ACTIVITES POUR ENSEIGNER LES TRANSLATIONS AU COLLEGE

Aurore BACK, Lycée Kleber, 67001 Strasbourg
Annabelle BONTEMS, collège du Rhin, 67410 Drusenheim
Nicolas ERDRICH, cité scolaire André Maurois, 67242 Bischwiller
Nathalie WACH, UFR de mathématique et informatique, Université de Strasbourg
Groupe : Géométrie des transformations au collège
IREM de Strasbourg

Résumé : Nous proposons une progression pour l'apprentissage des translations au collège, de la découverte à l'institutionnalisation. Les activités reposent sur la manipulation et incitent à la verbalisation. Il s'agit de rendre manifeste chez les élèves à la fois le déplacement physique d'un objet d'une position à une autre et le déplacement géométrique comme application bijective du plan, de manière à arriver à l'abstraction.

Introduction

La manière de considérer les translations dans les programmes de collège a connu de nombreuses variations.

Dans les programmes du collège inaugurés en 1985, les translations étaient enseignées de manière vectorielle en classe de troisième. On peut y lire :

- *en 4ème : Dans le plan, transformation de figures par translation ou rotation ; translation et vecteur ; polygones réguliers.*
- *en 3ème : Translation et vecteur. Egalité vectorielle. Dans le plan rapporté à un repère : effet d'un déplacement par translation sur les coordonnées d'un point, coordonnées d'un vecteur.*

Le supplément du BO n°25 du 30 juin 1988 concernant le programme de la classe de 4e précise que la translation n'a à aucun moment vocation à être présentée comme une application du plan dans lui-même. Les translations sont étudiées à travers *leur action sur une figure ou comme laissant invariant une figure* (MEN, 1988, p. 328). Les vecteurs servent à décrire les translations et sont introduits par les caractéristiques de sens, de direction et de longueur.

La translation sera reliée au parallélogramme.
Les vecteurs sont introduits « naïvement »

par direction, sens, longueur. A toute translation on associe son vecteur. Si, dans un translation A' est l'image de A et B' celle de B, on écrit :

$$\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'}$$

La notation fléchée est adoptée. En outre, il est stipulé que l'étude des translations en classe de troisième se prolonge par la construction de transformées de figures par composition de deux translations.

Ces transformations disparaissent des programmes en 2008 pour émerger à nouveau dans les textes officiels de la réforme de 2015 (BO spécial n°11 du 26 novembre 2015). La définition au programme était : *On dit que le point B est l'image du point A par la translation qui envoie le point D sur le point C si ABCD est un parallélogramme*. On faisait reposer les démonstrations entièrement sur la géométrie des parallélogrammes, sans aucun usage de vecteurs.

Dans les programmes actuels (MEN, 2020) ne figurent ni les vecteurs, ni la définition ponctuelle d'une translation. Une translation est caractérisée par son action sur les figures. Dans le programme du cycle 4, il s'agit de :

Comprendre l'effet d'une translation, d'une symétrie (axiale et centrale), d'une rotation, d'une homothétie sur une figure.
(...)
Les définitions ponctuelles d'une rotation, d'une translation, d'une homothétie ne figurent pas au programme.

Dans nos classes, nous avons constaté que les élèves pouvaient adopter deux points de vue sur la translation. Il s'agit d'une part, du déplacement physique comme mouvement continu d'un solide d'une position à une autre, et, d'autre part du déplacement géométrique comme application bijective du plan. Ce double point de vue est source intéressante de débats pour les élèves. Ils ne parviennent pas toujours à faire la relation entre les deux aspects.

A travers les activités présentées dans cet article, l'objectif est d'aider les élèves à faire le lien entre les deux points de vue. Nous proposons ainsi une progression pour l'apprentissage des translations au collège, de la découverte à l'institutionnalisation, reposant essentiellement sur la démarche « manipuler, verbaliser, abstraire ». Les manipulations d'une part illustrent le déplacement physique et d'autre part sont nécessaires pour arriver à la notion de déplacement géométrique.

La progression est la suivante : la première activité consiste à faire un bilan de connaissance et à révéler les difficultés relevant de la reconnaissance d'une transformation et du vocabulaire associé ; l'objectif de la deuxième activité est que l'élève parvienne à placer, puis à construire, l'image d'un motif simple par une translation donnée. Ici s'opère un passage de la manipulation à l'abstraction, complété dans l'activité suivante par l'utilisation des coordonnées cartésiennes. La quatrième activité sous la forme de figures téléphonées force à la verbalisation et au réinvestissement des acquis des activités précédentes. Dans un dernier temps, nous proposons un tableau synthétique, faisant office de trace écrite et portant sur l'ensemble des transformations étudiées au cycle 4.

Chaque description d'activité se présente sous le même format : l'objectif, la mise en place, l'activité proprement dite, les commentaires provenant de nos expériences et pour finir des questions flash pour réinvestir les connaissances de l'activité. De manière générale, en classe, on veillera à étaler les séquences dans le temps en évitant de les accumuler sur une période trop courte, afin de permettre l'acquisition des connaissances sur le long terme.

Tous les documents et fiches d'activité sont téléchargeables sur le site de l'IREM de Strasbourg, sur la page du groupe Géométrie des transformations au collège https://mathinfo.unistra.fr/irem/groupes-irem/geometrie-des-transformations-au-college.

Le QR-code ci-contre mène directement à cette page :

1. — Activité d'introduction aux translations

Il est intéressant d'observer à quel point le mot « translation » ne fait pas partie du vocabulaire usuel des élèves, alors que les termes « rotation » et « symétrie » sont utilisés plus facilement.

L'activité qui est présentée ci-dessous permet de voir quel est le vocabulaire utilisé spontanément par les élèves pour décrire cette transformation ; elle met aussi en évidence leurs difficultés à exprimer et décrire le déplacement correspondant à une translation.

Cette activité a été utilisée de deux manières :
— pour faire découvrir une nouvelle transformation aux élèves et surtout susciter le besoin du vocabulaire spécifique pour nommer la translation ;
— pour réactiver des souvenirs concernant les transformations en classe de 3e.
Nous avons repris le motif de la cocotte apparu dans la brochure *Ressources pour le programme de 5e*, (IREM de Strasbourg, 2007), parce qu'il est simple, figuratif, sans symétrie, avec un arc de cercle et des angles droits.

1. 1 - Mise en place

Durée : une séance de 50 minutes.
Classes : différents niveaux du cycle 4.

On propose six illustrations représentant chacune une cocotte A et une cocotte B. On demande aux élèves d'exprimer le procédé géométrique (rotation, symétrie, translation) permettant de passer de la cocotte A à la cocotte B.

Comme dans toutes les activités que nous proposons, la manipulation est extrêmement importante : les élèves doivent découper la cocotte et la déplacer dans chaque situation. On veillera à ce qu'ils la manipulent en restant dans le plan de la feuille (excepté pour la symétrie axiale) afin d'éviter les « sauts de cocotte ».

Pour contraindre les élèves à produire une trace écrite, le professeur leur fait remplir un tableau dans le cahier. La mise en commun est effectuée en récoltant les réponses des élèves, qui sont écrites au tableau, comme on le voit sur la photo ci-dessous dans les commentaires. Une discussion s'installe. Le professeur reproduit les manipulations devant tout le monde au tableau en déplaçant une cocotte décalquée par-dessus la fiche-élève projetée. Les propositions faites par les élèves sont alors confirmées ou infirmées. Pour finir, on regroupe les illustrations par transformations.

La fiche d'énoncé est distribuée aux élèves qui découpent la cocotte et répondent aux questions dans leur cahier d'exercices.

1. 2 - L'activité

1. Découper la figure ci-contre selon les pointillés.
2. Pour chaque illustration ci-dessous, trouver un procédé géométrique permettant de passer de la figure A à la figure B.
3. Décrire ce procédé dans le cahier d'exercices.

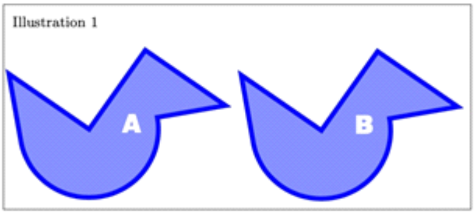


Illustration 1

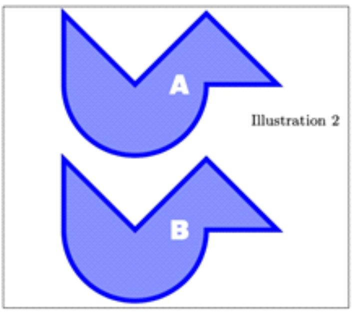


Illustration 2

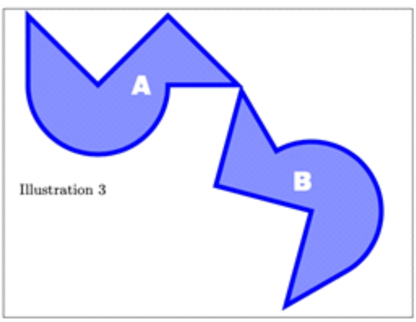


Illustration 3

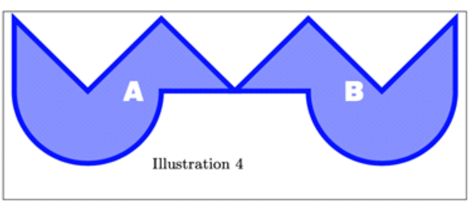


Illustration 4

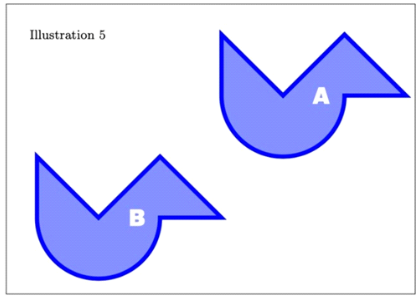


Illustration 5

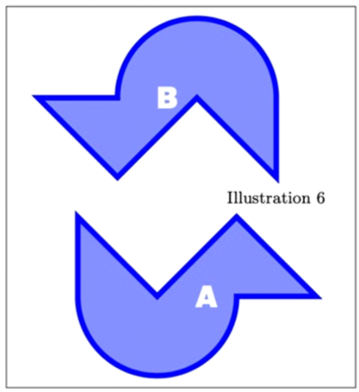
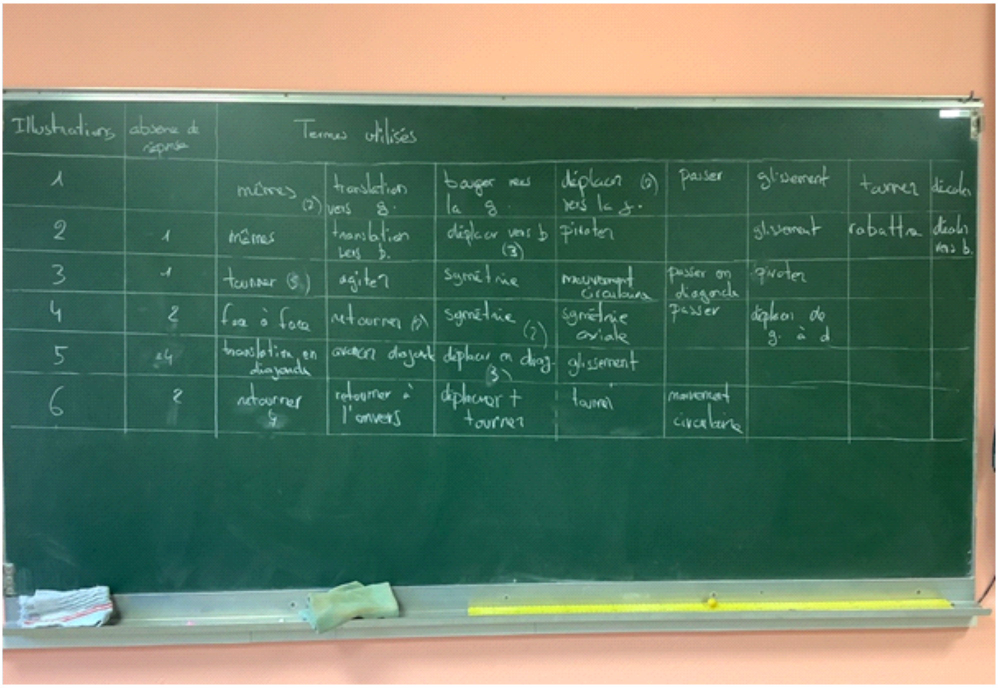


Illustration 6

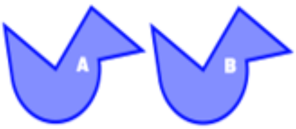
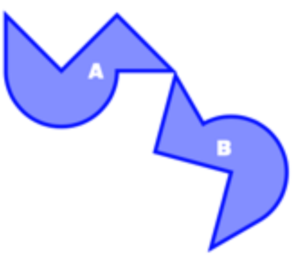
1. 3 - Résultats et commentaires

Selon les classes, l'expression « procédé géométrique » qui figure dans l'énoncé a ou n'a pas posé de problème. Dans le cas échéant, pour y remédier, le professeur a sollicité l'élève en difficulté : « montre-moi comment passer le plus simplement possible de la figure 1 à la figure 2 ». Ensuite, il a donné pour consigne à l'élève : « exprime maintenant ce que tu m'as montré par une phrase dans le cahier d'exercices ».
Nous présentons ci-dessous une photographie d'un tableau après une mise en commun.

Les colonnes du tableau suivant résument,



par ordre décroissant de fréquences, les termes utilisés par des élèves de classe de 5e, de 4e et de 3e. L'activité a, en particulier, été proposée en AP à des groupes de 12 élèves de 5e en collège REP. La symétrie centrale avait été vue deux mois auparavant avec les mêmes figures (cocottes). On pourra constater les difficultés éprouvées pour décrire les translations. L'activité a également été proposée à deux classes de 4e où l'on observe encore les mêmes difficultés à décrire le déplacement des illustrations 1, 2 et 5.

Niveau	5e	4e	3e
Illustration 1 	Décaler – Pivoter – Rotation – Rotation de la queue – Parallèle – Avancer vers la droite – Téléporter – Déplacer vers la droite – Changer de position	Sauter – Glisser – Rotation – Avancer vers la droite – Cloner	Glisser – Aller vers la droite – Translation – Déplacer – Décaler – Avancer – Passer – Recopier – Dupliquer – Superposer – Pousser – Tourner – Même – Cloner – Symétrie axiale
Illustration 2 	Glisser – Décaler – Parallèle – Descendre de A vers B	Tomber – Glisser – Rotation – Cloner	Aller vers le bas – De haut en bas – Déplacer vers le bas – Ascenseur – Dupliquer – Glisser – Descendre – Symétrie axiale – Translation – S'abaisser – Dédoublement – Décaler – Pivoter – Même – Rabattre – Recopier
Illustration 3 	Rotation un quart de tour – Rotation de 180°– Pivoter – Rotation de 90°– Rotation donc symétrie centrale – Pivoter au niveau du bec – Absence de réponse	Rotation – Symétrie – Tomber	Tourner – Rotation – Pivoter – Tourner et Incliner et Glisser – Incliner – Transformation en diagonale – Tourner et déplacer –Tourner et plier – Rotation – Symétrie centrale – Translation – Symétrie "pointière" – Agiter – Mouvement circulaire – Passer en diagonale

Niveau	5e	4e	3^e
Illustration 4 	Symétrie axiale – Retourner – Retourner au niveau du bec – Plier – Aller vers la droite – Absence de réponse	Symétrie – Elles se regardent – Elle fait demi-tour	Symétrie – Symétrie axiale – Effet miroir (1 fois) – Face à face – Retourner – Symétrie – Symétrie axiale Passer – Déplacer de gauche à droite – Parallèle – Translation – Plier inverser – Transformation de gauche à droite – Simuler – Plier sur elle-même – Tourner et aller –Absence de réponse
Illustration 5 	Absence de réponse Parallèle – Décaler	Reculer – Cloner	Glisser en diagonale – Absence de réponse – Aller en diagonale – Aller vers le bas et vers la gauche – Déplacer – Superposer – Translation – Vertical – Symétrie axiale – Décaler vers diagonale – Symétrie diagonale – Dédoublement diagonal –Translation en diagonale
Illustration 6 	Symétrie centrale – Rotation 180°– Absence de réponse	Tourner – Absence de réponse – Pivoter Rotation – Symétrie centrale	Rotation – Elle est à l'envers – Retourner – Retourner à l'envers – Déplacer et tourner – Tourner – Mouvement circulaire – Tourner et descendre – Transformation de haut en bas – Tourner et superposer – Plier vers la gauche haut – Retournement – Translation – Parallèle – Symétrie centrale – Descendre et retourner – Symétrie "pointière" – Symétrie inversée

Justification du choix des termes employés

Certains termes employés par les élèves méritent de s'y attarder.

Il convient d'abord de remarquer que le terme « glisser » apparaît très souvent dans la description de l'illustration 2. Pour en motiver le choix, les élèves font appel à l'image d'une plaque de verglas sur laquelle la cocotte glisserait. Ces élèves utilisent intuitivement la notion appropriée de déplacement dans le plan.

Dans certains cas, les élèves font intervenir la gravité terrestre dans leurs manières de décrire les mouvements :« balancer », « agiter », « tomber », « s'abaisser ». En particulier, pour ce qui concerne l'illustration 6, nous avons noté que nombre d'élèves déplaçaient leur cocotte en papier du haut vers le bas contrairement à ce qui était demandé dans l'énoncé.

L'observation a montré que les élèves qui utilisent les termes « saut » ou « téléporter » justifient leur choix par le fait que l'on passe d'un endroit à un autre sans position intermédiaire, autrement dit, comme si la cocotte faisait un « saut » en dehors du plan. Dans les expérimentations, lors des phases de manipulation, ces mêmes élèves soulevaient la carte cocotte pour la placer directement sur la figure B.

Cette activité a été l'occasion de constater l'existence des deux points de vue relevés dans l'introduction qui est source de désaccords entre les élèves :

— certains considèrent une seule cocotte occupant deux positions spatiales distinctes à des moments différents (déplacement physique). Dans cette première catégorie figurent les élèves qui utilisent les termes « décaler », « pousser », « glisser », etc.

— d'autres considèrent deux cocottes occupant chacune, en même temps, un emplacement (déplacement géométrique). Dans cette seconde catégorie figurent des élèves qui utilisent les termes « cloner », « dupliquer », « dédoublement ».

L'activité met d'ailleurs en avant les deux façons de voir : en donnant deux motifs, et en demandant de déplacer un unique bout de papier.

Comme on le voit, cette activité a encouragé diverses discussions sur la notion d'identité. C'est qu'il convient ici de bien distinguer deux usages du mot « même » lorsque les élèves disent que c'est « la même cocotte », l'un pour désigner une identité numérique (le même objet) et l'autre lorsqu'il s'agit d'une identité qualitative (deux objets de même forme).

Cette activité donne l'occasion de discuter de certaines erreurs des élèves concernant à la fois le vocabulaire ordinaire et le langage mathématique. Il est ainsi apparu à l'observation en classe que des élèves distinguaient des acceptions malvenues entre « pivoter », « tourner » et « incliner ».

Un élève a ainsi différencié « pivoter », qu'il employait quand un point fixe apparaît clairement sur la figure (par exemple lorsque les deux motifs ont un sommet commun comme sur l'illustration 3), et « tourner » qu'il employait pour qualifier un mouvement pour lequel il ne trouvait pas de point fixe (comme sur la figure 6 où le point fixe n'est pas un des sommets de la figure). D'autres élèves étaient d'ailleurs entièrement d'accord sur cette nuance de signification : le terme « pivoter » est donc utilisé par eux pour désigner une rotation autour d'un pivot et le terme « tourner » pour désigner des « rotations sans pivot ». Pour d'autres élèves, « tourner » signifie toujours une rotation « complète » c'est-à-dire une rotation d'un tour complet. Ceux-là disent utiliser « incliner » lorsque le tour n'est pas complet.

Ce qui en ressort, comme on le voit ici, c'est toute l'importance de mettre en avant de tels usages inappropriés afin d'harmoniser et de corriger le vocabulaire employé, même lorsqu'il n'est pas spécifique aux mathéma-

tiques.
Lors de la synthèse collective en classe, les élèves éliminent d'eux-mêmes certains termes qu'ils jugent trop vagues comme « bouger », « déplacer », « décaler » parce qu'ils peuvent être employés pour toutes les illustrations.
Les mots « tourner », « pivoter » sont au contraire unanimement plébiscités pour décrire une rotation.

Les termes « translation » et « translater », n'apparaissent que peu fréquemment, certainement en raison de leur absence dans le vocabulaire courant. En revanche, le mot « glisser » a été retenu par les élèves.

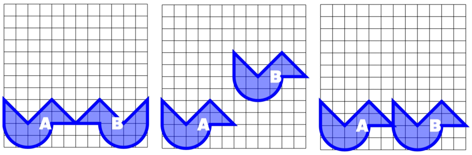
Ces discussions ont permis de montrer l'importance d'utiliser un langage adéquat.

1. 4 - Pour aller plus loin

L'activité précédente a été prolongée avec des questions flash projetées au tableau ou avec Kahoot.

2. — Algorithmique débranchée et transformations

Translations? (Oui, non, peut-être)



Le contexte de l'activité qui suit rappelle l'application « Scratch ». Au cours du cycle 4, les élèves l'utilisent pour faire des constructions géométriques par l'orientation et le déplacement du lutin. Ceci favorise l'idée de translation.
L'objectif ici est de donner du sens aux translations et de relier les deux points de vue cités en introduction, en faisant manipuler les élèves.
En particulier, il s'agit de voir la translation comme une transformation qui agit sur tout le plan et de franchir une étape dans l'abstraction.

Pour cela on utilise des cartes à déplacer sur un plateau et un calque en suivant des consignes de translations à effectuer représentées sous forme d'algorithmes.

Dans un premier temps, on manipule les cartes sur le plateau pour faire référence au déplacement physique et rendre visibles les déplacements effectués par les élèves.

Dans un deuxième temps, on fournit aux élèves un calque pour les aider à adopter le deuxième point de vue (géométrique). Le déplacement du calque entier matérialise ainsi l'action de la translation sur tout le plan.

Ensuite, les élèves inscrivent une trace du déplacement qu'ils effectuent en coloriant une grille située sur leur énoncé, selon la position des cartes ou du calque en fin d'algorithme.

2. 1 - Mise en place

Durée : 1 séance de 50 min (testé en AP en demi-classe).
Classes : 4e et 3e.

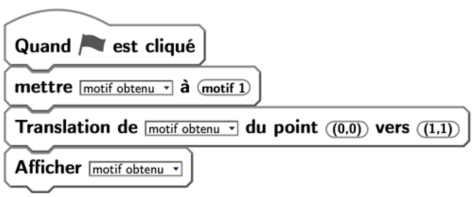
Les élèves sont répartis en groupes de deux ou trois, afin d'encourager le débat à propos des déplacements. Chaque groupe dispose d'un plateau, d'un calque (ou tout type de transparent) sur lequel la grille est imprimée (ou recopiée), d'un feutre et de quelques cartes représentant le motif. Après quelques minutes de recherche, en passant dans les rangs, l'enseignant demande aux élèves de montrer les gestes qu'ils font avec la carte, puis avec le calque. Ensuite, après validation de tout le groupe, chaque élève représente sa réponse sur la fiche avant de passer à l'exercice suivant.

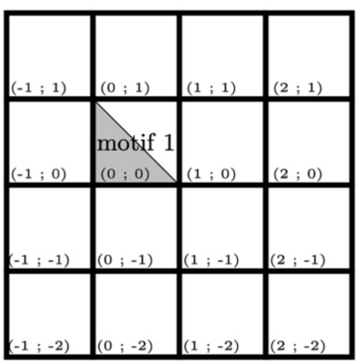
On corrige exercice par exercice pour éviter l'installation des erreurs et permettre aux élèves en difficulté de comprendre ce que l'on attend d'eux. A l'oral, après chaque exercice, on demande de décrire le mouvement. On peut éventuellement le représenter par une flèche.

2. 2 - L'activité

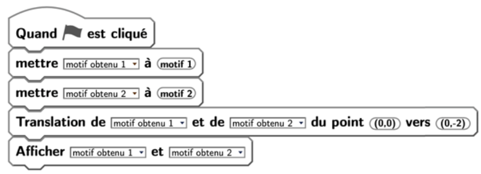
Pour chaque exercice, suivre l'algorithme. Utiliser d'abord le plateau, puis colorier le motif sur la grille donnée.

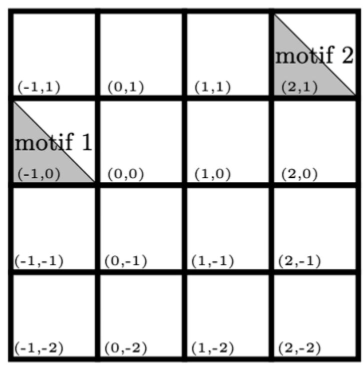
Exercice 1



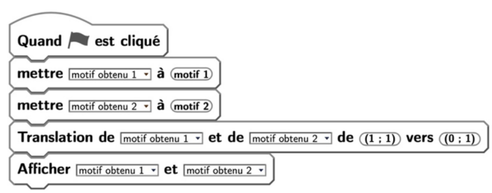


Exercice 2

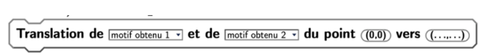


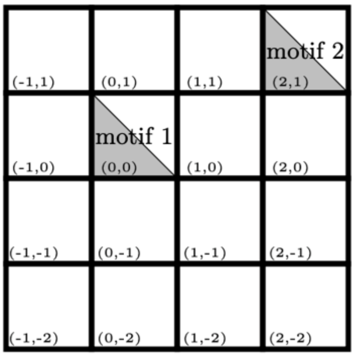


Exercice 3

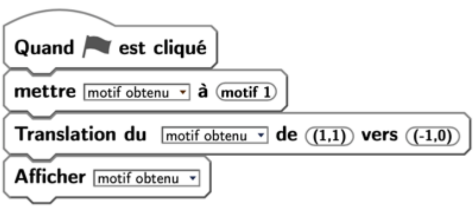


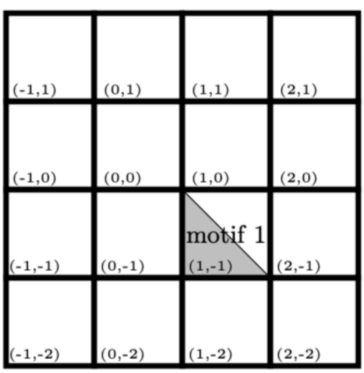
On a modifié dans le programme la ligne 4 (et seulement celle-là). La compléter afin d'obtenir la même translation.



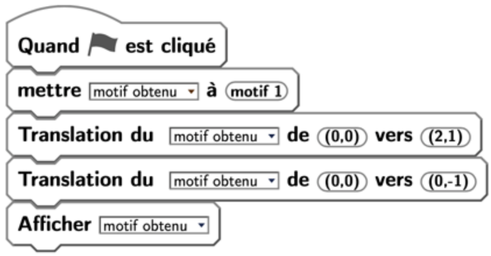


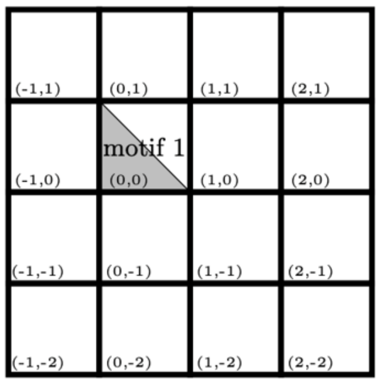
Exercice 4



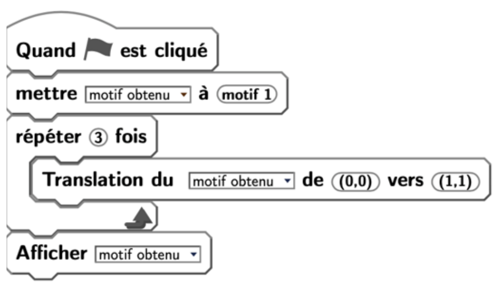


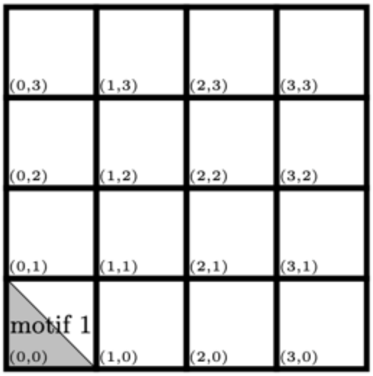
Exercice 5





Exercice 6





2. 3 - Compte-rendu et commentaires

Cette activité a été expérimentée en classes de 4e et de 3e. Nous avons observé que le calque apporte une plus-value et aide vraiment à la compréhension. La notion de translation a pris beaucoup plus de sens chez les élèves après ce travail.

Exercice 1

Dans ce premier exercice, la translation est décrite à partir d'un point qui est un sommet du triangle, ce qui rend la tâche plus facile contrairement aux exercices suivants.

Nous avons toutefois observé un certain nombre d'erreurs : les élèves n'ont pas reproduit le même motif (coloriage d'un carré entier, d'un autre triangle), mauvaise interprétation des coordonnées, confusion avec symétrie axiale.

On conseille de corriger après quelques minutes de recherche en montrant avec une carte le déplacement du motif sur le plateau video-projeté. Le professeur se contente d'effectuer le déplacement en suivant les consignes données par les élèves, pour que ceux-ci prennent conscience de l'importance d'une bonne description du mouvement. Un consensus peut s'établir autour d'expression du type : 1 carreau vers la droite, 1 carreau vers le haut.

On peut demander à l'ensemble des groupes si quelqu'un a utilisé le calque et comment. Nos expérimentations ont montré que les élèves n'ont pas jugé utile de l'utiliser ici.

Cet exercice est relativement bien traité dans des classes « scolaires » mais nécessite une aide individualisée dans des classes REP. Si besoin, on pourra proposer d'autres exercices du même type en variant les translations, avant d'aborder les suivants.

Exercice 2

Dans cet exercice, on effectue une même translation sur deux motifs différents, l'idée étant de voir qu'ils sont déplacés de la même manière. Pour l'un des deux motifs, la translation n'est pas décrite à partir d'un point qui est l'un de ses sommets.

Les élèves ont eu plus de difficultés que sur le premier exercice. Certains ont eu besoin de représenter le motif en (0 ; 0) pour le déplacer vers (0 ; -2), ce qui n'était pas demandé. D'autres ont placé le motif en (0 ; -2), en ne tenant compte que des coordonnées inscrites dans l'algorithme et non de l'emplacement du motif de départ. D'autres encore n'ont déplacé qu'un seul motif sur les deux. Pour ces élèves, l'utilisation du calque prend tout son sens puisqu'il permet de déplacer les deux motifs simultanément. Le tableau reproduit sur le calque est plus grand que la fiche-élève pour permettre de représenter les étapes intermédiaires.

Exercice 3

Dans l'exercice 3, on demande de proposer une autre description de la translation en complétant l'algorithme donné parce qu'elle n'est pas décrite à partir du point (0 ; 0).

L'utilisation du calque permet à la fois de visualiser l'étape intermédiaire sans la dessiner et de déplacer les deux motifs en même temps, afin de remédier aux erreurs.

Exercice 4

L'exercice 4 permet de réactiver les savoir-faire et les connaissances développés dans les exercices précédents.

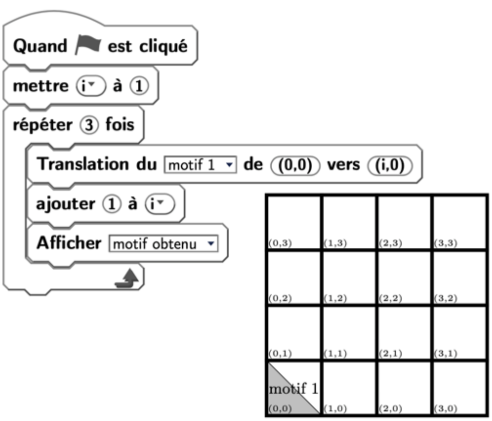
Exercices 5 et 6

Dans ces exercices, on propose deux translations successives, décrites systématiquement à partir du point (0 ; 0). Seulement le motif final est attendu. En outre, dans l'exercice 6, on fait appel à la notion de boucle.
On remarque que les élèves dessinent parfois les motifs intermédiaires. Dans ce cas, le professeur leur demande de colorier dans une autre couleur le motif final.

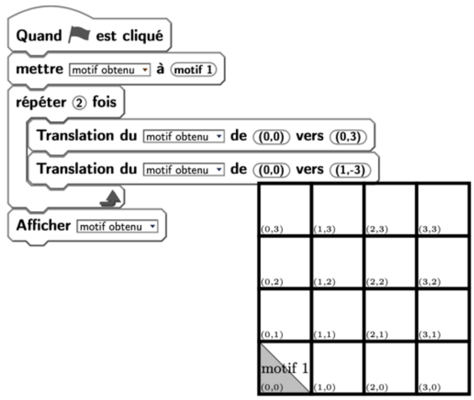
2. 4 - Pour aller plus loin

Nous proposons d'abord deux exercices pour les élèves les plus avancés :

Exercice 7

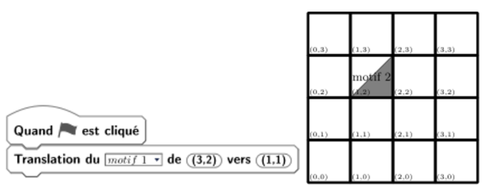


Exercice 8

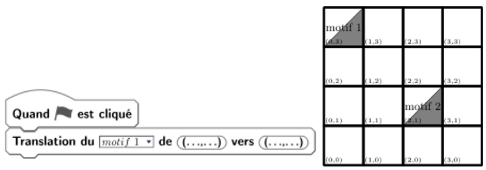


Pour prolonger cette activité, le professeur a demandé aux élèves d'écrire les algorithmes des exercices 5, 6 et 8 à l'aide d'une seule translation.
Ce type de travail a été proposé en question flash en variant les translations et les algorithmes.

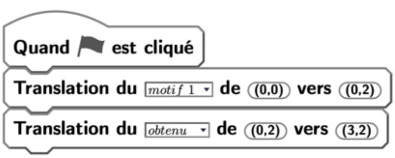
a) Lorsqu'on applique l'algorithme ci-dessous, on obtient la figure représentée. Retrouver la figure de départ.

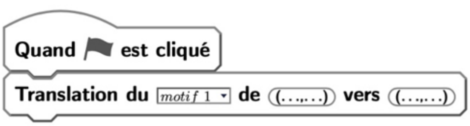


b) Sur les figures ci-dessous, on donne la figure de départ (motif 1) et la figure d'arrivée (motif 2). Compléter les algorithmes :



c) Compléter le second algorithme pour qu'il fasse exactement la même chose que le premier.





3. — Translation dans un repère

Nous avons constaté lors des activités précédentes que, quand bien même ils mentionnaient de manière adéquate le terme de translation, les élèves n'en donnaient pas les caractéristiques, ou n'arrivaient pas à les décrire.

Cette nouvelle activité propose d'utiliser un repère afin de faciliter la description d'une translation. Il n'y a plus de manipulation : nous favorisons ici le point du vue géométrique, le déplacement étant présenté comme une application du plan.

En particulier, il s'agit de faire comprendre que la translation agit sur tous les points du plan, et pas uniquement sur la figure considérée.

3. 1 - Mise en place

Durée : 1 séance de 50 min.
Classes : 3e.

Chaque élève répond directement sur la fiche qui est distribuée.
Il peut être nécessaire d'expliquer la consigne concernant la manière d'obtenir l'abscisse du point A'.

Notons qu'il est préférable de corriger la première partie avant d'entamer la suivante afin de ne pas laisser les erreurs se propager.

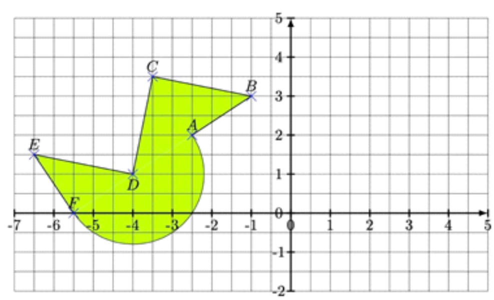
3. 2 - L'activité

Partie 1
Les coordonnées du point A' sont calculées à partir de celles du point A de la manière suivante :

— son abscisse est la somme de l'abscisse du point A et de 6 ;

— son ordonnée est la même que l'ordonnée du point A.

1. Placer le point A' dans le repère ci-dessous.
2. Faire de même avec les points B', C', D', E' et F' et compléter la figure.
3. Décrire précisément le procédé géométrique qui permet de passer de la figure de départ à la figure d'arrivée.
4. Compléter le tableau avec les coordonnées du point P'.



Coordonnées des points de la figure de départ	Coordonnées des points de la figure d'arrivée
A(-2,5 ; 2)	A'(4,5 ; 2)
B(-1 ; 3)	B'(… ;…)
C(-3,5 ; 3,5)	C'(… ;…)
D(-4 ; 1)	D'(… ;…)
E(-6,5 ; 1,5)	E'(… ;…)
F(-5,5 ; 0)	F'(… ;…)
P(x ; y)	P'(……… ;………)

Partie 2

Les coordonnées du point A' sont calculées à partir de celles du point A de la manière suivante :

— son abscisse est la somme de l'abscisse du point A et de -3 ;

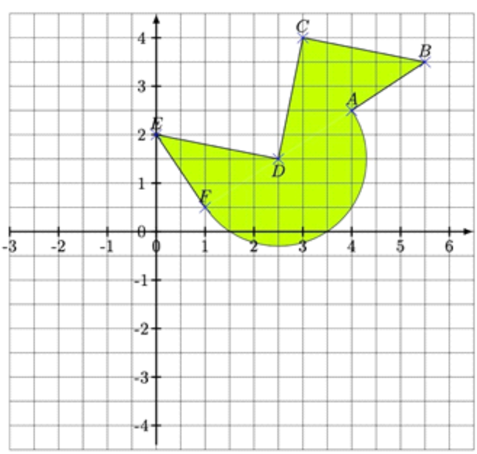
— son ordonnée est la somme de l'ordonnée de A et de -4.

1. Placer le point A' dans le repère ci-dessus et reporter ses coordonnées dans le tableau.

2. Faire de même avec les points B', C', D', E' et F'et compléter la figure.

3. Décrire précisément le procédé géométrique qui permet de passer de la figure de départ à la figure d'arrivee

4. Compléter le tableau avec les coordonnées du point P'.



Coordonnées des points de la figure de départ	Coordonnées des points de la figure d'arrivée
A(4 ; 2,5)	A'(…; …)
B(5,5 ;3,5)	B'(…; …)
C(3 ; 4)	C'(…; …)
D(2,5 ; 1,5)	D'(…; …)
E(0 ; 2)	E'(…; …)
F(1 ; 0,5)	F'(…; …)
P(x; y)	P'(………; ………)

3.

3 - Compte-rendu et commentaires

Globalement, les élèves ont apprécié l'activité, même les plus rétifs au travail ont produit quelque chose ; ils ont posé des questions et demandé de l'aide. Mais ils ont jugé les questions portant sur le calcul littéral très difficiles.

De nombreux élèves survolent les questions et n'y répondent pas dans l'ordre : beaucoup commencent par rechercher les points A', B', etc. avant de compléter le tableau avec les coordonnées de A, B, etc.

Il faut rappeler la distinction entre « abscisse » et « ordonnée ». De fait, peu d'élèves se souviennent des noms portés par les deux axes d'un repère.

Une des premières difficultés relève de l'emploi du mot « somme ». On explique que la somme est le résultat de l'addition.

Concernant la question de calculs des coordonnées, on constate que les élèves commettent des erreurs. Une minorité d'élèves disposent d'une calculatrice pour vérifier leurs calculs et peu utilisent l'un des axes pour compter.

Chez ceux qui abordent la question 4, l'utilisation des variables en calcul littéral est une source de difficultés. A noter que lorsque les élèves comprennent que « P » joue le rôle d'une variable, ils confondent alors le nom du point avec les valeurs des coordonnées x et y.

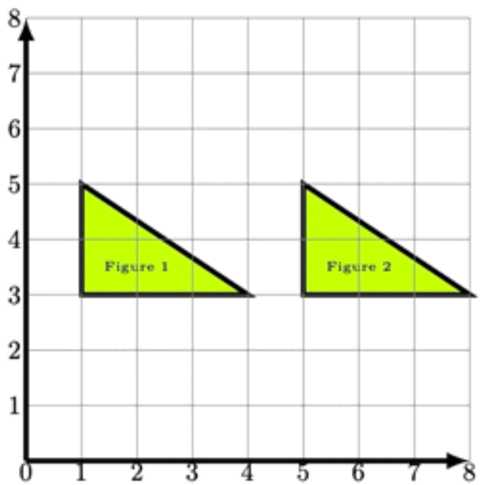
Par ailleurs, nous avons remarqué que l'expression $y + (-4)$ est facilement éludée en $y - 4$.

3. 4 - Pour aller plus loin

Voici deux exemples d'exercices proposés aux élèves les plus avancés.

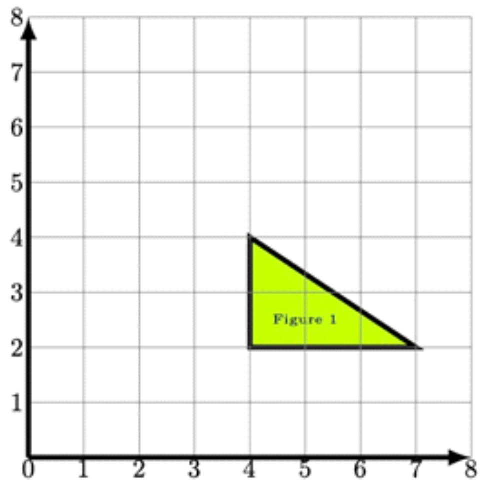
Exemple 1
1. Décrire la transformation qui envoie la figure 1 sur la figure 2.
2. Compléter le tableau ci-dessous.

Coordonnées des points de la figure 1	Coordonnées des points de la figure 2
P(x ; y)	P'(……… ; ………)



Exemple 2
1. Décrire la transformation qui envoie le point P sur le point P'.
2. L'appliquer à la figure 1 sur le schéma ci-dessous.

Coordonnées des points de la figure 1	Coordonnées des points de la figure 2
P(x ; y)	P'($x - 2$; $y + 4$)



4. — Savoir exprimer une translation

Cette dernière activité, basée sur le principe des figures téléphonées, a pour objectifs de montrer aux élèves l'importance d'utiliser un langage adapté pour décrire un déplacement, en l'occurrence une translation, et de se mettre d'accord sur une telle formulation. Il s'agit de faire formuler la transformation qui permet de passer d'une figure à une autre.

4. 1 - Mise en place

Durée : 1 séance de 50 min.
Classes : 3e.

L'activité se déroule en trois temps. Chaque élève reçoit une feuille avec une translation à décrire et doit la décrire dans la partie de droite de la feuille. Il passe ensuite sa description de la transformation à un autre élève qui doit reproduire la figure. Le troisième temps consiste en la confrontation entre la description de la translation et le schéma qui a été produit par le deuxième élève. On se rend compte (voir les extraits de copies ci-dessous) que très souvent les indications sont insuffisantes pour reproduire la figure.

Nous y proposons des exemples variés de translations (« horizontale », « verticale » et en « oblique »), qui sont disponibles sur la page du groupe, ainsi que des productions d'élèves. Pour des raisons de place, une seule est présentée dans l'article.

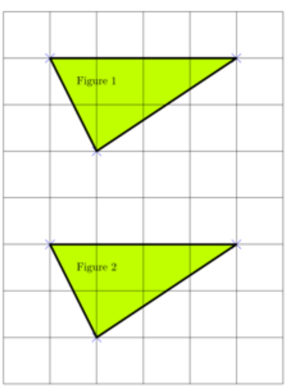
4. 2 - L'activité

4. 3 - Compte-rendu et commentaires

Dans le cadre de cette activité, nous avons utilisé un motif triangulaire plutôt que la « cocotte » pour simplifier le dessin.

Dans une première version de l'activité, les axes gradués étaient représentés. Comme un tiers des élèves utilisaient les coordonnées des points images pour expliquer la position de la figure 2, sans utiliser la notion de translation, nous avons décidé de les supprimer afin de contraindre les élèves à utiliser des formulations du type « 4 carreaux vers le bas ».
Certaines réponses montrent que des élèves

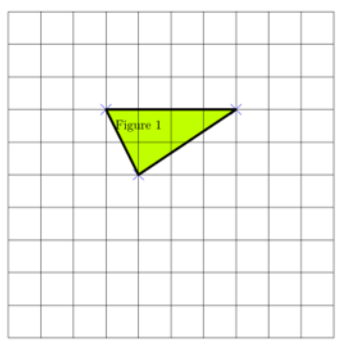
1. *Ecrire votre nom et prénom sur l'emplacement prévu.*
2. *Découper la feuille selon les pointillés.*
3. *Coller la partie gauche dans votre cahier d'exercice, mais ne pas coller la partie droite.*
4. *En observant la figure ci-dessous, expliquer sur les lignes ci-contre par quel procédé géométrique passer de la figure 1 à la figure 2.*
5. *Echanger la partie droite de la fiche avec celle d'un camarade*



Exemple A

Nom : ....Prénom : ....

6. *Retrouver l'emplacement de la figure 2 à partir des indications ci-dessus.*



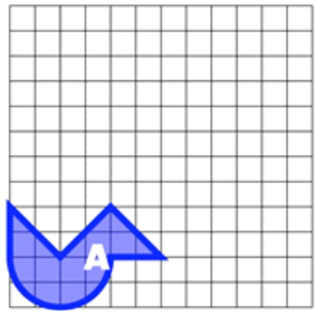
apparient mal les points et leurs images : sur une copie, un élève utilise la distance de 2 carreaux entre un point de la figure A et un point de la figure B qui n'est pas son image pour caractériser la translation.

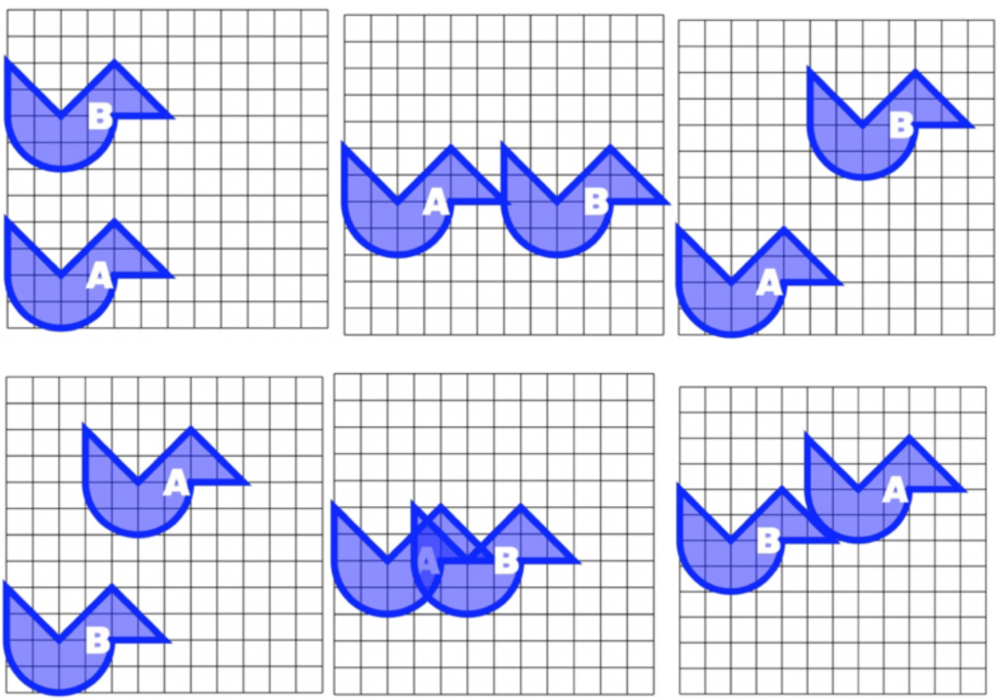
A la fin de l'activité, lors de la synthèse collective en classe, on fait constater aux élèves l'insuffisance de certaines formulations. Après discussion, nous institutionnalisons des formulations du type « translation de 5 unités vers la droite et de 3 unités vers le bas » qu'on s'autorise du fait de la présence du quadrillage.

4. 4 - Pour aller plus loin

Par quel procédé géométrique peut-on passer de la cocotte A à la cocotte B ?

Ci-dessous, effectuer une translation du motif A de 6 carreaux vers le haut.

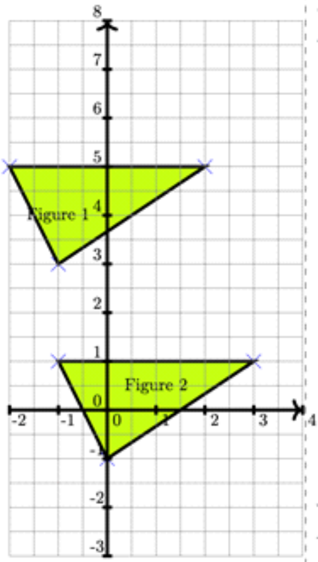




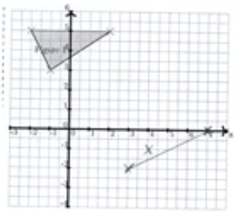
On peut aussi proposer d'effectuer une translation de 4 carreaux vers la gauche et de 6 carreaux vers le bas ou une translation de 2 carreaux vers la gauche et de 3 carreaux vers le bas.

Notons qu'il ne s'agit ici que d'exemples de questions destinées à être adaptées en fonction des classes. On remarquera que ces exercices permettent aussi de travailler les coordonnées.

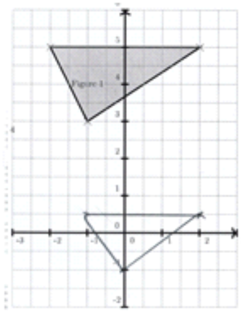
4. 5 - Extraits de copies



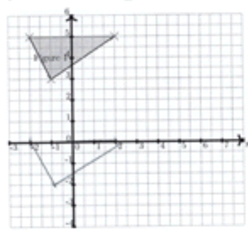
C'est unetranslation de 10 carreaux (-2 = 3) (2 = 7) (-1 = 4)



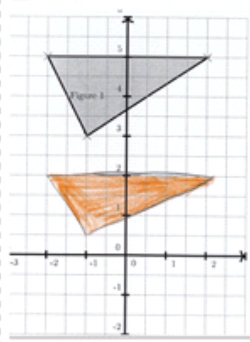
tu prend les tous point en abcisse et tu fait +1 et les tous point en ordonné tu fais -4 pour ravoir le triangle mais en bas et decaler vers la droite



en plaçant les points
(-1,3)
(-2,5)
(2,5)



Le coté gauche se situe a 1 à -1 le coté droit se situe a 1 à 3 et le coté en bas se situe à 0 à -1



5. — Trace écrite

Que mettre dans la leçon qu'on donnera aux élèves ?
Au sujet des transformations, il est indiqué dans le thème C, celui des grandeurs et mesures, qu'en fin de cycle, l'élève devra parvenir à « comprendre l'effet de quelques transformations sur les figures géométriques » (MEN, 2020, p. 135). Cet objectif est plus particulièrement décrit ainsi :
— effet d'un déplacement, d'un agrandissement ou d'une réduction sur les longueurs, les angles, les aires et les volumes. Compétences associées.
— utiliser des transformations pour calculer des grandeurs géométriques.
— faire le lien entre la proportionnalité et certaines configurations ou transformations géométriques (agrandissement-réduction, triangles semblables, homothéties).
Il est cependant précisé que les « les définitions ponctuelles d'une rotation, d'une translation, d'une homothétie ne figurent pas au programme » (MEN, 2020, p. 137), contrairement à celles des symétries centrale et axiale.
Nous avons choisi de faire remplir un tableau récapitulatif.

5. 1 - Mise en œuvre

Le tableau suivant est destiné à être complété par les élèves, au fur et à mesure que les transformations sont rencontrées. Il peut être distribué en classe à partir de la 5e, quitte à remettre aux années suivantes les colonnes qui ne concernent pas directement ce niveau.

Celui-ci a un double avantage. D'une part il présente l'une à côté de l'autre, les différentes transformations étudiées au cycle 4 et permet donc une comparaison de leurs propriétés respectives. En outre, il incite à la curiosité des élèves pressés d'en connaître davantage.

D'autre part, une fois complété, ce tableau peut servir de répertoire des différentes transformations ; il présente donc un intérêt en termes de « référence » pour l'élève. Il fournit ainsi un aperçu général sur l'ensemble des transformations vues au collège.

5. 2 - Le tableau

Voir annexe

5. 3 -Compte-rendu et commentaires

Nous avons pris le parti d'inclure les agrandissements-réductions dans les transformations. C'est d'ailleurs ce que préconisent les programmes qui les incluent sous la rubrique « comprendre l'effet de quelques transformations sur les figures géométriques » (MEN, 2020, p. 135). Il s'agit ensuite, par ce tableau, de mettre en exergue les principales caractéristiques de la transformation visée. Nous n'examinerons ici que le cas de la translation.

La première case du tableau à remplir concerne l'effet de la translation sur les longueurs. L'image d'un segment par une translation est un segment de même longueur. Les longueurs sont ainsi multipliées par 1. L'expérimentation en classe a indiqué deux sortes de réponses : 0 (élément neutre pour l'addition) et 1 (élément neutre de la multiplication). Dans les deux cas, on notera qu'on retrouve l'idée d'élément neutre.

Ensuite, on demande de préciser si la translation conserve ou non les mesures d'angles. Là encore, il n'y eut pas de difficultés particulières durant les expérimentations en classe.
Les élèves ont du mal à comprendre la question concernant les rapports de longueurs. Nous l'avons illustrée en montrant que l'image du milieu d'un segment est le milieu de l'image du segment, pour en déduire la conservation du rapport.

La question portant sur le parallélisme d'une droite et de son image est bien traitée

par les élèves.
C'est aussi le cas des aires : les élèves affirment qu'elles ne changent pas, donc qu'elles sont multipliées par 1.

La question portant sur la conservation de l'alignement pose quant à elle plus de difficultés. Les élèves n'utilisent pas la conservation des mesures d'angles pour répondre, ne faisant pas le lien entre mesure d'angles et alignement. Il a fallu recourir à une illustration en choisissant des points alignés sur une figure et faire observer que leurs images sont également alignées.

Dans la case « éléments utiles », il s'agit de fournir des éléments importants de la transformation considérée. Dans le cas de la translation, on pourra indiquer ses caractéristiques en termes de carreaux (nombre de carreaux, haut-bas, droite-gauche), comme prescrit dans l'activité 4.

La case intitulée « mots-clés » est essentiellement laissée à l'appréciation de la classe : on y autorise l'élève, sous le contrôle du professeur, à y inscrire des mots du langage ordinaire pour qualifier la transformation visée et l'associer à certaines intuitions correctes. Dans le cas de la translation, c'est le mot « glissement », fréquemment employé par les élèves, qui a été proposé et admis par le professeur dans nos classes.

Conclusion

Les activités qui précèdent constituent une proposition pour l'apprentissage des translations. Comme nous l'avons précédemment souligné, nous avons choisi d'axer notre démarche sur la triade didactique « manipuler, verbaliser, abstraire » à laquelle font référence les programmes actuels du cycle 4.

Cinq années d'expérimentations en classe suivies de ré-écriture de ces activités nous ont convaincus, non seulement de la nécessité de la sorte de traitement que nous en avons fait, mais également de son utilité quant à l'évolution positive que l'enchaînement de ces activités implique pour l'apprentissage du concept.

De fait, quoiqu'ils témoignaient initialement de grandes difficultés à l'égard des translations, nos élèves - ou une grande majorité d'entre eux, n'en furent pas moins capables, après déroulement de ces activités de : 1) reconnaître une translation en comparant une figure à son image ; 2) construire l'image d'une figure par une translation donnée en utilisant les invariants ; 3) décrire une translation par ses caractéristiques. Nous avons aussi de bonnes raisons de penser que les élèves sont parvenus à percevoir l'effet de la translation sur la totalité du plan, et non plus seulement comme le déplacement physique d'un solide.

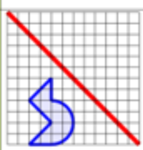
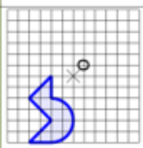
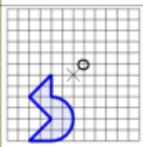
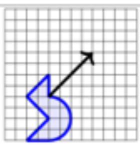
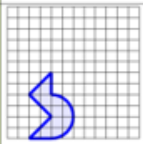
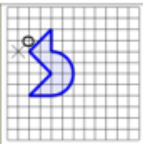
Ces activités sont adaptables, elles peuvent donc servir à l'introduction et à la compréhension d'autres transformations du plan. Nous envisageons maintenant de poursuivre nos travaux en réfléchissant à une progression pour l'apprentissage des rotations et pour l'apprentissage des homothéties.

Références bibliographiques

Bkouche, R. (1991) : De la géometrie et des transformations, *Repères IREM (1991), 4,* 134–158.
MEN (1988) : Ministère de l'Éducation nationale et de la jeunesse, Bulletin Officiel spécial n°25 du 30 juin 1988
MEN (1989) : Ministère de l'Éducation nationale et de la jeunesse, Bulletin Officiel n°12 du 23 mars 1989
MEN (2008) : Ministère de l'Éducation nationale et de la jeunesse, Bulletin Officiel spécial n°6 du 28 août 2008
MEN (2015) : Ministère de l'Éducation nationale et de la jeunesse, Bulletin Officiel spécial n°11

du 26 novembre 2015
MEN (2018) : Ministère de l'Éducation nationale et de la jeunesse, Bulletin Officiel n°30 du 26 juillet 2018
MEN (2020) : Ministère de l'Éducation nationale et de la jeunesse, Programme du cycle 4 – Bulletin officiel n°31 du 30 juillet 2020
Archis A. & al. (2007) : *Ressources pour le programme de cinquième*, IREM de Strasbourg (2007).

Annexe - Tableau synthétique

Transformations :	Symétries axiales	Symétries centrales	Rotations	Translations	Agrandissements et réductions	Homothéties
Illustrations						
Les longueurs sont multipliées par :						
Conserve la mesure des angles ?						
Conserve les rapports de longueurs ?						
L'image d'une droite est une droite parallèle ?						
Conserve l'alignement des points ?						
Les aires sont multipliées par :						
Éléments utiles :						
Mots-clés :						