n'aimais pas ça» en ajoutant «j'étais nul» comme si vous alliez encore les interroger. Ceux qui au contraire vous diront : «J'aimais ça» en précisant «j'avais de bonnes notes» comme une espèce de connivence avec vous. Aucune autre matière ne renvoie une image aussi affective : un profond ressentiment associé à l'échec, une grande affection associée à la réussite. Et la question «Pourquoi les mathématiques ?» renvoie systématiquement à ce temps heureux ou malheureux de l'enseignement, et très rarement à un essai d'analyse de ce qu'elles ont pu apporter dans la vie personnelle ou professionnelle.

Pour beaucoup d'entre nous, enseignants de mathématiques, cette question posée à brûle-pourpoint surprend, voire déstabilise. Et pourtant, nous leur avons donné une place importante dans notre vie personnelle et professionnelle. En quoi nous paraissent-elles donc si fondamentales ? Je vois pour ma part trois niveaux de réponse :

- pour les outils qu'elles forgent, pour les propriétés qu'elles établissent, pour les beaux résultats qu'elles construisent.
- pour ce qu'elles développent comme aptitudes lors de la résolution de problèmes : un comportement d'expert, avec la recherche de la meilleure stratégie, du modèle le plus pertinent.
- pour l'expérience intellectuelle qui d'abord transcende notre pensée, dans une vision idéalisée du monde qui nous le rend plus intelligible, puis la libère dans une vision impossible («Je le vois mais je ne peux le croire» Cantor)

Pour beaucoup de nos élèves la question devient vite : à quoi ça sert ? Nous ne pouvons échapper à ce souci d'utilité, et les premières mathématiques que nous leur proposons prennent fortement appui sur leur quotidien, ou, de manière plus précise, sur leur perception «naturelle» du monde qui les entoure : l'ancrage dans la réalité est la condition nécessaire pour motiver leur apprentissage. Mais notre souci va être de les amener à changer ce regard sur le monde, en développant des modèles théoriques non contingents à la réalité. Un enjeu fondamental de notre enseignement va être la modélisation, c'est à dire le passage de la «réalité» au «modèle», et du «modèle» à la «réalité». Et la gageure va être de mener de front l'apprentissage des modèles et de la modélisation.

Quelles mathématiques ?

Si elles ne sont que techniques, recettes, algorithmes souvent déconnectés de la réalité, leur apprentissage apparaîtra vite comme rébarbatif et stérile, leur enseignement deviendra alors une suite de recettes, donnant des connaissances à court terme. A plus longue échéance cela conduira à cette dichotomie dans la population dont je parlais au début : ceux qui auront bien voulu entrer dans notre jeu et en feront un élément de développement personnel et de réussite ; ceux qui y seront restés hermétiques et en garderont toujours un profond sentiment d'échec. Sans nier la nécessité d'un tel apprentissage, il faut donc pour justifier la place des mathématiques leur donner une double dimension : culturelle et formatrice de l'individu. Culturelle, en les plaçant dans une perspective historique qui situe leur mission première : résoudre des problèmes, c'est à dire se mettre dans une constante confrontation au non savoir. Formatrice de l'individu, en développant ce comportement d'expert dont je parlais plus haut.

Pour que nos élèves sentent que ce que nous leur enseignons est vivant, et participe à leur construction, il faut les rendre acteurs, c'est à dire les placer en activité mathématique. Celle ci commence en général par une recherche personnelle, défi entre le problème et nous, démarche intellectuelle intime qui développe et construit notre pensée. Celle ci continue dans une communauté scientifique, la classe dans notre enseignement, communauté qui permet successivement le débat en soumettant aux preuves et réfutations les diverses possibilités de solutions, puis l'assurance de la certitude partagée.

Quels contenus ?

En termes de contenus les programmes de collège, lieu de la scolarité obligatoire, me semblent relativement bien pensés, en proposant trois grands types de travaux, interactifs et complémentaires.

Les travaux géométriques.

Leur contenu est fortement marqué par l'héritage des Grecs, qui ont toujours eu pour souci de modéliser le monde réel. En ce sens, on peut dire que les axiomes d'Euclide apparaissent comme des règles de bon sens traduisant, de façon locale, la perception que l'on peut avoir du monde. Et on retrouve dans notre enseignement cette démarche : passage d'une «figure physique» à une «figure idéale» ; passage d'une validation par la mesure à une validation par la démonstration ; rencontre avec des figures de plus en plus complexes dans lesquelles il faudra apprendre à retrouver des figures plus simples, porteuses de propriétés, démarche heuristique qui préparera l'argumentation. Tout cela participe à une conceptualisation du réel sur laquelle se fonderont des règles de traitement scientifiques.

Les travaux numériques.

Le passage du numérique au littéral, le passage du traitement arithmétique au traitement algébrique sont là encore des enjeux fondamentaux du collège. Qu'une lettre puisse cacher n'importe quel nombre, qu'elle puisse être tour à tour inconnue, variable, paramètre, ce statut n'étant déterminé que par la compréhension du contexte, est un obstacle redoutable. Que le symbole d'égalité puisse cacher des statuts aussi différents que l'identité, l'affectation, une égalité conditionnelle rajoute à cet obstacle. Cet apprentissage est en tout point comparable à celui d'une langue étrangère, avec ses conventions d'écriture (le vocabulaire) , ses règles de travail, les propriétés algébriques (la grammaire)

La gestion de données.

Cette partie du programme est «naturellement» celle où les mathématiques et la réalité vont être le plus en interaction. C'est dans cette partie que l'élève va de façon privilégiée développer des aptitudes à trier, ranger, transformer des informations, en s'appuyant sur de fréquents changements de registre. Partant d'un texte, souvent écrit en français, comportant un certain nombre de données chiffrées, il devra déjà organiser ces données, par exemple sous la forme de tableau ou de graphique, deux cadres dont il faut développer l'interactivité. Puis des calculs permettront de transformer ces données, de les synthétiser. De même les résultats pourront eux aussi être donnés dans différents registres suivant la nature du problème étudié : texte français, tableau, graphique, résultat numérique...

C'est enfin dans cette partie qu'apparaît le mieux le rôle éducatif et social des mathématiques. La lecture, l'interprétation, l'utilisation de diagrammes, tableaux, graphiques, leur analyse critique aident l'élève à mieux comprendre les informations qu'il reçoit, et, en cela, contribuent à son éducation civique. La liaison avec l'enseignement d'autres disciplines, en particulier sciences de la vie et de la terre, géographie, technologie prend ici tout son sens, en intégrant les connaissances dans une vision plus large.

LES MATHEMATIQUES : QUOI ENSEIGNER ET POURQUOI ?

Raymond DUVAL

Si les mathématiques sont intéressantes, ce n'est pas pour les belles choses qu'elles me montrent ou qu'elles construisent, ou pour les outils qu'elles fourniraient au consommateur, au citoyen, ou à quoi que ce soit d'autre que l'avenir voudra que je sois, c'est pour ce qu'elles me laissent lorsque je les ai abandonnées ou que j'en suis venu à les oublier complètement. Quoi donc ? Une certaine expérience qui fait que je ne regarde plus les choses comme avant, que je sens ma pensée devenue un peu plus puissante et un peu plus libre, même à l'égard des mathématiques, de leurs contenus, de leurs modèles, de leurs structures... Cela touche-t-il le raisonnement ou plutôt la diversification dans la manière d'organiser ses raisonnements, la capacité de visualisation, la souplesse dans les modes de représentation ou cette liberté d'expression que donne une meilleure maîtrise des discours ? Cela concerne-t-il le besoin de toujours saisir exactement la question et de quoi il est question avant de chercher à résoudre ou à dissoudre un problème, ou encore le sens du caractère intime et personnel d'une démarche intellectuelle un peu sérieuse ? Allez donc savoir. Il n'y a pas à choisir car tout cela se tient d'une certaine façon. Les mathématiques sont intéressantes si le peu de temps que l'institution scolaire impose d'y consacrer laisse un quelque chose de tout cela. Autrement...

La réponse à la question «pourquoi faire faire des maths ?» change selon le point de vue d'où on la pose. Il y a le macro-point de vue du système éducatif d'une société. Il s'agit de préparer des classes d'age, d'environ 800 000 individus, à entrer dans la vie professionnelle de façon à assurer la relève et l'innovation dans les multiples secteurs d'activité de la société. De ce point de vue, la question «pourquoi... ?» signifie « quelle place donner à l'apprentissage des mathématiques dans l'enseignement ?». Et il y a le micro-point de vue de chaque individu, lequel se trouve devoir apprendre et travailler en s'adaptant à un défilé d'enseignants au long de son parcours scolaire. De cet autre point de vue, la question «pourquoi… ?» signifie «qu'est-ce que les mathématiques me permettent de développer parmi mes potentialités intellectuelles, par rapport aux autres disciplines ?».

Du macro-point de vue, nécessairement administratif, il y a un éclatement des mathématiques utiles selon les multiples secteurs d'activité professionnelle prévisibles. Le système éducatif raffine à chaque réforme en diversifiant les filières après la période de scolarité obligatoire. Pour chacune, une certaine proportion d'individus est censée atteindre un certain niveau de performance dans l'utilisation des outils mathématiques proposés dans une filière. Mais auparavant, il y a cet enseignement des mathématiques qui précède les multiples enseignements de mathématiques utiles, c'est-à-dire tout ce qui se fait jusqu'en seconde. La «communauté» mathématique s'y intéresse peu ou pas du tout. Elle attend seulement qu'il s'y fasse un certain nombre d'acquisitions élémentaires qui permettront ensuite soit d'enseigner des mathématiques utiles soit de se mettre enfin à faire de «vraies maths». Pourtant c'est peut-être là que se joue véritablement la reconnaissance ou le rejet, «dans la tête» des élèves, de l'importance des mathématiques pour la formation. Et, là, il ne s'agit pas de mathématiques utiles, il s'agit que chacun puisse «s'éclater» comme je tentais de le suggérer en ouverture de mon propos.

Pour un mathématicien, ou même pour un enseignant de mathématiques, je n'ai encore rien dit puisque je n'ai pas répondu à la question «quoi (faire apprendre) ?». Ces propos sur le pourquoi, c'est souvent pris pour de la rhétorique. Les choses sérieuses ne commencent que lorsqu'on précise les contenus. Mais là il y a un problème de taille. Il tient à la quantité considérable de contenus non seulement possibles mais estimés nécessaires. Il suffit de parcourir les longues listes de notions dans toutes les propositions de programme jusqu'à la seconde incluse, alors que le temps annuel pour un élève n'est guère plus d'une centaine d'heures. Et ces listes peuvent être encore allongées si on se place dans une logique curriculaire où ce qui importe c'est ce qui sera nécessaire pour la suite, ce qu'aux étapes ultérieurs on attend que l'élève sache. En réalité la disproportion entre les contenus nécessaires à acquérir dans une logique curriculaire et le temps réellement disponible, sans compter le rythme nécessaire aux premiers apprentissages, ne cesse de grandir. Il devient donc urgent de prendre d'autres critères que ceux d'une logique curriculaire obsédée par la masse des contenus dans des domaines mathématiques très différents.

Le choix des contenus ne peut plus être fait selon le macro-point de vue. Il faut, enfin, en venir à celui de l'individu. Cela veut dire que ce choix doit viser à ce que les contenus retenus permettent de découvrir le type de fonctionnement intellectuel impliqué dans les différentes démarches mathématiques. Et cela par contraste avec des démarches apparemment proches mises en œuvre dans d'autres disciplines. Dans un premier temps le but du travail d'apprentissage ne doit pas tant être l'acquisition d'un contenu que la prise de conscience des démarches cognitives. Naturellement, c'est sur des contenus mathématiques déterminés qu'un élève peut prendre conscience et s'approprier le fonctionnement cognitif impliqué par les mathématiques. Mais il ne s'agit pas d'avoir le nez collé sur les contenus mathématiques. On n'apprend pas le nez dans le guidon. Ce qui importe d'abord c'est la prise conscience de différentes démarches cognitives, c'est-à-dire une forme de cette expérience suggérée en ouverture. Car c'est elle qui met un individu en position de s'approprier de façon efficace, parfois avec passion, toutes ces connaissances qu'il lui assimiler au titre de la formation et celles que les mathématiciens rêvent de lui faire découvrir en raison de cette obscure exigence de transmission de la culture mathématique.

QUELS SAVOIRS ENSEIGNER DANS LES LYCEES ?

Michel HENRY

La journée disciplinaire Mathématiques du 21 Mars, en préparation de ce colloque, me semble revêtir une importance particulière. Il me semble en effet que l'enseignement des Mathématiques au Lycée soit engagé dans une sorte d'impasse résultant de la nécessité de s'adapter à un public d'élèves de moins en moins prêts à fournir un effort intellectuel en profondeur, et débouchant sur des épreuves de baccalauréat limitées à des questions simples, fermées au maximum, ne laissant aucune place à toute innovation qui demanderait aux candidats de remplacer les applications immédiates de résultats élémentaires auxquelles ils sont habitués, par des questions de réflexion.

Ainsi, l'évolution progressive d'un enseignement de connaissances mathématiques relevant de définitions et propriétés précises vers une présentation intuitive et une mise en fonctionnement de notions vagues au statut ambigu, conduit à l'abandon d'outils de base : concepts logiques et vocabulaire ensembliste, groupes en algèbre et en géométrie des transformations, limites et continuité, lois élémentaires de probabilité ...

Cette évolution me semble être renforcée par une certaine pratique des “activités”, du moins dans les classes que j'ai la possibilité de visiter. Partant de l'objectif souhaitable de mettre les élèves en situation d'agir eux-mêmes pour progresser dans l'exploration d'une question, les activités ont tendance à se réduire à des listes de tâches ou de questions très progressives et fermées, sans que l'on puisse bien souvent dire à l'issue de la séance ce que les élèves ont réellement appris ou acquis. Des études didactiques plus approfondies, notamment dans le cadre de mémoires professionnels d'IUFM, montrent ce phénomène, décrit ici dans l'espace de ces deux pages sous la forme d'une impression générale.

Prenant le risque d'être à contre-courant, je pense que les conditions d'enseignement que rencontrent nos collègues en lycée ne leur permettent pas de faire beaucoup mieux : des classes très hétérogènes, aussi bien sur le plan des acquis que sur celui des attentes des élèves vis à vis des mathématiques, voir sur le plan des types de rapports au savoir scolaire et au delà scientifique qu'ils présentent ; et une trop faible quantité d'heures accordées à l'activité mathématique, en classe et en dehors, ne permettant pas de la diversifier (exercices techniques, problèmes ouverts, synthèses de connaissances, entraînement à la précision des formulations et à la rigueur des démonstrations ...).

Quoi enseigner en mathématiques ?

Peut-être moins de choses en quantité, mais plus précises, mieux organisées, redonnant une place plus importante aux définitions, aux énoncés de théorèmes, et aux démonstrations. Ceci ne s'oppose pas aux démarches pédagogiques innovantes, notamment au fonctionnement d'activités de découverte, bien au contraire, si celles-ci débouchent systématiquement sur des énoncés précis, des méthodes bien dégagées, ou des techniques maîtrisées.

Les contenus mathématiques de base restent indispensables, dans les branches traditionnelles : arithmétique élémentaire, connaissance des nombres et de leurs représentations, équations algébriques du premier et du second degré, géométrie élémentaire et trigonométrie, bases de la géométrie analytique, transformations géométriques, fonctions élémentaires de l'analyse, limites, dérivation et intégration, statistique et probabilités ... Dans tous ces domaines, il est possible de s'appuyer sur les performances de l'ordinateur comme outil donnant accès à des problèmes et des méthodes de résolution nouveaux.

Mais il faut aussi clarifier les objectifs de la formation mathématique de base. Les connaissances acquises devraient révéler leur puissance dans la résolution de problèmes issus des autres disciplines ou de la réalité de l'activité humaine.

Alors se pose la question de l'apprentissage de la modélisation. A partir de la description d'une situation réelle ou rencontrée dans d'autres disciplines d'enseignement comme l'économie, la biologie, la physique, la chimie ou encore d'autres, il s'agit pour les élèves de pouvoir faire appel à des connaissances théoriques pour transformer les questions posées en problèmes de mathématiques. Dans ce processus, les élèves devraient être amenés à évaluer le degré de pertinence des outils mathématiques dont ils disposent, à discuter des solutions théoriques obtenues relativement aux hypothèses de modèle posées, à développer ainsi un apprentissage de démarches scientifiques.

Je vois donc un double objectif dans la question "quoi enseigner ?": des savoirs élémentaires, bien dégagés et structurés, pouvant intervenir comme outils de résolution de problèmes d'une part, l'apprentissage de la modélisation à partir de situations réelles, ne se réduisant pas à des exercices de mathématiques maladroitement habillés, d'autre part.

MATHEMATIQUES DANS L'ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE

Quoi enseigner, et pourquoi ?

Jean-Pierre KAHANE

Comme prime à l'innovation, je propose que l'on assigne comme premier but à l'école et au collège d'apprendre aux enfants à ***lire, écrire*** et ***compter***. Chaque terme doit s'entendre dans un sens large et actuel. Un rôle accru des mathématiques s'impose dans la lecture et dans l'écriture, autant que dans le calcul.

Lire aujourd'hui, c'est être capable de lire un roman, un journal, une notice technique, rédigés en français. Lire d'autres langues, lire la musique, sont des objectifs d'avenir. Mais "lire" la télévision, déchiffrer l'audiovisuel, lire les panneaux, les plans, les horaires fait partie de l'expérience quotidienne des enfants. Or il y a beaucoup de mathématiques là-dedans. J'écris pendant une semaine électorale : lire les résultats électoraux suppose une bonne compréhension de l'arithmétique élémentaire; lire les sondages ou les pronostics suppose une compréhension des éléments de la statistique, qu'ont fort peu de lecteurs. Objectif : recenser les termes et notions mathématiques qui interviennent dans l'existence quotidienne, y compris l'information et les loisirs; c'est là un vocabulaire de base que les enfants doivent rencontrer et éclaircir au cours de leur scolarité. "Eclaircir" mène fort loin...

Ecrire aujourd'hui, c'est s'exprimer par voie graphique, avec un crayon, une craie, un pinceau, un clavier, un écran etc. Il ne s'agit plus seulement d'écrire une lettre ou un rapport, mais de savoir tenir un fichier dans une calculette, éditer un texte à l'aide d'un ordinateur et d'une imprimante etc. Il faut avoir à sa disposition un univers de signes et de formes. Les signes et les formes mathématiques légués par notre histoire sont à examiner dans cet esprit : lesquels sont indispensables, utiles, inutiles, à l'expression des enfants ? Naturellement, les signes et les formes ne valent que par leurs relations, leurs enchaînements, leur syntaxe. Ecrire une formule, construire une figure géométrique, sont des façons, propres aux mathématiques, d'exprimer une pensée. L'expression orale est également indispensable (“écrire et raconter”). Objectif : recenser, dans les programmes et dans nos pratiques (y compris dans la correction des copies), les signes, les formules, les figures qui jouent un rôle clé dans l'expression mathématique, ainsi que les expressions françaises auxquelles nous donnons un sens spécifique. Y a-t-il du ménage à faire ?

Compter aujourd'hui, c'est bien sûr, savoir utiliser une calculette. Mais c'est surtout savoir d'où l'on vient, quelles sont les données, et où on va, ce qu'on cherche. On peut traiter des données bien plus facilement qu'autrefois, et la géographie ou l'instruction civique sont des mines d'exercices en tous genres. Objectif : recenser etc. J'insisterai sur un seul point, relatif au calcul mental. Le calcul mental doit signifier, par rapport aux outils, la prévision et le contrôle, et, par rapport à l'individu, un apprentissage original de l'articulation entre mémoire et raisonnement. L'organisation du moindre calcul mental fait appel à la mémoire acquise (type table de multiplication), à la mémoire instantanée (stocker les résultats d'opérations partielles) et à l'esprit critique. Galois se demandait, au niveau d'enseignements avancés, si on faisait assez pour que le raisonnement devienne comme une seconde mémoire. On peut aujourd'hui se demander, au niveau élémentaire, si on fait assez pour que la mémorisation serve de première assise au raisonnement.

ENSEIGNER LES MATHEMATIQUES DANS L'ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE : POUR QUI ? POURQUOI ?

Gérard KUNTZ

1°) LES TROIS PRIORITES DE LA FORMATION DE BASE

Le système éducatif doit proposer aux jeunes qui lui sont confiés une formation de la personne, du futur acteur économique et du citoyen.

a) Comprendre le monde pour mieux se comprendre

Le premier devoir de l'école est de donner aux jeunes les instruments d'intelligibilité du monde dans lequel ils sont plongés et dont ils deviendront des acteurs. Parmi les outils pour comprendre l'univers et les sociétés humaines, il en est deux dont l'importance semble primordiale : la langue maternelle (écrite et parlée) et les mathématiques. Le premier permet de penser, de débattre, d'exprimer des émotions (donc de réduire la violence). Le second rend possible le dialogue avec le monde physique et la prévision ("la nature s'écrit en langage géométrique"). La compréhension du monde et l'accès aux biens culturels passent par une solide formation de la personne humaine dans toutes ses dimensions (rationnelle, émotionnelle, éthique, spirituelle).

b) Préparer l'entrée dans le monde du travail.

Le jeune en formation aspire à entrer dans le monde du travail. L'école doit l'y préparer, sans se limiter aux besoins immédiats des entreprises. *Une adaptation étroite au monde du travail condamne à être très rapidement dépassé. Une formation générale solide, qui donne de l'importance aux liens, dépendances et hiérarchies entre les objets de savoir, et qui se place à un bon niveau d'abstraction, est vitale*. Il faut y ajouter une indispensable formation au travail en équipe (donc aux relations humaines), aux différentes formes de communication (un ingénieur parle et écrit plus qu'il ne calcule) et à une maîtrise des travaux de longue durée que l'école ignore superbement (1).

c) Former le futur Citoyen.

Le citoyen des sociétés modernes est soumis à un flot d'informations qu'il peine à contrôler. Il est souvent désarmé face aux statistiques, aux courbes, aux formules mathématiques compliquées qui masquent des a priori idéologiques. L'école doit préparer le futur citoyen à décoder le discours des dirigeants, à le discuter, à faire des contre-propositions, à démasquer les manipulations statistiques, à déceler les raccourcis simplificateurs de l'information et les demi vérités de l'image télévisée.

2°) PLACE ET IMPORTANCE DES MATHEMATIQUES DANS CETTE FORMATION.

a) Des mathématiques pour comprendre le monde.

L'aventure scientifique a pris au 20ème siècle un essor fabuleux. Les mathématiques y ont joué un rôle important, comme instrument de modélisation. Pour s'émerveiller devant l'univers, il suffit de regarder les photographies du télescope spatial Hubble. Pour comprendre plus intimement la démarche scientifique, des notions mathématiques sont utiles. La perspective du temps libre multiplié et l'intérêt grandissant du public pour l'aventure scientifique appellent à diffuser largement les mathématiques comme outil de culture et de compréhension de la science moderne.

b) Des mathématiques pour l'entreprise.

Les techniciens, les ingénieurs et les chercheurs ont besoin, dans leur pratique professionnelle, de mathématiques, souvent intégrées dans des logiciels, dont ils sont conduits à interpréter et à contrôler les résultats.

Au-delà de cet usage direct, l'enseignement des mathématiques développe des aptitudes intellectuelles qui sont très utiles dans la vie professionnelle. *La capacité de raisonner, d'analyser une situation, de conjecturer, de détecter l'erreur dans une démarche, de modéliser un problème sont des pratiques que les mathématiques développent très largement et qui sont précieuses dans la vie professionnelle.*

La plupart des activités industrielles mettent en œuvre des procédures abstraites (programmation d'automates, conception assistée par ordinateur, méthodes de gestion). Or, un aspect fondamental de *l'activité mathématique consiste à traiter de l'information abstraite*. Sous cet angle, elles sont puissamment formatrices et utiles dans l'activité économique : les capacités qui y sont acquises sont transférables à de nombreux secteurs (informatique, médecine, services commerciaux, logistique etc.) dont l'activité essentielle consiste à traiter de l'information. L'apprentissage des mathématiques prépare remarquablement à ces emplois, caractéristiques des sociétés postindustrielles (2).

c) Des mathématiques pour le citoyen.

Dans les médias, des courbes, des statistiques, des sondages, des formules et des tableaux illustrent (ou obscurcissent) le propos. Il convient que le citoyen puisse, au minimum, lire ces représentations, passer des unes aux autres, vérifier leur cohérence et en faire la critique. La démocratie est à ce prix. Les secteurs de la population qui n'ont pas accès à ce décodage de l'information sont aisément manipulés. Les décisions sont alors dictées par les experts (les politiques eux-mêmes étant souvent dépassés). *Le débat démocratique suppose un accès à l'information et aux outils de décision, donc au formalisme mathématique de base d'une partie de plus en plus large de la population*.

3) UN ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES A REFORMER EN PROFONDEUR

a) Diminuer la pression de sélection.

Aujourd'hui la pression de sélection s'est atténuée autour des mathématiques, mais les enjeux de réussite éclipsent encore trop la vocation formatrice de l'école. Un bachotage bien organisé donne de bonnes statistiques de réussite, pas nécessairement la maîtrise d'un savoir utile et transférable.

b) Choisir entre qualité et quantité.

La formation mathématique de base doit privilégier les démarches fondamentales (raisonnement, représentation des connaissances, traitement des informations, accès à un certain niveau d'abstraction) sans souci ni recherche d'exaustivité. Ceux qui choisissent une carrière scientifique doivent recevoir en complément un enseignement plus spécialisé, destiné à leur donner les outils que leur choix requiert. Même dans ce cadre, il faut renoncer à tout enseigner et choisir ce qu'il convient d'approfondir.

c) Favoriser le transfert des connaissances et des compétences.

Il est indispensable de développer un enseignement des mathématiques qui favorise le transfert des compétences (2). Meirieu et Develay apportent à ce sujet de précieux éléments de réflexion. (5)

Textes complémentaires.

1) Quelques idées d'activités glanées au contact des entreprises. G. Kuntz. Repères-Irem n° 7.
2) Conjectures sur l'utilité d'une formation mathématique pour la vie économique et sociale. G. Kuntz. Repères-Irem n° 18.
3) Le débat scientifique en cours de mathématiques et spécificité de l'analyse. Marc Legrand Repères-Irem n° 10.
4) Introduction à la pensée complexe. Edgar Morin. ESF éditeurs. 1990.
5) Meirieu et Develay. Emile, reviens vite... Ils sont devenus fous. ESF éditeurs. 1992.

POURQUOI ENSEIGNER LES MATHEMATIQUES A L'ECOLE OBLIGATOIRE ET QUELLES MATHEMATIQUES ENSEIGNER

Louis MAGNIN

1°) Pourquoi enseigner les mathématiques ?

a) *Un constat :* Les mathématiques sont omniprésentes par leurs applications et leur rôle de modélisation. Elles sont en arrière-plan des caractéristiques actuelles de la Société : pénétration dans tous les secteurs des nouvelles technologies de l'information, accélération des connaissances scientifiques, de leur diffusion et de leur utilisation dans l'industrie, recherche médicale, ... Elles sont partout, même si elles ne sont pas visibles et leur rôle s'amplifie.

Une telle situation peut engendrer l'émergence d'une société «cognitive» dans laquelle le rapport cognitif i.e. position du savoir dans l'espace et la compétence, sera décisif pour chaque individu. Il y a à terme un risque de scission de la société entre «ceux qui savent» et «ceux qui ne savent pas», entre ceux qui élaborent ou dominent les concepts et les simples utilisateurs.

Ne pas enseigner les mathématiques à l'école obligatoire, ce serait s'interdire de susciter un flux d'élèves intéressés par les mathématiques et à terme créer cette scission de la société avec au mieux une situation de «tiers-mondialisation» où le gros de la société dépendrait totalement du savoir et des compétences d'une petite «sous-société», voire de l'étranger, et au pire une explosion !

b) Il est aussi significatif que les centres de formation professionnelle soient de plus en plus souvent amenés lors de formations de reconversion, ou de formations à de nouvelles technologies à reprendre les bases d'une culture scientifique générale avant d'apprendre un nouveau métier ou de nouvelles techniques : l'existence d'une culture scientifique suffisante fait figure d'»ultime rempart» dans la perspective de l'emploi.

L'acquisition d'un minimum de notions mathématiques, d'un bon sens scientifique, est devenu indispensable même à l'exercice de la démocratie : appréhension de la signification des sondages, ...

c) Il y a donc en gros deux types de raisons pour enseigner les mathématiques à l'école obligatoire :

Raison 1 : maintien d'un flux suffisant d'élèves intéressés par les mathématiques

Raison 2 : création pour les élèves moins intéressés d'un bagage minimum leur permettant de s'insérer et d'exercer leur citoyenneté.

2°) Alors quelles mathématiques ?

Les mathématiques enseignées, soumises aux deux contraintes ci-dessus doivent comporter un socle minimal sur lequel il sera possible soit de b,tir une technicité professionnelle, soir de procéder au développement de connaissances plus profondes, et d'autre part comporter un aspect développement du goût et de la curiosité pour les mathématiques par des travaux de mise en condition de recherche personnelle sur des activités à caractère moins scolaire, différent. Ce deuxième aspect est assez peu développé actuellement en dehors d'opérations ponctuelles style «rallye». Les deux aspects ont bien entendu une intersection : c'est les mathématiques du réel.

Concernant le socle, il semble important de s'attacher plus au fonctionnement et à la compréhension des concepts et résultats mathématiques qu'à leur démonstration théorique tout au moins dans un premier temps.

Développer les outils et notions nécessaires, faire acquérir les savoir-faire, en tenant compte de l'outil informatique qui libère des t,ches calculatoires et permet une approche facile par l'expérimentation. On ne s'intéresse plus à faire acquérir une habilité technique calculatoire pour elle-même (par exemple qui calcule encore à la main une racine carrée ? De même calcul de dérivées fastidieux, calculs fractionnaires compliqués, tracés de courbes sont faits par des calculettes) mais on recentrera sur la compréhension de la structure mathématique sous-jacente, les limitations de l'outil mathématique (par exemple validité de l'approximation donnée par la calculette) et les questions que ce dernier ne résout pas de façon satisfaisante (par exemple les singularités des courbes). Noter cependant qu'il n'est pas question de faire disparaître purement et simplement la formation aux techniques de calcul : un minimum est indispensable, ne fûtce que pour écrire des programmes de calculatrice programmable.

Tout cela n'est nullement contradictoire avec l'acquisition d'une rigueur scientifique et même, dans la perspective de l'outil informatique, exige l'acquisition d'un bon sens scientifique permettant de le pas être abusé par des résultats erronés. Simplement, les aspects les plus abstraits, sont destinés à être repris ultérieurement, ou encore certaines démonstrations considérées comme non indispensables à la compréhension et au fonctionnement des concepts, sont repoussés. C'est seulement quand l'élève a compris le fonctionnement et les subtilités d'un résultat qu'il sera à même de profiter de sa démonstration.

L'écueil à éviter c'est que les mathématiques tout entières ne soient perçues par l'élève que sous cet aspect utilitaire, que l'élève n'acquière que des savoir-faire sans compréhension réelle des structures mises en jeu. Ou pire encore, qu'il ne soit jugé que sur ses aptitudes à faire fonctionner des formalismes. Il est indispensable d'enseigner à l'élève un esprit imaginatif et critique. A ce sujet, on peut se féliciter de l'introduction de la notion de contre-exemple dans les programmes de 6ème. Au contraire, il faut lutter contre l'appauvrissement des notions : par exemple, étudier la symétrie orthogonale en 6ème et montrer qu'elle conserve les longueurs semble une démarche creuse pour les élèves car ils n'ont pas connaissance de symétrie non orthogonale qui ne conserve pas les longueurs. Egalement les exemples de mise en équation en 5ème sont trop souvent du type ax=b et l'élève n'en saisit plus l'intérêt car il peut résoudre le problème sans équation. Il s'agit donc bien de stimuler l'esprit critique et créatif de l'élève. Les idées clefs de l'algèbre sont dans cet optique indispensables dès le collège.

Concernant les activités personnelles destinées à stimuler l'originalité, la créativité et une recherche personnelle concrète pour une compréhension profonde, on pourra proposer aux élèves de définir des stratégies, conjecturer des théorèmes, repenser des définitions, inventer des démonstrations et les amener à constater que la créativité mathématique est quelque chose qui, dans des conditions appropriées tout au moins, peut être à leur portée personnelle. Il est bien connu que les jeunes ont des dispositions pour la poésie, ils peuvent aussi avoir des idées originales et élégantes en mathématiques, qu'il faut stimuler en leur donnant l'opportunité de chercher sur des mathématiques importantes. Bien entendu, au fur et à mesure que cet aspect sera développé, professeurs et élèves incorporeront automatiquement de plus en plus d'approches «investigation» et «réflexion» à tout leur curriculum ; et la frontière entre les deux aspects des mathématiques enseignées sera de plus en plus floue.

Mais il reste une question de taille : comment faire pour qu'un grand nombre de professeurs de l'école obligatoire aient une approche vivante, orientée «recherche» des mathématiques, alors que le plus souvent leur propre expérience n'a pas ces caractéristiques ?

QUOI ENSEIGNER EN MATHEMATIQUES ET POURQUOI ? AU COURS DE LA PERIODE D'ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE

Anne-Marie MARMIER

Le contexte politique et social

On ne peut couper la question du contexte politique et social et du processus dit de "démocratisation" qui depuis les années 50 a formidablement ouvert l'école à de nouvelles populations d'élèves en même temps que réalisé une unification formelle (collège unique et seconde d'orientation).

En fait derrière le discours écran de l'égalité des chances et la volonté politique de la réussite pour tous, le processus est marqué de très grandes différenciations, d'un côté " l'élite" qui préserve un milieu éducatif en sympathie avec son propre milieu ; à l'autre bout, dans les banlieues pauvres des grandes cités, la concentration dans les établissements des élèves les plus démunis culturellement et qui n'ont aucune chance de sortir de leur handicap social et culturel gr,ce à l'école.

Actuellement , le système garde à l'intérieur de lui-même ceux qui étaient jadis exclus ou qui s'en excluaient , mais il les exclut de fait à travers les filières et l'orientation, en faisant semblant de leur donner leur chance. A ces exclus de l'intérieur, il reste l'illusion planquée, la soumission anxieuse, la révolte, la violence. Sur eux s'exerce la "violence symbolique d'un arbitraire culturel" dont ils ne reconnaissent pas la légitimité et qui ne leur offre rien, pas de sens, pas de gratification, pas d'avenir.

Mais il faut les faire réussir ; pour cela il faut faciliter, alléger les programmes, limiter le règne des disciplines. La rationalisation des pratiques d'enseignement aboutit à la constitution d'une technologie du conditionnement, l'enseignement vise à coller à des tests d'évaluation et le tout entraîne une rétention globale du savoir qui pénalise les jeunes soumis à cet entraînement, en décervelle plus d'un et rend fous les autres.

La place des disciplines

Réfléchir. à la question “quoi enseigner et pourquoi ?”, c’est aussi de l’intérieur des disciplines chercher à réduire les circuits de violences à l’école.

Les disciplines permettent d’apprendre à penser, cela procure du plaisir, de la liberté et de la sociabilité, cela permet d’avoir une prise sur le présent et le futur, de sortir de son cas subjectif et particulier.

C’est aussi à l’intérieur d’un champ disciplinaire que les méthodes trouvent leurs contenus culturels et scientifiques et ça n’est pas parce qu’une compétence est transversale qu’elle doive être transversalement acquise.

Cinq principes

Quelle que soit la réponse au “quoi enseigner ?”

— Ce qui est enseigné n’a pas à produire nécessairement des compétences qui se manifestent à court terme, sont évaluables, ou mesurables.
— Le contenu est à penser en terme de curriculum pour une progression intellectuelle en prise avec le monde sur l’ensemble des 5 années, le programme et l’évaluation sont à penser après.
— Il faut chercher à faire prendre conscience des méthodes utilisées
— Il ne faut pas rejeter la question naïve “ à quoi ça sert” mais l’affronter en la déplaçant
— Il faut avoir le souci d’intégrer dans l’organisation du contenu les références à l’expression , la communication, la réflexion sur le travail effectué

Pourquoi enseigner les mathématiques

Les mathématiques sont utiles au plus grand nombre, elles s’inscrivent dans les savoirs nécessaires pour participer à la vie en société et se débrouiller dans les circonstances courantes de la vie professionnelle et quotidienne. Il reste à déterminer de quel stock de connaissances techniques et pratiques il s’agit.

Tout individu pense, discute, argumente, décide, pour lui ou pour les autres ; il identifie, différencie et compare, il évalue une situation à l’égard d’une autre, il classe....

Les mathématiques procèdent ainsi, mais sous une forme hautement symbolisée, tendues par un désir de maîtrise totale et marquées par des pratiques d’artisans : identifier et différencier, intégrer la multiplicité dans l’un en gardant la mémoire du multiple, mesurer l’obstruction à pouvoir le faire, dégager une structure, classifier, caractériser , lire une situation à travers une autre pour pouvoir la travailler...De là, elles énoncent des résultats “vrais” à caractère universel et qui sont nécessairement ce qu’ils sont.

L’histoire montre qu’elles ne s’élaborent pas de façon linéaire mais aux prises avec des problèmes, elles offrent une prise rationnelle sur le monde , et d’une certaine manière en donnent une épure idéalement simple.

Elles restent en prise sur le monde parce qu’elles construisent des idées générales ,prennent du recul par rapport à la réalité ; cet écart permet de la voir mieux et de revenir dessus. De ce fait elles s’intègrent dans d’autres disciplines comme élément hétérogène et productif ; elles sont omniprésentes et souvent invisibles.

Dans une société pénétrée par les techniques, elles apportent à ceux à qui elles sont enseignées un bénéfice intellectuel au delà des connaissances pratiques élémentaires et courantes (ce qui reste quand les programmes sont oubliés), mais à condition d'être des mathématiques et pas un système de droits et de non-droits , de règles cherchant à adapter l'enfant à des formes répertoriées de questions, des "messages" dont on évaluera la "réception" et le "traitement", à condition de ne pas faire semblant et de transmettre réellement un contenu de savoir, à condition de faire entrer l'élève dans les savoirs existants, à le faire s'exercer pour le conduire à une autonomie et une créativité propre, en pensant son activité mathématique au plus près de ce qui a fait que les mathématiques se sont construites et développées.

Quoi enseigner en mathématiques

Enseigner les mathématiques à tous, oui, mais pas dans le simulacre, et si le passage d'une pratique raisonnée à une pratique mathématique se révèle parfois impossible , autant penser faire deux enseignements de mathématiques : un enseignement obligatoire qui soit conscient de ce passage nécessaire mais n'oblige pas à le faire, un enseignement optionnel qui organise ce passage.

L'enseignement obligatoire

les nombres et les situations spatiales (calculer et disposer d'une connaissance élémentaire des figures planes et des solides permettant de traiter avec recul des situations pratiques) : problématiques de l'égalité et de la ressemblance de formes, proportionnalité... calcul d'aires ....

La mixité des mathématiques avec des problèmes qui ont concouru à leur élaboration (ce qui suivant les domaines amènera à un exercice raisonné de l'observation) beaucoup de choses peuvent rentrer dans ce cadre : cosmographie ,astronomie, le travail du géomètre, les lois du hasard, processus indéfiniment répété (l'infini), le mouvement (les transformations comme mouvement et comme déplacement d'un état initial à un état final), la sphère (cartographie)...

L'organisation de l'espace et sa représentation(les points de vue, plan, plan relief, perspective cavalière, dessins technologiques...)

Les technologies nouvelles (y a-t-il un enseignement de l'informatique possible ?)

L'enseignement optionnel

Les transformations (régularité, invariants)

Les vecteurs, barycentre, produit scalaire

Tout ce qui peut initier à l'analyse synthèse

Logique des propositions et langue française

Un vrai problème concret à traiter profondément

MATHEMATIQUES AU COLLEGE, QUOI, POURQUOI ?

Claude TISSERON

I — La quadrature du cercle ou les contraintes du système

L'enseignement des mathématiques comme discipline spécifique est asujetti à diverses contraintes dans son fonctionnement et mis au défi de répondre à des demandes variées.

Les principales contraintes

Nous en relevons trois : les finalités sociales du collège, les tensions sur les contenus, les champs visés par l'enseignement au collège

Les finalités sociales du collège lui donnent deux orientations de fait :

— être une école moyenne pour un enseignement de base et de masse accessible dans des conditions de passage de classe qui ne sont plus toujours prioritairement subordonnées aux connaissances acquises; dans ce contexte les orientations de l'institution relatives aux programmes ont tendance à diminuer la quantité des exigences en terme de contenu.

— préparer aux études secondaires puis supérieures pour une proportion de plus en plus élevée d'élèves d'une classe d'âge donnée, avec des contenus pilotés par le lycée. Pour les enseignant, cette orientation est peut être plus importante que la première.

Les tensions sur les contenus : elles sont liées aux deux finalités des connaissances enseignées : leur fonctionnalité pour permettre aux élèves d'entrer ensuite dans la vie professionnelle, leur importance «culturelle» comme instruments de compréhension et de structuration de la pensée d'une part et d'action sur le monde d'autre part. Si la demande sociale est plus proche de la première, les enseignants ont une position plus proche de la seconde. Pour notre objet, il est essentiel de noter qu'elles se rejoignent sur l'importance d'une «culture scientifique» dans laquelle les mathématiques ont leur place comme systèmes d'études réglé d'objets de pensée généraux susceptibles d'applications indéfinies.

Ces tensions sur les contenus se manifestent sous une autre forme dans les logiques d'apprentissage qui évoluent entre accumulation et intégration.

les champs visés par l'enseignement au collège: ils sont en relation avec les contenus d'apprentissage comme connaissances (champ cognitif) et méthodes (champ méthodologique) et avec l'organisation de cet apprentissage comme instrument de formation et de socialisation (champ éducatif).

Ces contraintes nécessitent plus que jamais que l'enseignement permette aux élèves de construire le sens de leurs apprentissages en lien avec la fonctionnalité de leurs connaissances (contenus et méthodes) comme instruments permettant de penser et de comprendre le monde.

Le sens des mathématiques par leur efficacité à résoudre des problèmes internes à cette discipline n'est peut être plus suffisant dans un contexte culturel et social où le savoir mathématique n'est plus à lui même sa propre fin comme objet d'apprentissage.

II — Mathématiques au collège, lesquelles, pourquoi ?

Les remarques ci-dessus sur les contraintes suggèrent de proposer une organisation des apprentissages privilégiant le champ des pratiques sociales comme origine des contenus d'apprentissage. Il s'agit donc de prendre d'une part de prendre en compte des pratiques réelles ou plausibles (nombres négatifs, nombres décimaux...astronomie) et d'autre part de problématiser l'étude des mathématiques à un double niveau.

Au niveau des méthodologies, des paradigmes organisateurs existent, ils sont associés à des procédures de validation ou de contrôle spécifiques (les problématiques de l'A.P.M.E.P. en fournissent une bonne description):

— L'expérimental : faire des dessins, lire et mesurer sur le dessin; faire des calculs approchés (avec ou sans contrôle d'erreur d'approximation).

— La modélisation : la géométrie comme description et représentation de l'espace, les probabilités.

— L'universel théorique : la géométrie déductive, l'algèbre...Si l'organisation en théories globale n'est à envisager que plus tard, le sens de ces approches est cependant étroitement lié à un contexte de théorisation.

Au niveau des contenus, outre les techniques qui restent à acquérir comme outils, les problèmes peuvent donner une place plus importante à des domaines comme la cosmologie, l'arithmétique...

Le manque de théorisation (déja présent) peut s'accompagner du développement de techniques «affaiblies» sous une forme limitée à la résolution d'exercices types. Ce risque peut être compensé par la variété et la richesse des situations les mettant en œuvre d'une façon mathématiquement pertinente.

Les objets d'apprentissage sont inséparables dans leur esprit des méthodes pour les étudier.

De ce point de vue il convient de faire jouer à plein le texte des programmes «les activités de formation, distinctes des travaux d'évaluation portant sur les connaissances exigibles seront aussi riches et diversifiées que possible. Elles seront aussi l'occasion de mobiliser et de consolider les acquis antérieurs dans une perspective élargie». Pour cela, le développement de pédagogies de «mini projets» ou mini études permettant le travail en équipe sur des activités complexes à court, moyen ou long terme, intégrant l'activité mathématisante dans une dimension sociale importante.

QUELQUES IDEES FORTES POUR UNE SYNTHESE

Qu'apporte une pratique assidue([1]) des mathématiques ?

Dès l'école primaire, l'activité mathématique *développe la rationalité*([2]) et familiarise l'élève avec les *démarches individuelles et sociales qui permettent d'établir la vérité*. Quand et pourquoi une affirmation mathématique est-elle vraie ? Pourquoi tel argument est-il recevable ? Pourquoi tel autre est-il à rejeter ? Qui établit et garantit la vérité ? Par quels moyens ? Peut-on la remettre en questions ?

L'activité mathématique met en œuvre des idées suffisamment générales, des objets suffisamment abstraits pour *prendre du recul par rapport à la réalité, pour mieux l'appréhender et pour pouvoir la modéliser*. Omniprésentes et invisibles dans la plupart des activités humaines, les mathématiques sont (c'est une de leurs multiples facettes) une discipline au service de toutes les autres.

Faire des mathématiques, c'est aussi *traiter de l'information abstraite*([3]) : trier, sélectionner, rejeter, choisir, rapprocher, critiquer. Activité intellectuelle constante et capitale dans la société actuelle, sa maîtrise est une condition pour s'y insérer utilement.

Modéliser, c'est extraire d'une information *surabondante, celle qui paraît pertinente par rapport au problème posé* et en négliger d'autres (consciemment et peut-être provisoirement). C'est interroger le modèle, le remettre en cause, en débattre, en concevoir d'autres, mieux adaptés. Cette pratique, courante en mathématiques, est le cœur même de la démarche scientifique.

Les mathématiques pratiquées dans de bonnes conditions([2]) *confèrent des compétences* *professionnelles directes ou induites* : approche rationnelle des problèmes, esprit de méthode, qualités d'imagination, de remise en cause et de jugement. Elles favorisent une bonne insertion dans l'entreprise et une participation utile aux débats sur l'organisation du travail en son sein (s'adapter ou résister aux changements "inéluctables").

Les mathématiques([2]) fournissent au *citoyen des instruments de compréhension, de contrôle et de critique*, face aux discours qui cherchent à le séduire ou à le manipuler. Dans un environnement technique et scientifique, *la démocratie requiert, par son mode de fonctionnement, l'accès du plus grand nombre à cette culture scientifique de base.*

La pratique assidue([2]) des mathématiques induit *un regard nouveau sur le monde*, une autre organisation du raisonnement, des modes de représentation souples, une meilleure maîtrise du discours, la capacité de bien saisir un problème avant d'en rechercher des solutions, une pensée plus puissante et plus libre. Elle développe l'imagination et la créativité. Elle est source de plaisir.

Spécificité des mathématiques.

En mathématiques, l'erreur peut être débusquée sans humilier celui qui l'a commise : elle est indissociable de la démarche mathématique qui progresse en tirant parti des erreurs commises (la science progresse "de rature en rature"). C'est un domaine où un élève, *avec peu de connaissances*, peut avoir raison contre plus savant que lui, où il peut trouver une solution plus rapide ou plus élégante que celle de son professeur.

Les mathématiques offrent un accès privilégié à *la gestion individuelle et sociale de la vérité et de la décision*. La force du raisonnement mathématique opère même sur des modèles très simples, dès l'école élémentaire.

Les mathématiques enseignées dans le cycle obligatoire constituent *un monde épuré*, où les objets et les réseaux de connaissances mis en jeu peuvent être exhibés de façon exhaustive([4]). Les inégalités culturelles des élèves y jouent, au départ, un rôle moindre que dans d'autres disciplines.

C'est *un univers de signes et de symboles* définis avec précision et sans ambiguïté et qui permettent d'exprimer une pensée. Dans le monde actuel où l'on passe beaucoup de temps à lire, à écrire et à compter (évaluer) au moyen de signes et de symboles abstraits, les mathématiques permettent d'aborder la complexité et apprennent à s'y mouvoir.

En un temps relativement court, on peut faire des prévisions, les tester, acquérir des certitudes (ou changer d'approche en cas d'échec). L'activité mathématique permet de traiter en peu de temps un problème complet. Du point de vue de l'institution scolaire, elle offre *un excellent rendement par rapport au temps*.

Contenus et méthodes.

A tous les élèves de l'enseignement obligatoire, il faut proposer *des bases minimales pour asseoir une pensée rationnelle, permettre une technicité professionnelle et une vie citoyenne.*

On peut énumérer quelques *noyaux durs de cette formation souhaitée*, en les organisant de différentes manières et en pointant les liens, les interactions et les synergies entre les domaines.

— L'univers des nombres, des grandeurs et leurs traitements.

— L'algèbre et la résolution de problèmes numériques.

— L'organisation et la représentation de l'espace, les bases de la géométrie.

— La gestion de données et leur traitement.

L'études des grandes questions d'où sont issues les mathématiques (avec l'établissement de liens historiques), en insistant sur les relations et sur les interactions entre elles :

— l'arithmétique.

— l'astronomie

— géométrie.

— lois du hasard.

— et l'infinitésimal.

— Le mouvement.

— La combinatoire.

Quelques méthodes sont préconisées :

— Expérimenter, modéliser, diversifier les situations.

— Utiliser fréquemment les outils de base au cours de l'année et au fil des ans *pour que l'élève les assimile durablement*.

— Recenser les termes et notions mathématiques qui interviennent dans l'existence quotidienne (y compris dans l'information et les loisirs) et *leur donner un contenu précis et scientifique*.

— Travailler *en équipe* sur des mini-projets. Introduire des activités qui *supposent la durée*.

— Utiliser *à bon escient l'outil informatique* pour visualiser, conjecturer, faire de la recherche documentaire, organiser et traiter des données.

— Valoriser *l'originalité et la créativité*.

Tensions et contradictions.

La nécessité sociale de la réussite se heurte à de dures réalités. Il est parfois tentant de réduire les exigences pour masquer la difficulté d'amener des jeunes de plus en plus nombreux au baccalauréat. D'autant que les pressions des "usagers du système éducatif" se font insistantes...

La grande hétérogénéité des classes rend plus difficile une pratique riche et formatrice (problèmes ouverts, synthèse des connaissances et des méthodes, rigueur de la pensée et de la formulation). Il est indispensable, dans l'intérêt même des élèves, de ne pas se limiter à des activités stéréotypées, dont les résultats, faciles à évaluer, font illusion. Une réduction des horaires irait évidemment à l'encontre de ce projet.

L'insuffisante formation scientifique d'un grand nombre de professeurs d'école -auxquels on réclame une polyvalence illusoire- pose un problème fondamental : comment donner aux très jeunes élèves une idée vivante et stimulante des mathématiques si on n'en a pas soi-même l'expérience (à défaut de l'expertise) ? Comment remédier à ce déficit dont beaucoup de collègues souffrent dans leur pratique quotidienne ?.

Cette liste de tensions et de contradictions n'est pas exhaustive : chacun pourra la compléter en fonction de sa situation et de son expérience.

L'enseignement des mathématiques a connu de profondes mutations en quelques années. En dépit des critiques qu'on peut légitimement lui adresser et des contradictions que nous avons soulignées, ses qualités sont reconnues et appréciées dans le monde entier. L'esprit qui inspire notre document souffle déjà en bien des endroits. Il faut continuer à réfléchir et à œuvrer pour que l'immense investissement scolaire permette de mieux former les jeunes à l'imagination, à la clarté et à la rigueur pour vivre et agir efficacement dans une société de plus en plus complexe. Les mathématiques occupent dans ce projet une place essentielle.

Pour le comité scientifique

G. Kuntz.

Notes :

1 Dans notre esprit, il s'agit d'une pratique de résolution de problèmes qui met en œuvre les connaissances enseignées et nécessite de fréquents retours sur ces connaissances pour les approfondir et les fixer. L'activité de résolution de problèmes forge des outils précieux en-dehors du cadre dont ils sont issus et enrichit les connaissances et les compétences de l'élève. Son implication personnelle dans ces démarches est essentielle. Elles lui apprennent un questionnement, un esprit critique. Elles développent l'imagination et le pouvoir créatif, composantes essentielles de la rationalité.

2 Les mathématiques ne sont évidemment pas le seul lieu où la rationalité se développe. Toute activité intellectuelle qui définit ses concepts avec rigueur et approfondit leur signification a des vertus dans ce domaine.

3 Traiter de l'information, c'est mettre en relation des données avec un réseau de connaissances en vue d'un résultat déterminé. Dans ce domaine, la spécificité des mathématiques de l'enseignement obligatoire réside dans la possibilité d'exhiber, de façon exhaustive, le réseau de connaissances nécessaire à la résolution d'un problème (objets, définitions et théorèmes).

4 Voir "Conjectures sur l'utilité d'une formation mathématique pour la vie économique et sociale" pages 8-11 dans Repères-Irem n°18.