

Projets tuteurés autour de la simulation aléatoire de jeux pour enfants

Frédérique Letué^{1,2,3} & Alain Birebent¹ & Nathalie Catinot¹
& Philippe Garat^{1,2,3} & Florent Girod¹ & Damien
Jacquemoud¹

(1)IREM de Grenoble

(2)Université de Grenoble, IUT 2, Département STID

(3)Université de Grenoble, LJK, équipe SAM

Journées nationales de l'APMEP, Marseille, 19-22/10/2013

Plan de la présentation

- 1 Contexte
- 2 Le jeu du verger (HABA)
 - Présentation du jeu
 - Accompagnement personnalisé en Terminale S
 - Projet tuteuré en deuxième année de DUT STID
- 3 L'arrêt de bus (Orchard toys)
 - Présentation du jeu
 - Projet tuteuré en deuxième année de DUT STID
- 4 Conclusion

- Une anecdote personnelle : un jeu qui ne se termine jamais ...
- Un constat : les simulations présentées dans les manuels le sont essentiellement à titre d'illustration.
- Or, les statisticiens utilisent la simulation à d'autres fins : établir numériquement la loi d'une certaine variable aléatoire, optimiser des paramètres de certains algorithmes, etc ...

Objectif

Proposer une activité de simulation pour découvrir les lois de certaines variables aléatoires qu'on ne sait pas trouver par le calcul.

Pourquoi ?

- aspect ludique attractif pour les élèves / étudiants \Rightarrow grande implication personnelle
- règles du jeu simples
- déroulement du jeu essentiellement lié au hasard : lancers de dé, tirage de cartes, roue de loterie qui tourne, ... Pas de jeu de mémoire, très peu de stratégie.
- \Rightarrow facilité de simulation

Le jeu du verger (HABA)



FIGURE: Le jeu du verger (HABA)

Le jeu du verger (HABA)

Règle du jeu : l'un après l'autre, les joueurs lancent le dé

- si le dé tombe sur l'une des 4 couleurs, le joueur prend un fruit de cette couleur dans l'arbre (tant qu'il en reste).
- si le dé tombe sur le panier, le joueur choisit deux fruits parmi ceux qui restent.
- si le dé tombe sur le corbeau, on pose une pièce du puzzle du corbeau.

But du jeu

Cueillir tous les fruits des arbres avant que le puzzle du corbeau ne soit reconstitué.

- jeu coopératif : tous les joueurs jouent ensemble contre le corbeau
- seul élément de stratégie : le choix des fruits si le dé tombe sur le panier.

- dans le cadre de l'accompagnement personnalisé (6 séances d'une heure)
- groupe de 4 élèves
- utilisation du logiciel CarMetal (logiciel de géométrie, doublé d'une interface de programmation en JavaScript, déjà utilisé en classe)

Problématique posée

- combien de coups sont nécessaires pour terminer la partie ?
- quelle est la probabilité de gagner contre le corbeau ?

Plan de travail :

- 1 test du jeu en "réel" et en "virtuel" sur une application de jeu déjà réalisée par l'enseignant.
- 2 premier algorithme pour modéliser et simuler le jeu en ne tenant compte que des quatre couleurs du dé sur une partie.
- 3 prise en compte du corbeau, désignation du vainqueur
- 4 prise en compte du panier
- 5 exploitation des résultats pour répondre aux questions de départ : un tri à plat des résultats (nombre de coups), graphique donnant la répartition du nombre de coups, calcul de la probabilité de victoire des joueurs.

Plan de travail :

- 1 test du jeu en "réel" et en "virtuel" sur une application de jeu déjà réalisée par l'enseignant.
- 2 premier algorithme pour modéliser et simuler le jeu en ne tenant compte que des quatre couleurs du dé sur une partie.
- 3 prise en compte du corbeau, désignation du vainqueur
- 4 prise en compte du panier
- 5 exploitation des résultats pour répondre aux questions de départ : un tri à plat des résultats (nombre de coups), graphique donnant la répartition du nombre de coups, calcul de la probabilité de victoire des joueurs.

Chiche ?

Écriture de l'algorithme très guidée :

- 1 réflexion sur papier ;
- 2 écriture de l'algorithme ;
- 3 test étape par étape par visualisation des valeurs des variables ;
- 4 réaction : validation ou ajustement suivant le résultat du test ;

Deux stratégies proposées si le panier est choisi :

- stratégie « petit enfant » : on choisit le fruit de sa couleur préférée parmi ceux qui restent (ie on épuise les fruits dans un ordre préétabli).
- stratégie « adulte » : on choisit un fruit au hasard avec équiprobabilité sur les fruits.

Variante envisagée :

- changer le nombre de pièces du puzzle du corbeau
- changer le nombre de fruits au départ dans chaque arbre
- ne prendre qu'un seul fruit quand le dé tombe sur le panier.

Exploitation statistique :

- comparaison des deux stratégies : celle de l'adulte est meilleure
- étude de la sensibilité aux paramètres de départ (nombre de pièces de puzzle, nombre de fruits dans l'arbre, ...) notamment vis-à-vis de la probabilité de gagner contre le corbeau.
- utilisation par l'enseignant des résultats de sorties de la variable « nombre de coups joués » pour introduire la notion de densité de probabilité.

Les départements Statistique et Informatique Décisionnelle

- forment des techniciens de la statistique et de la gestion des bases de données en 2 ans (DUT)
- sont 12 en France : Avignon, Carcassonne, Grenoble, Lille-Roubaix, Lisieux, Lyon-Bron (en alternance), Menton-Nice, Metz, Niort, Paris, Pau, Vannes.
- enseignent essentiellement la statistique, les probabilités, les mathématiques, l'informatique (algorithme et programmation, bases de données, systèmes d'information, informatique décisionnelle, ...) et des disciplines d'ouverture (anglais, expression, économie, gestion).
- sous forme de cours magistraux, TD, TP, projets tutorés, stage en entreprise.

- groupe de 4 élèves
- deux jeux à simuler
- travail en dehors de cours et réunions régulières avec les deux tuteurs (Ph. Garat et FL) de novembre à mars
- programmation en VBA sous Excel et en R pour la partie statistique

Problématique posée

- combien de coups sont nécessaires pour terminer la partie ?
- quelle est la probabilité de gagner contre le corbeau ?
- quelle est la sensibilité aux paramètres initiaux du jeu ?
- quel est le nombre de simulations nécessaires pour obtenir une estimation précise de la probabilité de gagner contre le corbeau ?

5 stratégies étudiées :

- adaptative : on choisit les deux fruits parmi le ou les arbres qui en contiennent le plus
- naïve : on choisit les deux fruits parmi le ou les arbres qui en contiennent le moins
- ordonnée (cf petit enfant) : on choisit le fruit de sa couleur préférée parmi ceux qui restent (ie on épuise les fruits dans un ordre préétabli).
- aléatoire suivant les arbres : on choisit un arbre au hasard avec équiprobabilité sur ceux qui contiennent encore des fruits et on choisit les fruits dedans
- aléatoire suivant les fruits (cf adulte) : on choisit un fruit au hasard avec équiprobabilité sur les fruits.

Application travaillée :

Jeu du Verger



Bienvenue à vous sur cette nouvelle application du jeu du verger.
Vous pourrez à partir de cette page, simuler des parties qui se réaliseront de manière totalement aléatoire.
Vous pourrez également jouer une partie vous-même.
Et bien sûr vous aurez la possibilité d'étudier les résultats de vos simulations de parties.

Principe :

Ce jeu est simple. Vous disposez de quatre arbres ayant chacun un nombre de fruits défini (en général 10).
Chaque joueur doit chacun à son tour lancer le dé et faire l'action associée à la face du dé.

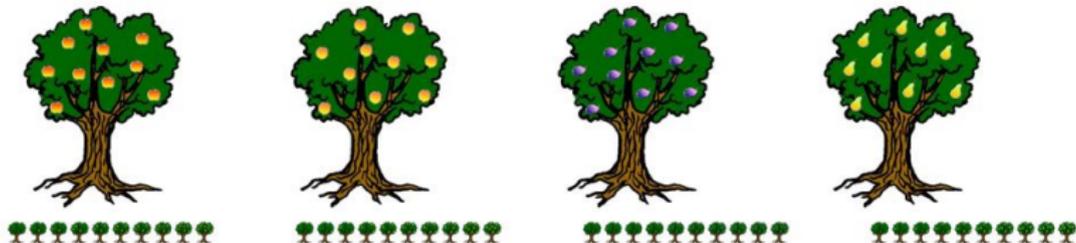
Le but étant d'enlever tous les fruits de tous les arbres avant que le dessin du corbeau ne soit complet.

Le dé se présente de cette façon :

- 4 faces avec les couleurs de chacun des fruits
- 1 face avec un panier qui vous permet de choisir deux fruits de votre choix à enlever
- 1 face corbeau qui vous oblige à ajouter une pièce au puzzle du corbeau.

[Jouer une partie](#) [Simuler des parties](#)

FIGURE: Page d'accueil



J'ai 0 pièce.

Nouvelle partie

Lancer le dé

Retour à la page d'accueil

FIGURE: Jouer une partie en direct

Projet tuteuré en DUT STID

Paramètres de simulation d'une partie

Nombre de fruits par arbre en début de partie	12
Nombre de parties à simuler	1
Stratégie utilisée	
Adaptative	<input checked="" type="radio"/>
Naïve	<input type="radio"/>
Ordonnée	<input type="radio"/>
Aléatoire suivant les arbres	<input type="radio"/>
Aléatoire suivant les fruits	<input type="radio"/>

Lancer la simulation

Paramètres de simulation de plusieurs parties

Nombre de fruits par arbre en début de partie	10
Nombre de parties à simuler	2
Stratégie utilisée	
Adaptative	<input checked="" type="radio"/>
Naïve	<input type="radio"/>
Ordonnée	<input type="radio"/>
Aléatoire suivant les arbres	<input type="radio"/>
Aléatoire suivant les fruits	<input type="radio"/>

Enregistrer les résultats Lancer la simulation

Retour à la page d'accueil

Nombre de fruits de départ	Stratégie utilisée	Résultat de fin de partie	Nombre de tours pour finir la partie	Nombre de fruits restant dans l'Arbre 1	Nombre de fruits restant dans l'Arbre 2	Nombre de fruits restant dans l'Arbre 3	Nombre de fruits restant dans l'Arbre 4	Nombre de fois où le dé = Panier	Nombre de fois où le dé = Corbeau
12	Adaptative	Perte	49	0	1	0	1	9	9
12	Naïve	Perte	50	0	0	7	1	11	9
12	Ordonnée	Gagné	50	0	0	0	0	7	6
12	Aléatoire suivant les arbres	Gagné	51	0	0	0	0	8	7
12	Aléatoire suivant les fruits	Perte	29	7	8	8	4	1	9

FIGURE: Gestion des paramètres de simulation

Projet tuteuré en DUT STID : résultats

Combien de coups sont nécessaires pour terminer la partie ?

	MINIMUM	MAXIMUM	MEDIANE	MOYENNE
ADAPTATIBLE	12	64	40	40.05
NAÏVE	14	73	45	44.26
ORDONNEE	17	70	44	43.44
ALEA FRUITS	13	67	41	40.97
ALEA ARBRES	15	70	42	41.64

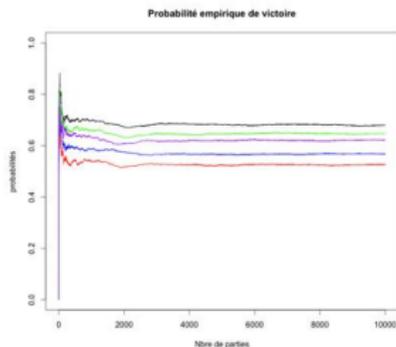
	P(X<30)	P(X<40)	P(X<45)	P(X<50)	P(X<60)
ADAPTATIVE	0.045	0.423	0.818	0.968	1.00
NAÏVE	0.044	0.223	0.469	0.769	0.985
ORDONNEE	0.044	0.239	0.530	0.827	0.993
ALEA FRUITS	0.044	0.356	0.742	0.942	0.999
ALEA ARBRES	0.045	0.317	0.685	0.913	0.997

FIGURE: Nombre de coups pour terminer la partie avec 10 fruits sur 10000 simulations

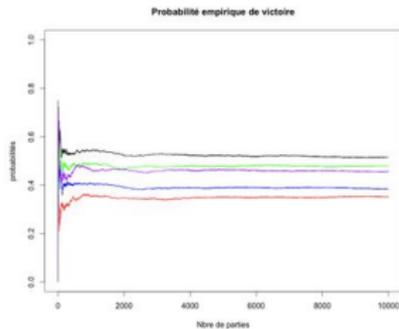
Projet tuteuré en DUT STID : résultats

Quelle est la probabilité de gagner contre le corbeau ?

- à 10 fruits : entre 0.526 et 0.680
- à 12 fruits : entre 0.338 et 0.514



Adaptative
Aléa Fruits
Aléa Arbres
Ordonnée
Naïve



Adaptative
Aléa Fruits
Aléa Arbres
Ordonnée
Naïve

FIGURE: Probabilité de gagner par stratégie, avec 10 fruits (à gauche) et 12 fruits (à droite) sur 10 simulations

Les estimations sont déjà très bonnes et stables avec 3000 simulations.

L'arrêt de bus (Orchard toys)



FIGURE: Le jeu de l'arrêt de bus (Orchard Toys)

L'arrêt de bus (Orchard toys)

Règle du jeu : à tour de rôle, chaque joueur lance deux dés, l'un rouge l'autre blanc.

- il avance son pion sur le plateau du nombre de cases indiqué par le dé rouge.
- si la case sur laquelle il arrive est marquée d'un +, il fait monter dans son bus autant de passagers qu'indiqué sur le dé blanc, dans la limite des places disponibles.
- si la case sur laquelle il arrive est marquée d'un -, il fait descendre de son bus autant de passagers qu'indiqué sur le dé blanc, dans la limite du nombre de passagers présents.
- ils continuent ainsi jusqu'à dépasser la case finale

But du jeu

Le gagnant est le joueur qui a le plus de passagers quand tous les bus sont arrivés.

- les joueurs jouent les uns contre les autres.
- aucun élément de stratégie.

Variantes envisagées :

- changer le nombre de passagers dans la réserve.
- *changer la position des + et des -*
- *changer la proportion des + et des -*

Problématique posée

- combien de coups sont nécessaires pour terminer la partie ?
- quelle est la sensibilité à la position du joueur quand la réserve est limitée ?
- *quelle est la sensibilité à la distribution des + et des - ?*

- très grande adhésion des élèves de lycée comme de DUT à cette activité
- présentation de leur travail devant une classe de première lors de la semaine des maths
- utilisation de concepts de probabilités, statistique et programmation vus en classe

Description complète de l'activité en Terminale :

<http://revue.sesamath.net/spip.php?article517>

Autres jeux possibles

- jeu de l'oie (pas de stratégie)
- jeu de l'arbre (Goula)
- jeu t'choupi à l'école (Nathan)
- jeu du loup (Nathan)
- ...

Merci à nos élèves (Benjamin, Rémy, Alex, JB) et à nos étudiants (Alix, Jocelyn, Maud, Clément) pour leur implication dans leur projet !

Merci à Yves Coste, informaticien de STID Grenoble pour ses débogages de dernière minute !