ANALYSE DIDACTIQUE D'EPISODES DE RESOLUTION DE PROBLEMES

Ecoles du Parmelan et du Lachat

ANNECY

Michèle Gandit – Damien Jacquemoud – Laurence Mossuz – Jean-Christophe Salmon — Valérie Rondey

Rappel de notre problématique :
Comment aider nos élèves à résoudre des problèmes et pourquoi ?

- Obstacles et difficultés observés :
  - Conceptions ancrées ➔ blocages
  - Automatismes inappropriés : recours à des stratégies stéréotypées erronées
  - Manque de confiance
  - Appropriation du problème
  - Recherche (faire des essais)
  - Organisation
  - Explicitation, rédaction, communication
  - Peu d'autonomie (persévérance, vérification)

- Solutions :

Proposer une progression dans la résolution de problèmes et l'expérimenter pour mesurer l'évolution des compétences des élèves et des enseignants.

Le 1er problème

- **CP-CE1**
  La maman d'Alice veut donner 20 € à sa fille pour son anniversaire. Elle dispose de 5 billets de 5 € et 12 pièces de 2 €.
  Peut-elle lui donner 20 €, comment ?
- **CE2-CM1-CM2**
  La maman d'Alice veut donner 200 € à sa fille pour son anniversaire. Elle dispose de 12 billets de 20 € et 12 billets de 5 €.
  Peut-elle lui donner 200 €, comment ?

Le 1er problème sur le plan mathématique

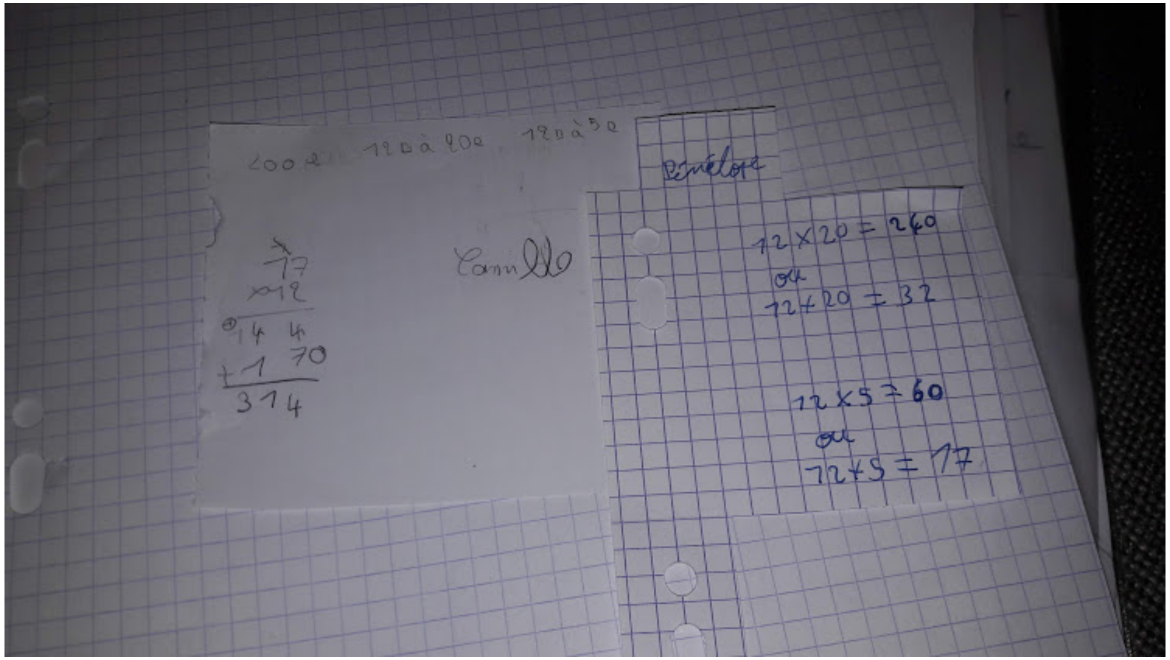
Il s'agit :

- De trouver des solutions.

- De prouver qu'on a trouvé toutes les solutions, autrement dit de prouver qu'il n'y en a pas d'autres.

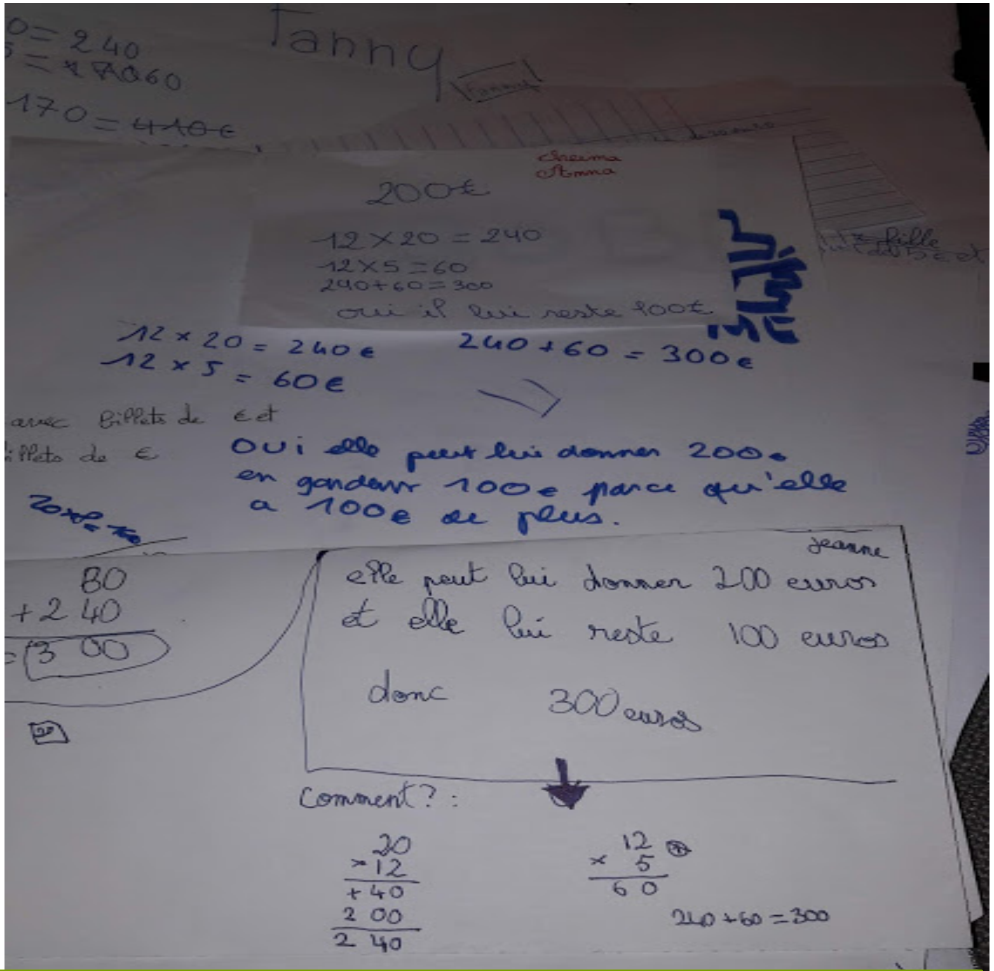
Les productions d'élèves

- Ebauche de solutions à l'issue de la phase de recherche individuelle.



Deux élèves procèdent à des essais incohérents. La phase d'appropriation n'est pas effective.

Les productions d'élèves



Ces élèves ne prennent pas en considération le mot « comment » dans la question.

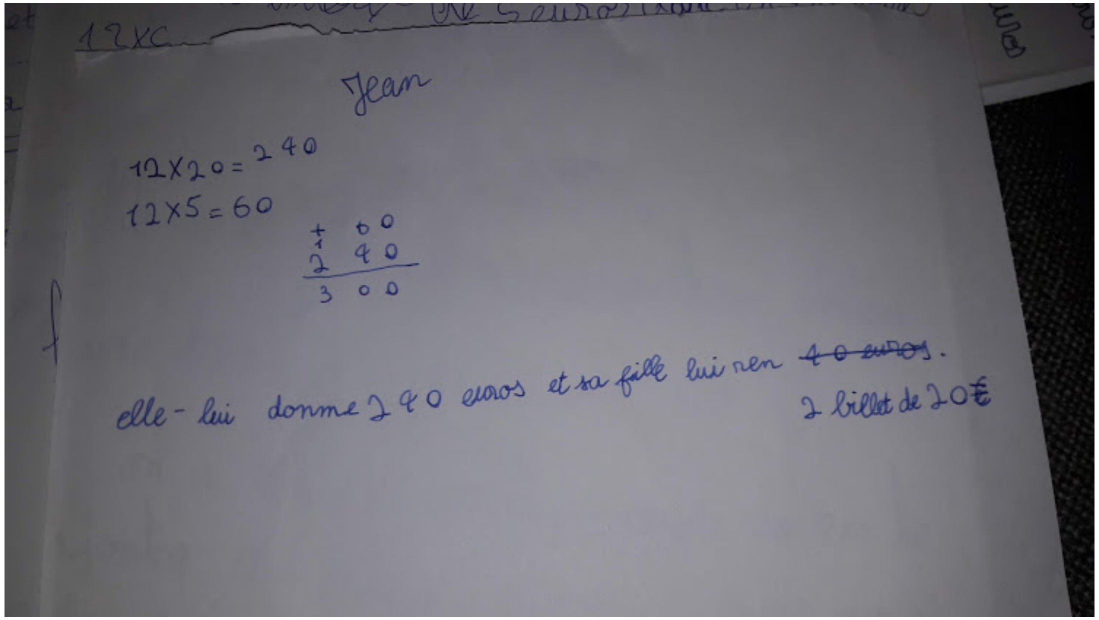
« Elle possède 300 euros donc si elle donne 200 euros à sa fille il lui restera 100 euros ».

Mauvaise compréhension de l'énoncé ?

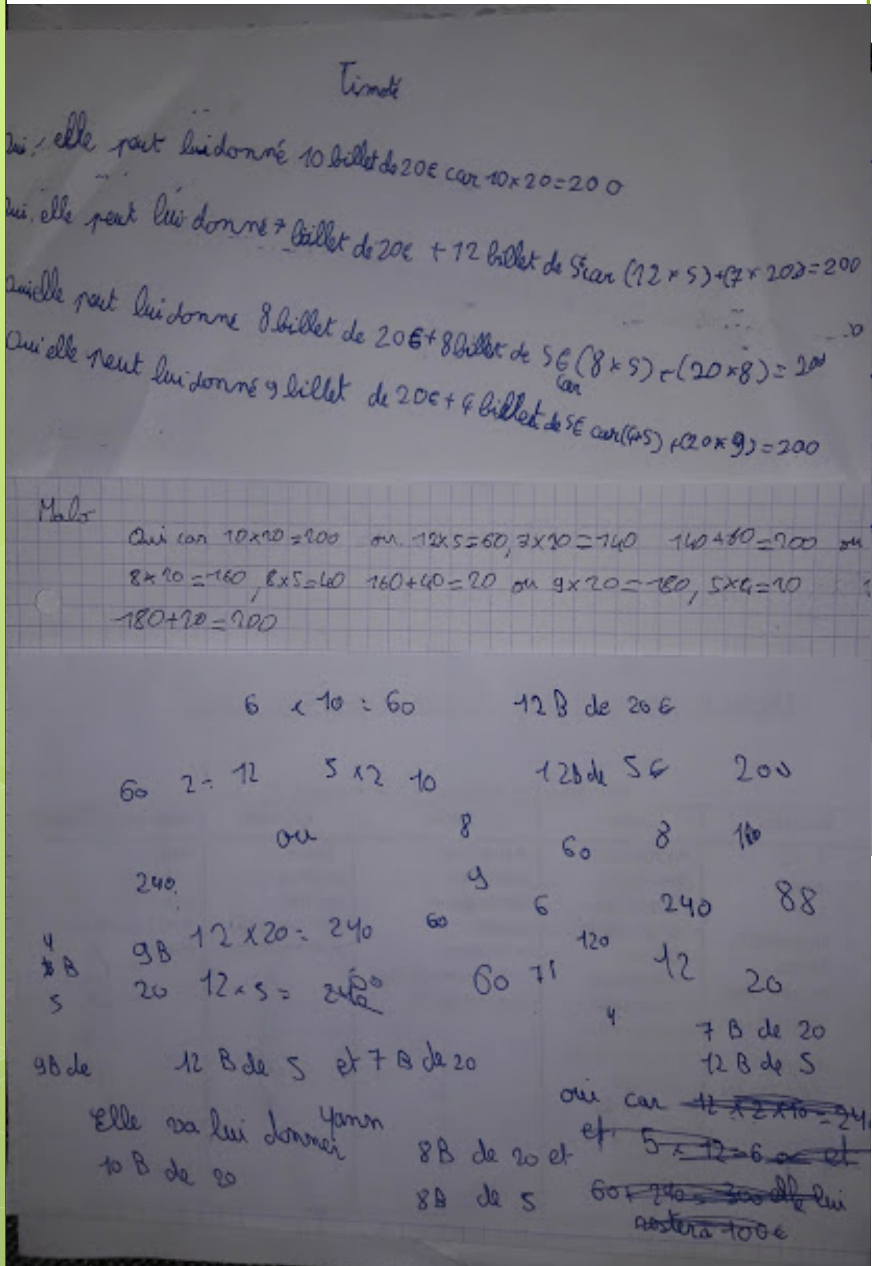
➔Le PE doit intervenir auprès de ces élèves pour expliciter la signification mathématique du mot « comment ».
Sinon ces élèves ne résolvent pas le même problème .

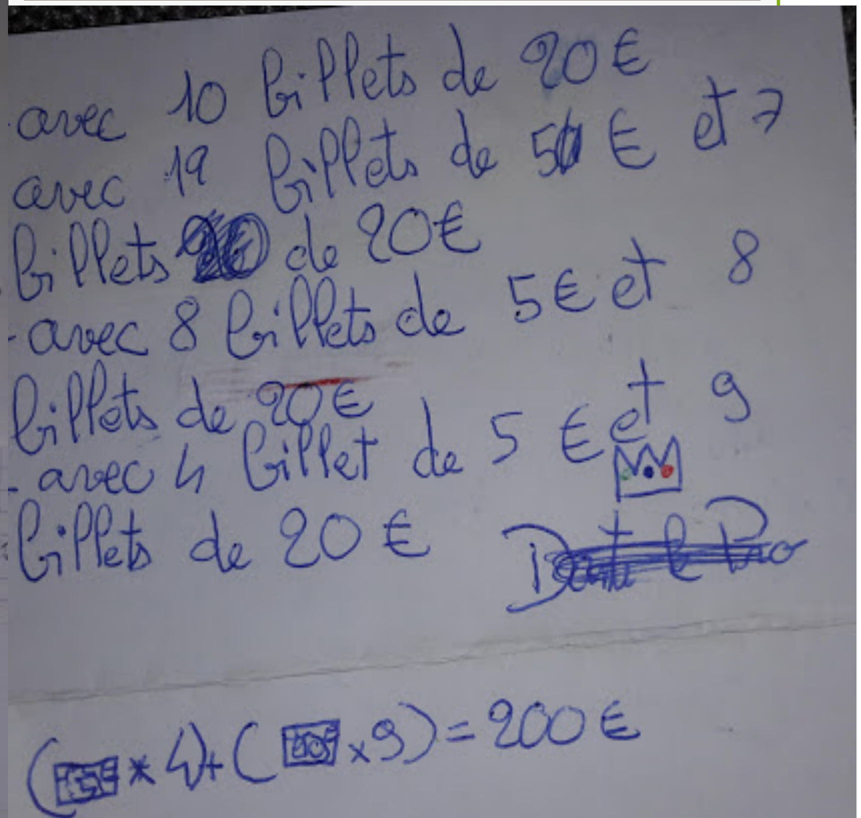
Les productions d'élèves

- Une solution empreinte de l'expérience de l'élève ?

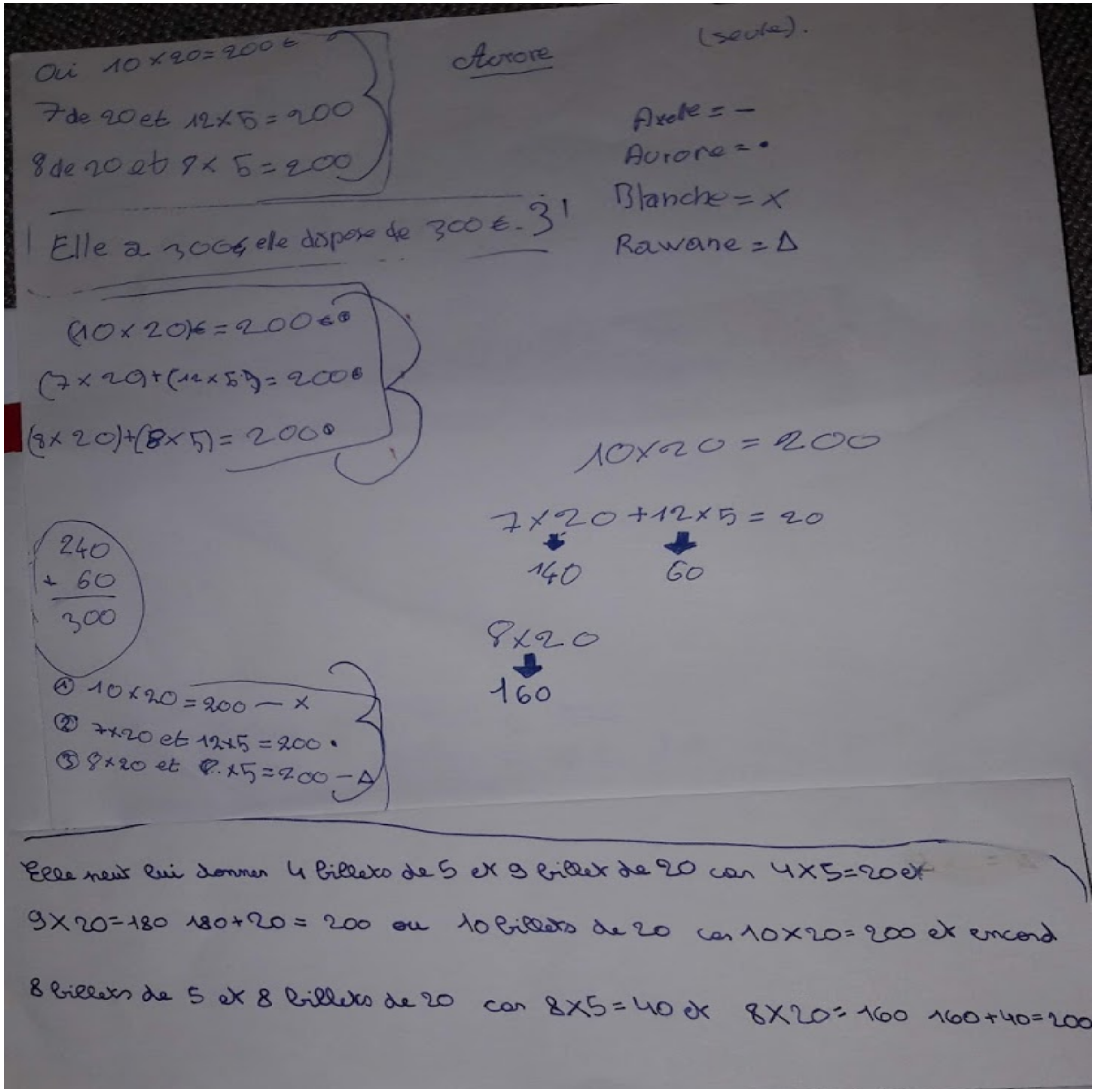


Quand on donne de l'argent on nous en rend forcément car on en donne souvent trop (achats?)
Il prend à sa manière le « comment » de la question





Certains élèves s'organisent pour trouver les solutions.



Aurore (seule).

Oui 10×20 = 200 €
7 de 20 et 12×5 = 200
8 de 20 et 8×5 = 200

Elle a 300€ elle dispose de 300 €. 3!

Axelle = —
Aurore = •
Blanche = x
Rawane = Δ

(10×20)€ = 200 €
(7×20)+(12×5) = 200 €
(8×20)+(8×5) = 200 €

10×20 = 200

7×20 + 12×5 = 20
140 60

8×20
160

240
+ 60
300

① 10×20 = 200 — x
② 7×20 et 12×5 = 200 •
③ 8×20 et 8×5 = 200 — Δ

Elle peut lui donner 4 billets de 5 et 9 billet de 20 car 4×5=20 et 9×20=180 180+20 = 200 ou 10 billets de 20 car 10×20= 200 et encore 8 billets de 5 et 8 billets de 20 car 8×5=40 et 8×20= 160 160+40=200

Des solutions personnelles qui ont évolué lors du travail en groupe

La mise en commun, un lieu pour favoriser l'argumentation ?

- La plupart des solutions proposées sont valides sauf deux solutions erronées dues à des erreurs de calculs.

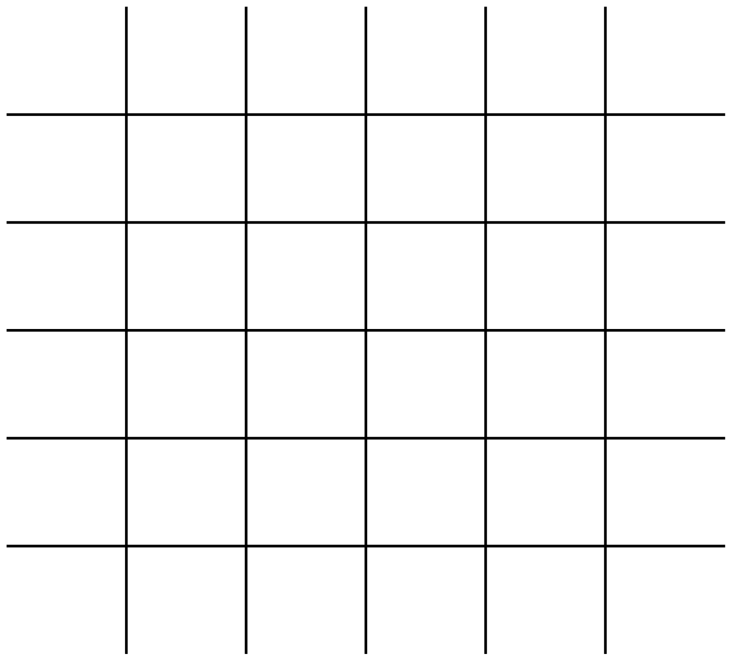
- Les élèves n'ont pas tous trouvé le même nombre de solutions ni les mêmes solutions. Ce qui laisse place au questionnement suivant : « a-t-on trouvé toutes les solutions? Comment en être sûrs ?» ➔ une réponse : **échanges** d'un billet de 20 € par 4 billets de 5 €, puis de deux billets de 5 € par 8 billets de 5 €.

Quelle trace écrite ?

1. **Un problème peut avoir plusieurs solutions.**

2. **Pour prouver qu'on a trouvé toutes les solutions, la recherche doit être organisée : échanges.**

Le 2ème problème : points sur quadrillage



Quel est le nombre maximum de points qu'on peut placer sur les intersections de cette grille sans former aucun alignement de trois points ?

Le 2ème problème sur le plan mathématique

Il s'agit :

-Amener les élèves à s'extraire des manipulations (dessins de grilles)pour passer au raisonnement mathématique :

- Se ramener à un sous-problème du type « combien de points peut-on placer sur la grille sans en aligner 3 horizontalement ».
- Faire la différence entre les formulations « je peux placer n points » et « je ne peux pas placer plus de n points ».

- Réduire le type d'arguments très prégnants : *« c'est impossible car j'ai beaucoup cherché et je n'ai pas trouvé.»*

Retranscriptions des échanges avec les élèves

- « **… Il ne peut y en avoir que 2. Or 5 x 3 = 15. C'est le nombre maximum de points. Comme il y a 5 colonnes dans la grille cela implique un nombre maximal de 2 points par ligne… »**

- Un autre a dit : **« 2x5 = 10 et 3x5 = 15, or 3 points ce n'est pas possible donc c'est forcément 10 points au maximum.»** Il a essayé de nous expliquer son raisonnement avec la grille...

La mise en commun

- Après avoir trouvé le nombre maximal de points sur la grille, **les élèves prennent conscience qu'il faut s'organiser** pour produire une grille valide de10 points, mais ce n'est pas facile.

- **Comment s'organiser :** un élève montre sa démarche qui consiste à cocher en rouge tous les nœuds impossibles....
➔ démarche raisonnée et non aléatoire…

- **Vérifier sa solution : prouver que sa solution est bonne.**
La plupart des solutions à 9 ou 10 points présentées ont été invalidées par le groupe classe à cause de la contrainte non satisfaite (3 points alignés).

Les indicateurs, pourquoi ?

1. Observer les productions des élèves pour prendre des décisions pertinentes en classe.

2. Observer les décisions didactiques du PE pour faire évoluer les stratégies usuelles.

POUR PERMETTRE aux élèves la rencontre du savoir visé.

Propositions d'indicateurs / élève à travers le modèle EMI (Enseignement de Mathématiques fondé sur l'Investigation des élèves) (voir références à la fin)

1. L'élève est entré dans la résolution du problème ➔**expérimenter**
2. L'élève dépasse le cadre des données de l'énoncé ➔ **questionner**
3. L'élève a compris que le problème pouvait avoir plusieurs solutions➔**expérimenter**
4. Le groupe s'organise pour obtenir ou faire évoluer les solutions➔**généraliser**
5. Le groupe présente ses résultats de façon acceptable➔**communiquer**

Les indicateurs relatifs à ces critères sont- ils opérationnels pour observer l'activité mathématique des élèves ?

Propositions d'indicateurs / enseignant.e

1. Le PE a réalisé la phase d'institutionnalisation.

2. Le PE a une posture ouverte : laisse place aux essais, à la recherche de conjectures (comportement non inductif).

3. A vous de jouer…

Le 3ème problème : les tours

On a 4 cubes, chacun d’une couleur différente : un rouge, un jaune, un vert, un bleu.

Combien peut-on construire de tours différentes avec ces quatre cubes?

Le 3ème problème sur le plan mathématique

Il s'agit :

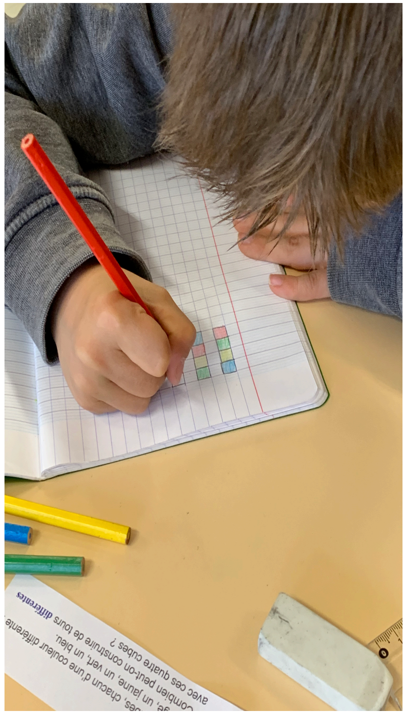
- Amener les élèves à s'organiser.

- Trouver des solutions.

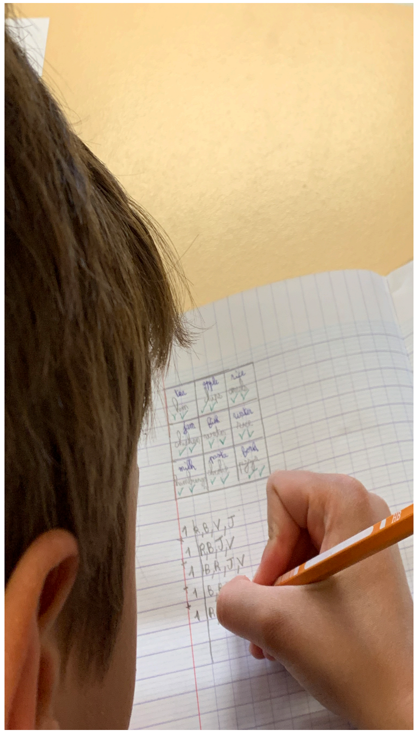
- Prouver qu'on a trouvé toutes les solutions, autrement dit de prouver qu'il n'y en a pas d'autres.

Critère 1 : l'élève est entré dans la résolution du problème

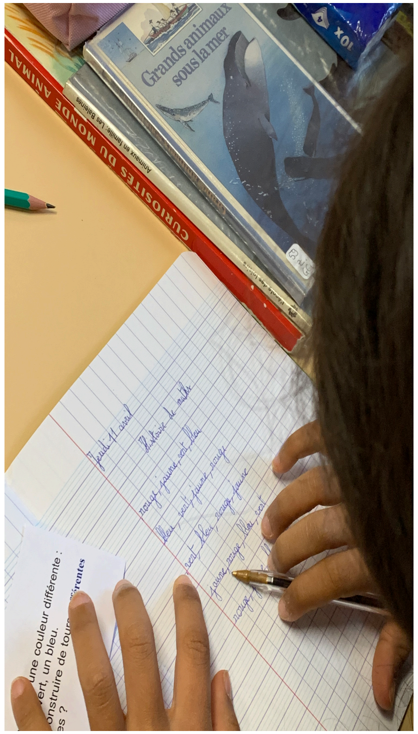
<u>Indicateur 1</u> : l'élève représente les premières tours avec ou sans matériel.



Schéma



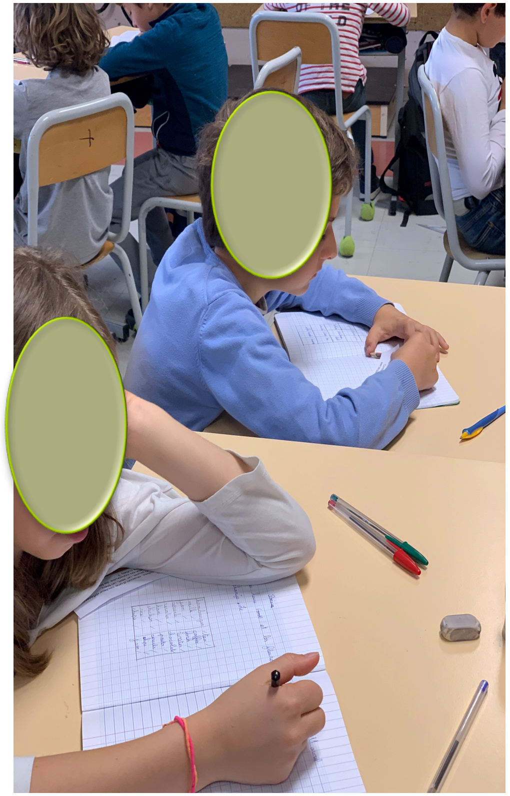
Codage R J V B

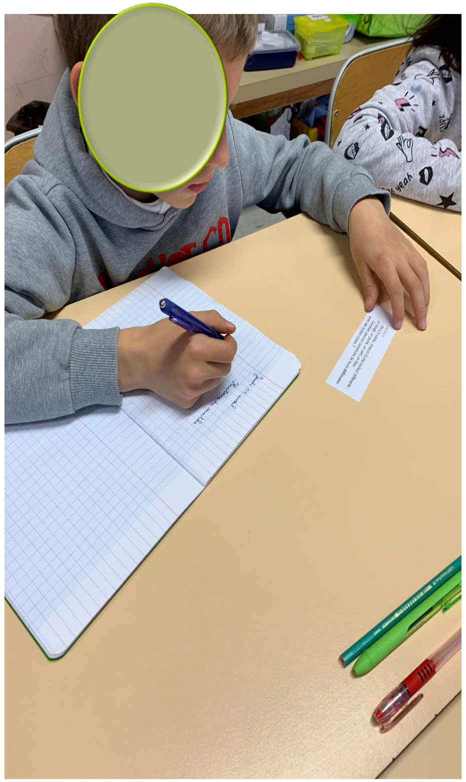


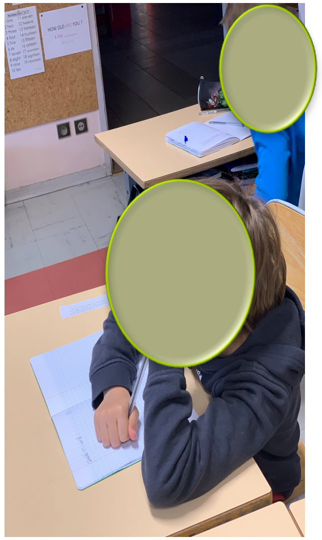
Détails

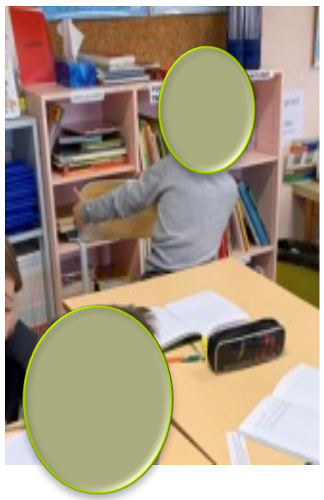
Critère 1 : l'élève est entré dans la résolution du problème

Indicateur 2 : l'élève a une attitude qui montre qu'il est entré dans la résolution du problème.









ou pas ?!