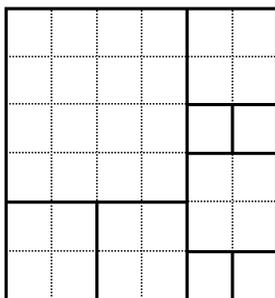


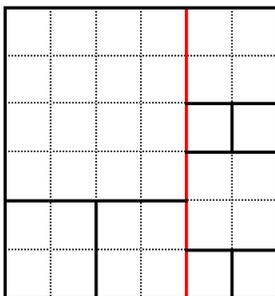
## Des carrés et des cubes insécables

### En deux dimensions

Un *pavage* est un recouvrement *sans trou* et *sans chevauchement*. L'objectif de cette activité est d'étudier les pavages d'une grille carrée avec des carrés de taille inférieure. Par exemple, si l'on souhaite paver la grille  $6 \times 6$ , on a le droit d'utiliser (autant de fois que l'on veut) les carrés  $1 \times 1$ ,  $2 \times 2$ ,  $3 \times 3$ ,  $4 \times 4$  et  $5 \times 5$ . Voici un exemple de pavage du carré  $6 \times 6$  :



On s'impose une **unique règle** : on ne doit pouvoir tracer aucune droite traversant le pavage horizontalement ou verticalement (on dira qu'un tel pavage est *insécable*). Par exemple, le pavage précédent ne respecte pas cette règle car la ligne rouge coupe verticalement le pavage.



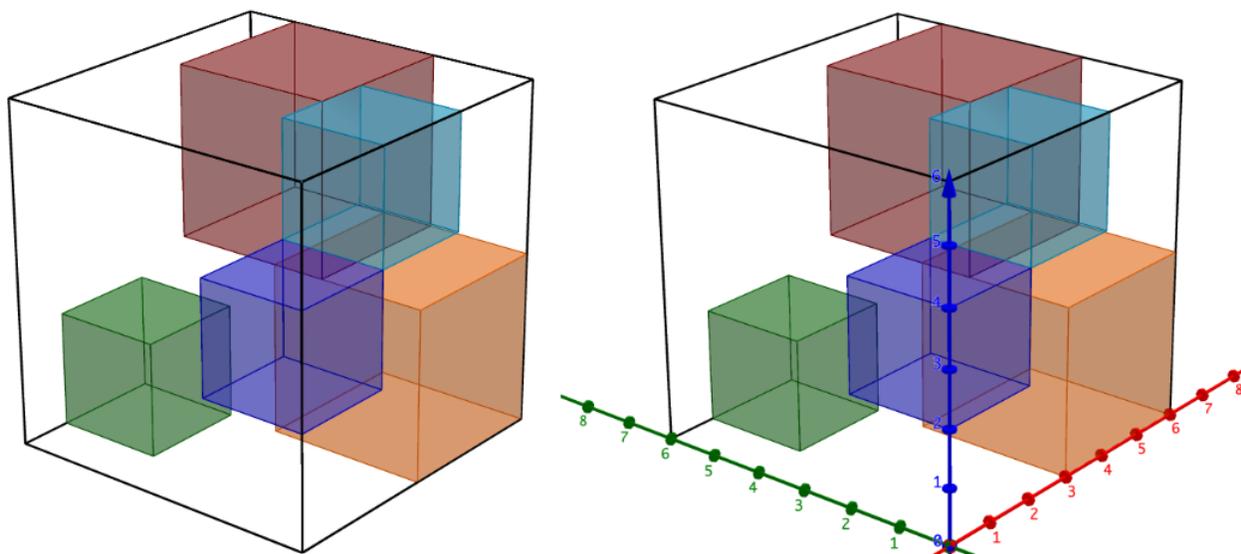
### Questions :

- Trouver un (ou plusieurs) pavage(s) insécable(s) de la grille  $6 \times 6$ .
- Peut-on trouver un pavage insécable de la grille  $7 \times 7$ ?  $8 \times 8$ ?  $9 \times 9$ ? Comment procéder pour les plus grandes grilles?
- Peut-on trouver un pavage insécable pour les plus petites grilles ( $5 \times 5$ ,  $4 \times 4$ ,  $3 \times 3$  et  $2 \times 2$ )?
- Comment procéder pour construire un pavage avec *le plus* de carrés possible? (commencer par des petites grilles)

- Comment procéder pour construire un pavage avec *le moins* de carrés possible ? (question difficile)
- Mêmes questions si la grille est rectangulaire !

## En trois dimensions

Est-il toujours possible de partitionner (équivalent de *paver* en trois dimensions) un cube de longueur de côté entière par des cubes de longueur de côté entière inférieure, sans qu'un plan horizontal ou vertical ne coupe ce cube initial ? L'exemple suivant est une partition insécable du cube de côté de longueur 6.



## Références

IREM de Grenoble (2017). *Situations de Recherche pour la classe*, 53–68.

Da Ronch, M. (2019). Une histoire de cubes insécables, *Petit x*, 109, 46–48.