Situation de modélisation n°2 : le déménagement
Fiche enseignant.e

Groupe "Analyse et modélisation au lycée" de l'IREMI de Grenoble[*]

8 juillet 2025

Table des matières

[*]Marie Busser (INSPE de Grenoble), Damien Jacquemoud (Lycée Frison-Roche, Chamonix), Hélène Langlais (Lycée du Mont-Blanc, Passy), Cyril Masson (Lycée du Mont-Blanc, Passy), Florence Michon (Lycée Frison-Roche, Chamonix), Raphaël Rossignol (Univ. Grenoble Alpes) et Iulia Tunaru (Univ. Grenoble Alpes)

1 Introduction

Cette activité[1] est la deuxième étape du parcours “Mesurer, remplir”. Les objectifs principaux sont de travailler les stratégies de résolution des problèmes d'empilement pour préparer la dernière activité du parcours (Ping-pong) et de rappeler le cycle de modélisation.

2 Énoncé

Malika et sa famille déménagent et ont à disposition un camion de dimensions 4 m$\times$ 2 m $\times$ 2 m ainsi que des cartons de deux tailles différentes (petits ou grands). Les dimensions de ces cartons sont indiquées dans le tableau ci-dessous. Ils doivent choisir UNE SEULE taille de cartons et ils souhaitent remplir au maximum le camion. Quel type de carton leur conseilleriez-vous ?

Rendu : hypothèses faites, description de votre raisonnement (phrases et dessins), calculs. (45 min)

Taille du carton	Longueur	Largeur	Hauteur
Petit	0,4 mètre	0,3 mètre	0,3 mètre
Grand	0,5 mètre	0,5 mètre	0,75 mètre

3 Solutions

On se fixe un critère d'évaluation de la méthode de rangement : on souhaite que le volume contenu dans les cartons que l'on peut faire rentrer dans le camion soit maximal. Il s'agit donc d'un problème d'optimisation.

On fait plusieurs hypothèses : on néglige l'épaisseur du carton. On représente l'intérieur du camion et les cartons eux-mêmes par des pavés droits. On ne met pas de limite sur le nombre de cartons que l'on peut employer.

Une question centrale est de décider ce qu'on s'autorise comme agencement des cartons. On supposera toujours que les faces des cartons sont parallèles aux faces du camion et on distinguera deux méthodes dans la suite :

— Un *rangement régulier* : cela signifie qu'on oriente tous les cartons de la même manière, et qu'on les dispose régulièrement (selon les points d'un réseau), en partant depuis une face du camion. Pour une taille de carton donnée, il existe a priori $3! = 6$ façons d'orienter ce carton. Mais comme les tailles indiquées ont deux dimensions de même longueur et une troisième dimension de longueur distincte – nous dirons "distinguée" – et que le camion a aussi deux dimensions de même longueur et une longueur distinguée, il suffit en fait de décider si on oriente la longueur distinguée du carton dans le sens de la longueur distinguée du camion, ou non. Cela donne 2 orientations possibles.

— Un *rangement semi-régulier* : on commence à remplir de manière régulière en utilisant une des orientations de la méthode précédente, en partant depuis une face du camion. Quand on

1. Cette activité est inspirée d'un problème PISA : https://pisa2022-questions.oecd.org/platform/index.html?user=&unit=MAT/MA118-MovingTruck&lang=fra-ZZZ

ne peut plus le faire, on choisit une nouvelle orientation, et on l'applique à l'espace restant. On continue de la sorte jusqu'à ce qu'on ne puisse plus faire rentrer un seul carton.

Afin de pouvoir encoder aussi les empilements dans les espaces vides intermédiaires de la méthode semi-régulière, qui auront potentiellement 3 dimensions distinctes, nous définissons l'encodage suivant pour l'orientation des cartons avec 2 dimensions identiques (notées x) et une distinguée (notée d) dans un pavé quelconque $L \times L \times h$ qui pourrait être soit le camion entier ($L = 4$ m, $l = 2$ m, $h = 2$ m) soit l'espace restant intermédiaire (même orientation que le camion).

- O_1, notée aussi $Ld - lx - hx$:
  - Longueur - dimension distinguée carton
  - Largeur - dimension non-distinguée carton
  - Hauteur - dimension non-distinguée carton

  On place la dimension distinguée du carton parallèlement à la longueur du camion/de l'espace vide et on obtient $\lfloor \frac{L}{d} \rfloor \times \lfloor \frac{l}{x} \rfloor \times \lfloor \frac{h}{x} \rfloor$ cartons.
- O_2, notée aussi $Lx - ld - hx$:
  - Longueur - dimension non-distinguée carton
  - Largeur - dimension distinguée carton
  - Hauteur - dimension non-distinguée carton

  On place la dimension distinguée du carton parallèlement à la largeur du camion/de l'espace vide et on obtient $\lfloor \frac{L}{x} \rfloor \times \lfloor \frac{l}{d} \rfloor \times \lfloor \frac{h}{x} \rfloor$ cartons.
- O_3, notée aussi $Lx - lx - hd$:
  - Longueur - dimension non-distinguée carton
  - Largeur - dimension non-distinguée carton
  - Hauteur camion - dimension distinguée carton

  On place la dimension distinguée du carton parallèlement à la hauteur du camion/de l'espace vide et on obtient $\lfloor \frac{L}{x} \rfloor \times \lfloor \frac{l}{x} \rfloor \times \lfloor \frac{h}{d} \rfloor$ cartons.

Les méthodes d'empilement suivantes sont suivies des dessins en 2D, les nombres présents représentant le nombre de cartons en hauteur pour tous les cartons orientés de la même façon.

Méthode régulière

Pour les illustrations, voir Figures 1 et 2.

- Petits cartons (O_1) :
$$\lfloor \frac{4}{0.4} \rfloor \times \lfloor \frac{2}{0.3} \rfloor \times \lfloor \frac{2}{0.3} \rfloor = 360 \text{ cartons.}$$
- Petits cartons (O_2) :
$$\lfloor \frac{4}{0.3} \rfloor \times \lfloor \frac{2}{0.4} \rfloor \times \lfloor \frac{2}{0.3} \rfloor = 390 \text{ cartons.}$$

  Soit un volume total de $390 \times 0.4 \times 0.3 \times 0.3 = 14.04$ m^3 avec O_2.

— Grands cartons (O_1) :

$$\lfloor\frac{4}{0.75}\rfloor \times \lfloor\frac{2}{0.5}\rfloor \times \lfloor\frac{2}{0.5}\rfloor = 80 \text{ cartons.}$$

— Grands cartons (O_2) :

$$\lfloor\frac{4}{0.5}\rfloor \times \lfloor\frac{2}{0.75}\rfloor \times \lfloor\frac{2}{0.75}\rfloor = 64 \text{ cartons.}$$

Soit un volume total de $80 \times 0.75 \times 0.5 \times 0.5 = 15$ m^3 avec O_1.

On a donc intérêt, avec cette méthode, d'utiliser des grands cartons, et de placer la hauteur du carton parallèlement à la longueur du camion. C'est ce qu'on conseillera à Malika et sa famille. On pourra leur expliquer qu'avec cette méthode, ils peuvent remplir 15 m^3 sur les 16 disponibles, alors qu'avec les autres méthodes, ils perdent au moins 0.96 m^3. Néanmoins, il reste 1 m^3 de vide et comme le volume d'un grand carton est de 0.1875 m^3, cela laisse la possibilité que de meilleures solutions existent même pour les grands cartons.

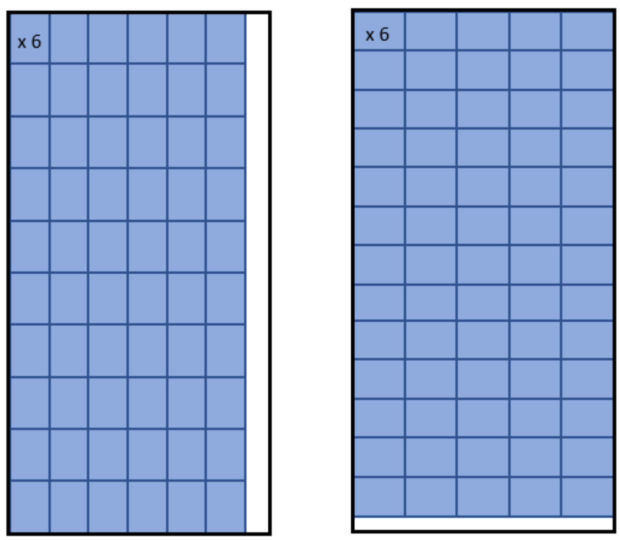
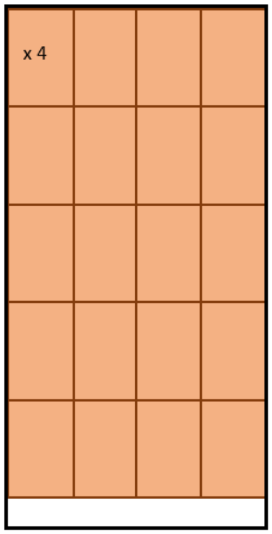


FIGURE 1 – Orientations O_1 à gauche et O_2 à droite pour petits cartons

Méthode semi-régulière

— Petits cartons : quelle que soit l'orientation des cartons, il reste à la fin de la méthode régulière des espaces (visibles sur les figures) qui sont des pavés droits dont une dimension est 0.2 m (O_1) ou 0.1 m (O_2) ou un espace en hauteur dont une dimension est 0.2 m. Ces dimensions sont strictement inférieures à la plus petite dimension du carton (0.3 m). Donc la méthode semi-régulière n'apporte rien par rapport à la méthode régulière.

— Grands cartons : Si on commence avec O_1, il reste un espace qui est un pavé droit dont une dimension est 0.25 m, strictement inférieur à toutes les dimensions du carton, donc on ne peut plus mettre de carton.



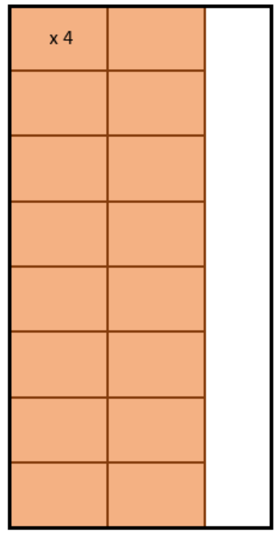


FIGURE 2 – Orientations O_1 à gauche et O_2 à droite pour grands cartons

— Grands cartons $O_2 - O_1$: en commençant par O_2, on peut continuer la méthode semi-régulière avec O_1 comme dans la Figure 3, mais on doit s'arrêter là car il reste 0.25 m × 0.5 m × 2 m. Cela fait :

$$\lfloor \frac{4}{0.5} \rfloor \times \lfloor \frac{2}{0.75} \rfloor \times \lfloor \frac{2}{0.5} \rfloor + \lfloor \frac{4}{0.75} \rfloor \times \lfloor \frac{0.5}{0.5} \rfloor \times \lfloor \frac{2}{0.5} \rfloor = 64 + 20 = 84 \text{ cartons.}$$

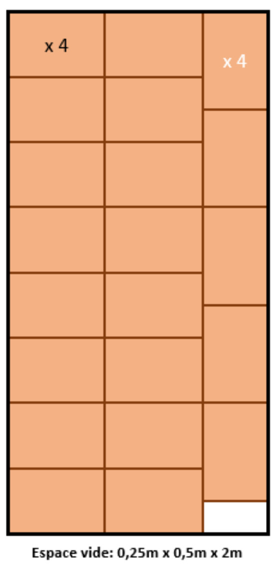


FIGURE 3 – Configuration $O_2 - O_1$ pour les grands cartons avec la méthode semi-régulière

— Grands cartons $O_2 - O_3 - O_1$: si on commence avec O_2 mais on continue avec O_3, on peut ainsi ajouter 16 cartons (étage 1 dans la Figure 4) :

$$\lfloor \frac{0.5}{0.5} \rfloor \times \lfloor \frac{2}{0.75} \rfloor \times \lfloor \frac{4}{0.5} \rfloor = 16 \ \text{ cartons.}$$

Il reste alors un espace vide qui est un pavé droit de dimensions 4 m $\times$ 0.5 m $\times$ 0.5 m . On peut alors disposer 5 cartons dans cet espace, avec O_1 (étage 2 dans la Figure 4). Cela permet de mettre 5 cartons supplémentaires. Au final, on a $64 + 16 + 5 = 85$ cartons. Il reste un espace vide de $0.25 \times 0.5 \times 0.5 = 0.0625$ m^3. Ce volume est strictement inférieur au volume d'un grand carton, donc on ne peut pas faire mieux avec des grands cartons.

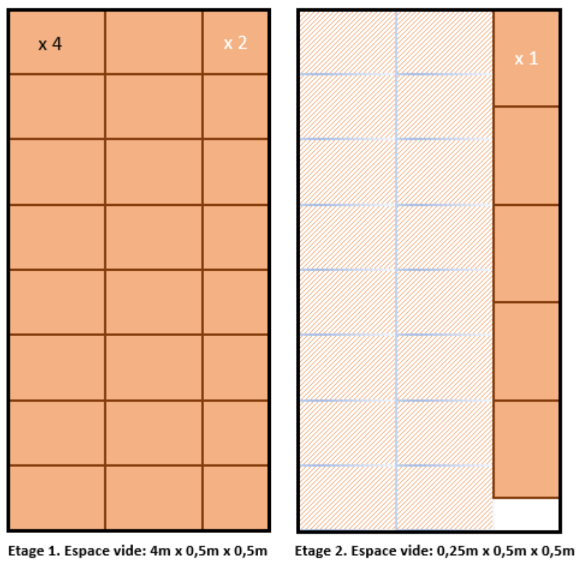


FIGURE 4 – Configuration $O_2 - O_3 - O_1$ pour les grands cartons avec la méthode semi-régulière

On a donc intérêt, avec cette méthode, d'utiliser des grands cartons, et de placer d'abord la hauteur du carton parallèlement à la largeur du camion, puis quand on ne peut plus rajouter de carton dans ce sens, de placer la hauteur du carton parallèlement à la hauteur du camion, et enfin, quand on ne peut plus procéder ainsi, de placer dans l'espace restant 5 cartons avec la hauteur du carton parallèlement à la longueur du camion. C'est ce qu'on conseillera à Malika et sa famille. On pourra leur expliquer qu'avec cette méthode, ils peuvent utiliser 85 grands cartons, remplir ainsi 15.9375 m^3 sur les 16 disponibles, et qu'ils gagnent 0.9375 m^3 par rapport à la méthode régulière.

Remarquons que la méthode semi-régulière est optimale pour les grands cartons parmi toutes les méthodes, et ceci quelle que soit la méthode (même une méthode éventuellement différente de la méthode semi-régulière). En effet, quelle que soit la méthode, si n est le nombre de grands cartons utilisés, on a nécessairement $n \times dx^2 \leq L \times l^2$, donc $n \leq \left\lfloor \frac{Ll^2}{dx^2} \right\rfloor = 85$.

Par contre, pour les petits cartons, l'espace restant avec les méthodes étudiées est plus grand qu'un petit carton : 1 m^3 pour O_1 et 4 m^3 pour O_2. L'argument ci-dessus donne que le nombre n de petits cartons utilisés vérifie, quelle que soit la méthode, $n \leq 444$, loin des 390 obtenus avec la méthode régulière. On peut donc se demander s'il ne serait pas possible d'avoir une méthode (ni régulière ni semi-régulière) qui permette de mettre plus de petits cartons, voire de faire mieux qu'avec les grands cartons, cf. la section 7.

4 Objectifs envisageables

Même si l'objectif principal de l'activité est de travailler la représentation et les calculs dans des problèmes d'empilement en trois dimensions, certains aspects de modélisation peuvent être mis en avant également (cf. Figure 5).

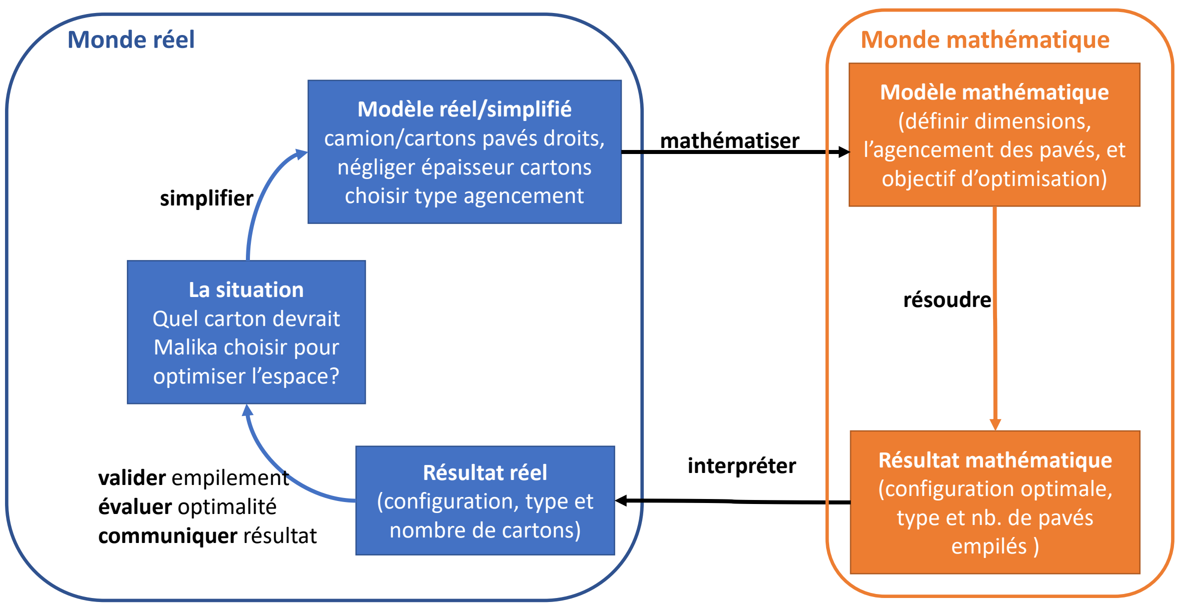


FIGURE 5 – Cycle de modélisation pour la situation déménagement

Simplification du modèle réel Pour répondre à la question initiale, nous devons dans un premier temps faire des simplifications assez naturelles (assimilation des cartons et du camion à des pavés droits avec des épaisseurs négligeables) mais aussi choisir une façon systématique d'agencer les cartons, sans laquelle le modèle mathématique ne pourrait pas être facilement exprimé. Ces deux étapes seront d'ailleurs séparées dans le cycle de l'activité suivante qui deviendra ainsi plus complexe.

Interprétation L'étape d'interprétation du résultat est assez directe mais le résultat reste pourtant contre-intuitif pour certains élèves/étudiants qui avaient formulé la conjecture qu'il faudrait utiliser les petits cartons pour remplir au mieux le camion.

Evaluation et validation La validation de l'empilement proposé est réalisée avec les dessins mais on pourrait s'imaginer de le faire avec des modèles réduits de pavés en bois de différentes tailles.

L'étape indispensable est l'évaluation de différents empilements à travers le calcul du volume total occupé. La comparaison entre l'espace restant et le volume d'un carton permet de discuter l'optimalité de la solution proposée.

Communication du résultat Nous vous recommandons à veiller à ce que les élèves présentent une recommandation claire à Malika et sa famille. Pour simplifier le cycle, la communication du résultat apparaît conjointement avec la validation et l'évaluation du modèle. Dans la prochaine activité ces deux étapes seront également séparées.

5 Guide pour l'enseignant.e

Cette activité pourrait se travailler en deux temps : 50-55 minutes de réflexion par groupe et rédaction d'un compte rendu (bien prévoir 20 minutes pour la rédaction), suivis d'une mise en commun d'environ 30 minutes avec correction et discussion des objectifs de modélisation.

D'après nos expériences, plusieurs groupes arriveront à des résultats corrects en terme de nombres de cartons mais peu d'entre eux auront des dessins clairs et des mentions d'optimalité. Si certains élèves ont fait des dessins clairs, il serait idéal de les projeter et les laisser présenter leur solution devant la classe.

Pour ce deuxième cycle de modélisation du parcours, nous vous conseillons de le projeter avec les cases vides et de le compléter avec les élèves.

Un exemple de trace écrite possible est donnée en annexe.

6 Observations expérimentales

Vous pouvez trouver dans la table 1 une proposition de grille d'évaluation pour les compte-rendus.

Plusieurs difficultés ont été observées pendant une expérimentation en année propédeutique :

- Beaucoup d'élèves ne font aucun dessin, et se ruent sur un calcul du type "volume du camion sur volume d'un carton". Il semble qu'au moins pour certains, il y ait un réflexe, en maths, de privilégier une manipulation algébrique au détriment d'une réflexion préliminaire à l'aide de croquis. Sans cette étape, les contraintes géométriques ne sont pas prises en compte.
- Après avoir compris que cela ne donnait pas la solution, les élèves ayant fait un calcul par quotient de volume ne voient pas ce que leur calcul peut tout de même leur apporter (en l'occurrence une borne supérieure sur le nombre de cartons que l'on peut mettre dans le camion). La gestion de l'erreur mériterait d'être explicitement discutée. Par ailleurs, la notion de borne supérieure et inférieure ne semble pas encore bien acquise mais cela est justement un des objectifs de la prochaine activité du parcours.
- La possibilité de faire une méthode semi-régulière n'est pas évidente, et surtout difficile à visualiser sans matériel en 3 dimensions. Cependant, mettre à disposition un matériel pour

	0 (non-acquis)	1 (en cours d'acquisition)	2 (acquis)
Présentation des résultats	Manque de dessin ou de schéma clair, manque de conclusion, non-respect de la consigne	Des tentatives de dessins plus ou moins aboutis, quelques explications sur la méthode de calcul, mise en évidence des résultats sans conclusion précise	Des dessins suffisamment clairs et accompagnés d'explications ou d'une visualisation claire de la méthode de calcul, résumé des résultats, conclusion
Exploration des solutions d'empilement	Pas d'exploration de plusieurs solutions d'empilement valides, la borne supérieure sur le nombre de cartons est présentée comme solution valide	Les 4 possibilités d'empilement régulier sont explorées, si la borne supérieure est calculée elle n'est pas présentée comme une solution valide	Les empilements réguliers et semi-réguliers sont explorés, la borne supérieure est utilisée judicieusement pour discuter l'optimalité, la conjecture des petits cartons (si mentionnée) est invalidée
Travail sur l'optimisation	Aucune mention du volume ou discussion de l'optimalité des solutions trouvées	Les volumes sont calculés pour chaque solution mais l'optimalité des solutions n'est pas abordée	Les volumes sont calculés pour chaque solution et l'optimalité des solutions est discutée (confirmée ou infirmée en fonction des résultats disponibles)

Table 1 – Grille d'évaluation pour les compte-rendus.

tester les empilements aurait beaucoup d'impact sur la façon de raisonner des élèves, car il serait possible de construire divers empilements et ensuite compter le nombre de pavés. Notre hypothèse est que dans ce cas, la visualisation en $3d$ et la recherche d'un algorithme de remplissage seraient peu ou pas du tout travaillées.

— La conjecture des petits cartons qui donnerait forcement la solution optimale est parfois énoncée explicitement mais la recherche de l'optimalité par des raisonnements sur le volume restant est peu formalisée dans les compte rendus.

7 Prolongements possibles

7.1 Nombre optimal de petits cartons

La question est la suivante : si on s'autorise à placer les petits cartons de manière irrégulière, tout en conservant la contrainte de parallélisme aux faces du camion, quel est le nombre maximal de petits cartons que l'on peut faire rentrer dans le camion ? Et cela permet-il de faire mieux qu'avec les grands cartons ?

Nous n'avons pas de réponse définitive à cette question mais quelques éléments de réponse.

Tout d'abord, comme indiqué plus haut, par un argument de volume, on a une borne supérieure sur le nombre maximal de petits cartons de 444, ce qui donne un volume utilisé de $15,984$ m^3, ce qui serait à peine plus que les $15,9375$ m^3 obtenus avec les grands cartons par une méthode semi-régulière. Concrètement, si on veut faire mieux avec les petits cartons on devrait en mettre au moins $\left\lfloor \frac{15,9375}{0,3^2\times 0,4} \right\rfloor + 1 = 443$, sachant qu'on peut mettre au maximum 444.

En termes de hiérarchisation des hypothèses, il n'est pas clair qu'il soit très utile de dépenser de l'énergie à trouver une solution irrégulière pour les petits cartons qui serait à peine meilleure que pour les grands cartons. En tout cas, dans le contexte du déménagement de la famille de Malika. On peut imaginer que l'incertitude sur les cartons, la présence de recoins à l'intérieur du camion ou autres écarts aux hypothèses initiales ne ruinent l'effort consistant à trouver une solution à peine meilleure que celle déjà connue (sans compter la difficulté à reproduire en vrai l'agencement irrégulier trouvé sur papier). Le contexte serait différent si on était dans une situation industrielle, avec des hypothèses de tailles de parallélépipèdes finement vérifiées et où un gain de $0,3\%$ en volume pourrait représenter une quantité d'argent suffisante pour investir du temps dans la recherche d'une solution optimale avec les petits cartons.

Si on fait fi de ces dernières considérations, la question reste amusante et on peut apporter les éléments suivants : amélioration de la borne sup puis de la borne inf sur le nombre de petits cartons.

Dans la suite, on prend comme unité le décimètre. Tout d'abord, sur chaque coupe de dimension 20×20 les cartons forment un "pavage" (pas forcément complet) avec des rectangles 3×3 ou 3×4. La surface est de 400 dm^2 et les surfaces des rectangles sont divisibles par 3, donc il reste toujours au moins 1 dm^2 non-pavé car le plus grand multiple de 3 inférieure à 400 est 399. Ceci étant valable sur une longueur de 40 dm, cela implique que les petits cartons ne peuvent paver qu'au plus un volume de $40\times 20\times 20 - 40$ dm^3. Or la partie entière de $(40\times 20\times 20-40)/(4\times 3\times 3)$ est 443. Donc on ne peut pas mettre plus de 443 petits cartons dans le camion. Cela donne un volume maximal de $15,948$ m^3, encore plus proche des $15,9375$ m^3 obtenus avec les grands cartons par une méthode semi-régulière. Donc, pour faire mieux avec les petits cartons, on devrait en mettre exactement 443 en sachant que plus n'est pas possible.

Pour ce qui est de l'amélioration de la borne inférieure, on peut montrer qu'il est possible de placer au moins 435 petits cartons avec un agencement irrégulier en conservant les faces parallèles aux faces du camion, cf. Figure 6. Nous n'avons pas de preuve que l'on ne puisse faire mieux avec les petits cartons. La conclusion de cette partie est que le volume maximal que l'on peut remplir avec les petits cartons est compris entre $15,66$ m^3 et $15,948$ m^3.

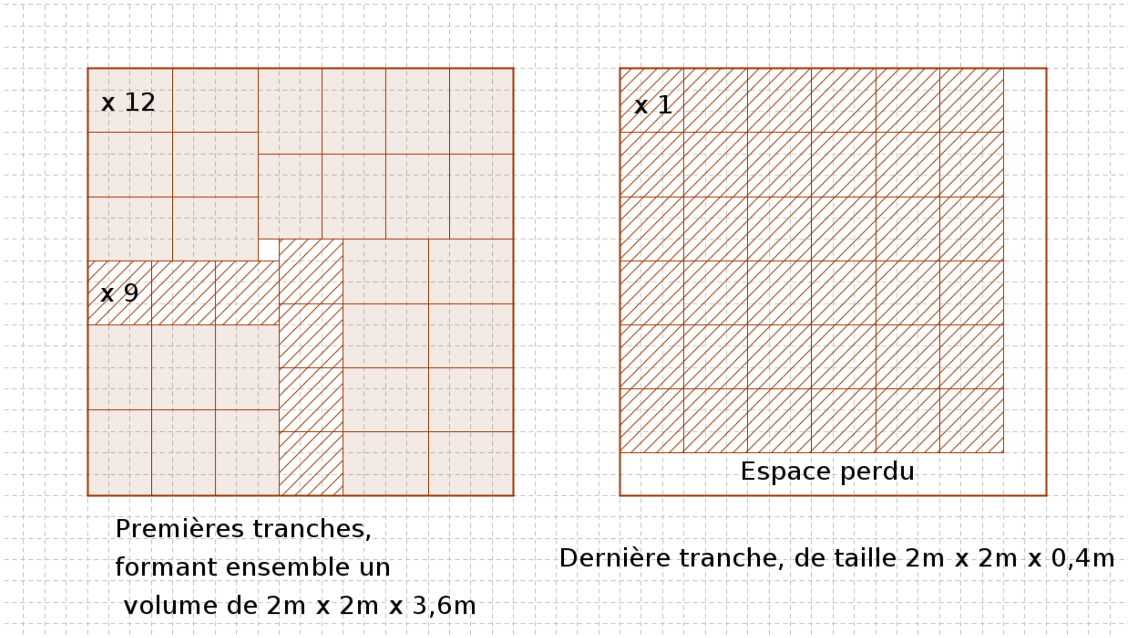


FIGURE 6 – Un agencement irrégulier avec 435 petits cartons

7.2 Autres pistes

Voici plusieurs pistes d'approfondissements que nous n'avons pas testées, mais qui nous semblent intéressantes.

— Parmi les 3 orientations possibles du rangement régulier pour les cartons ayant deux dimensions de même longueur, était-il possible de prévoir à l'avance quelle était l'orientation optimale ?

— Autorisation à mélanger petits et grands cartons.

— Influence des dimensions du camion sur le choix optimal de cartons.

— Prise en compte de l'épaisseur du carton (la proportion de volume utile n'est alors pas la même pour les petits et les grands cartons).

— Comment calculer le nombre de façons d'orienter les cartons parallèlement aux faces du camion lorsque des faces du cartons et/ou du camion sont indistinguables. Quelle serait la généralisation ?

— Travailler sur l'intuition de certains élèves selon laquelle les petits cartons rempliraient mieux l'espace. Plusieurs raisons peuvent être à l'origine de cette intuition. Cela peut être une conséquence du calcul de la borne supérieure sur le nombre de cartons : 385 sur les grands cartons et 444 sur les petits cartons, menant à un volume occupé par les petits cartons qui serait plus grand que celui par les grands cartons. Cette borne est une borne purement théorique, qui n'est pas associée à un agencement explicite. Elle peut être associée à une image mentale d'agencement "liquide", ou on oublie la contrainte de forme des cartons. Elle peut aussi être confortée par l'idée empirique qu'il est en générale plus facile de remplir un volume avec de "petits éléments", surtout lorsqu'on les met "en vrac". Dans nos calculs, le rôle des effets de bord est important, et aussi celui de la rigidité de la règle d'agencement choisie (régulière ou semi-régulière), et cette règle peut être remise en cause (pas les effets de bord).

— Influence ou non de variations légères dans les tailles de carton et conséquence d'une incertitude sur les dimensions du camion.

— Mise au point d'un algorithme testant de manière exhaustive un certain nombre d'agencements irréguliers. On pourrait conserver l'hypothèse que les faces des cartons sont parallèles aux axes. Dans ces conditions, il est vraisemblable que vu le nombre de cartons mis en jeu, le nombre de configurations à tester soit exponentiel en le nombre de cartons, ce qui rendrait beaucoup trop longue la recherche exhaustive. Cela pourrait permettre d'aborder le fait que certains problèmes d'optimisation dits "NP-durs" sont aujourd'hui inaccessibles malgré la puissance de calcul des ordinateurs [2].

— On pourrait remettre en cause l'hypothèse que les faces des cartons soient parallèles aux faces du camion.

2. Ce problème de déménagement est connu comme un problème du sac à dos tri-dimensionnel ou "$3d$-knapsack problem".

8 Annexe : exemple de synthèse écrite pour les élèves

Enoncé Malika et sa famille déménagent et ont à disposition un camion de dimensions $4m \times 2m \times 2m$ ainsi que des cartons de deux tailles différentes. Par contre, ils doivent choisir UNE SEULE taille pour optimiser le volume utilisé. Les dimensions de ces cartons sont indiquées dans le tableau ci-dessous. Quel type de carton lui conseilleriez-vous ?

Taille du carton	Dimension 1	Dimension 2	Dimension 3
Petit	0,4 mètre	0,3 mètre	0,3 mètre
Grand	0,5 mètre	0,5 mètre	0,75 mètre

Objectif L'objectif de ce problème est de rapidement rappeler le cycle de modélisation mais surtout de travailler les stratégies de résolution des problèmes d'empilement pour préparer la dernière activité sur les balles de ping-pong.

Discussion

1. Premier point de vigilance : la borne supérieure calculée par le quotient volume de camion par volume de carton ne répond pas à la question car cela ne prouve pas la possibilité de réalisation d'un empilement avec le nombre calculé de cartons. Il faut calculer à partir d'une empilement précis.
2. Deuxième point de vigilance : afin de conclure il faut calculer le volume réellement occupé par toutes les configurations.
3. On envisage un premier modèle d'empilement régulier (tous les cartons ayant la même orientation, avec 2 orientations possibles par carton). On arrive à 360 ou 390 petits cartons, donnant au maximum $14,04$ m^3 ou 64 ou 80 grands cartons, donnant au maximum 15 m^3.
4. Pour améliorer le résultat, on peut envisager un deuxième modèle semi-régulier : on commence à remplir de manière régulière en utilisant une des orientations de la méthode précédente, en partant depuis une face du camion. Quand on ne peut plus le faire, on choisit une nouvelle orientation, et on l'applique à l'espace restant. On continue de la sorte jusqu'à ce qu'on ne puisse plus faire rentrer un seul carton. Avec ce modèle appliqué aux deux types de cartons, on arrive à un volume maximal avec 85 grands cartons (voir figure) qui est aussi la borne supérieure calculée par quotient de volumes, ce qui prouve l'optimalité d'une configuration avec des grands cartons. Cela ne dit rien sur une possible meilleure configuration avec des petits cartons dans un autre modèle d'empilement plus complexe.
5. Troisième point de vigilance : la conjecture des petits cartons (plus c'est petit, plus on peut en mettre) est invalidée pour les deux modèles d'empilement étudiés.

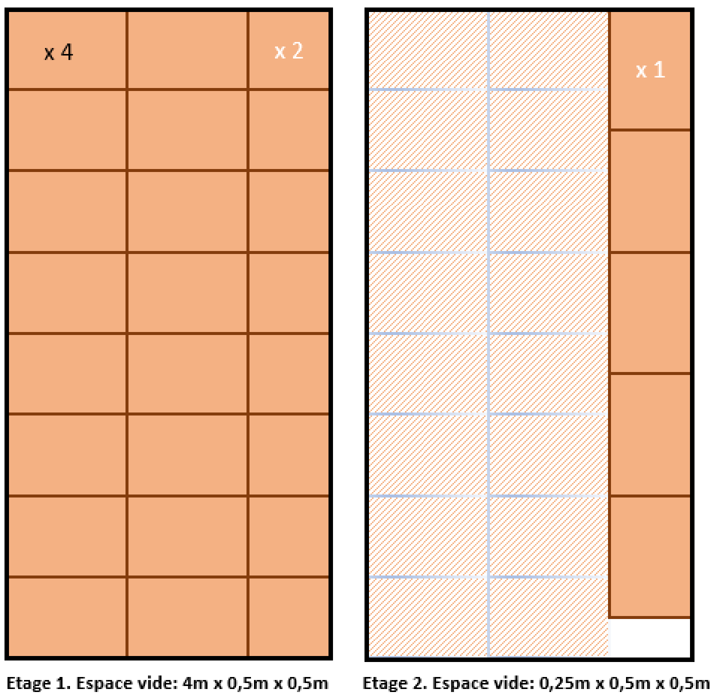


FIGURE 7 – Empilement semi-régulier avec les 85 grands cartons (0,75m x 0,5m x 0,5m). La hauteur totale des 2 étages est la hauteur du camion (4m x 2m x 2m).