Clé en main

LE JEU DE CUBES

Julien LAVOLÉ
Groupe ResCo [1]
(Résolution collaborative de problèmes)
IRES de Montpellier.

Contexte

Le groupe ResCo de l'IRES de Montpellier est constitué d'enseignants du second degré et d'enseignants-chercheurs. Chaque année, il propose un dispositif de résolution collaboratif d'un problème auxquels s'inscrivent entre 80 et 100 classes de la Sixième à la Terminale de France et parfois de l'étranger. Dans le cadre du Plan Académique de formation de l'académie de Montpellier, le groupe met en œuvre des stages de deux jours à l'IRES de Montpellier et dans les différents bassins de la région Occitanie. Le groupe se déplace également dans des séminaires sur l'enseignement des mathématiques en France et dans le monde.

L'activité qui va être présentée provient d'une liste d'une cinquantaine de problèmes que le groupe ResCo fournit aux participants des formations PAF afin que les enseignants puissent expérimenter des séances de résolution de problèmes dans leur classe entre les deux journées de formation. L'énoncé originel du problème a été modifié afin d'en améliorer la compréhension et le rendre plus appropriable et plus clair pour les élèves.

En aparté, nous n'avons pas connaissance de l'origine précise du problème du jeu de cubes. En effet, les problèmes de la liste se transmettent de membres en membres du groupe ResCo depuis plus de vingt ans et seule Mireille Sauter était présente à l'origine de sa création. Malheureusement, elle même n'a pas souvenir de sa provenance. Nous recherchons

1 Membres du groupe ResCo de l'IRES de Montpellier : Brodin Boris (professeur de mathématiques - Collège Bellevue à Alès), Clementz Damien (professeur de mathématiques - Collège du Salagou à Clermont-l'Hérault), Julien Lavolé (professeur de mathématiques et sciences physiques et chimiques - Lycée professionnel Paul Langevin à Beaucaire), Durand Sébastien (professeur de mathématiques - Collège Jean Moulin à Perpignan), Modeste Simon (Enseignant chercheur en didactique des mathématiques – Université de Montpellier), Sauter Mireille (professeur de mathématiques retraitée), Yvain-Prébiski Sonia (Maîtresse de conférence en didactique des mathématiques – S2HEP-Université Lyon1)

donc des témoins et sommes preneurs de toute information nous permettant de remonter à la source de cette activité.

Le problème peut convenir à des élèves de collège et de lycées général, technologique et professionnel en fonction des objectifs envisagés par l'enseignant. Il permet de mobiliser chez les élèves les six compétences majeures de l'activité mathématique (chercher, modéliser, représenter, raisonner, calculer et communiquer). Dans les programmes de cycle 4, le problème peut s'inscrire dans les cinq thèmes et principalement dans le thème D – Espace et géométrie, particulièrement pour la connaissance Développer sa vision dans l'espace. En lycée, le problème s'inscrit également dans les thèmes sur la géométrie dans l'espace.

Cette activité peut être proposée en évaluation diagnostique, en formation, éventuellement en activité de résolution de problèmes détachée de la progression annuelle voire en activité de différenciation pédagogique ou encore, en lycée professionnel, en co-intervention.

Dans le cadre des expérimentations effectuées par les membres du groupe ResCo, le problème a d'abord été mis en œuvre lors d'une semaine d'intégration en lycée professionnel avec des élèves en Seconde Pro et en Troisième Prépa-métiers durant un atelier de deux heures avec du matériel qui s'est montré peu « efficace » (jeu de cubes déjà peints, patrons de cubes, feutres, pâte adhésive, petits carrés de papier) puis, en co-intervention mathématiques – atelier Technicien Construction Bois avec du matériel convenant mieux (voir Partie Matériel et support(s)-élève).

Objectifs de l'activité

L'utilisation du jeu de cubes doit permettre une *appropriation rapide* de l'énoncé parce qu'on suppose que l'objet en soi a déjà été fréquemment utilisé par les élèves notamment durant la petite enfance. Cela va également aider les élèves à *représenter visuellement leurs raisonnements*.

Si l'enseignant ne dispose pas de petits cubes, les élèves vont devoir d'abord *construire les cubes* à partir de patrons qu'ils auront dessinés ou qui leur auront été fournis. Si des jeux de cubes sont fournis aux élèves, ils vont pouvoir directement *manipuler* en collant des gommettes sur les faces.

Un premier objectif va consister à travailler la compétence *Raisonner* individuellement. Cela se traduit par des premières procédures des élèves qui vont les amener à effectuer différents tests et donc à procéder par essais/erreurs ce qui doit permettre de faire émerger différentes solutions partielles.

Dans un second temps, les élèves vont *communiquer* et *argumenter* avec leurs pairs en s'appuyant sur le matériel. La mise en œuvre de ses compétences est indispensable dans ce type de problèmes parce qu'il est très compliqué de le résoudre seul, le *travail coopératif / collaboratif* devient alors une nécessité.

Cette activité de construction et/ou de manipulation des petits cubes pour construire le grand cube va permettre aux élèves de *développer la vision dans l'espace* et d'*élaborer des stratégies*. Pour faciliter la communication entre pairs, les élèves vont également devoir mettre en place un *système de codage* collectif.

Choix didactiques et pédagogiques

Voici l'ancien énoncé du problème tel qu'il est écrit dans la liste de problème de la formation ResCo :

Un menuisier désire fabriquer un jouet pour l'anniversaire de son petit-fils. Il pense à lui construire un jeu de petits cubes en bois de 5 *cm de côté que le petit devra assembler pour en faire un gros cube de côté* 15 *cm.*

On veut pouvoir assembler tous les petits cubes en un gros cube d'une seule couleur.

Comment peindre les petits cubes de manière à pouvoir construire le plus grand nombre de grands cubes unicolores ?

Quel est ce nombre ? Comment s'y prendre ?

Variante/Prolongement : Et s'il change d'avis et veut faire un gros cube de côté 20 *cm ?*

Cet énoncé posait plusieurs problèmes aux élèves et aux enseignants.

Tout d'abord, quand le problème est proposé sans matériel, les élèves doivent trouver qu'il faut 27 petits cubes de 5 cm de côté pour faire un gros cube de 15 cm de côté. Cette première partie est intéressante pour mettre en valeur une première réussite des élèves mais ensuite, la construction des 27 patrons de cubes est très chronophage. Bien que certains élèves fassent le choix d'abandonner la construction réelle du gros cube pour se concentrer sur la façon dont ils doivent peindre les faces des petits cubes, la grande majorité d'entre eux ont besoin de tous les cubes pour poursuivre leurs recherches.

Lors d'une seconde expérimentation du problème et à la demande des élèves, l'enseignant a décidé de fournir aux élèves ayant dessiné une ou plusieurs fois le patron du petit cube des exemplaires photocopiés de ceux-ci afin de palier cette difficulté. Malgré ce support, le découpage et le collage restent toujours trop long.

D'un point de vue matériel, la dimension 5cm de côté gênait l'enseignant parce qu'il avait à sa disposition des petits cubes mais d'une autre dimension et qui étaient déjà peints.

En prenant en compte ces éléments de contrainte, il a été décidé de supprimer les dimensions dans l'énoncé, d'y indiquer qu'il faut 27 petits cubes pour constituer un gros cube et d'y associer un jeu de 27 cubes en bois.

La variante proposée en fin d'énoncé n'a pas été testée en classe et a été supprimée parce que son analyse a-priori nous a indiqué que le problème serait trop complexe pour des collégiens et des lycéens. Avec (3^3 =) 27 petits cubes, on peint au maximum (27×6 =) 162 faces alors qu'avec (4^3 =) 64 petits cubes, on peint au maximum (64×6 =) 384 faces. Le temps estimé pour vérifier des hypothèses de combinaison de peintures des faces paraissait titanesque et insurmontable pour les élèves. Par contre, pour des étudiants, des enseignants ou des chercheurs chevronnés, il y a matière à réfléchir.

Les choix didactiques et pédagogiques qui ont été faits pour modifier l'énoncé ont permis de recentrer les objectifs pédagogiques principaux visés, à savoir :

— construire le grand cube constitué de 27 petits cubes ;
— comprendre le terme unicolore ;
— chercher des combinaisons de faces peintes ;
— définir le plus grand nombre de cubes unicolores différents ;
— expliquer la démarche employée ;
— réaliser le jeu de cubes.

Enfin, le choix de proposer la résolution de ce problème sous forme de jeu doit faciliter la formation et la construction mathématiques des élèves comme il est conseillé dans le rapport Villani-Torossian. En effet, la pratique du jeu a pour avantages de :

— permettre aux élèves en difficulté de s'investir davantage et plus rapidement ;
— mettre en œuvre des nombreuses expérimentations ludiques et donc de changer l'image parfois rébarbative que peuvent avoir les mathématiques ;
— créer un défi à relever ;
— mettre les joueurs en compétition ;
— mettre les joueurs en coopération et en collaboration ;
— augmenter la curiosité et la motivation des élèves.

Matériel et support(s)-élève

✔ Un lot de 27 petits cubes en bois par groupe de quatre élèves.
✔ Gommettes d'au minimum trois couleurs différentes.
✔ Feuilles en format A3.
✔ Crayon gris.
✔ Des stylos d'au minimum trois couleurs différentes.

Remarque : La gomme ou les effaceurs sont proscrits afin que les élèves gardent une trace de toutes leurs recherches et de leurs solutions partielles.

Présentation de l'activité

En prenant en compte toutes les réflexions indiquées dans la partie Choix didactiques et pédagogiques, voici le nouvel énoncé du problème tel qu'il a été réfléchi par le groupe ResCo puis expérimenté en cours de co-intervention (avec un enseignant de matière professionnelle) avec une classe de Terminale BAC Professionnel Technicien Constructeur Bois (TCB):

Un menuisier désire fabriquer un jeu de cubes en bois pour des enfants.

Le jeu est constitué de 27 petits cubes de même dimension dont les faces vont être peintes par le menuisier.

Le but du jeu pour les enfants est de construire un grand cube unicolore en utilisant tous les petits cubes.

Un grand cube unicolore est un grand cube dont les faces sont de la même couleur.

Comment peindre les petits cubes pour qu'un menuisier puisse construire le plus grand nombre de grands cubes unicolores différents ?

La tâche proposée aux élèves à pour visées :

— d'établir le nombre maximal de cubes unicolores qui peuvent être construits à partir d'un jeu de 27 petits cubes ;
— trouver une ou des combinaisons de cubes dont les faces sont peintes ;
— fabriquer le jeu de cubes.

Grandes lignes d'un scénario possible

Phase 1 : Découverte de l'énoncé (séance N°1)

L'enseignant distribue aux élèves l'énoncé sans explication particulière.

Individuellement, pendant cinq minutes maximum, les élèves en prennent connaissance.

L'enseignant demande aux élèves de souligner les termes qui ne seraient pas bien compris et, éventuellement, d'écrire sur l'énoncé des questions relatives au problème (informations mal comprises ou manquantes).

Une fois la lecture individuelle terminée, l'enseignant demande à un élève de lire l'énoncé à haute voix. Ensuite, un premier point collectif est effectué. L'enseignant interroge ses élèves sur la compréhension du problème :

- *Y a-t-il des mots de l'énoncé qui sont compliqués ?*

Le terme « unicolore » est une difficulté pour quelques élèves.

L'enseignant va s'appuyer sur les élèves qui n'ont pas exprimé de difficulté sur ce mot afin de le faire comprendre. Un petit débat se met alors en place assez naturellement sans l'intervention de l'enseignant qui écoute et répartit la parole quand c'est nécessaire.

L'élève T indique qu'« unicolore » veut dire que le grand cube ne sera que d'une couleur. L'élève C complète ces propos en disant qu'il faut que les six faces du grand cube soient de la même couleur. Afin de vérifier qu'« unicolore » est bien compris, l'enseignant demande aux élèves à qui le mot posait problème de le définir avec leurs propres mots. En conclusion de ces échanges, le groupe aboutit à définir le grand cube unicolore comme un grand cube qui, une fois construit avec les 27 petits cubes, a ses six grandes faces de la même couleur, par exemple toutes rouges ou toutes bleues ou toutes jaunes.

Afin de valider la compréhension, l'enseignant sort un jeu de cubes (emprunté à ses deux filles) et demande aux élèves de venir « montrer » ce à quoi pourrait ressembler un grand cube unicolore.

L'élève Ly s'en occupe. Il commence par construire le grand cube ce qui n'est pas si évident. Pour l'aider, d'autres élèves lui conseillent d'empiler 3 étages de 9 petits cubes formant un carré en vue de dessus. Ensuite, il indique avec la paume de la main les faces « accessibles » du grand cube en disant qu'il faut imaginer que chacune est bleue par exemple. L'élève Mar complète l'explication de l'élève Ly en ajoutant qu'il faut aussi que la face sur laquelle le cube est posé doit également être de la même couleur, en précisant que c'est un détail sur lequel il faudra être vigilant. Afin que cet obstacle soit définitivement levé, l'enseignant montre les 3 grandes faces dirigées vers les élèves en leur disant qu'elles seront toutes de la même couleur, il fait faire un demi-tour au grand cube et a le même discours pour les deux nouvelles faces visibles et il lève le grand cube en répétant que la face sur laquelle il est posé doit aussi être de la même couleur.

- *Avec vos mots, dites quel est le problème qu'il faut résoudre ?*

Selon l'élève Lou, il faut fabriquer un jeu de 27 cubes en bois.

L'élève Mat complète ses propos en disant qu'il faut peindre les faces des cubes.

Puis l'élève T ajoute qu'il faut les peindre de façon à ce que toutes les faces du grand cube soient de la même couleur.

Ces constatations étant effectuées, les élèves reformulent le problème en sous-problèmes :

➢ Combien de couleurs peut-on utiliser au maximum ?

➢ Comment doit-on peindre les faces des petits cubes ?

- *Selon vous, en utilisant notamment votre intuition, quel est le nombre maximal de grands cubes unicolores qu'on peut construire ?*

Assez rapidement, la majorité des élèves est convaincu qu'on peut obtenir au minimum deux cubes unicolores. Ensuite, les élèves hésitent entre 3, 4 ou 6 cubes unicolores. Par contre, ils ne pensent pas que l'on puisse obtenir plus de 7 cubes unicolores car chaque petit cube a six faces donc on ne peut pas y peindre sept couleurs.

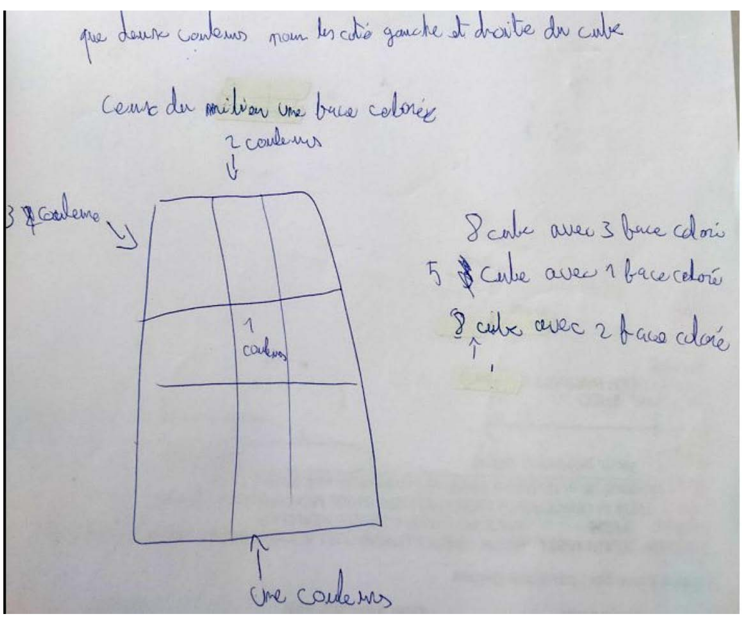
La phase d'appropriation du problème est conclue à ce moment-là par l'enseignant qui considère que l'énoncé est suffisamment compris et les difficultés principales repérées a-priori ont été évacuées. Les premières recherches débutent alors en groupe ou individuellement.

Phase 2 : Début des recherches (séance N°1)

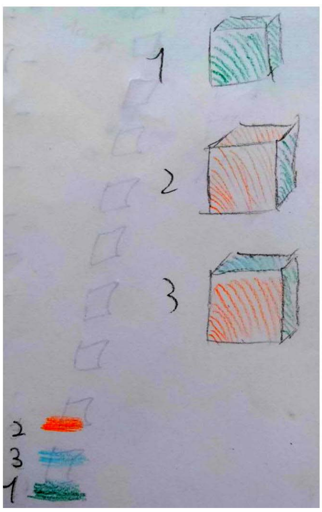
En fonction des pistes de recherche des élèves, plusieurs groupes vont se former d'eux-même :

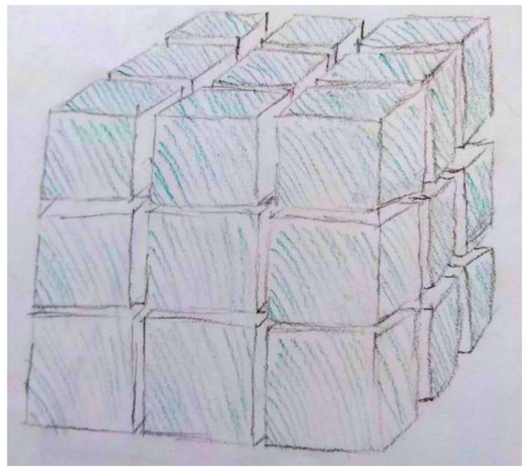
✔ un groupe d'élèves qui **dessinent des points de plusieurs couleurs sur une feuille blanche et découpent chaque point pour les scotcher sur les faces des petits cubes**. Ce travail aboutira à la construction d'un grand cube unicolore rouge mais les élèves jugeront cette tâche fastidieuse.

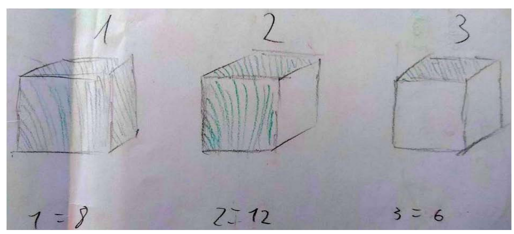
✔ un groupe d'élèves qui font des recherches pour trouver le minimum de faces des petits cubes à peindre afin de constituer un grand cube d'une première couleur **en fonction de la position des petits cubes dans le grand cube**.



✔ un élève décide de rester seul et dessine des représentations en perspective cavalière de petits cubes puis numérote les faces visibles ou les hachure de façon différentes. Il recherche les combinaisons possibles pour obtenir un premier grand cube unicolore.







En fin de séance, les élèves expliquent rapidement leurs travaux puis la classe effectue le bilan commun suivant :

- ➢ Dans un grand cube, il y a 8 petits cubes dans les coins dont il faut peindre 3 faces adjacentes de la première couleur.
- ➢ Dans un grand cube, il y a 12 petits cubes au milieu des arêtes dont il faut peindre 2 faces adjacentes de la première couleur.
- ➢ Dans un grand cube, il y a 6 petits cubes au milieu des faces dont il faut peindre 1 face de la première couleur.
- ➢ Dans un grand cube, il y a 1 petit cube au centre qui n'est pas visible et donc, il n'est pas nécessaire de le peindre de la première couleur.

Pour conclure cette première heure, l'enseignant demande aux élèves de lui passer commande de matériel dont ils auraient besoin pour les prochaines séances pour optimiser leurs recherches. Ainsi, les élèves souhaitent avoir un jeu de cubes par groupe et des gommettes de plusieurs couleurs (nombre pas encore défini).

Phase 3 : Trouver le nombre de grands cubes unicolores (séance N°2)

Pour démarrer cette deuxième heure, l'enseignant demande aux élèves de rappeler le travail effectué lors de la première séance. Cette fois-ci, l'enseignant de l'atelier de TCB (Technicien Constructeur Bois) est présent. Fred est un enseignant aguerri qui forme les élèves en atelier et sur chantier pour fabriquer et mettre en œuvre des ouvrages de structure, d'ossature et de charpente en bois ou en matériaux dérivés du bois. Les élèves doivent donc s'appliquer à communiquer tout ce qu'ils ont fait pour réexpliquer la séance précédente. L'enseignant de TCB pose des questions s'il ne comprend pas certaines explications, invite les élèves à reformuler ce qu'ils disent et demande à ce qu'ils lui montrent leurs premières recherches. L'enseignant de mathématiques est là pour les aider à ordonner, à illustrer et à justifier leurs explications.

Ensuite, les enseignants fournissent aux élèves des jeux de 27 cubes, des gommettes et des feuilles en format A3 pour y noter toutes les recherches et en garder la trace.

Alors, une discussion sur la façon de peindre les petits cubes se met en place et aboutit à des résolutions partielles. Comme lors de la première séance, les élèves veulent se lancer dans le collage de gommettes pour une première couleur puis voir au fur et à mesures de leurs tentatives comment ils pourront placer les gommettes d'autres couleurs.

Sans rejeter la stratégie des élèves, l'enseignant oriente les élèves pour trouver le nombre maximal de grands cubes unicolores. C'est l'objectif principal fixé pour cette séance.

Afin d'aider les élèves à répondre à cette étape du problème, les enseignants demandent les informations utiles que l'on peut obtenir en observant et en analysant un jeu de cubes

Cette réflexion des élèves les amènent à constater qu'un grand cube a 6 faces et que chacune de ces faces est constituée de 9 faces de petits cubes. A partir de ces données, ils se posent deux questions :

- Quel est le nombre total de petites faces à peindre ?
- Quel est le nombre minimum de petites faces à peindre par grand cube unicolore ?

Il est à remarquer que ces deux sous-problèmes peuvent être traités sans ordre de priorité.

Pour calculer le nombre total de petites faces à peindre, les élèves ont pris en compte qu'il y a 27 petits cubes qui ont chacun 6 faces. Ainsi, ils effectuent le calcul $6 \times 27 = 162$ faces à peindre. Pour calculer le nombre de petits cubes qu'il faut peindre pour faire un grand cube unicolore, les élèves ont considéré que chaque face du grand cube a 9 faces de petits cubes. Ainsi, ils effectuent le calcul $6 \times 9 = 54$ faces à peindre pour chaque couleur.

Une autre stratégie a été appliquée en s'appuyant sur le bilan commun de la première séance :

- ✔ les 8 cubes dans les coins doivent avoir 3 faces de la même couleur donc il faut peindre $8 \times 3 = 24$ faces.
- ✔ les 12 petits cubes au milieu des arêtes doivent avoir 2 faces de la même couleur donc il faut peindre $12 \times 2 = 24$ faces.
- ✔ les 6 petits cubes au milieu des faces doivent avoir 1 face de la même couleur donc il faut peindre $6 \times 1 = 6$ faces.

Au total, les élèves calculent donc $24 + 24 + 6 = 54$ faces à peindre pour chaque couleur.

Ayant apporté des solutions aux deux sous-problèmes, une partie des élèves déduisent qu'on peut faire 3 grands cubes unicolores en raisonnant de la façon suivante :

- si on fait un grand cube unicolore, on doit peindre 54 faces de petits cubes ;
- si on fait 2 grands cubes unicolores, on doit peindre 54 + 54 = 108 faces de petits cubes ;
- si on fait 3 grands cubes unicolores, on doit peindre 108 + 54 = 162 faces de petits cubes. Cette valeur correspond exactement au nombre de faces totales du jeu de cubes ;
- si on fait 4 grands cubes unicolores, on doit peindre 162 + 54 = 216 faces de petits cubes. C'est impossible parce qu'il y a 162 faces au total.

L'autre partie des élèves propose une autre justification : Si on divise le nombre total de faces à peindre par le nombre de faces à peindre pour un grand cube unicolore, on obtient le nombre maximal de grand cubes unicolores. Ainsi, ils effectuent le calcul 162 ÷ 54 = 3. Ils en déduisent également qu'on peut faire 3 grands cubes unicolores au maximum.

Phase 4: Poursuite des recherches
(séance N°2)

La constatation qu'on puisse faire 3 grands cubes unicolores étant fixée, l'enseignant distribue à chaque groupe d'élèves un jeu de cubes et des gommettes de 3 couleurs différentes.

Avant que les élèves commencent la manipulation, les enseignants insistent fortement pour que les élèves notent clairement leurs stratégies sur la feuille A3 : comment ils peignent les petits cubes pour un première grand cube unicolore puis pour le second. En même temps, l'enseignant prend des notes sur ce qu'il observe du travail fait par les élèves. Cela aidera à mieux organiser le raisonnement des élèves. A partir de ce moment, de nouveaux groupes se forment.

Ly, Cy et Ma veulent coller les gommettes sur les cubes afin d'obtenir un premier grand cube unicolore. Un élève s'occupe des 8 cubes dont il faut peindre trois faces, un second s'occupe des 12 cubes dont il faut peindre deux faces et le troisième élève s'occupe des 6 cubes dont il faut peindre une face puis il aidera ces camarades à finir leurs cubes. A la fin, ils obtiennent un grand cube unicolore violet.

Pour peindre les cubes d'une deuxième couleur, ils décident intuitivement d'utiliser :

- 2 cubes dont une face est peinte et 6 cubes dont deux faces sont peintes pour faire 8 cubes dont trois faces seront peintes de la deuxième couleur.
- 4 cubes dont une face est peinte et les 8 cubes dont trois faces sont peintes pour faire 12 cubes dont deux faces seront peintes de la deuxième couleur.
- 6 cubes dont deux faces sont peintes pour faire 6 cubes dont une face sera peinte de la deuxième couleur.

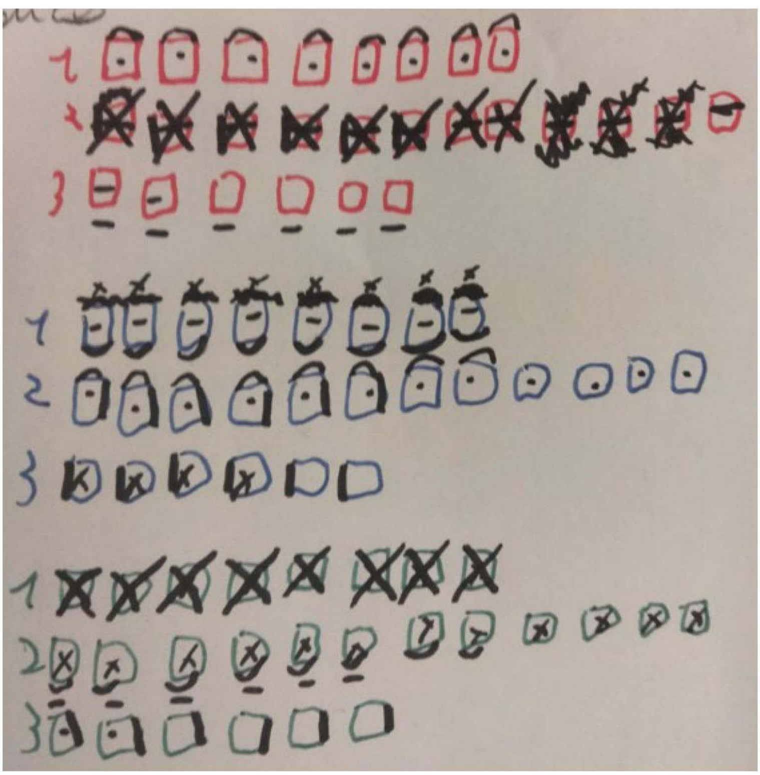
- Le cube qui n’avait pas été peint de la première couleur ne sera pas non plus peint de la seconde couleur. Les enseignants sont surpris de ce choix en particulier, ne sachant pas l’expliquer, mais laisse les élèves procéder.

Ce groupe d’élèves finit cette séance en plaçant les gommettes de la seconde couleur de cette façon et obtiennent ainsi un deuxième grand cube unicolore. Les autres élèves font le choix de ne pas manipuler le matériel et préfèrent réfléchir sur leurs feuilles de recherche. Lou décide de schématiser les petits cubes comme on peut le voir sur l’image ci-dessous :

Il choisit d’utiliser du rouge, du bleu et du vert. Pour chacune des couleurs, il dessine une première ligne avec les 8 cubes qui ont trois faces peintes de la même couleur, une deuxième ligne avec les 12 cubes qui ont deux faces peintes de la même couleur et une troisième ligne avec les 6 cubes qui ont une face peinte de la même couleur.

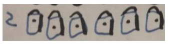
Ensuite, il crée un codage (Voir Annexe N°1).

En principe, on devrait constater que chaque carré possède trois codes. Or, la complexité du protocole employé par l’élève ne lui a pas permis, faute de temps, d’abou-

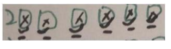


tir. Si on fait le bilan partiel de ce travail, on obtient alors :

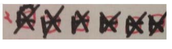
- 6 cubes avec trois faces rouges, deux faces bleues et une face verte ;



- 6 cubes avec trois faces bleues, deux faces vertes et une face rouge ;



- 6 cubes avec trois faces vertes, deux faces rouges et une face bleue.



En parallèle des recherches de Lou, Thé recherche les combinaisons possibles de petits cubes peints avec trois couleurs. Il répertorie ses résultats dans un tableau :

	Vert	Rouge	Orange
Nombre de faces	3	2	1
	1	3	2
	2	1	3
	2	2	2

Phase 5 : Recherches de toutes les combinaisons possible (séance N°3)

Pour débuter cette troisième séance, Ly, Cy et Ma veulent vérifier qu'ils peuvent obtenir un troisième grand cube unicolore avec les faces des petits cubes sur lesquelles ils n'ont pas encore collé de gommettes. Afin de gagner un peu de temps, ils décident de ne pas coller une troisième couleur mais de faire un bilan des faces vierges par petit cube. Leur comptage aboutit à la constatation suivante :

- 1 petit cube a six faces vierges.
- 10 petits cubes ont trois faces vierges.
- 2 petits cubes ont deux faces vierges.
- 14 petits cubes ont une face vierge.

Ly, Cy et Ma en conclut donc qu'ils ont obtenu trop de cubes avec une face vierge (14 alors qu'il n'en faut que 6) et trois faces vierges (10 alors qu'il n'en faut que 8), qu'ils leur manquent 10 petits cubes avec deux faces vierges. De plus, ils s'interrogent sur la nécessité d'avoir un petit cube sans aucune face peinte.

Ma propose alors de s'arranger en convertissant des cubes de une ou trois faces vierges pour obtenir davantage de cubes de deux faces vierges. Les élèves testent cette stratégie mais abandonnent rapidement parce qu'ils se mélangent les pinceaux en modifiant les gommettes des deux couleurs tout en considérant les faces vierges (assimilées comme troisième couleur).

A ce moment, les enseignants demandent aux élèves de faire une nouvelle mise en commun des différents groupes. Leur objectif est que les élèves trouvent toutes les façon de peindre les faces des petits cubes sachant qu'une couleur apparaît trois fois au maximum.

On s'appuie d'abord sur les constations des élèves :

- Ma indique qu'un petit cube ne peut pas avoir deux faces opposées peintes de la même couleur.
- Tous les élèves rencontrent une gêne vis-à-vis du petit cube vierge.

Les enseignants décident de se concentrer sur cette difficulté qu'ils avaient anticipé car ils l'avaient constatée lors de la séance précédente.

Ils demandent aux élèves : « Lorsqu'on construit le premier grand cube unicolore, où est placé ce petit cube ?».

Rapidement, les élèves répondent « Au centre du grand cube. » Les enseignants demandent alors : « Lorsqu'on construit le deuxième grand cube unicolore, où est placé ce petit cube ?».

Les élèves ne répondent pas immédiatement. Puis Ma propose de laisser ce petit cube au centre. Les autres élèves hésitent encore puis Thé prend la parole : « Je ne suis pas d'accord. Tu confonds avec le jeu du Rubik's Cube. Ici, le petit cube du centre n'est pas fixe. » A ce moment, Lou, qui avait schématisé les petits cubes, rebondit sur la discussion et sur ses travaux en disant qu'il a « oublié » de considérer un petit cube pour chacune des trois couleurs. Il dit alors : « Pour le premier cube unicolore, ce petit cube reste vierge. Il lui reste donc six faces à peindre. Alors il faudra peindre trois faces adjacentes de la deuxième couleur puis trois faces adjacentes de la troisième couleur. » Cette possibilité semble convaincre plusieurs élèves mais pas tous. Certains restent septiques.

Les enseignants recentrent alors l'attention sur Lou en lui demandant d'expliquer sa déduction. Alors Lou explique : « Il faut faire comme ça parce qu'on peut peindre au maximum trois faces de la même couleur et que toutes les faces doivent être peintes à la fin. » Ma et Cy semble croire de plus en plus à cette technique mais ne sont toujours pas convaincus à 100 %.

Les enseignants demandent donc à Lou de donner des exemples contraires et Lou enchaîne en disant : « Par exemple, si on peint une seule face de ce petit cube avec la deuxième couleur, on pourra peindre au maximum trois faces avec la troisième couleur et il restera deux faces sans couleur or toutes les faces doivent être peintes pour que ça marche. De même, si on peint deux faces de ce petit cube avec la deuxième couleur, on pourra peindre au maximum trois faces avec la troisième couleur et il restera une face sans couleur donc ça ne marchera pas non plus ». Cette fois, tous les élèves adhèrent.

Les enseignants reprennent la parole pour trois questions :

1. « Comment doit-on peindre le petit cube au centre du premier cube unicolore ? Réponse des élèves : « Il faut peindre trois faces avec la deuxième couleur et trois faces avec la troisième couleur ».
2. « Comment doit-on peindre le petit cube au centre du deuxième cube unicolore ? Réponse des élèves : « Il faut peindre trois faces avec la première couleur et trois faces avec la troisième couleur ».
3. « Comment doit-on peindre le petit cube au centre du troisième cube unicolore ? Réponse des élèves : « Il faut peindre trois faces avec la première couleur et trois faces avec la deuxième couleur ».

Cette discussion permet de fixer trois combinaisons de peinture de petits cubes indispensables pour la résolution du problème. Ensuite, les enseignants demandent comment on peut peindre autrement les petits cubes en s'appuyant notamment sur les recherches de Thé et Lou.

Thé explique les quatre combinaisons qu'il a trouvées :

1) un cube peut être peint avec 3 faces de la première couleur, 2 faces de la deuxième couleur et 1 face de la troisième couleur.
2) un cube peut être peint avec 1 face de la première couleur, 3 faces de la deuxième couleur et 2 faces de la troisième couleur.

3) un cube peut être peint avec 2 faces de la première couleur, 1 face de la deuxième couleur et 3 faces de la troisième couleur.

4) un cube peut être peint avec 2 faces de la première couleur, 2 faces de la deuxième couleur et 2 faces de la troisième couleur.

Les enseignants valident les recherches de Thé et effectuent un bilan intermédiaire en utilisant sa présentation sous forme de tableau (Voir annexe N°2) .

Afin de trouver les dernières combinaisons possibles, les enseignants relancent une dernière fois les élèves en interrogeant d'autres élèves et en leur indiquant qu'il manque trois combinaisons possibles :

✔ « Ly, peux-tu trouver une autre combinaison ?

— Si on peint un cube avec 3 faces de la première couleur, on peut aussi peindre 1 face de la deuxième couleur et 2 faces de la troisième couleur.

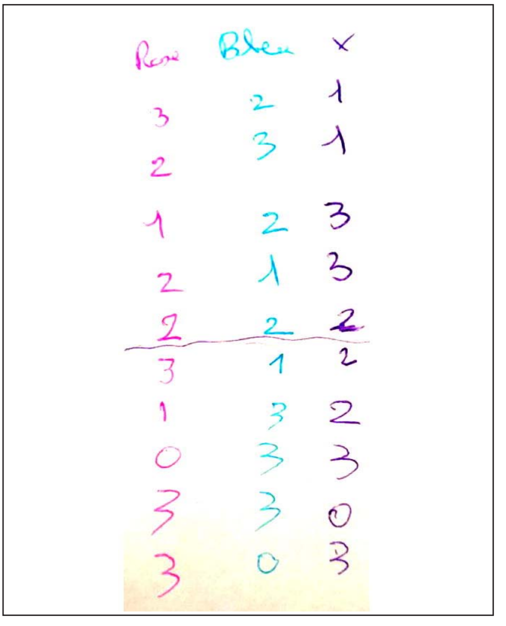
✔ « Cy, peux-tu trouver une autre combinaison ?

— Si on peint un cube avec 3 faces de la deuxième couleur, on peut aussi peindre 2 faces de la première couleur et 1 face de la troisième couleur.

✔ « Ma, peux-tu trouver une autre combinaison ?

— Si on peint un cube avec 3 faces de la troisième couleur, on peut aussi peindre 1 face de la première couleur et 2 faces de la deuxième couleur.

Ainsi, on ajoute au tableau précédent les trois dernières combinaisons trouvées (Voir annexe N°3) . Pour conclure cette séance, les enseignants font le bilan suivant :



- il existe 10 façons différentes de peindre un petit cube.
- On a obligatoirement 3 cubes avec trois faces peintes d'une couleur, trois faces peintes d'une autre couleur et dont une des trois couleurs n'apparaît pas.

Phase 6 : Poursuite des recherches (séance N°4)

Pour débuter cette séance, les « manipulateurs » décident de décoller toutes les gommettes sur les petits cubes afin de repartir à zéro. Ils commencent par construire les trois petits cubes indispensables (Voir annexe N°4).

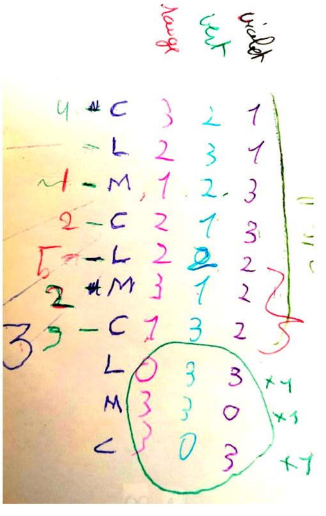
Ils constatent alors que ces trois petits cubes fournissent 2 des 8 coins des grandes cubes unicolores de chaque couleur. Il leur faut donc trouver les 6 coins manquants de chaque couleur.

Pour cela, ils choisissent de fabriquer un cube de chacune des 7 autres combinaisons (Voir annexe N°5). A partir des 10 cubes fabriqués, les « manipulateurs » décident de recommencer la construction d'un grand cube unicolore en positionnant les petits cubes créés et en réfléchissant à la façon de peindre les autres petits cubes.

Les enseignants laissent les élèves avancer en autonomie puis reviennent les voir les dix dernières minutes pour voir leur avancement.

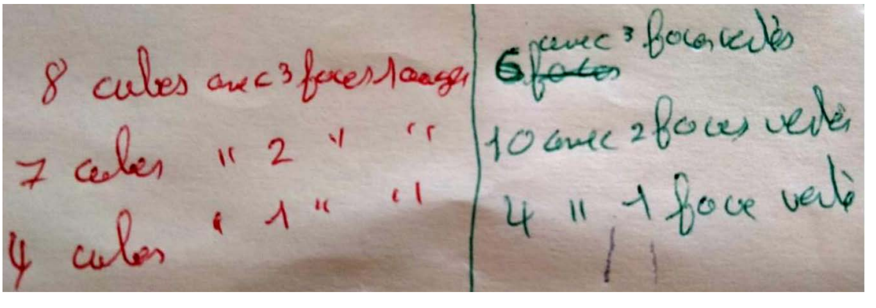
Les élèves ont construit :

- 4 cubes avec 3 faces rouges, 2 faces vertes et 1 face violette.
- 1 cube avec 2 faces rouges, 3 faces vertes et 1 face violette.
- 1 cube avec 1 face rouge, 2 faces vertes et 3 faces violettes.
- 2 cubes avec 2 faces rouges, 1 face verte et 3 faces violettes.
- 5 cubes avec 2 faces rouges, 2 faces vertes et 2 faces violettes.
- 2 cube avec 3 faces rouges, 1 face verte et 2 faces violettes.
- 3 cubes avec 1 face rouge, 3 faces vertes et 2 faces violettes.

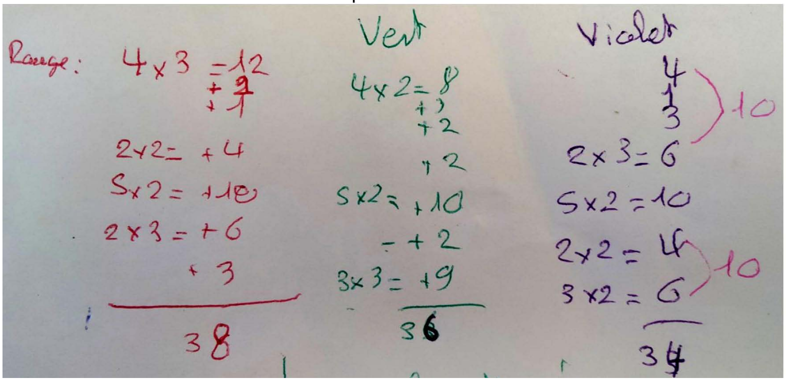


Les enseignants vérifient d'abord s'ils ont fabriqué les 24 (27 – 3) petits cubes manquants : 4 + 1 + 1 + 2 + 5 + 2 + 3 + 18. Il leur reste donc 6 cubes vierges.

Ensuite, ils vérifient si on a bien les conditions nécessaires pour construire chaque grand cube unicolore et ils constatent :



Il y a bien 8 cubes avec 3 faces rouges mais il manque 5 cubes avec 2 faces rouges, 2 cubes avec 1 face rouge, 2 cubes avec 3 faces vertes, 2 cubes avec 2 faces vertes et 2 cubes avec 1 face verte. Pour finir les vérifications du groupe, les enseignants veulent comptabiliser le nombre total de faces de chaque couleur. Ils ne veulent pas se concentrer que sur les 18 nouveaux cubes créés et indiquent aux élèves qu'il doivent obtenir un total de 48 faces car on soustrait aux 54 faces nécessaires les 2 fois 3 faces de chaque couleur obtenues avec les 3 cubes indispensables :



Les faces sont comptabilisés par les élèves et les calculs notés par un enseignants dans l'ordre des combinaisons de l'affiche précédente. Il manque donc 48 – 38 = 10 faces rouges, 48 – 36 = 12 faces vertes et 48 – 34 = 14 faces restantes. Pour conclure, les enseignants demandent aux élèves : « Pensez-vous pouvoir créer les faces manquantes à partir des 6 cubes vierges? » La question est volontairement complexe car elle a pour but de conserver la stimulation des élèves jusqu'à la prochaine séance.

Pendant ce temps, Thé a fait le choix de continuer ses recherches sur papier. Il prend en compte les 3 cubes indispensables et fait le constat qu'ils fournissent 2 des 8 coins des grandes cubes unicolores de chaque couleur. Il doit donc trouver les 6 coins manquants de chaque couleur. Pour cela, il décide de ne prendre en compte que les 4 combinaisons qu'il avait déjà trouvées lors de la séance N°2.

	Vert	Rouge	Orange
Nombre de faces	3	2	1
	1	3	2
	2	1	3
	2	2	2

Il lui semble que ces combinaisons lui seront suffisantes. Puisqu'il lui manque 6 coins pour chaque couleur, il choisit de prendre :

- ✔ 6 cubes avec 3 faces vertes, 2 faces rouges et 1 face orange. Ainsi, il a les 6 + 2 = 8 coins verts et les 6 petits cubes avec 1 face orange.
- ✔ 6 cubes avec 1 face verte, 3 faces rouges et 2 faces oranges. Ainsi, il a les 6 + 2 = 8 coins rouges et les 6 petits cubes avec 1 face verte.

✔ 6 cubes avec 2 faces vertes, 1 face rouge et 3 faces oranges. Ainsi, il a les $6 + 2 = 8$ coins oranges et les 6 petits cubes avec 1 face rouge.

Il remarque alors qu'il a 6 petits cubes avec 2 faces pour les 3 couleurs. Il lui en manque donc 6. Il en déduit donc qu'il doit faire 6 petits cubes avec 2 faces de chaque couleur.

A ce moment, Thé appelle les enseignants pour vérification. Comme pour l'autre groupe, les enseignants lui demandent de vérifier si les conditions nécessaires sont respectées. Thé a déjà vérifié ce point. En complément, pour finir la séance et pour finir de convaincre l'élève, ils lui demandent de vérifier qu'il y a bien 54 faces de chaque couleur.

Pour le vert, il effectue le calcul :

$$6 \times 3 + 6 \times 1 + 6 \times 2 + 6 \times 2 + 3 + 3 = 54.$$

Pour le rouge, il effectue le calcul :

$$6 \times 2 + 6 \times 3 + 6 \times 1 + 6 \times 2 + 3 + 3 = 54.$$

Pour le orange, il effectue le calcul :

$$6 \times 1 + 6 \times 2 + 6 \times 3 + 6 \times 2 + 3 + 3 = 54.$$

La séance se conclut de cette façon. Les enseignants font le choix de ne pas faire de mise en commun malgré la satisfaction très communicative de Thé afin de garder le groupe des « manipulateurs » en émulation.

Phase 7 : Fin des recherches et construction de la première solution trouvée par Thé (séance N°5)

Pour débuter cette séance, la parole est donnée à Thé qui essaie d'expliquer la méthode qui lui a permis d'aboutir à une des solutions du problème. Il explique qu'il s'est d'abord concentré sur la recherche des petits cubes lui permettant d'obtenir les 8 coins de chaque grand cube unicolore. Il rappelle en premier qu'il n'avait que 6 coins à trouver puisque les 3 cubes indispensables lui en fournissaient déjà 2. Il montre ensuite les 3 seules combinaisons qu'il a choisies d'utiliser, puis explique qu'il a décidé d'en prendre 3 petits cubes de chaque, ce qui lui a permis d'obtenir les 8 petits cubes coins et les 6 petits cubes à 1 face pour chaque couleur. Étant donné qu'il manquait alors 6 petits cubes à 2 faces de chaque couleurs, il a pu finir son jeu de cubes en prenant 6 petits cubes avec 2 faces de chaque couleur.

Les élèves et les enseignants félicitent Thé pour avoir été le premier à trouver une solution. Néanmoins, les enseignants indiquent que la combinaison trouvée par Thé n'est pas la seule solution.

Pour la suite de la séance, les enseignants fournissent un jeu de 27 petits cubes à Thé et des gommettes de trois couleurs différentes pour qu'il puisse fabriquer son propre jeu de cubes.

Pour le groupe « manipulateur », les enseignants font poursuivre les recherches en se basant sur les travaux de la séance précédente. Le problème ayant été analysé a priori, ils leur expliquent qu'en complétant les 6 cubes vierges, ils pourront aboutir à une deuxième solution.

Pour continuer, les élèves décident d'utiliser un des conseils de Thé : « Il faut d'abord trouver les 8 coins de chaque grand cube unicolore ». Pour rappel, les élèves avaient déjà fabriqué les 8 cubes avec 3 faces rouges ainsi que 6 cubes avec 3 faces vertes et 5 cubes avec 3 faces violettes.

L'intention de départ des élèves étant d'utiliser toutes les combinaisons, pour obtenir 8 cubes avec 3 faces vertes, ils décident d'ajouter 1

	Rouge	Vert	Violet
Nombre de cubes avec 3 faces	8	6+2=8	5+3=8
Nombre de cubes avec 2 faces	8+2=10	10+2=12	10+1=11
Nombre de cubes avec 1 face	4+3=7	4+1=5	5+1=6
Nombre de cubes avec 0 face	1	1	1

cube avec 3 faces vertes, 2 faces rouges et 1 face violette et 1 cube avec 3 faces vertes, 1 face rouge et 2 faces violettes. Puis, pour obtenir 8 cubes avec 3 faces violettes, ils constatent qu'il existe deux possibilité pour trouver les 3 petits cubes manquants :

1. ajouter 1 cube avec 3 faces violettes, 2 faces rouges et 1 face verte et 2 cubes avec 3 faces violettes, 1 face rouge et 2 faces vertes.
2. ajouter 2 cubes avec 3 faces violettes, 2 faces rouges et 1 face verte et 1 cube avec 3 faces violettes, 1 face rouge et 2 faces vertes.

Ils choisissent de tester la 1ère possibilité. A ce moment, 5 des 6 cubes vierges restants ont été complétés. Alors, ils font un bilan du nombre de faces de chaque couleurs, résumé dans le tableau ci-dessus.

Ils constatent ainsi qu'ils obtiennent le bon nombre de petits cubes avec trois faces pour les 3 couleurs, mais qu'il manque des petits cubes avec 2 faces rouges et avec 2 faces violettes et aussi qu'il y a trop de petits cubes avec une face rouge et qu'il manque un petit cube avec 1 face verte.

Il sont d'abord attirés par le problème du petit cube avec une face rouge en trop. Ayant fait précédemment le constat qu'il y avait 2 possibilités pour créer les 3 petits cubes avec 3 faces violettes, ils font le choix d'essayer la 2ème possibilité. Ils transforment donc 1 petit cube avec 3 faces violettes, 1 face rouge et 2 faces vertes en 1 petit cube avec 3 faces violettes, 2 face rouges et 1 face verte.

Le bilan de ce changement est donné dans le tableau ci-dessous.

A partir de là, ils remarquent qu'il manque 1 seul petit cube qui doit avoir 2 faces rouges, 2 faces vertes et 2 faces violettes qu'ils fabriquent avec le cube vierge restant. A leur tour, ils résolvent ainsi le problème avec :

- ✔ 4 cubes avec 3 faces rouges, 2 faces vertes et 1 face violette.
- ✔ 2 cubes avec 2 faces rouges, 3 faces vertes et 1 face violette.
- ✔ 2 cubes avec 1 face rouge, 2 faces vertes et 3 faces violettes.
- ✔ 4 cubes avec 2 faces rouges, 1 face verte et 3 faces violettes.

.

	Rouge	Vert	Violet
Nombre de cubes avec 3 faces	8	8	8
Nombre de cubes avec 2 faces	10+1=11	12-1 =11	11
Nombre de cubes avec 1 face	7 – 1 = 6	5+1= 6	6

- ✔ 6 cubes avec 2 faces rouges, 2 faces vertes et 2 faces violettes.
- ✔ 2 cube avec 3 faces rouges, 1 face verte et 2 faces violettes.
- ✔ 4 cubes avec 1 face rouge, 3 faces vertes et 2 faces violettes.
- ✔ 1 cube avec 3 faces rouges et 3 faces vertes.
- ✔ 1 cube avec 3 faces rouges et 3 faces violettes.
- ✔ 1 cube avec 3 faces vertes et 3 faces violettes.

Éléments d'analyse a posteriori

Le contexte de la mise en œuvre de cette activité de résolution de problèmes lors des séances de co-intervention a eu un effet favorable sur la mise en activité des élèves. En effet, les élèves abordent la situation énoncée comme un problème ludique relevant du milieu professionnel dans lequel ils évoluent généralement positivement et non comme un problème en mathématiques pour lesquelles beaucoup d'entre eux subissent encore un stéréotype négatif.

Néanmoins, assez rapidement, ils observent qu'ils vont avoir besoin des mathématiques pour résoudre leur problème professionnel. Cette situation permet ainsi d'inverser la relation des élèves avec la matière. En effet, les élèves se mettaient très rapidement au travail dès le début de chaque séance, certains élèves ont continué à réfléchir hors-classe à la résolution du problème entre deux séances et ils ont montré une appétence au travail par manipulation. De plus, ils ne « subissent » pas ces mathématiques, ils s'en servent concrètement comme d'un outil et dans leur intérêt. D'ailleurs, Cy a présenté le travail effectué durant cette activité lors de son oral de chef d'œuvre (équivalent du grand oral en lycée général) sur le thème des jeux en bois.

Il est à noter qu'il n'y a pas que le rapport des élèves avec les mathématiques qui a évolué positivement durant cette activité, celui de l'enseignant de l'atelier aussi. Au-delà de cette séquence particulière, c'est un constat global que je fais depuis la mise en place officielle et réglementaire de la co-intervention au lycée professionnel. Tout d'abord, j'ai proposé le problème du « Jeu de cubes » à mon collègue qui a immédiatement vu les compétences professionnelles liées à la fabrication des petits cubes mais qui ne savait a priori pas comment peindre les petits faces. Néanmoins, sa curiosité et son envie de chercher l'ont incité à adhérer à l'expérience. Ainsi, n'ayant pas eu le temps de résoudre totalement le problème en amont, il s'est trouvé en posture de chercheur, ce qui a modifié la relation avec les élèves en passant de leur « maître » à leur « coéquipier ». Cette expérience a été d'autant plus éveillante que la stratégie envisagée par le collègue était également une stratégie de résolution partielle testée par les élèves. A priori, il aurait formé un premier grand cube dont il aurait peint les 54 faces extérieures puis, il aurait cassé ce grand cube afin de construire un second grand cube dont il aurait peint les 54 nouvelles faces et il aurait procédé de même pour le troisième grand cube. Ainsi, cela a fait évoluer sa vision de l'intérêt des mathématiques en lui faisant prendre conscience que plusieurs « chemins » sont possibles pour résoudre un problème professionnel ou issu de la vie courante.

D'autre part, la pratique de la résolution de problèmes en cours de mathématiques implique un temps important d'observation différent des élèves par l'enseignant. En effet, en atelier, les élèves apprennent d'abord par mimétisme les gestes professionnels montrés par les enseignants qui ensuite, corrigent les défauts reproduits. De ce fait, cette pratique n'est pas habituelle en atelier mais elle semble transférable. Cela a permis à Fred de voir les élèves sous un nouvel angle, en les écoutant différemment, en partant de ce qu'ils pensent. Enfin, je pense que le rapport aux mathématiques scolaires de mon collègue a également évolué par le fait que les connaissances mathématiques n'ont pas été enseignées puis appliquées mais qu'elles ont été demandées par les élèves pour être enseignées parce qu'elles faisaient appel à un besoin des élèves et non à une nécessité de l'enseignant.

Cette activité a permis de mettre en exergue l'ensemble des compétences transversales et leurs réciprocités indispensables chez les élèves. Lors des recherches sur le Jeu de cubes, on a pu observer dans un premier temps l'importance de la compétence *Communiquer* pour la résolution d'un problème mathématique. Cela se constate lorsque les élèves émettent des conjectures, formulent leurs hypothèses de stratégies qu'ils vont devoir mettre en œuvre, ce qui relève de la compétence *Analyser Raisonner.* En effet, appliquer sa stratégie (ce qui relève plutôt de la compétence *Réaliser* au lycée professionnel ou *Modéliser* et *Raisonner* au collège) est une action généralement bien maîtrisée par les élèves mais l'expliquer et la faire comprendre des autres apparaît être la difficulté principale. Or, cette étape est indispensable à la collaboration.

Pour y arriver, les élèves utilisent différents outils langagiers et codes, dans un premier temps utile à eux-même pour s'organiser, puis qu'ils font évoluer pour leurs pairs. De plus, ils peuvent montrer aux autres comment ils font si ils ne trouvent pas les mots. Cette communication relève de l'importance primordiale dans cette activité de la manipulation, du mimétisme puis chaque élève peut s'approprier des stratégies et les faire évoluer. Enfin, en terme de compétences, les élèves ont *Validé* leur modèle ou leur hypothèse lorsqu'ils vérifient si on obtient bien des cubes unicolores, si il y a bien 54 faces peintes de chaque couleur et si les effectifs des configurations de peintes des 6 faces des petits cubes sont respectées. La mise en œuvre de ces feed-backs est efficace dans le jeu de cubes car ils peuvent être effectués rapidement grâce à la manipulation physique des petits cubes. Cela n'aurait pas été possible avec un jeu de cubes virtuel. Lorsque le contrôle de la vraisemblance de la conjecture s'avère négatif, le cycle de mise en œuvre des compétences recommence au moins partiellement et se répète jusqu'à ce qu'une solution validée émerge.

Du point de vue des connaissances mathématiques, on constate que l'activité permet de voir ou revoir :

- les transferts entre géométrie dans le plan et dans l'espace ;
- les calculs réfléchis.

D'autre part, l'activité a une forte influence sur le développement de la vision dans l'espace. L'introduction des cubes, très rapidement dans la séquence, a favorisé l'évolution de cette capacité grâce à la possibilité des élèves de manipuler. En effet, lors de la première expérimentation sans petit cube, l'appropriation de la situation par les élèves avait été bien moins convaincante. Ainsi, les élèves ont effectué des allers-retours réguliers entre l'espace manipulable et les représentations dans le plan sur papier (schémas, perspectives, patrons). Ceux-ci ont eu pour effets de confronter les points de vue divers et complémentaires de l'espace étudié et ont suscité chez eux un intérêt supplémentaire au service de la collaboration et de la coopération. De plus, l'aspect ludique a permis d'organiser la dévolution de l'activité et de changer affectivement et psychologiquement la relation aux mathématiques des élèves indépendamment de leur niveau.

L'autre point qui apparaît primordial et qui doit être généralisé à l'ensemble des activités de résolution de problèmes est l'organisation de l'alternance des phases de travail : individuel/groupe/classe, écrit/oral, place de l'enseignant (observations, apport d'outils, institutionnalisation, coups de pouce).

Enfin, ce problème a permis le développement de l'autonomie chez les élèves, la prise de responsabilité et il a permis de mettre en valeur le droit à l'erreur, voire même sa nécessité.

Remarques finales :

- Au début de la séquence, nous avons fourni aux élèves des petits cubes déjà colorés provenant des jeux de mes deux petites filles. Cela a légèrement gêné les élèves notamment lorsqu'ils collaient des gommettes d'une couleur sur un cube de la même couleur mais aussi parce que certains cubes étaient un peu usés ce qui rendait le grand cube bancal. Pour corriger ces contraintes, Fred a rapidement fabriqué beaucoup de petits cubes identiques que nous avons fournis aux élèves en cours de séquence. La vision dans l'espace des élèves s'en est vue plus développée grâce aux faces claires des nouveaux petits cubes mais aussi à une plus belle esthétique de ceux-ci, ce qui est un aspect à ne pas négliger dans un jeu.
- A l'heure actuelle, j'ai trouvé 7 combinaisons de peinture des petits cubes permettant de fabriquer des grands cubes unicolores. Je ne les fais pas apparaître dans cet article parce que je n'ai pas encore réussi à les justifier totalement. Si ces combinaisons vous intéressent ou si vous souhaitez m'aider à les justifier, je suis très ouvert à tout échange. Vous pouvez me contacter à mon adresse académique : julien.lavole@ac-montpellier.fr
- De plus, avec l'enseignant en TCB, il nous est éventuellement possible de fournir des petits cubes en bois avec ou sans gommettes si certains enseignants en souhaitent.

ANNEXES

Annexe N°1. *Le codage de Lou*

Les  correspondent à des petits cubes qui ont trois faces peintes en rouge.

Les  placés dans les petits carré correspondent à des petits cubes qui ont deux faces peintes en rouge.

Les  placés en dehors des petits carrés correspondent à des petits cubes qui ont une face peinte en rouge.

Les  correspondent à des petits cubes qui ont trois faces peintes en bleus.

Les  correspondent à des petits cubes qui ont deux faces peintes en bleu.

Les  placés à gauche des carrés correspondent à des petits cubes qui ont une face peinte en bleu.

Les  (grandes croix) correspondent à des petits cubes qui ont trois faces peintes en vert.

Les  (petites croix) correspondent à des petits cubes qui ont deux faces peintes en vert.

Les  placés à droite des carrés correspondent à des petits cubes qui ont une face peinte en vert.

Annexe N°2. *Les combinaisons de peintures des cubes trouvées par les élèves*

	Couleur N°1	Couleur N°2	Couleur N°3
Nombre de faces	0	3	3
	3	0	3
	3	3	0
	3	2	1
	1	3	2
	2	1	3
	2	2	2

Annexe N°3. *Les combinaisons trouvées par les élèves après la relance des enseignants*

	Couleur N°1	Couleur N°2	Couleur N°3
Nombre de faces	3	1	2
	2	3	1
	1	2	3

Annexe N°4. *Les trois petits cubes indispensables :*