

ARITHMÉTIQUE ET RAISONNEMENT AVEC XCAS

Proposition de scénario

- Activité provenant d'un exercice donné aux olympiades académiques de mathématiques en classe de quatrième en mars 2017.
- Durée de l'activité : 1h00 (à poursuivre à la maison dans le cadre d'un devoir à la maison éventuellement)
- Position dans la progression : en début d'année ou pour introduire le chapitre d'arithmétique.
- Objectif : Montrer l'intérêt d'un logiciel de calcul formel pour établir une conjecture.
- Déroulement : Le professeur distribue l'intégralité de l'énoncé aux élèves. Si des élèves n'arrivent pas à montrer que la somme de 3 entiers consécutifs est un multiple de 3, le professeur peut prendre la main et factoriser la somme avec Xcas, la charge des élèves est de vérifier l'exactitude du résultat donné par le logiciel. L'utilisation de Xcas sera nécessaire pour la majorité des élèves pour répondre à la quatrième question.
- Quelques remarques :
 - Il est souhaitable d'insister auprès des élèves sur l'importance de vérifier les factorisations données par Xcas.
 - La question **3)** permet de montrer une des limites des logiciels de calcul formel. *L'élève doit sortir de la séance en se disant que Xcas l'a aidé, mais qu'il a répondu aux questions "tout seul"*
 - En fonction de l'objectif de la séance, il peut être pertinent d'invertir l'ordre des questions **3)** et **4)** afin de pouvoir montrer l'apport de Xcas pendant la séance.
 - On pourra montrer aux élèves qu'en fonction des symétries du problème, il peut être pertinent de commencer à $n-1$ plutôt qu'à n .
 - Pour prolonger le travail à la maison ou plus tard dans l'année, on peut donner un énoncé dont le but est de prouver que $(n-1)n(n+1) + n = n^3$.

L'énoncé distribué aux élèves

Lors d'un loto, un organisateur distribue des cartes sur lesquelles figurent neuf nombres entiers répartis en trois lignes de trois nombres consécutifs.

- 1) L'organisateur annonce : « un lot est offert à qui complète une ligne de nombres dont la somme est 41 ».
Peut-on gagner ?
- 2) L'organisateur annonce : « un lot est offert à qui complète une ligne de nombres dont la somme est 57 ».
Quels sont les nombres inscrits sur une ligne gagnante ?
- 3) À partir de maintenant : « un lot de consolation est offert à qui présente une ligne de nombres dont le produit est multiple de 6 ».
Qui gagne ?
- 4) On joue à présent avec un nouveau jeu et on utilise **des cartes de trois lignes composées de quatre nombres entiers consécutifs**.
L'organisateur annonce : « si en ajoutant 1 au produit des quatre nombres d'une même ligne vous obtenez un carré parfait, alors vous gagnez un lot ».
Qui gagne ?