

Compte-rendu des activités de septembre 2009 à décembre 2010

Présentation générale

L'IREM, composante de l'UFR de mathématiques de l'UJF, poursuit sa mission de formation continue des enseignants, en organisant des groupes de travail où des enseignants-chercheurs et des enseignants du secondaire étudient ensemble des questions fondamentales de l'enseignement des mathématiques.

Apport Sociétal

A l'heure où les formations initiale et continue des enseignants sont mises à mal, l'IREM reste un des seuls endroits où un enseignant du primaire ou du secondaire peut réfléchir sur les contenus et les méthodes d'enseignement, étudier avec des collègues et avec des enseignants du supérieur différentes problématiques, construire des situations de classe et les tester sur le terrain, analyser les réactions des élèves et améliorer ainsi ses connaissances et sa pédagogie.

Activité

L'activité scientifique de l'IREM s'appuie sur des quarts de services statutaires d'enseignants-chercheurs de l'UFR de Mathématiques et de l'UFR d'Informatique et de Mathématiques appliquées de Grenoble (IMAG) (1,5 service pour chacune de ces deux UFR), et des heures HSE du ministère de l'éducation nationale pour les enseignants du secondaire. Si les services UJF sont stables, les heures HSE sont à négocier chaque année et attribuées directement aux rectorats qui ont en charge de les redistribuer. La répartition interne des HSE attribuées par la DGESCO est à la charge du directeur de l'IREM. Chaque année, de nouveaux enseignants du secondaire rejoignent l'IREM.

Comme tous les ans, durant l'année 2009-2010, les groupes de recherche se sont réunis 16 vendredis et deux fois une journée et demi lors des deux regroupements internes. Des membres de l'IREM participent à des stages de formation initiale ou continue, académiques ou nationaux, à des colloques ou manifestations scientifiques. L'IREM prend à sa charge, depuis plusieurs années, les frais de mission des enseignants du secondaire, pour les « vendredis IREM » et quelques colloques ciblés, le rectorat donnant seulement des Ordres de Mission sans frais. L'accord des chefs d'établissement pour « libérer » les vendredis après-midi est, à de rares exceptions près, assez facilement obtenu, mais s'accompagne souvent d'emploi du temps difficile le reste de la semaine.

Diffusion des résultats

Les travaux de l'IREM sont diffusés largement : par des textes sur le site web de l'IREM, des publications dans des revues, actes de colloques, etc., mais aussi par des participations à des « commissions Inter-IREM » nationales, ou à des colloques nationaux ou internationaux sur l'enseignement des mathématiques.

L'IREM a participé en 2009-2010 à plusieurs manifestations locales, nationales ou internationales :

- participation à la formation initiale ou continue (dans le cadre du PAF),
- ateliers lors de la journée régionale de l'Association de Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public (APMEP) et lors du colloque national APMEP d'octobre 2010,
- stands et ateliers dans les établissements scolaires lors des fêtes de la Sciences.

Au cours de l'année universitaire 2009-2010, la plupart des travaux de recherche en cours se sont poursuivis. Des stages sur les thèmes « algorithmique » et « logique et raisonnement » ont été acceptés au Plan Académique de Formation. Suite aux nouveaux programmes du lycée, deux nouveaux groupes ont été créés, « Méthodes et Pratiques Scientifiques » et « Logique et raisonnement ». En 2010, cinq groupes travaillent donc en lien avec les nouveaux programmes du lycée.

Publications

L'IREM poursuit l'édition de ses deux revues : **Grand N** sur l'enseignement des sciences pour les enseignants de maternelle et du primaire, et *Petit x* pour la formation des enseignants de mathématiques de collège et lycée. Les articles complets des anciens numéros (plus de cinq ans) de ces deux revues sont en ligne sur le site de l'IREM, entièrement remis à jour par B. Genevès.

Personnel de l'IREM

KAZANTSEV Christine, Directrice de l'IREM depuis le 1 octobre 2010, kazanc@imag.fr

GRENIER Denise, Directrice de l'IREM jusqu'au 30 septembre 2010, dgrenier@ujf-grenoble.fr

BLONDEL Carole, Secrétaire de direction, Carole.Blondel@ujf-grenoble.fr

GLENAT Pierrette, gestion de la revue *Grand N*, des missions et de la bibliothèque, Pierrette.Glenat@ujf-grenoble.fr

CHORIER Valérie, gestion de la revue *Petit x*, et de la bibliothèque, Valerie.Chorier@ujf-grenoble.fr

Responsable du site de l'IREM : Bernard GENEVES Bernard.Geneves@imag.fr

Participants

BACHER Roland	Maître de conférence UFR de Maths, Institut Fourier – 38 GRENOBLE
BESSOT Annie	Maître de conférence retraitée, collaborateur bénévole UJF –38 GRENOBLE
BICAÏS Yvan	Professeur certifié Collège Le Massegu – 38 VIF
BILGOT Anne	Professeur agrégée IUFM de Grenoble (jusqu'au 30/06/10)
BOUQUIER Luc	Professeur Lycée Camille Vernet – 26 VALENCE
BRAUNER Nadia	UFR IMAG – GSCOP– 38 GRENOBLE
BRILLEAUD Martine	Professeur Lycée Stendhal – 38 GRENOBLE
BRILLEAUD Françoise	Professeur retraitée (jusqu'au 30/06/10)
CHARLOT Grégoire	Maître de conférence UFR de Maths, Institut Fourier– 38 GRENOBLE
CHASSAN Gérard	Professeur certifié Collège Olympique (jusqu'au 30/06/10)
COLIPAN Ximena	Doctorante – Institut Fourier – 38 GRENOBLE
DAVIN Christian	Professeur certifié Lycée Marie Reynoard – 38 VILLARD-BONNOT
DERAUX Martin	Maître de conférence Institut Fourier – 38 GRENOBLE
DI MARTINO Hélène	Professeur certifiée Lycée Marie Curie – 38 ECHIROLLES

FERRATON Geneviève	Professeure certifiée Collège de la montagne ardéchoise – 07 SAINT CIRGUES EN MONTAGNE
GALLOT Sylvestre GANDIT Michèle	Professeur des Universités retraité, Institut Fourier – 38 GRENOBLE Professeure certifiée IUFM de GRENOBLE
GENEVES Bernard	PRAG UFR IMAG – LIG – 38 GRENOBLE
GERBERT-GAILLARD Evelyne	Professeure agrégée Lycée Mounier – 38 GRENOBLE
GERDIL-MARGUERON Gérard	Professeur agrégé IUFM de GRENOBLE
GIROUD Nicolas	Doctorant UFR MATHS – 38 GRENOBLE (jusqu'au 30/06/10)
GONZALEZ SPRINBERG Gérard	Maître de conférence UFR MATHS (jusqu'au 30/06/10)
GRENIER Denise	Maître de conférence UFR IMAG, Institut Fourier – 38 GRENOBLE
JOLY Romain	Maître de conférence UFR de Maths, Institut Fourier – 38 GRENOBLE
KAZANTSEV Christine	Maître de conférence UFR IMAG, LJK– 38 GRENOBLE
KROTOFF Anne	Lycée Privé Saint Marc – 38 NIVOLAS VERMELLE
LACOLLE Bernard	Professeur UFR IMAG – LJK – 38 GRENOBLE
LAMARRE Michel	Professeur certifié Lycée Camille Vernet – 26 VALENCE
LECORRE Thomas	Professeur agrégé Lycée Elie Cartan - 38 LA TOUR DU PIN
LEGOUPIL Béatrice	Professeure certifiée Collège Daniel Faucher – 26 LORIOLE SUR DROME
LEGRAND Marc	Maître de conférence retraité UJF– 38 GRENOBLE
LEROUX Antoine	Professeur certifié Collège Le Guillon – 38 PONT DE BEAUVOISIN
MALONGA MOUNGABIO Fernand	Professeur – Institut Galien – 38 GRENOBLE
MARCEL Christine	Professeure certifiée retraitée Lycée Saint-Victor – 26 VALENCE
MARTINET Eric	Professeur agrégé Cité scolaire internationale – 38 GRENOBLE
MAZURE Marie-Laurence	Professeur d'Université UFR IMAG – LJK– 38 GRENOBLE
MEILHAN Jean-Baptiste	Maître de conférence UFR de Maths - Institut Fourier– 38 GRENOBLE
MODESTE Simon	Doctorant – Institut Fourier– 38 GRENOBLE
MORALES Alice	Professeure certifiée Collège Fernand Léger – 38 SAINT MARTIN D'HERES
MOUNIER Gilles	Professeur certifié retraité Lycée Champollion – 38 GRENOBLE
MOUTON Frédéric	Maître de conférence UFR de Maths, Institut Fourier – 38 GRENOBLE

OUVRIER-BUFFET Cécile	Maître de conférence – IUFM de Créteil
PARREAU Anne PEYRIN Jean-Pierre	Maître de conférence UFR de Maths, Institut Fourier– 38 GRENOBLE Maître de conférence retraité – LIG – 38 GRENOBLE
SCHMITT Marie-Jo	Professeur agrégée Lycée Pierre Béghin - 38 MOIRANS
TROUDET Marc	Professeur certifié Collège de l'Isle – 38 VIENNE

Activités scientifiques

Vendredis IREM : 16 fois par an, soit un vendredi sur 2 hors vacances scolaires.

Programme des regroupements (un jour et demi, au Col de Porte, en Chartreuse)

Ateliers et conférences des 20 et 21 novembre 2009

- *Les tableaux numériques interactifs : quel usage en classe ?* (Antoine Leroux)
- *Raisonnement et démarche expérimentale dans les nouveaux programmes de seconde : propositions de problèmes* (groupe modélisation et preuve)
- *Quelques éléments de contenu du stage « algorithmique au lycée »* (groupe algorithmique)
- *Origami ou comment construire des nombres non constructibles* (groupe modélisation et preuves)

Ateliers et conférences des 2 et 3 avril 2010

- *Histoire des maths dans la classe de mathématiques au collège*, groupe histoire des maths
- *Aires sur la sphère*, groupe géométries non-euclidiennes
- *Un jeu du portrait : à propos de fonctions en classe de seconde*, groupe Dico
- « *Qu'est-ce qu'un gros groupe* » en mathématique, exposé de Frédéric Mouton

Ateliers et conférences des 19 et 20 Novembre 2010

- *présentation d'une situation sur les couleurs*, groupe Méthodes et Pratiques Scientifiques
- *L'algo en seconde*, groupe Algorithmique
- Marc Legrand : *débat sur « la critique constructive » à l'IREM*
- *La logique en mathématique et en informatique au lycée : liens, différences*, groupes Logique et Algo.

Compte-rendu des groupes 2009-2010

Algorithmique

Le « Groupe Algorithmique » a réuni des enseignants des lycées et collèges, ainsi que des enseignants de l'Université dans les domaines des mathématiques, mathématiques appliquées et informatique.

Participants 2009/2010 : *Bernard Lacolle (Responsable)*, Michèle Benois, Anne Bilgot, Nadia Brauner, Martine Brilleaud, Christian Davin, Anne Krottoff, Michel Lamarre, Simon Modeste, Gilles Mounier, Jean-Pierre Peyrin, Marie-Jo Schmitt.

Le groupe de travail IREM

Le travail du groupe IREM s'est effectué lors des journées IREM, environ un vendredi tous les quinze jours. Cependant, il s'est vite révélé indispensable de compléter ce travail hors de ces journées de regroupement. Le travail de ce groupe a du fait couvrir plusieurs domaines :

- tout d'abord une réflexion sur la question de l'introduction de l'algorithmique en seconde à partir des documents officiels,
- une réflexion sur la question du contenu d'un enseignement d'algorithmique,
- la préparation et l'organisation de quatre stages de formation dans le cadre du Plan Académique de Formation de l'académie de Grenoble.

Si le point 1 n'a pas pris en soi beaucoup de temps, cette question est revenue sans cesse en toile de fond des discussions. La réflexion du point 2 a été une urgence qui s'est imposée dès le mois de septembre : c'était un préliminaire indispensable aux stages, même si de fait le travail s'est largement prolongé en se nourrissant de l'expérience des stages. En particulier, les activités des stagiaires devant leurs élèves nous ont permis d'avancer concrètement sur ce point.

Un enseignement d'algorithmique en seconde

Au-delà de ce que l'on peut tirer des documents officiels (en particulier du document d'accompagnement), il s'est imposé assez rapidement que l'exposé de certains concepts propres à l'algorithmique était indispensable :

- la notion de « mémoire », de leur manipulation par des instructions d'affectation, du séquençement des instructions,...
- la notion d'instruction conditionnelle,
- un exemple d'instruction « itérative »,
- la notion de « collection d'objets ».

Des exercices propres à la compréhension de ces notions semblent s'imposer devant les élèves avant d'aborder des problèmes en relation plus directe avec les programmes de mathématiques. Cette nécessité a été confirmée par les stagiaires qui avaient déjà expérimenté l'algorithmique dans leur classe. Dans les exercices les plus élémentaires, on effectue des « traces pas à pas » du déroulement d'un algorithme. On est très vite amené à travailler sur des éléments de logique, raisonnement,... ce qui en soi est une illustration du programme de mathématique.

Des activités correspondant à cette étude figurent dans le document proposé aux stagiaires.

Les questions sur l'enseignement de l'algorithmique nous amènent également à nous interroger sur *les contrôles et l'évaluation*. Nous n'avons pas vraiment eu le temps de travailler sur ces points cette année. Les compétences suivantes à identifier et travailler seraient par exemple :

- comprendre et analyser un algorithme préexistant ;
- modifier un algorithme pour obtenir un résultat particulier ;
- analyser la situation : identifier les données d'entrée, de sortie, le traitement... ;
- mettre au point une solution algorithmique : comment écrire un algorithme en langage courant en respectant un code, identifier les boucles, les tests, des opérations d'écriture, d'affichage... ;
- valider la solution algorithmique par des traces d'exécution et des jeux d'essais simples ;
- adapter l'algorithme aux contraintes du langage de programmation : identifier si nécessaire la nature des variables... ;
- valider un programme simple.

Des activités pour approfondir l'algorithmique

Le groupe a travaillé sur des activités destinées à approfondir l'algorithmique et à constituer le « cœur » des stages. Certaines de ces activités, dans leur forme élémentaire, ont également donné des situations d'initiation pour les élèves. On citera par exemple :

- un travail détaillé sur la « factorielle » orientée vers la preuve et la récurrence, un aperçu de la récursivité,...
- des études sur les schémas algorithmiques, construisant à partir de la recherche du maximum de deux nombres, trois nombres,... un algorithme de tri.
- des études sur les schémas algorithmiques à partir de problèmes classiques sur les nombres : PGCD, opérations sur des « entiers longs », notion de représentation des nombres, approfondissement de la notion de liste,...
- des travaux sur un modèle géométrique « tortue », allant de simples exemples pour la classe, jusqu'à la construction de structure fractale,...

Toutes ces activités peuvent être prétextes à l'élaboration de la notion de *preuve de programme*.

Nous aurions également souhaité évoquer la notion de *complexité d'algorithme*, mais ce sujet a été à peine effleuré.

Les stages

Ont participé à un ou plusieurs stages : Nadia Brauner, Bernard Lacolle, Michel Lamarre, Gilles Mounier, Jean-Pierre Peyrin, Marie-Jo Schmitt.

Plan d'organisation d'un stage

Chaque stage s'est déroulé sur 2 journées, espacées environ d'une dizaine de jours. Nous avons souhaité pour ces stages un binôme « enseignant du secondaire / enseignant universitaire », même si cette année nous avons, en phase d'expérimentation, été souvent plus nombreux.

Chaque stage comportait environ vingt stagiaires.

Le premier stage s'est déroulé en décembre, puis en janvier-février, et le dernier en mars.

Première journée : introduction à l'algorithmique sur des exemples simples, expérimentation sur ordinateur, proposition de thèmes d'approfondissement, de thèmes d'exercices à transformer en situations pour la classe.

Seconde journée : complément sur l'algorithmique, travail sur les situations pour la classe, travail sur ordinateur à partir des thèmes d'approfondissement.

Le temps a été à peu près équitablement partagé entre le travail « hors machines » et les « applications sur ordinateur ». Un travail personnel a été demandé aux participants entre les deux journées de stage, en leur demandant de proposer des situations pour la classe. Plus de la moitié des stagiaires ont proposé des situations, certaines très élaborées, d'autres sous forme de suggestions.

Documents élaborés

Un document de travail a été distribué aux stagiaires en début de stage. Il propose en même temps des sujets d'études pour les stagiaires et des propositions d'activités pour les élèves. Les stagiaires débutant en algorithmique peuvent tirer profit de ces activités pour les élèves. Ce document est en évolution permanente : la version la plus récente est disponible sur le site de l'IREM de Grenoble, pour le moment en accès réservé.

Une ébauche de document solutions a été élaborée : c'est un exercice délicat. Les solutions ne peuvent être sorties de leur contexte pédagogique de présentation. Un grand travail reste à faire sur ce point.

http://www-irem.ujf-grenoble.fr/irem/Algo/Stage_Algo_IREM_Grenoble.pdf

Travail en interaction avec les stagiaires

Nous avons associé les stagiaires à l'élaboration du document, en ce qui concerne les situations pour la classe. Certaines situations pour la classe proposées par les stagiaires, ont fait l'objet d'un travail en groupe lors de la seconde demi-journée, et incorporées au document, avec l'accord des auteurs.

Le langage choisi pour le stage

Afin de pouvoir travailler collectivement, le langage proposé pour les stages a été Python (version 2.6.4). On peut constater que les stagiaires se sont en général rapidement bien appropriés le langage.

Certains stagiaires étaient intéressés par ALGOBOX. La discussion sur les langages ne s'est pas imposée durant les stages.

Des stages à deux facettes !

La typologie des stagiaires était variée, avec des professeurs débutant en « algorithmique » et d'autres venant chercher des éléments pour approfondir leurs connaissances.

L'objectif principal des stages est la formation et approfondissement de l'algorithmique pour les stagiaires. Cependant il y a eu une demande très forte des stagiaires pour que l'on aborde le problème concret de l'enseignement de l'algorithmique en classe. De très nombreux stagiaires ont souhaité avoir des indications assez précises sur la façon d'introduire l'algorithmique devant les élèves. Nous avons beaucoup insisté sur la nécessité de ne pas faire l'impasse sur des activités élémentaires comme celles concernant les fondamentaux : mémoire, affectation,.... Les stagiaires qui avaient débuté l'enseignement dans leur classe ont confirmé cette orientation.

Pour les aspects « fondamentaux de l'algorithmique » les thèmes traités ont été ceux du paragraphe suscit.

Interaction « Stages » et « Groupe IREM »

Mener en même temps une réflexion et un travail sur l'introduction de l'algorithmique en seconde, élaborer et conduire des stages de formation a demandé un investissement énorme, d'autant que l'attente des stagiaires était grande et immédiate par rapport à la mise en place de l'algorithmique.

Pour autant, ce travail sur les stages a été pour les formateurs une formidable ressource pour le travail dans le groupe IREM.

Un énorme travail reste à faire, soit dans la synthèse des expériences sur le terrain, soit dans la rédaction des documents. Nous n'avons d'ailleurs pas eu le temps de répondre à certaines sollicitations pour la rédaction d'article de synthèse par exemple.

Le travail depuis septembre 2010

Nous avons travaillé depuis le mois de septembre sur le plan « réalisation et exploitation des stages » (4 en 2009/2010 et 3 en 2010/2011) et également sur l'orientation de notre approche de l'algorithmique.

Sur le plan « réalisation et exploitation des stages », les points suivants ont été abordés :

- réalisation d'un questionnaire,
- les stagiaires ont-ils utilisé des éléments du stage et si oui comment ?
- ce que les stagiaires souhaiteraient voir développer dans le stage de cette année, pour eux, pour leurs élèves,

Sur le plan « approche de l'algorithmique », le groupe souhaite cette année approfondir les points suivants :

- la notion de « schéma algorithmique »,
- la notion de preuve et comment la présenter aux enseignants,
- comment sensibiliser les élèves à cette notion de preuve,
- les relations entre la « logique » abordée dans un cours de mathématique et les notions de logiques nécessaires en algorithmique.

Le débat scientifique en classe

Participants 2009/2010 : *Thomas Lecorre (Responsable), Anne Parreau, Antoine Leroux, Marc Legrand.*

Le thème de recherche

Le groupe travaille sur les conditions qui permettent (ou qui interdisent) aux élèves d'une classe ou aux étudiants d'un amphi d'assumer une part de responsabilité scientifique suffisante sur ce qui s'énonce en cours pour pouvoir en comprendre le sens profond.

« Comprendre le sens profond de... » signifiant pour nous, pouvoir à terme (pendant et au delà de cette étude) « prendre l'initiative de faire avec... »

L'activité du groupe se répartit sur trois tâches complémentaires

1) Construire des groupes de situations d'enseignement qui permettent à une classe ou à un amphi de parcourir un thème du programme en alternant des phases où les élèves/étudiants assument une grande part de la responsabilité intellectuelle sur l'avancée du cours et des phases où le professeur réorganise ce que les élèves/étudiants ont produit de façon erratique et met en place de nouveaux éléments structurants sur lesquels les élèves/étudiants vont avoir à nouveau à s'investir en propre pour découvrir ensemble ce qui est pertinent et vrai.

Nous travaillons par exemple pour le moment sur une suite de situations qui permettent de travailler les chapitres limite, continuité et intégrale en terminale en restant dans une même problématique de compréhension de l'efficacité de faire des majorations/minorations et des passages à la limite pour maîtriser par du fixe ce qui bouge et varie trop pour pouvoir être appréhendé directement.

Nous effectuons également ce type de recherches sur les démonstrations importantes (porteuses de significations) du cours : comment par exemple associer la classe ou l'amphi à l'établissement d'une preuve élaborée comme celle de Bézout, de façon à ce que le professeur ne se retrouve pas au bout d'un moment à être le seul à savoir ce qu'il fait et pourquoi ?

2) Poursuivre la rédaction du livre sur « le principe du débat scientifique en cours » : un exemple de « cours constructiviste ».

En approfondissant les conditions qui permettent à ce « cours constructiviste » de traiter ce qui est essentiel dans un programme en gardant une compréhension profonde pour une majorité d'élèves, nous réalisons chaque jour davantage à quel point ce que nous avons marqué en préambule : « trouver les conditions de la dévolution en cours d'une véritable responsabilité intellectuelle à l'élève et à l'étudiant » et qui est devenu pour nous la condition sine qua non de la vraie réussite du travail du professeur, n'est pas en pratique une nécessité ressentie comme telle par la majorité des enseignants, et cela bien que cette idée fondatrice de la transmission du sens ait été mise en lumière avec force par Guy Brousseau depuis près de quarante ans dans la « théorie des situations didactiques ».

Nos recherches actuelles en écrivant ce livre sont donc de tenter de mieux comprendre ce qui « interdit » à cette idée fondamentale de faire son chemin dans l'école, de la maternelle à l'université.

3) Formation des professeurs

Intervention au BSQF Colloque francophone des conseillers pédagogiques de l'enseignement supérieur (Canada, Suisse, France, Belgique) à Aussois le 23 octobre 2009.

Interventions dans la formation des moniteurs (étudiants en thèse et futurs enseignants d'université) au CIES de Grenoble les 18-19 janvier 2010 et les 15-16 et 18 Mars 2010 et au CIES d'Orsay les 14 et 15 janvier 2010.

Intervention à l'IUFM de Grenoble dans la formation de stagiaires PLC2 vendredi 26 mars 2010.

Intervention à l'Institut de pédagogie universitaire et des multimédias de Louvain la Neuve en Belgique le 18 octobre 2010.

Didactique au Collège et lycée DICO

Participants 2009/2010 : Grégoire Charlot, Marie-Laurence Mazure (*Responsables*), Annie Bessot, Anne Krottoff, Michel Lamarre, Christine Marcel.

La question à l'étude dans notre groupe est : « Comment interpréter le saut entre la fin du Collège et le début du Lycée, perçu par les enseignants et le corps d'inspection comme source de difficultés pour les élèves », thème suggéré par les IPR de Mathématiques de l'Académie de Grenoble.

Notre groupe travaille depuis 2007. Dans un premier temps, nous avons cherché à faire l'état des lieux de l'enseignement en classe de Troisième et de Seconde de la façon suivante :

- Analyse des programmes et de manuels de troisième et seconde.
- Construction, passation et analyse des réponses à un questionnaire individuel adressé à des professeurs ayant une classe de seconde.
- Construction, passation et analyse d'un questionnaire adressé à des élèves de Troisième et de Seconde sur le thème « calcul algébrique et fonctions affines ».

Les résultats de cet état des lieux nous ont amené à nous centrer sur « calcul algébrique et fonctions » et ont servi de base à la conception d'un scénario expérimental organisé autour de deux jeux :

- Jeu coopératif élèves - enseignant pour construire des questions de type algébrique et géométrique permettant d'identifier une fonction dans une liste ;
- Jeu du portrait entre binômes d'élèves, utilisant la liste de questions construite dans le jeu précédent.

La réalisation d'un premier scénario a eu lieu en mai et juin 2009 dans une classe de Seconde du lycée Camille Vernet de Valence (enseignant : Michel Lamarre). Les commentaires anonymes des élèves sur cet enseignement indiquent une appréciation positive d'une partie importante des élèves malgré l'imperfection du jeu à cette étape de sa création.

L'analyse des données recueillies a permis de modifier ce premier scénario pour une mise à l'épreuve en classe de seconde pendant l'année 2009 – 2010. Nous avons en particulier simplifié la règle du jeu du portrait pour en faciliter le déroulement. Une nouvelle réalisation a eu lieu en mai 2010, toujours dans une classe de Seconde de Michel Lamarre, avec un changement de consigne (possibilité d'utiliser la calculette graphique) pour examiner si celle-ci s'inscrit ou non de façon intéressante dans le scénario. L'analyse des données en juin et septembre 2010 nous a conduit à conclure négativement à ce propos et à vérifier la robustesse des jeux du point de vue de la mise en relation possible entre calcul algébrique et propriétés de fonctions.

Durant l'année en cours (2010-2011) nous nous engageons dans trois directions coordonnées.

- 1 - Préparer un stage de formation continue pour le rectorat, intitulé « Ruptures et continuités dans le passage du collège au lycée » et construit autour de notre travail sur calcul algébrique et fonctions.
- 2 - Préparer un atelier pour le congrès de l'APMEP qui se tiendra à Grenoble en octobre 2011.
- 3 - Écrire un article pour « *Petit x* » sur l'ensemble de notre travail (2007-2011), ce qui nous permettra aussi d'avancer dans nos analyses.

Géométries non euclidiennes

Participants 2009/2010 : *Bernard Genevès (Responsable)*, Luc Bouttier, Sylvain Gallot

Les formules de calcul de la circonférence et de l'aire du disque, de l'aire et du volume de la sphère, sont habituellement "parachutées" aux élèves ; les maîtres savent qu'on peut recalculer ces quantités par le calcul intégral sur des surfaces "courbes", c'est-à-dire par des méthodes inaccessibles à l'élève moyen.

Ce sont des résultats qu'on ne démontre jamais dans une scolarité ordinaire ; la démonstration de ces formules est ainsi reléguée dans les traités concernant les fondements de la théorie, et leur intérêt se trouve réduit à sa valeur historique ; de ce fait, ces formules confortent les élèves dans l'opinion que les mathématiques sont des vérités éternelles intangibles, des recettes qu'on n'a pas à comprendre mais à appliquer.

Un des objectifs de ce travail est de donner une reconstruction de ces résultats (et d'autres résultats voisins) avec des moyens limités, accessibles à l'élève ; par exemple, éviter l'usage des fonctions trigonométriques ou du calcul différentiel et intégral, au profit de méthodes "élémentaires" (comment une grandeur est-elle transformée par une homothétie, proportionnalité des aires et des volumes, lien entre volume et aire de base pour des cônes généraux, comparaison des aires via la comparaison de volumes, comparaison des volumes via l'inclusion, ...).

Un autre objectif est d'étendre et poursuivre notre précédente réflexion sur la sphère en tant que support d'une géométrie non-euclidienne.

Dans l'ensemble de ce travail, il s'agit d'introduire ou de réintroduire un questionnement, en mettant en jeu des connaissances de géométrie euclidienne traditionnelle, même si le contexte est plus ou moins inhabituel.

L'année précédente nous nous sommes consacrés à l'étude des "droites" de la sphère, d'une distance sur la sphère, des angles sur la sphère, de la projection stéréographique, de la conservation des angles par cette projection. Comme exemple de problème issu de cette recherche nous avons développé le questionnement suivant : dans l'espace euclidien tridimensionnel ordinaire, si on projette orthogonalement sur un plan un angle (en considérant, pour commencer, le cas où un seul des côtés de cet angle est parallèle au plan de projection), on constate que l'angle image par la projection est en général différent de l'angle source ; mais est-il plus petit, ou plus grand ? Cette question est liée aux propriétés de la distance sur la sphère.

L'année écoulée a été consacrée à l'aire de la sphère ou d'un morceau de la sphère ; par exemple : des formules, dont l'origine remonte à Archimède, mais qui ne sont habituellement démontrables qu'avec les connaissances du niveau Master, montrent que la projection cylindrique de la sphère sur le cylindre tangent à l'équateur envoie tout morceau de la sphère sur un morceau de même aire du cylindre ; comment justifier cette propriété de façon accessible ? Si le cylindre tangent a même aire que la sphère, qu'en est-il pour un cône tangent ?

En séminaire Irem, nous avons présenté quelques-uns de nos problèmes : la comparaison entre angle et angle projeté évoquée ci-dessus, le calcul de l'aire d'un triangle sphérique en fonction des angles de ce triangle illustré par des figures 3D manipulables ; ce dernier exemple donne une preuve de l'inexistence d'isométrie entre un morceau de sphère et un morceau de plan, et donne, dans le cadre de la sphère, une preuve élémentaire du célèbre théorème de Gauss-Bonnet.

Rendre accessibles les preuves des formules d'aires s'est révélé un travail ardu ; notre projet pour l'année en cours vise à unifier les différentes rédactions de ces démonstrations et à mettre les résultats à disposition sur le site Web de l'Irem, et à y réagréger deux travaux antérieurs : une présentation que nous avons faite de la géométrie hyperbolique utilisant de manière analogue la projection stéréographique, une formule de Gauss-Bonnet pour les polyèdres.

Depuis septembre, différentes démonstrations visant les propriétés de la projection cylindrique d'Archimède ont été obtenues ; la publication sur le site web de l'Irem de ces résultats va commencer, nous résolvons actuellement les dernières difficultés techniques.

Sur les origines de la géométrie de la Mésopotamie jusqu'à Euclide

Participants 2009/2010 : *G. Gonzalez-Sprinberg (Responsable), A. Morales, M. Troudet*

Notre intention était de travailler à partir des éléments d'Euclide la démonstration et la rédaction. Très rapidement, il nous a paru indispensable d'inscrire ce travail dans une perspective historique en revenant sur la naissance des mathématiques et en particulier de la géométrie en Mésopotamie et en Egypte.

Une importante bibliographie à destination des élèves du second degré et des professeurs sur les mathématiques anciennes est disponible. Dans ce travail, nous n'avons pas cherché à donner des exercices originaux mais à construire un ensemble cohérent et abordable pour un public non spécialiste. Nous avons construit des activités au niveau 4^{ème}, 3^{ème} et 2^{nde} basées sur les mathématiques en Mésopotamie, en Egypte et en Grèce (Eléments d'Euclide, Livre I).

Les élèves posent souvent les questions fondamentalement pertinentes :

- « Qui a inventé les mathématiques et pourquoi ? »
- Pourquoi faut-il démontrer, montrer, justifier quand la monstration paraît suffisante.

Le fait de revenir aux origines des mathématiques (occidentales) permet aux élèves de se rendre compte qu'à l'origine les mathématiques répondent à des questions pratiques de la vie courante : comptabilité, arpentage, astronomie, durée, ... qui vont petit à petit amener des questions de mathématiques purement théoriques. Celles-ci vont entraîner les hommes à construire des outils de plus en plus élaborés et compliqués (numération, opérations, racines carrée et cubique, inverses d'un nombre, valeur approchée de π , équations du premier et second degré, systèmes d'équations).

Le choix du système de numération et les difficultés de calculs liées au système choisi est intéressant au niveau de l'enseignement car il permet de mieux comprendre notre système décimal et de réaliser que nous sommes des héritiers des errances du passé.

Nous avons choisi des exercices dans lesquels le théorème de Pythagore avait une place importante parce qu'il est bien connu des élèves et qu'il nous semble plus aisé de rentrer dans la problématique de sa naissance, de son utilisation et de sa démonstration. La démonstration de la réciproque du théorème de Pythagore par Euclide venant clore l'ensemble des activités.

Les textes anciens sont souvent écrits dans un langage sommaire, (Mésopotamie) ou particulièrement développés tout en restant hermétiques (Euclide). Ce travail sur le texte permet aux élèves d'améliorer leur capacité de lecture de consignes ainsi que la reformulation orale et écrite ce qui est un problème récurrent dans les classes.

Par ailleurs, les textes en Mésopotamie et Egypte se présentent toujours sous la même forme algorithmique. Les tablettes mésopotamiennes sont soit des exercices faits par des élèves ou destinés aux élèves (souvent répétitifs) soit des tables de valeurs (inverses, carrés, ...). Les démonstrations rigoureuses telles que nous l'entendons actuellement se rencontrent pour la première fois dans les éléments d'Euclide.

Enfin, nous avons pensé ce travail sous une forme interdisciplinaire (mathématiques et histoire géographique). En effet, le cloisonnement des disciplines est souvent source d'incompréhension pour les élèves.

L'ensemble des activités a été expérimenté dans les classes de 4^{ème} et 3^{ème} du Collège Fernand Léger (REP, 38400 Saint Martin d'Hères) en travail interdisciplinaire histoire- géographie et mathématiques sur onze séances, les 2 professeurs encadrant les élèves. Les élèves ont rendu un dossier complet : introduction, exercices résolus, conclusion et carte géographique à la fin du projet noté par les deux professeurs.

Après cette expérimentation, nous avons modifié l'ensemble des activités en tenant compte des difficultés rencontrées.

De plus, nous avons tiré un ensemble de conclusions :

- Le travail proposé est très difficile au niveau 4^{ème}
- Un travail plus approfondi sur la numération mésopotamienne est indispensable avant d'aborder les problèmes de géométrie et il peut être fait dès la 6^{ème} (à faire en 2010-2011).
- Il semble clair que les activités sur les éléments d'Euclide sont de nature totalement différentes de celles sur la Mésopotamie et l'Egypte.

Participants 2010/2011 : *Alice MORALES (Responsable)*, Roland BACHER, Geneviève FERRATON, Christine MARCEL, Marc TROUDET

Fort des enseignements recueillis l'an dernier, notre groupe a décidé de poursuivre et d'approfondir son travail sur les Mathématiques en Mésopotamie en élaborant différentes activités sur les quatre niveaux de collège.

- Nous avons, déjà élaboré les activités et exercices pour les quatre niveaux sur la numération sexagésimale mésopotamienne.
- Les quatre opérations vues sous l'angle des babyloniens devraient élucider certaines difficultés sur les opérations avec les durées mais aussi sur les puissances, en particulier en 3^{ème}.
- L'étude de problèmes anciens, la mise en évidence des méthodes parfois identiques aux nôtres, devrait leur permettre de développer leurs capacités de recherche et de résolution des problèmes. Nous nous proposons une lecture exhaustive des textes mathématiques présentés par F.THUREAU-DANGIN afin de choisir des activités et exercices adaptés aux différents niveaux du collège.

L'ensemble des activités sera testé cette année sur les trois collèges.

Modélisation et preuve, démarche expérimentale en mathématiques (2009-10)

Participants 2009-2010 : Roland Bacher (*Responsable*), Martine Brilleaud, Françoise Brilleaud, Evelyne Gerbert-Gaillard, Denise Grenier, Jean-Baptiste Meilhan, Frédéric Mouton

Thème et objectifs

Le groupe a poursuivi la réflexion des années précédentes sur les « situations de recherche pour la classe », à destination d'élèves de collèges et lycées. Ces problèmes de recherche entrent dans le cadre des programmes scolaires officiels concernant les savoir-faire fondamentaux pour faire des mathématiques, en particulier : expérimenter, modéliser, étudier des conjectures, prouver.

Le travail a consisté à réfléchir à de nouveaux problèmes et à les proposer à des enseignants (stages du PAF, ateliers APMEP régionale, formation d'étudiants préparant le CAPES).

Notre groupe a organisé en 2009-2010 trois stages de formation intitulés "raisonnements et preuves", de deux journées de 6 heures chacun, à Valence, Grenoble et Chambéry. Ces stages ont été animés par Denise Grenier, Roland Bacher, Jean-Baptiste Meilhan et Frédéric Mouton. Le contenu portait précisément sur l'étude par les enseignants de problèmes dans les thèmes suivants :

- nombres constructibles à la règle et au compas, ou comment l'utilisation combinée de l'algèbre et de la géométrie permet de faire des preuves,
- sangakus (des énigmes d'origine japonaise) pour faire de la géométrie autrement,
- les mathématiques des origamis, problèmes utilisant Pythagore et Thalès,
- étude de types de preuves non usuels : preuves sans mots, preuves fausses,
- l'algorithme d'Euclide,
- optimisation dans les entiers : la chasse à la bête.

La préparation de ces stages a occupé une grande partie de nos vendredis. Nous avons également étudié quelques nouveaux problèmes liés aux pavages, et à l'optimisation d'aire dans les polygones et nous nous sommes penchés sur les nouveaux programmes.

Conférence de Frédéric Mouton "Qu'est-ce qu'un gros groupe ?" et atelier de Denise Grenier à la journée annuelle régionale de l'APMEP (Mars, Grenoble)

Conférence atelier sur les nouveaux programmes de seconde, logique et raisonnement mathématique, dans le cadre d'un regroupement de l'IREM de Lyon (Juin 2010).

Publications consultables en ligne ([site de l'IREM](#))

Un atelier [construction de polygones réguliers et la modélisation associée, qui associe géométrie et algèbre](#)

[Deux situations de recherche en classe](#)

[Autour des polyèdres de Platon](#)

Nouveaux thèmes (années 2010-2011)

Logique et raisonnement

Membres : *Denise Grenier (Responsable)*, Yvan Bicaïs, Martine Brilleaud, Ximena Colipan, Martin Deraux, Jean-Baptiste Meilhan, Frédéric Mouton, Marie-Jo Schmitt, Simon Modeste

L'entraînement à l'argumentation, la logique et l'apprentissage de la démonstration font partie intégrante des nouveaux programmes de lycée (2009 et 2010), ainsi que l'introduction de quelques notations ensemblistes. Les recommandations officielles stipulent qu'aucun « cours » ne doit être fait sur ces notions et que leur enseignement doit être réparti tout au long de l'année, à l'occasion de la résolution de problèmes sur des notions mathématiques faisant l'objet de chapitres.

Cet objectif fondamental pour les mathématiques est ambitieux et sa réalisation pose de nombreuses questions. Comment par exemple, faire « distinguer implication mathématique et causalité » à des élèves de 2^{nde} ou de 1^{ère} ? Quelles notions y a-t-il derrière les « notations » qui doivent être introduites, aussi bien les symboles ensemblistes de base que les expressions « quel que soit », « il existe » et la signification du « ou », « et » et « un » en mathématiques ?

Nous avons étudié les programmes et les documents ressources associés. Nous réfléchissons actuellement à la mise au point d'énoncés de problèmes accessibles aux élèves, et permettant de faire travailler ces notions et notations.

Le groupe assurera en 2010-2011, sur ce thème :

- Un stage « Raisonnement, logique et preuve en classe de seconde »

Le stage se déroulera au premier trimestre 2011, en deux journées de 6 heures.

Il comportera deux parties

- une analyse du programme et du document ressources sur ce thème,
- l'étude de nouveaux problèmes susceptibles de remplir les objectifs visés.

Les deux journées de stage pourront être séparées de 2 ou 3 semaines, afin de permettre aux enseignants d'expérimenter les problèmes étudiés.

- Un atelier à la journée régionale de l'APMEP de Grenoble (mars 2011).
- Des interventions dans des cursus de formation d'étudiants se destinant à l'enseignement.

Méthodes et Pratiques Scientifiques

Membres : *Romain Joly (Responsable)*, Michèle Gandit, Christine Kazantsev, Michel Lamarre, Fernand Malonga, Eric Martinet.

Ce document propose un ensemble d'activités autour du thème « couleurs » pour l'option MPS. Nous avons pris comme base d'organisation celle du lycée international de Grenoble : un thème est proposé pendant un semestre. Chaque groupe d'élèves suit trois séances de physique, trois de SVT et trois de maths. Les séances durent 1h30, ont lieu au rythme d'une par semaine et sont groupées par matières. L'ordre dans lequel les trois matières interviennent dépend des groupes.

Mathématiques

Notre but a été de montrer aux élèves les mathématiques sous un angle autre que celui des exercices scolaires ou celui des petits jeux mathématiques sans rapport avec la réalité. Nous avons cherché à mettre en avant la démarche mathématique :

- 1) on cherche à comprendre un objet, un phénomène,
- 2) on modélise l'objet sous forme abstraite d'un objet mathématique,
- 3) cette forme abstraite permet de mieux le comprendre, mieux le manipuler, d'utiliser des outils mathématiques venant d'autres domaines,
- 4) éventuellement on repasse des maths au concret pour obtenir des applications pratiques.

Nous avons choisi le codage informatique des couleurs et les transformations mathématiques qui se cachent derrière un logiciel de traitement des photos numériques.

Résumé des connaissances pouvant être utiles

Codage RVB : l'oeil humain possède trois types de cônes. Grossièrement, l'un est sensible au rouge, le deuxième au vert et le dernier au bleu. Le stimulus visuel correspondant à une couleur peut donc être généré par le mélange de trois rayons lumineux, rouge, vert et bleu, d'intensités bien choisies. C'est le principe des pixels des écrans qui sont composés de trois composants électroniques correspondants aux trois couleurs.

Le codage RVB classique, dit *vraies couleurs* ou *16 millions de couleurs* consiste à définir une couleur par l'intensité des trois faisceaux rouge, vert et bleu. Cette intensité est un nombre entre 0 et 255 qui est codé dans un octet (i.e. 8 bits c'est-à-dire une suite de huit 0 ou 1 ou bien encore un nombre binaire entre 00000000 et 11111111). Au total, la couleur d'un pixel est codée dans trois octets. Certains formats bruts d'image numériques de type *RAW* codent exactement la suite des couleurs de chacun des pixels de l'image. Toutefois, la plupart des formats de fichiers (JPEG etc.) sont basés sur des algorithmes de compression du codage des couleurs des pixels, avec la plupart du temps une perte d'information mais un gain de place.

Pour le codage RVB, une couleur est donc un point (r,v,b) du cube $[0,255] \times [0,255] \times [0,255]$.

Pour comprendre comment voit un daltonien, il faut supprimer (ou mettre à zéro) une ou deux coordonnées donc projeter les points du cube sur un plan ou une droite. On voit que plusieurs couleurs peuvent avoir la même image, c'est pourquoi les daltoniens ne différencient pas toutes les couleurs. Certains animaux n'ont pas de cônes et voient seulement l'intensité lumineuse par leurs bâtonnets, d'autres ne voient qu'une seule couleur... Pour transformer une image en noir et blanc, il suffit de projeter une couleur sur l'axe des gris $r=v=b$, i.e. de transformer le point (r,v,b) en $((r+v+b)/3, (r+v+b)/3, (r+v+b)/3)$ (qui peut alors se coder en un seul octet).

Apport mathématique : modélisation, géométrie dans l'espace.

1. repérage dans l'espace 3D,
2. projection sur un plan (plan de luminosité constante ou triangle de Maxwell)
3. coordonnées barycentriques (sur le triangle de Maxwell)

Un document final sera rédigé sur ce thème des couleurs et mis en ligne sur le site de l'IREM.

L'activité se poursuit sur le thème « investigation policière » avec la recherche de victimes d'avalanche.