SOMMAIRE

EDITORIAL

Voici un numéro très éclectique de notre revue.

L'article *Des problématiques avant des axiomatiques : des exemples de « raisons d'être »*, par Marc Rogalski, est un plaidoyer général d'un didacticien pour que les concepts clé de l'enseignement des mathématiques, à quelque niveau que ce soit, soient introduits à partir de problèmes qu'ils sont censés résoudre, et non par la méthode axiomatique.

On se rappelle peut-être que les Irem avaient été créés pour aider à développer le nouveau paradigme de la théorie des ensembles, qui était pensé comme plus simple et (donc ?) plus démocratique que les anciens paradigmes (géométrie euclidienne et théorie des grandeurs débouchant sur le calcul différentiel). C'est ainsi qu'on apportait aux enseignants des écoles, collèges et lycées, déroutés par le nouvel évangile, la bonne parole de la logique booléenne remplaçant le raisonnement mathématique usuel, l'ensemble vide remplaçant le nombre 0, et celle d'abstractions permettant de ne plus rien comprendre à des notions un peu délicates comme celle de droite affine. Comme on sait aussi, la théorie des ensembles usuellement pratiquée n'est basée sur aucun modèle concret, ni sur aucune preuve de non contradiction d'un système formel. Il fallait donc baser les nouvelles mathématiques sur un acte de foi à l'état pur, et, ce qui est bien pire, dénué de toute base matérielle sérieuse. Fort heureusement, les enseignants du secondaire et du supérieur mobilisés dans les Irem ont vite compris qu'on s'était engagé dans une impasse, et ont fait le contraire de ce pour quoi on les avait recrutés. Ils ont donné la primauté à la compréhension du sens sur la formalisation, ce qui a développé la nécessité d'introduire l'histoire, l'épistémologie et la didactique dans la formation de base. Cinquante ans plus tard, la didactique a fermement établi que la *nécessité de donner à comprendre* était plus importante que *l'enseignement des axiomatiques*. C'est ce paradigme que défend Marc Rogalski à travers de nombreux exemples. Naturellement, tous ces exemples, qui s'attaquent à des problèmes d'enseignement pertinents, sont à priori sujets à discussion. Ils font en tout cas le tour des très nombreux problèmes d'enseignement abordés par l'auteur à travers des études de cas basées sur des hypothèses de travail que l'on confronte à la réalité de leurs mises en œuvre dans des classes ou dans la formation des enseignants. Certaines suggestions n'ont pas encore été mises en pratique, mais pourront faire l'objet d'études ultérieures. Il n'y a certainement pas de recette magique, mais les problématiques ont le mérite d'être posées. L'auteur plaide aussi à raison contre le morcellement de l'enseignement des mathématiques en une juxtaposition de domaines précisément délimités par des axiomatiques diverses. Il revendique au contraire la nécessité de mettre en valeur les liens qui relient les différents domaines entre eux ainsi que la nécessité de la relation intime à établir avec l'enseignement de la physique.

L'article *Pavages pentagonaux convexes avec le corps* par Stéphane Vinatier est un exemple de joli problème mathématique transformé en activité ludique pour des élèves du primaire ou du collège. Le problème mathématique consiste à décrire toutes les formes possibles pour un pentagone convexe dont les copies permettent de recouvrir exactement le plan, sans trou.

Naturellement l'énoncé de ce problème contient une part de flou : quand deux formes différentes (à similitude près) peuvent-elles être valablement dites « du même type ». L'article nous décrit l'état de l'art : une certaine méthode de classification des différents types est décrite de manière précise. Il en ressort une classification générale en quinze types distincts, découverts par différents professionnels ou amateurs au cours d'une histoire mouvementée, et cette classification a été démontrée exhaustive assez récemment. Ensuite se pose le problème de faire jouer les élèves avec ce questionnement tout en leur faisant appréhender les mathématiques qui peuvent s'y cacher. Le choix a été fait de privilégier deux types de pentagones, de les faire réaliser en un nombre d'exemplaires suffisant, en assez grand format, pour que le pavage puisse être réalisé sur une surface appréciable. Ceci met en jeu des mathématiques concrètes, comme le fait que les angles s'ajustent bien entre eux aux sommets du pavage, et les arêtes s'ajustent bien entre elles sur les cotés jointifs. Il reste ensuite à terminer le jeu en faisant « remplir » les pentagones par des élèves les bras en croix et les jambes écartées, à l'image de l'homme dessiné par Léonard de Vinci.

L'article *Analyse non standard et mathématiques ordinaires* de Claude Lobry revient sur un problème lancinant aux marges de la physique et des mathématiques. Les physiciens raisonnent souvent avec des notions d'ordre de grandeur qui leur permettent de conduire des calculs de manière efficace et dont les conclusions sont corroborées par les faits expérimentaux. Pour autant les notions de « relativement grand » et « très petit » n'ont pas de définition mathématique bien précise. Si les physiciens ont inventé de nombreuses méthodes de calcul illégitimes en leur temps qui ont été validées mathématiquement plus tard, la méthode des infiniment petits et infiniment grands, utilisée par les grands anciens, puis rejetée au 19ème siècle au profit des notions de limites et de convergence, n'a pas reçu de réponse mathématique complètement satisfaisante. Elle est encore l'objet de recherches et d'applications, souvent controversées par le courant dominant de la recherche mathématique. Pourtant, l'analyse non standard, depuis les travaux d'Abraham Robinson et d'Edward Nelson, entre autres, dans la deuxième moitié du 20ème siècle, constitue un candidat sérieux pour faire admettre dans les codes actuels de la rigueur mathématique les méthodes des physiciens. L'article essaie de comprendre le phénomène de la marginalité de ces théories dans les mathématiques couramment produites aujourd'hui, alors même que les raisonnements intuitifs dans la tête des mathématicien.ne.s lorsqu'ils ou elles produisent des théorèmes d'analyse utilisent la plupart du temps ces notions d'infiniment grand ou infiniment petit. L'article pose donc le problème de l'image mentale d'un concept mathématique. Cette image mentale est personnelle et en bonne partie incommunicable. Pourquoi une démonstration qui semblait incompréhensible peu de temps avant, parce que sans signification réelle, emporte-t-elle soudain l'adhésion ? C'est qu'on s'est fait dans sa tête un cinéma personnel, plus convaincant que la preuve formelle, laquelle ne décrit qu'imparfaitement ce qui fait notre nouvelle compréhension du problème. Guidé par cette question de l'image mentale, l'auteur nous explique comment on peut être convaincu par cette nouvelle méthode de travail qui contrevient à tout ce qu'on nous a enseigné comme étant LA vérité en mathématiques. L'article se termine avec quelques exemples qui montrent comment les nouvelles intuitions qu'on peut ainsi acquérir peuvent rendre plus clairs certains concepts usuels ou conduisent parfois à résoudre des questions qui semblaient hors de portée.

Bonne lecture

Henri Lombardi