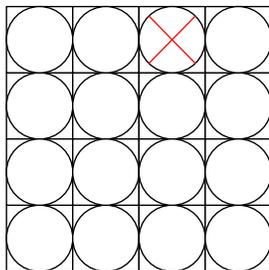
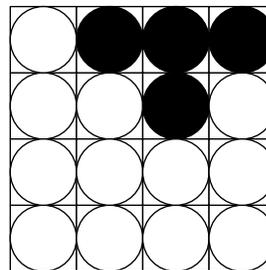


Le jeu du tout blanc tout noir

Vous êtes en possession d'une grille rectangulaire. Chaque case de la grille contient un pion. Les pions sont blancs d'un côté, et noirs de l'autre. Lorsque vous *actionnez* un pion, vous le retournez, ainsi que ses voisins directs (à gauche, à droite, en haut et en bas). Initialement tous les pions sont du côté blanc. L'objectif est de retourner tous les pions du côté noir en *actionnant* au fur et à mesure les pions, et si possible un minimum de fois.



(a) Un exemple de grille 4×4 , avec tous les pions côté blanc. L'objectif est de retourner tous les pions côté noir. Le joueur s'apprête à actionner le pion marqué par la croix.



(b) L'action sur le pion marqué par la croix a retourné 4 pions : le pion marqué, ainsi que ses trois voisins.

Grille à une seule ligne ($1 \times n$)

Ici on ne s'intéresse qu'aux grilles ne comportant qu'une seule ligne, et un nombre n de colonnes inconnu. On commence avec tous les pions côté blanc, et on souhaite les avoir tous côté noir.

- Existe-t-il une solution pour toutes les grilles à une ligne ?
- Existe-t-il des grilles à une ligne pour lesquelles plusieurs solutions sont possibles ? Ces solutions sont-elles **vraiment différentes** ? Essayez de définir ce que **vraiment différentes** signifie.
- Il y a plusieurs réflexions intéressantes à avoir sur ce jeu, notez les vôtres !

Grille à deux lignes ($2 \times n$)

Maintenant que les grilles à une ligne n'ont plus de secret pour vous, il est temps de se lancer sur les grilles à deux lignes. Menez l'enquête comme vous l'avez fait pour les grilles à une ligne !

Pour aller plus loin

Poursuivez en faisant de même avec des grilles à 3 lignes. Essayez de trouver des configurations de départ (certaines cases sont déjà noires) pour lesquelles il n'est pas possible d'arriver à **tout noir**.

Réflexions ...

Réflexion intéressantes autour du jeu :

- L'ordre des coups n'est pas important (commutativité des actions)
- Faire un nombre pair de coup sur une même case est équivalent à le faire 0 fois.
Faire un nombre impair de coup sur une même case est équivalent à le faire 1 seule fois. Jouer 0 ou 1 fois sur chaque case couvre tous les cas.
- Symétrie des solutions (le symétrique d'une solution est aussi une solution.)
- Concept de bloc indépendant et réutilisables

Références

Cette activité est tirée des travaux de *Math à Modeler* sur une situation de recherche pour la classe appelée *Tout noir / tout blanc*.

<http://mathsamodeler.ujf-grenoble.fr>