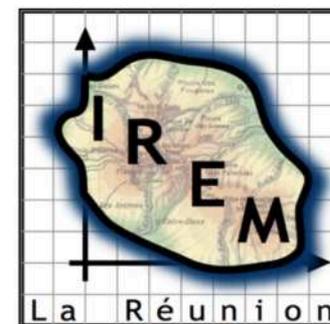




De l'abaque à jetons au calcul posé

IREM de Grenoble, 11 mars 2020



Dominique TOURNÈS

IREM de la Réunion

2013-2016 : Séminaire entre l'IREM de la Réunion et l'ESPE de Rennes (équipe de Caroline Poisard)



IREM de la Réunion
Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques
Laboratoire d'informatique et de mathématiques

Plan du site Contact Connexion

Univ. de la Réunion LIM (EA 2525) Portail des IREM Portail math éducol Portail math académie Sciences Réunion

Accueil du site > Premier degré > Abaques et bouliers

Rechercher dans le site >>

- Présentation
- Nouveautés
- Ateliers 2019-2020
- Séminaire 2019-2020
- Animations ▶
- Premier degré ▶
- Collège ▶
- Lycée et post-bac ▶
- Algorithmique et programmation ▶
- Géométrie dynamique ▶
- TICE ▶
- Culture mathématique ▶
- Examens et concours ▶
- Archives ▶

Annonces

Prochains rendez-vous de l'IREM

Séminaire de l'IREM

- ▶ Mercredi 4 mars 2020, 14h-18h : amphi 190, campus du Tampon.
- ▶ Mercredi 8 avril 2020, 14h-18h : salle S23.6, PTU,

Abaques et bouliers

Cette rubrique rassemble des travaux épistémologiques et didactiques sur l'utilisation des anciens instruments de calcul à l'école primaire, au collège et en formation des enseignants : abaqués à jetons, bouliers, bâtons de Neper, réglettes de Genaille, etc.

Elle rend compte de l'élaboration d'outils pédagogiques inspirés par ces instruments anciens, sous forme matérielle ou virtuelle, et de leur expérimentation en classe pour un apprentissage renouvelé de la numération et des techniques opératoires.

Elle s'inscrit dans la collaboration engagée depuis 2013 entre l'IREM de la Réunion et l'équipe de Caroline Poisard à l'ESPE de Bretagne.

Articles publiés dans cette rubrique

0 | 10



Séminaire Bretagne/ Réunion sur le boulier à l'école

jeudi 12 mars 2015
par Caroline POISARD, Dominique TOURNÉS

1 commentaire

Depuis 2013, à l'initiative de Caroline Poisard, un séminaire annuel réunit en visioconférence des chercheurs et des enseignants de Bretagne (ESPE de Bretagne, Centre de recherches sur l'éducation, les apprentissages et la didactique) et de la Réunion (IREM de la Réunion, Laboratoire d'informatique et de mathématiques, ESPE de la Réunion) pour des échanges autour de l'utilisation pédagogique du boulier chinois et d'autres instruments de calcul.

➔ Lire la suite de l'article

MathémaTICE

[À propos de MathémaTICE](#)

[Mentions légales](#)

[Comment contribuer ?](#)

[Sommaire](#) > N°51-septembre 2016-Numéro spécial

N°51-SEPTEMBRE 2016-NUMÉRO SPÉCIAL

Numéro spécial

Les ressources virtuelles et matérielles en mathématiques : des instruments pour travailler en classe sur le nombre, la numération et le calcul



[Parcours de formation](#) ▶ [Parcours en démonstration](#) ▶ [Espé](#) ▶ [Boulier chinois](#)



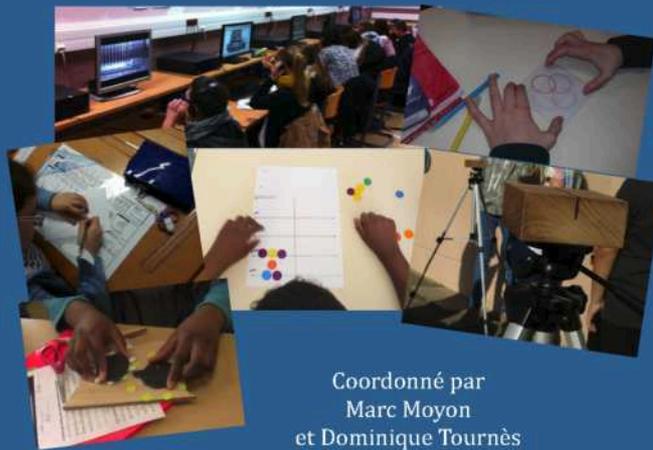
Le boulier chinois à l'école ☆

2015-2018 : six mémoires de master MEEF soutenus à l'ESPE de la Réunion sur l'abaque à jetons au cycle 2 ou au cycle 3, dirigés par Nathalie Daval et Luc Tiennot

Ressources et formation

Passerelles

Enseigner les mathématiques
par leur histoire au cycle 3



Coordonné par
Marc Moyon
et Dominique Tournès



Commission inter-IREM
« épistémologie et histoire »

irem

2

De l'abaque à jetons au calcul posé

Il est cependant très vrai que l'abus des mots est une grande source d'erreurs, car il en arrive une manière d'erreur de calcul, comme si en calculant on ne marquait pas bien la place du jetton.

Gottfried Wilhelm Leibniz (1765, 217)

Dans le programme 2015 du cycle 2, on trouve cette recommandation :

Pour calculer, estimer ou vérifier un résultat, utiliser divers supports ou instruments : les doigts ou le corps, bouliers ou abaquages, ficelle à nœuds, cailloux ou jetons, monnaie fictive, double règle graduée, calculette, etc.

Cela reste valable pour le cycle 3 et au-delà : afin de s'approprier la numération décimale de position et les techniques opératoires de base, il semble indispensable que les nombres et le calcul soient instrumentés par de nombreux artefacts, et que les enfants manipulent longuement des objets matériels avant de passer à des représentations symboliques.

Ce chapitre¹ est centré sur l'un des auxiliaires de calcul les plus fréquemment utilisés dans le passé : l'abaque à jetons. En français, le terme générique d'« abaque » désigne tous les instruments dans lesquels on place des petits objets identiques (jetons, cailloux, boules, coquillages...) sur des colonnes, des lignes ou des tiges parallèles matérialisées sur un support plan, de manière à représenter des nombres et à calculer sur eux. Le mot « abaque » provient du grec *abax* et

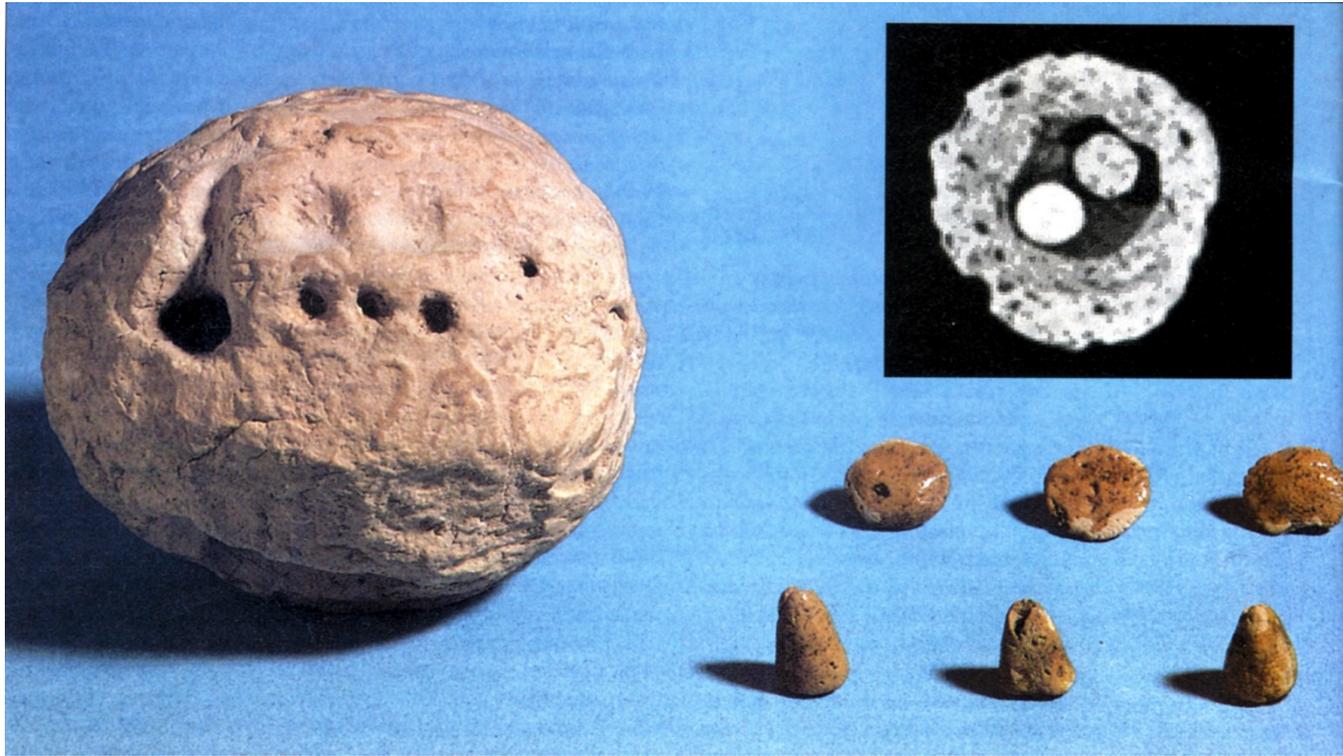
1. Chapitre rédigé par Nathalie Daval et Dominique Tournès au nom du groupe de recherche sur les abaquages et bouliers de l'IREM de la Réunion. Il doit beaucoup à Luc Tiennot, formateur à l'ESPE de la Réunion, et aux cinq professeurs des écoles qui ont expérimenté l'utilisation de l'abaque à jetons dans leurs classes : Catherine Dugain et Marie-Jeanne Guillotin (2014-2015), Amandine Grondin et Sylvie Grondin (2015-2017) et Myriam Trémouli (2016-2017). Il se situe dans la continuité des travaux menés en partenariat entre l'IREM de la Réunion et l'ESPE de Bretagne (équipe de Caroline Poissard) durant les années 2013 à 2016, travaux qui ont conduit à la publication du numéro spécial 51 de *MathémaTICE*. Nous renvoyons à ce numéro pour une étude didactique des abaquages à boules, dont nous ne traitons pas ici, ainsi que pour une version plus complète de l'histoire des abaquages.

Plan de la conférence

1. Contexte historique et épistémologique
2. Manipulation d'un abaque romain
3. Compte rendu d'expérimentations en classe

1. Contexte historique et épistémologique

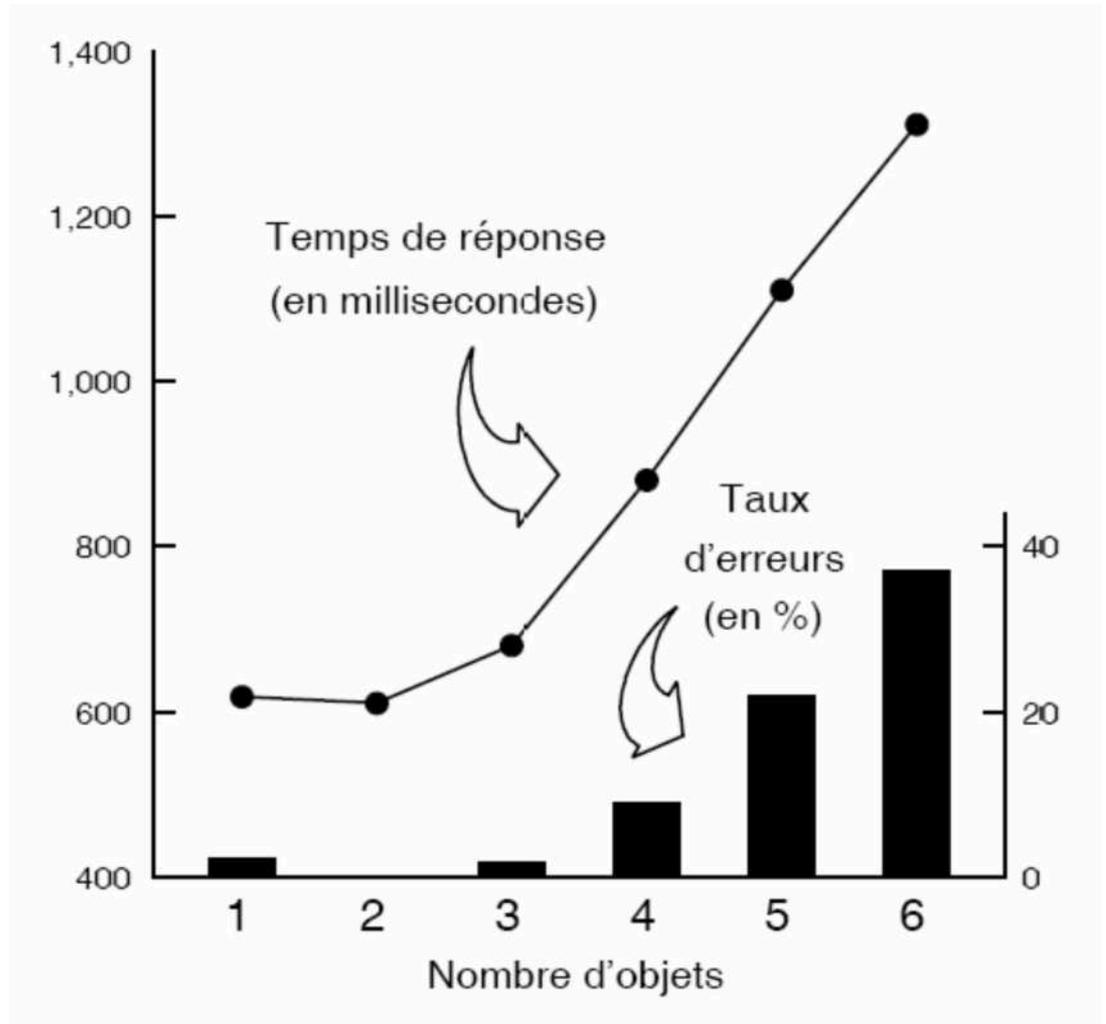








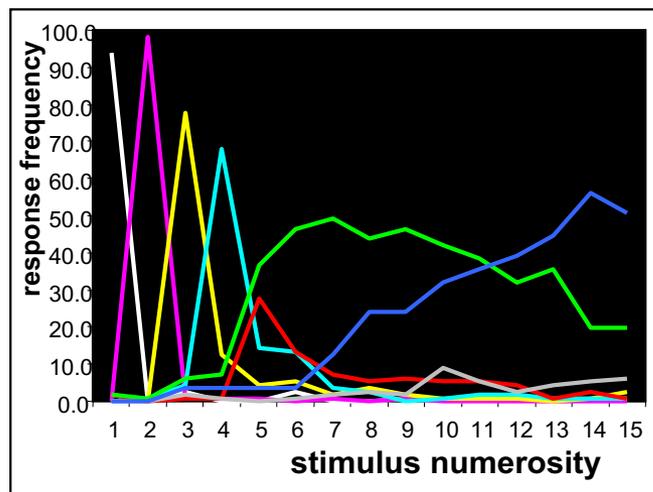
Stanislas Dehaene





Cognition numérique chez les Mundurucus

- pug ma = un
- xep xep = deux
- ebapug = trois
- ebadipdip = quatre
- pug pōgbi = cinq, une main
- xep xep pōgbi = deux mains
- adesu/ade gu = quelques, peu
- ade/ade ma = beaucoup



ÉGYPTIENS

(Système hiéroglyphique : III^e-I^{er} millénaire av. J.-C.)

								
1	2	3	4	5	6	7	8	9

MÉSOPOTAMIENS

(Système cunéiforme assyro-babylonien : II^e-I^{er} millénaire av. J.-C.)

								
1	2	3	4	5	6	7	8	9

HARAPÉENS

(Système « proto-indien » : civilisation de l'Indus, 2300-1750 av. J.-C.)

								
								
								
1	2	3	4	5	6	7	8	9

GRÈCE

(Système d'Epidaure, d'Argos et de Némée : V^e-II^e siècle av. J.-C.)

								
1	2	3	4	5	6	7	8	9

ÉTRUSQUES
(Italie, VI^e-IV^e siècle av. J.-C.)

								
1	2	3	4	5	6	7	8	9

GRÈCE
(Système de Thèbes, d'Orchomène et de Carystos : V^e-I^{er} siècle av. J.-C.)

								
1	2	3	4	5	6	7	8	9

* Lettre Π (pi), initiale de ΠΕΝΤΕ (penté) « cinq ».

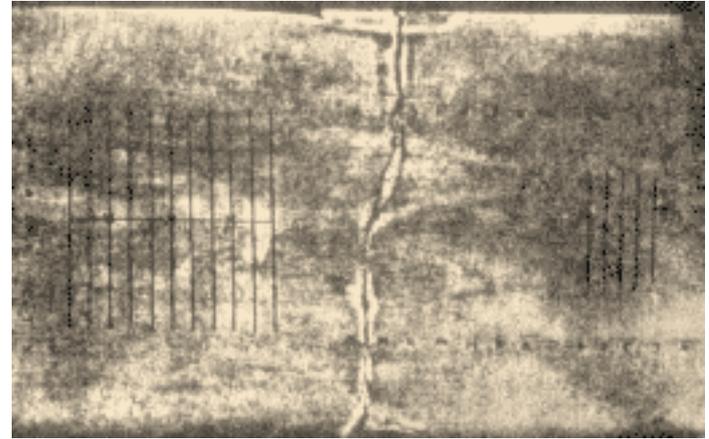
ARAMÉENS DE MÉSOPOTAMIE
(Système de Hatra : début de l'ère chrétienne)

								
1	2	3	4	5	6	7	8	9

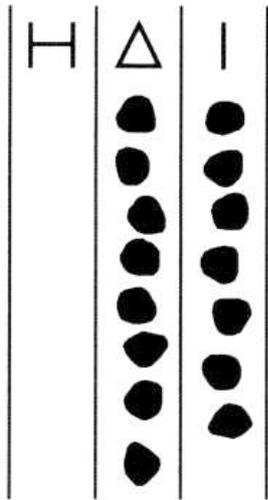
MAYAS
(Amérique centrale précolombienne, III^e-XIV^e siècle ap. J.-C.)

								
1	2	3	4	5	6	7	8	9

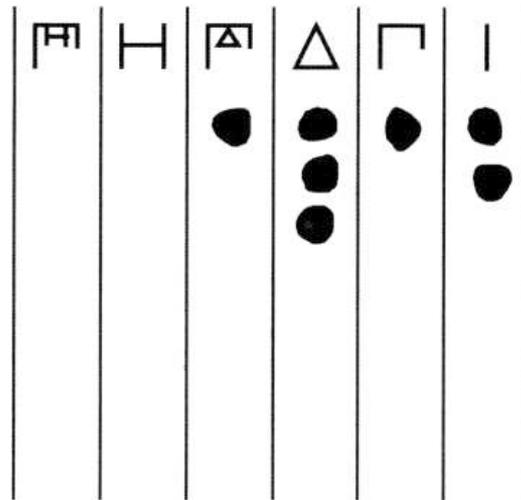
									
50 000	10 000	5 000	1 000	500	100	50	10	5	1



100 10 1



500 100 50 10 5 1



500 50 5

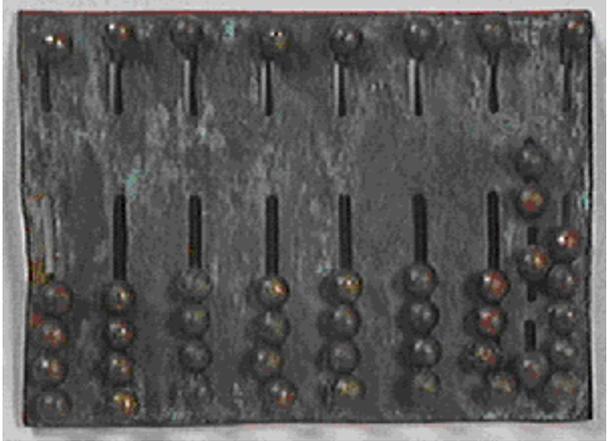
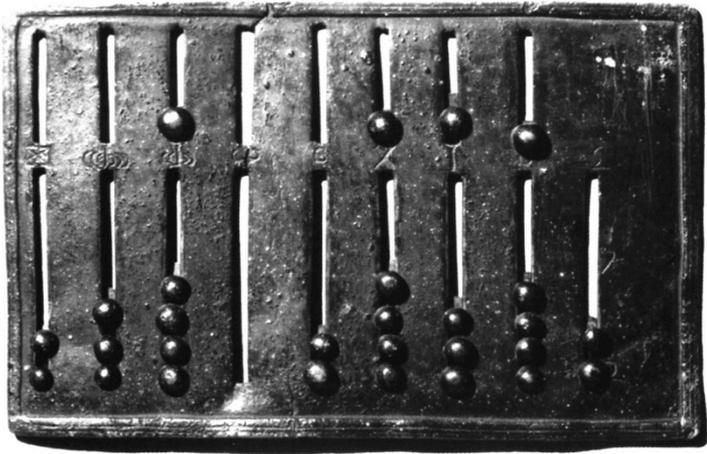
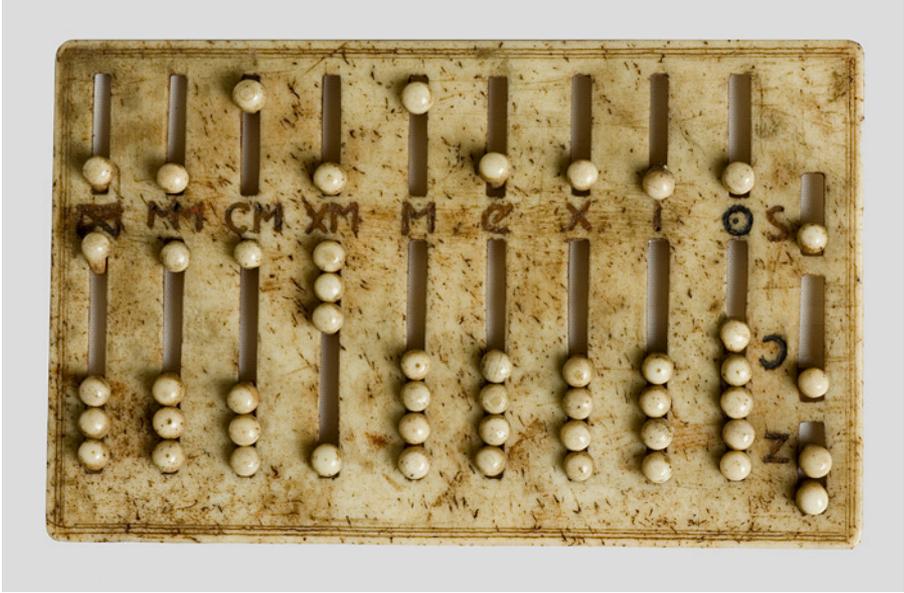


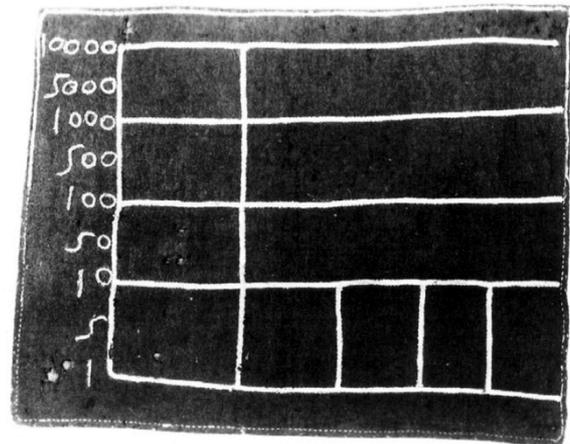
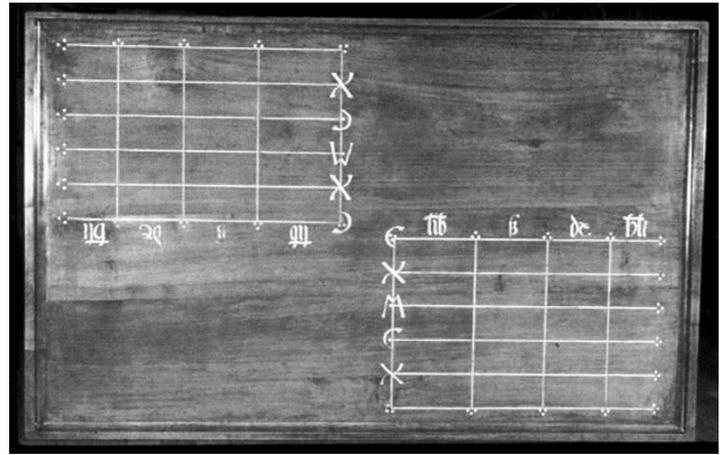
100 10 1



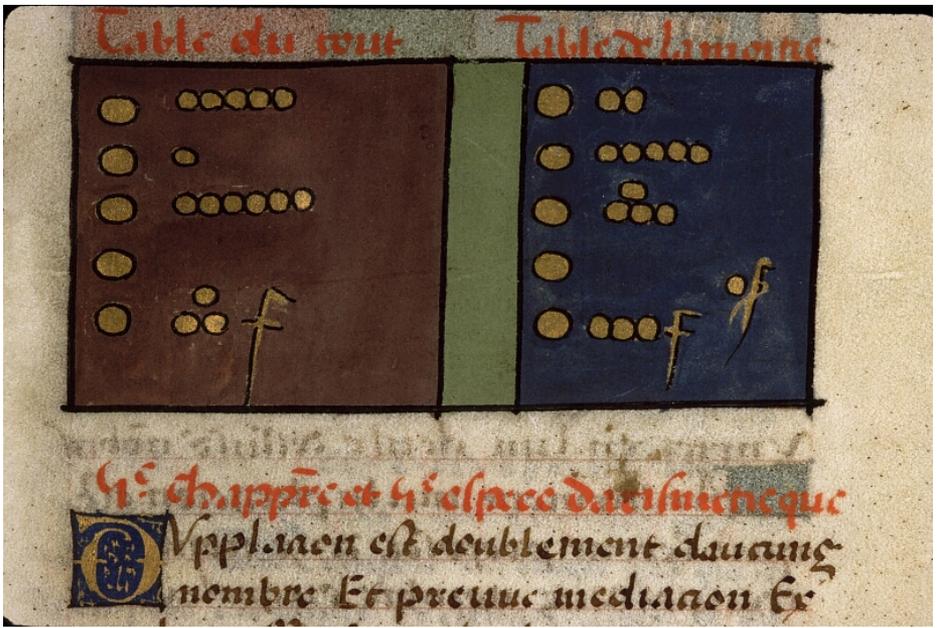
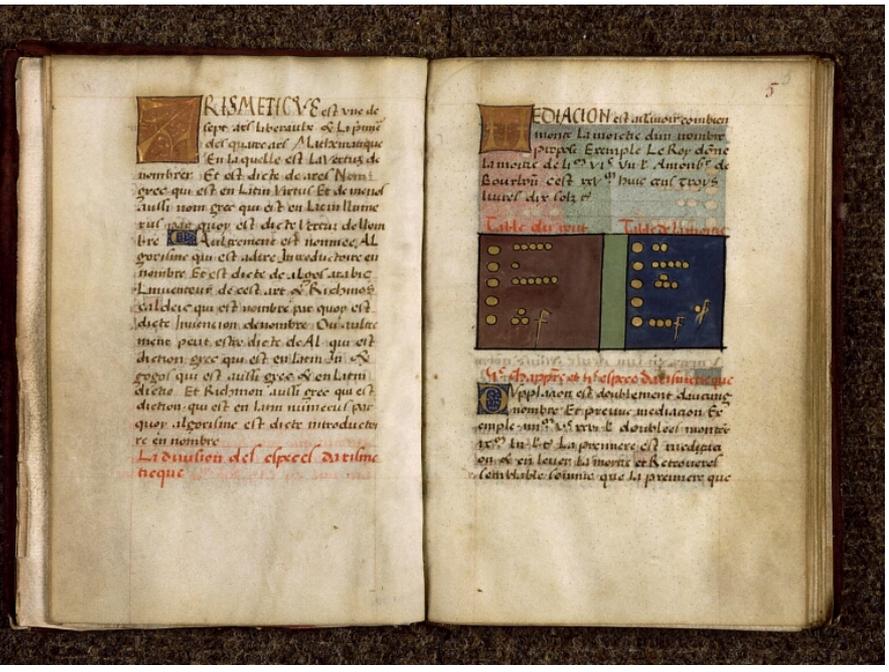
308

I
II
III
IIII = IV
V
VI
VII
VIII
VIII = IX
X
L
C
D
M

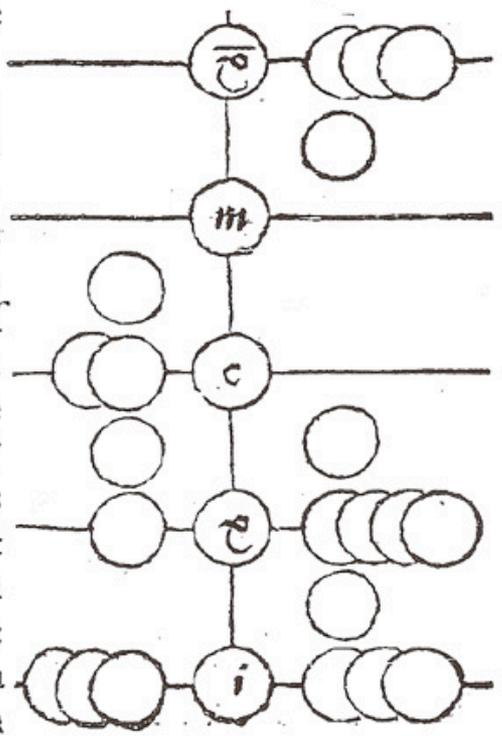


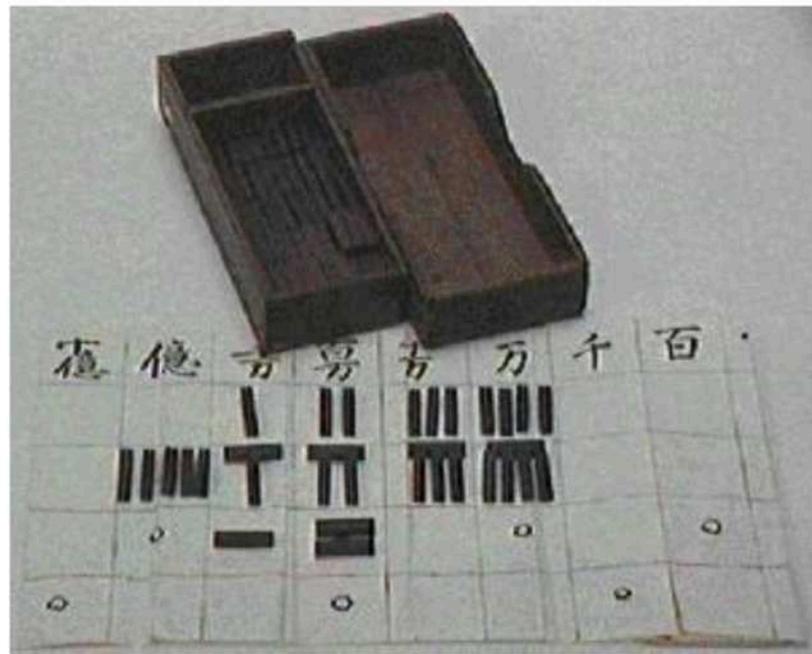
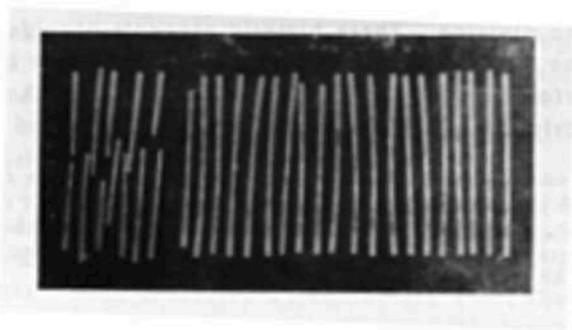
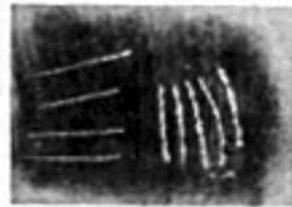
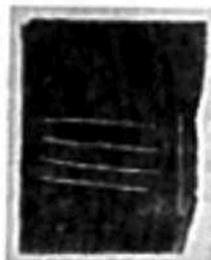
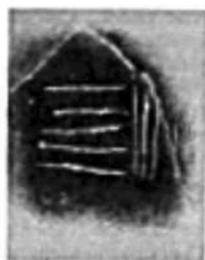




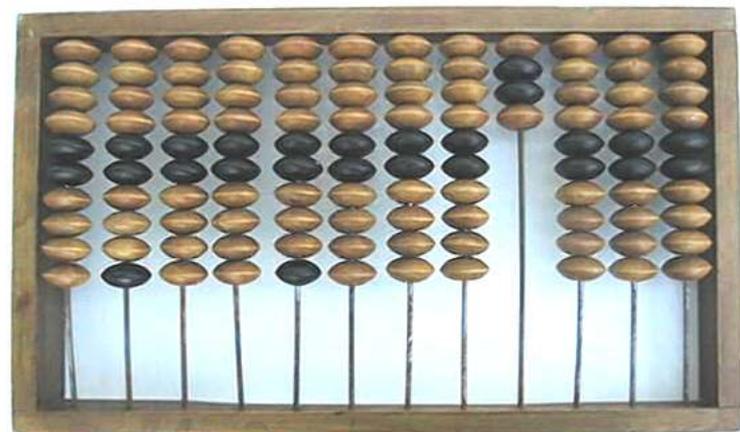
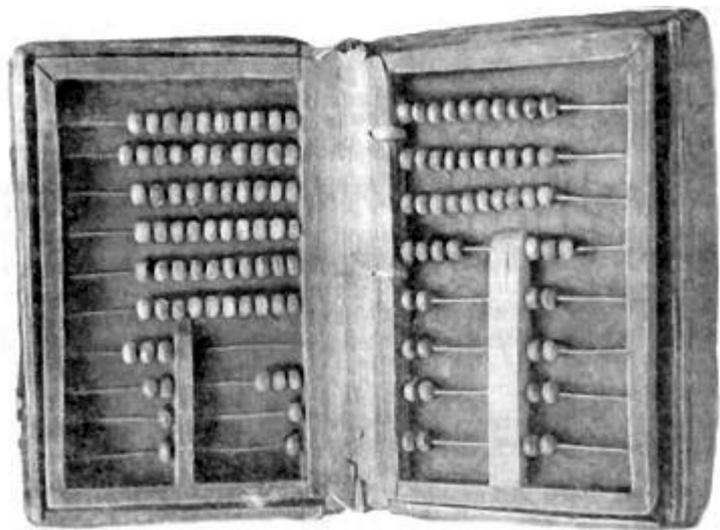


POVR multiplier vne somme, comme 763 par 46. Premièrement ie pose la somme a multiplier derriere l'arbre, comme vous voyez : puy com-
mençant en bas, ie leue vn get, pour lequel ie pose 46 a main droite: & ainsi ie continue de leuer tous les getz de bas cōtre mont l'vn, apres l'autre: & tous iours pour chaque get que ie leue de derriere, ie pose 46 a dextre & vis a vis dōt ie l'ay leué: c'est a dire, si ie leue vn cent, ie pose 46 cēs: sçauoir est, 4 sur la ligne des milliers, vn



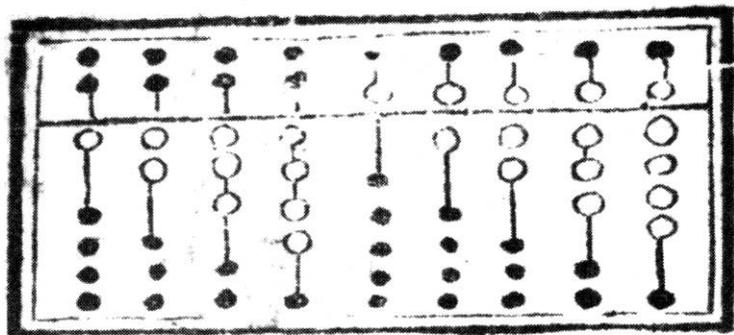






新編校正指明算法卷上

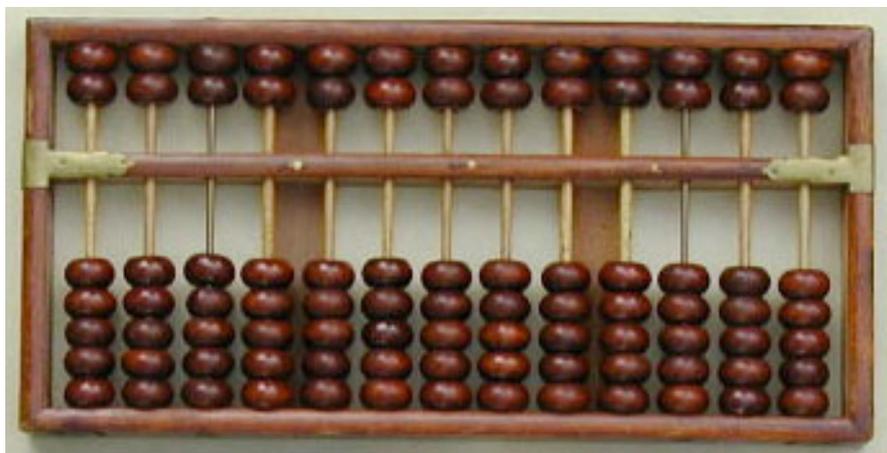
算盤定式

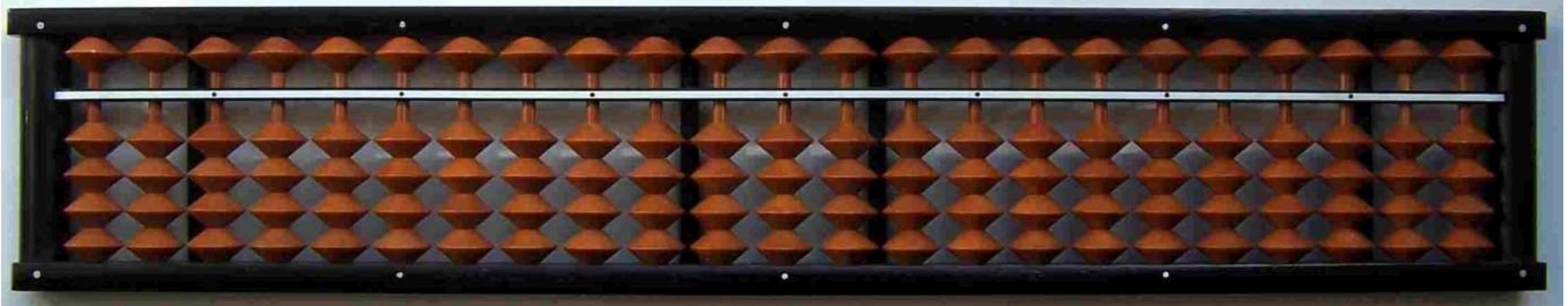


一 二 三 四 五 六 七 八 九

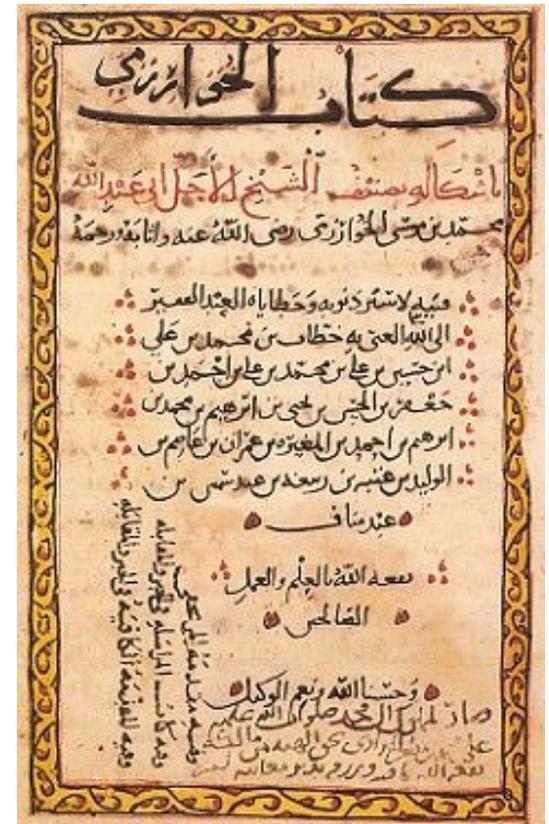
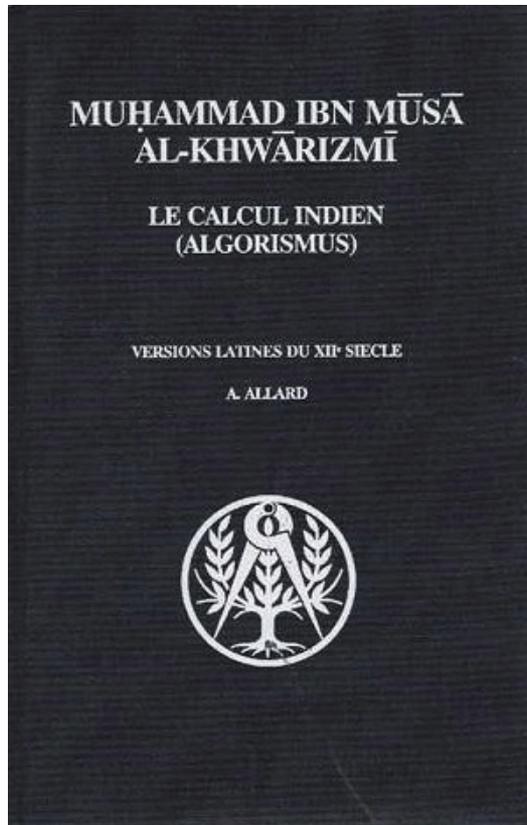
凡算盤每一行七銖中隔一梁
 上二銖每一銖當梁下五銖
 梁下五銖每一銖只是其數
 於人位前以人身配之分其
 左右以位前為左以位後為右
 前位為上後位為下凡前位一
 銖則當後位十銖故云逢幾進
 十退十還幾之說

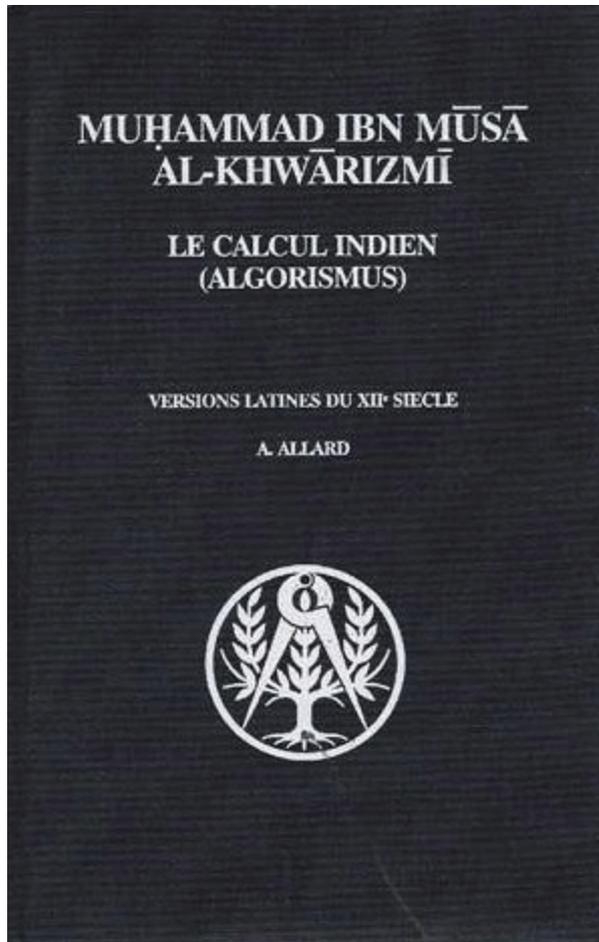
雙調西江月 智慧童蒙易曉
 頑皓首難明世間六藝任紛紛
 算乃人之根本知書不知算法
 如臨明室昏昏慢同高手細評
 論數徹無容方寸





al-Khwarizmi (780-850)





Deux livres en arithmétique :

Le calcul indien

(perdu, traduction latine *De numero Indorum* perdue, partiellement connu par des adaptations latines du XII^e siècle)

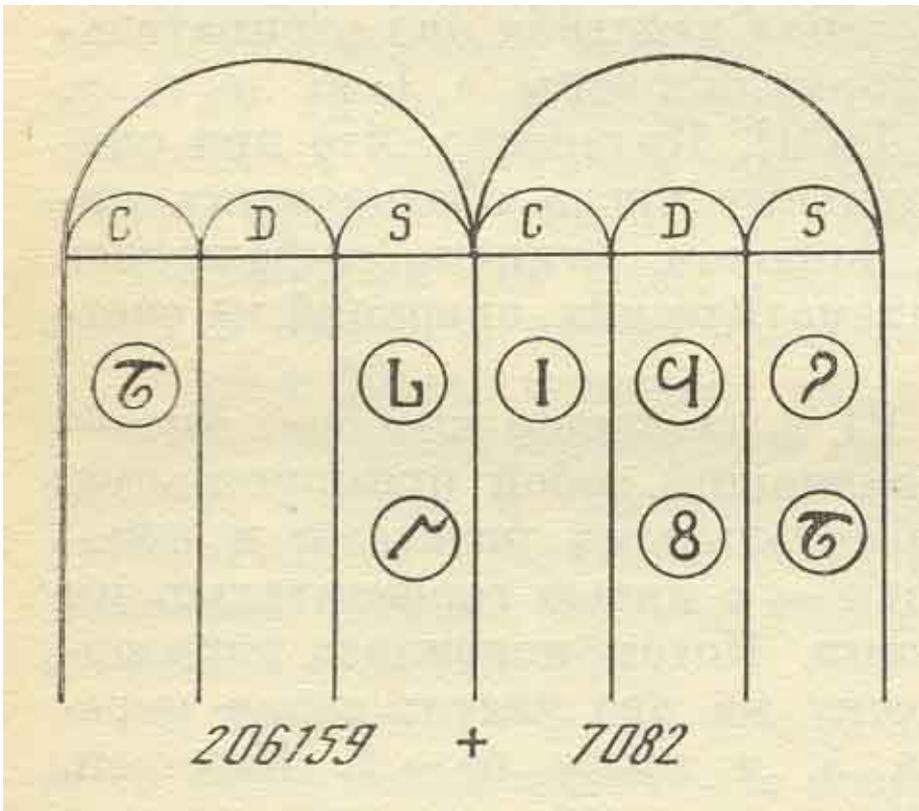
- figures des neuf chiffres, système décimal et introduction du zéro
- duplication et partition en deux moitiés
- addition et soustraction
- multiplication et division
- élévation au carré et extraction de la racine carrée
- ???

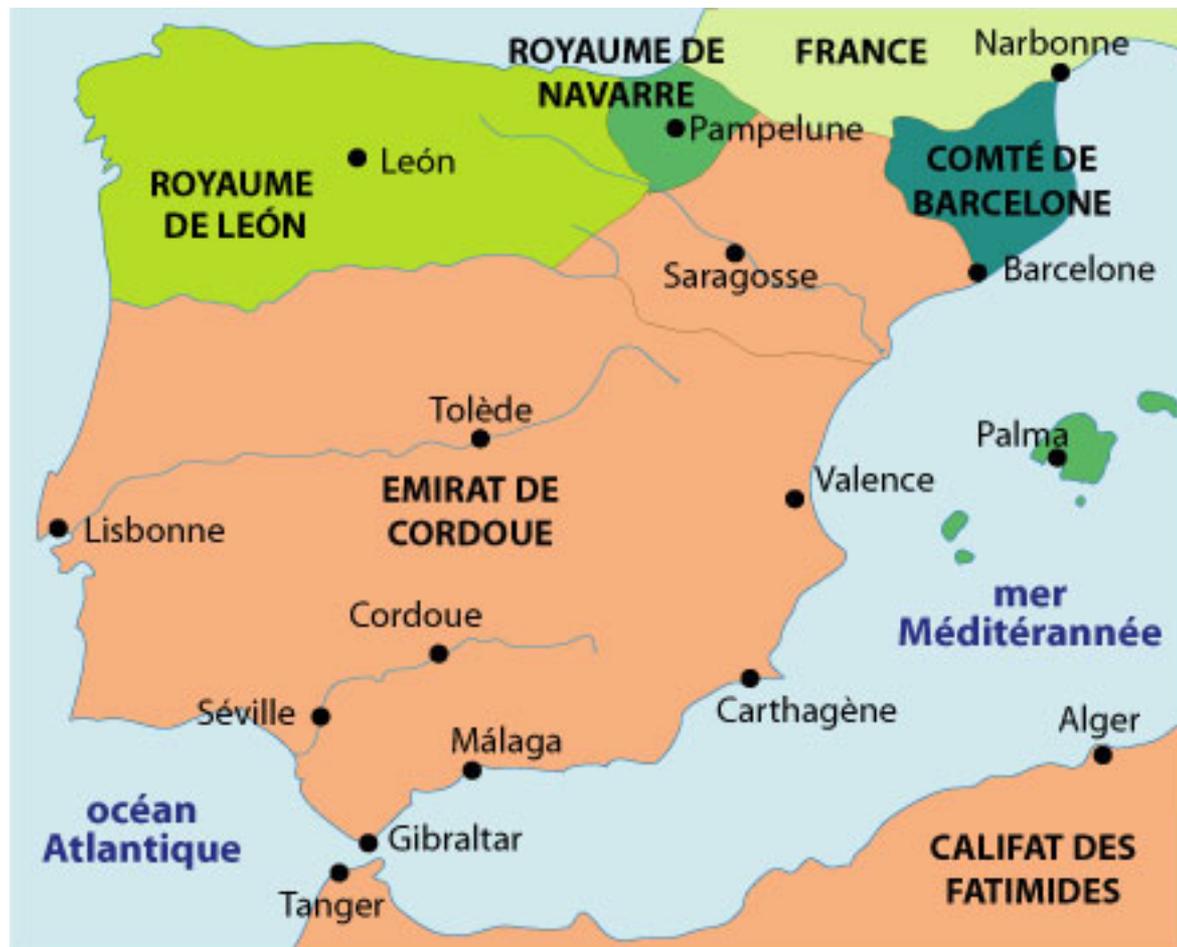
Liber augmenti et diminutionis

(perdu)

Gerbert d'Aurillac
(946-1003)

pape Sylvestre II
(999-1003)





Royaumes chrétiens

 Monde musulman

٢٨٤ | ٤٤٤ | ٤٤٤ | ٤٤٤ | ٤٤٤

Zu **Mery** **geordnet** **Rech**
en **biechlin** **auf** **den** **linien**
mit **Rechen** **pfeningen** : **den**
Jungen **angenden** **zu** **heil**
lichem **gebrauch** **vnd** **hend**
eln **leychlich** **zu** **lernen**
mit **figuron** **vnd** **exempeln**
Volgt **hernach** **klar**
lichen **angezeigt.**



Zu **Mery** **geordnet** **Rech**
en **biechlin** **mit** **den** **zyffern**
den **angenden** **schülern** **zu** **nutz** **In**
haltet **die** **Siben** **species** **Algorith**
mi **mit** **sampt** **der** **Regel** **de** **Try** / **vnd** **sechs** **regeln** **ö**
prisch / **vñ** **der** **regel** **Iusti** **mit** **vñ** **andern** **güten** **fras**
gen **den** **kündern** **zum** **anfang** **nützbarlich** **durch**
Joann **Böschenslein** **von** **Esslingen** **priester**
neulich **aus** **gangen** **vnd** **geordnet.**





Petrus Apianus

Un traité nouveau et bien fondé de tout le calcul commercial

1527

« ... additionner des pages de compte avec des jetons sur les lignes est plus pratique qu'avec les plumes ou la craie. »

« Or je ne sçay conter ny à get, ny à plume. »



« Argan, seul dans sa chambre assis, une table devant lui, compte des parties d'apothicaire avec des jetons ; il fait parlant à lui-même les dialogues suivants. — Trois et deux font cinq, et cinq font dix, et dix font vingt. »



« Nous avons trouvé, avec ces jetons qui sont si bons, que j'aurais eu cinq cent trente mille livres de bien, en comptant toutes mes petites successions. »



« Il est cependant très vrai que l'abus des mots est une grande source d'erreurs, car il en arrive une maniere d'erreur de calcul, comme si en calculant on ne marquoit pas bien la place du jetton. »

Anonyme florentin, vers 1430

Multiplicha p modo de quadrato

456789
987654

4	5	6	7	8	9
4	3	4	5	6	7
5	3	4	4	5	6
1	2	3	4	4	5
1	2	3	3	4	4
4	2	2	3	3	4
9	1	2	2	3	3
4	8	3	0	0	6

Multiplicha p modo de baricobolo

456789
987654

1827156
2283745
2740734
3177523
3654312
4111101

0) 451147483006.

Anonyme de Trévis Arte del abbacho, 1478

9 3 4
3 2 3 6 / 4
9 3 4 / i
2 8 0 2 / 3
2 9 3 2 7 6

9 3 4
3 2 3 6 4
9 3 4 i
2 8 0 2 3
2 9 3 2 7 6

Somma.

9	3	4
2	7	9
9	9	3
3	6	2
2	2	6

Somma.

9	3	4
3	i	i
0	0	0
2	0	i
2	9	3

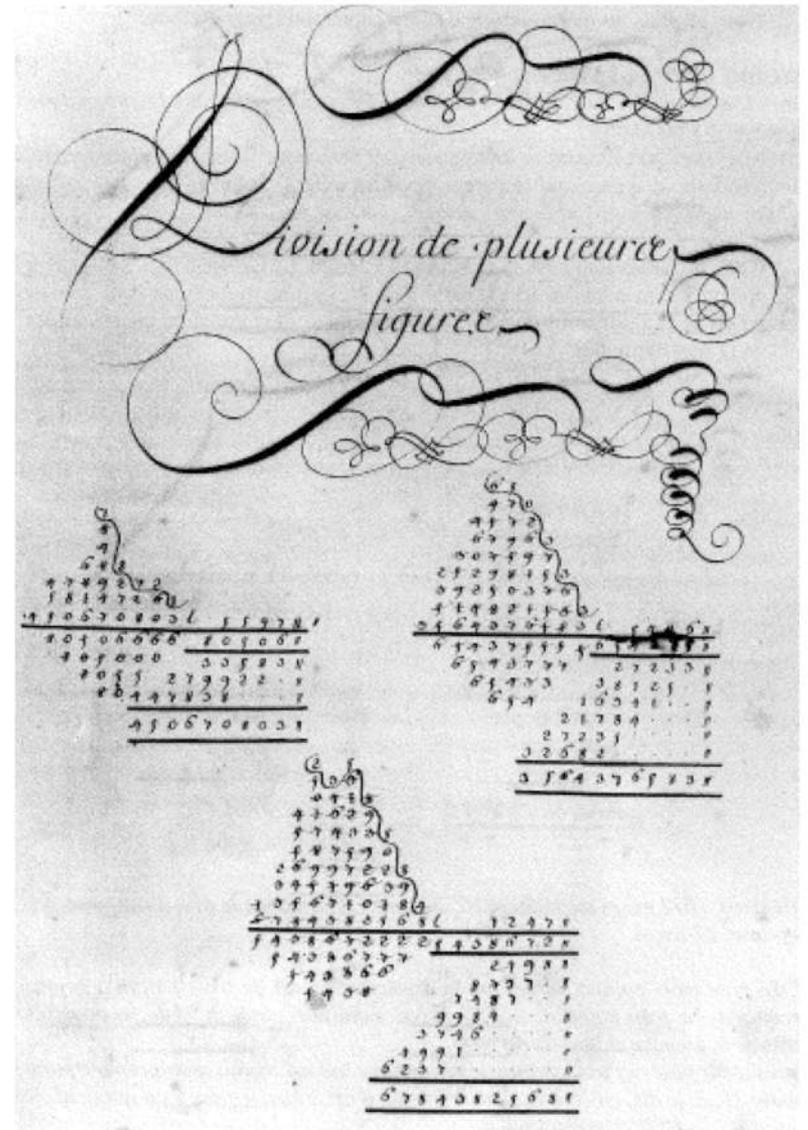
Martelly
 Livre d'arithmétique, 1736

Calendri
 Arithmetica, 1491

Parti 5349 > per 83

Vienne 5349 > — 83
 00644 - $\frac{45}{83}$

534	
498	
369	
332	
332	83
45	
0	$\frac{45}{83}$





LETTRE
DEDICATOIRE
A
MONSEIGNEUR
LE
CHANCELIER.

Sur le sujet de la Machine nouvellement inventée par le Sieur B. P. pour faire toutes sortes d'operations d'Arithmetique, par vn mouuement réglé, sans plume ny jettons,

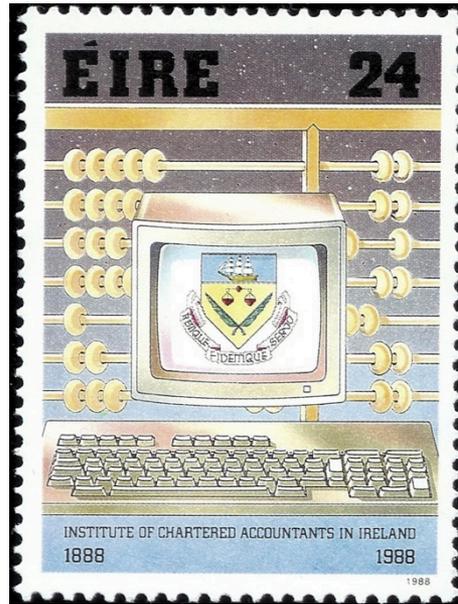
AVEC

Vn aduis necessaire à ceux qui auront curiosité de voir ladite Machine, & de s'en seruir.

M. DC. XLV.

18 *ADVIS NECESSAIRE, &c.*
pris pour faire que toutes les operations qui par les precedentes methodes sont penibles, composées, longues, & peu certaines; deviennent faciles, simples, promptes, & assurées.





Nos hypothèses :

- En mathématiques, il est essentiel que les enfants manipulent longuement des objets matériels avant de passer à des représentations symboliques.
- Les abaques (à jetons ou à boules) ont été le principal instrument de calcul de l'humanité pendant plus de 2000 ans. L'utilisation de ces anciens artefacts, profondément enracinés dans notre culture, favorise l'apprentissage des élèves en arithmétique.
- Il est pertinent du point de vue épistémologique que les enfants revivent en accéléré l'histoire du calcul : des abaques à jetons vers le calcul indien écrit, puis de ce dernier vers les calculatrices électroniques.

Notre utilisation de deux types d'abaques :

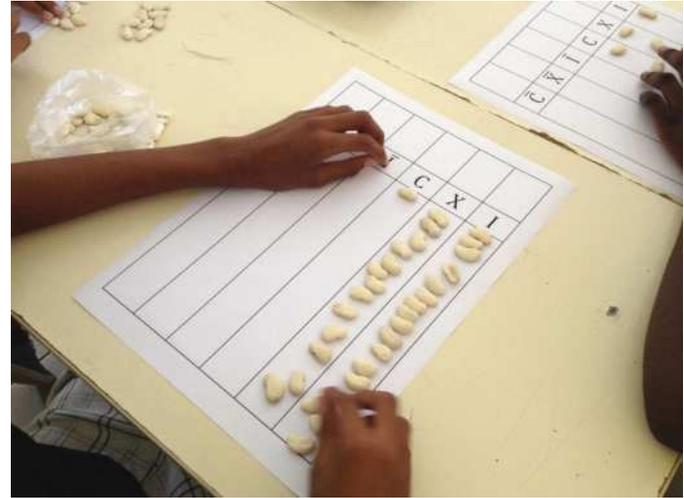
- **Au cycle 2 : abaque en colonnes et sans quinares.**

L'abaque à jetons est un support efficace pour apprendre la numération décimale de position et les techniques opératoires avec de petits nombres entiers.

- **Au cycle 3 : abaque en lignes avec quinares.**

L'abaque à jetons peut être utilisé pour consolider les savoirs acquis au cycle 2, pour proposer une remédiation aux élèves en difficulté, et pour étendre les techniques opératoires aux grands nombres entiers et aux nombres décimaux.

2. Manipulation d'un abaque romain



CXXXIII

+ DXXXVIII

Addition :

*inscrire le premier
nombre, puis inscrire
le second nombre, et
c'est fini !*

\bar{C}	\bar{X}	\bar{I}	C	X	I

CXXXIII

+ DXXXVIII

\bar{C}	\bar{X}	\bar{I}	C	X	I
			●	● ● ● ●	● ● ●

CXXXIII
+ DXXXVIII

\bar{C}	\bar{X}	\bar{I}	C	X	I
			●	● ● ● ●	● ● ●
			● ● ● ● ●	● ● ●	● ● ● ● ● ● ●

CXXXIII

+ DXXXVIII

Première manipulation
de base :

*échanger dix jetons
d'une colonne contre un
jeton de la colonne à
gauche*

\bar{C}	\bar{X}	\bar{I}	C	X	I
			●	● ● ● ●	● ● ●
			● ● ● ● ●	● ●	● ● ● ● ● ● ●

c	d	u
1	4	3
5	3	8
6	7	11

+

c	d	u
1	4	3
5	3	8
6	7	11
	8	

+

	1		
1	4	3	
+ 5	3	8	
<hr/>			
6	8	1	

6c 7d 11u 6c 8d 1u

Idée directrice du calcul indien :

*écrire symboliquement sur le papier
les manipulations concrètes qui
étaient auparavant effectuées sur
l'abaque*

$$\begin{array}{r} 19 \\ + 12 \\ \hline 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ + 12 \\ \hline 20 \end{array}$$

Calculer :

$$3908 + 825$$

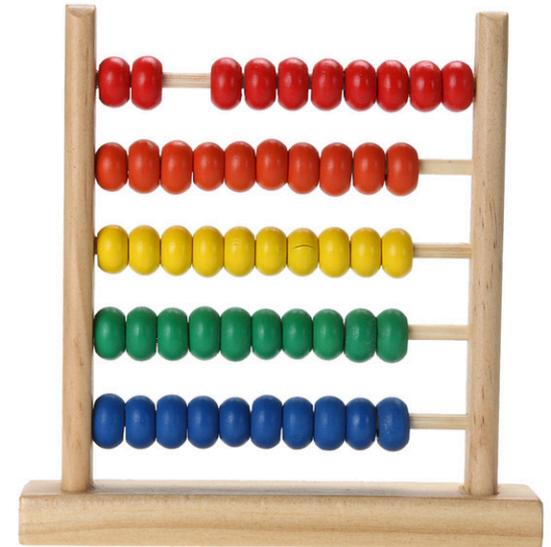
$$106 + 27 + 351 + 190$$

Réponses :

$$3908 + 825 = 4733$$

$$106 + 27 + 351 + 190 = 674$$

L'avantage pédagogique de l'abaque sur le boulier est qu'on peut placer autant de jetons qu'on veut dans une colonne



CXXXIII

+ DXXXVIII

Variante avec quinaires

\bar{C}	\bar{X}	\bar{I}	C	X	I
			●	● ● ● ●	● ● ●

CXXXIII
+ DXXXVIII

\bar{C}	\bar{X}	\bar{I}	C	X	I
			●		●
			●	● ● ● ●	● ● ●
				● ● ●	● ● ●

CXXXIII
 + DXXXVIII

\bar{C}	\bar{X}	\bar{I}	C	X	I
			●		●
			●	● ● ● ●	● ● ●
				● ● ●	● ● ●

CXXXIII
+ DXXXVIII

\bar{C}	\bar{X}	\bar{I}	C	X	I
			●		● ●
			●	● ● ● ●	
				● ● ●	●

CXXXIII
 + DXXXVIII

\bar{C}	\bar{X}	\bar{I}	C	X	I
			●		
			●	● ● ● ●	
				● ● ● ● ●	●
				●	

CXXXIII
 + DXXXVIII

\bar{C}	\bar{X}	\bar{I}	C	X	I
			●		
			●	● ● ● ●	
				● ● ● ●	●

$$\begin{aligned}
 & \text{CXXXIII} \\
 + & \text{DXXXVIII} \\
 = & \text{DCLXXXI}
 \end{aligned}$$

\bar{C}	\bar{X}	\bar{I}	C	X	I
			●	●	
			●	●	
				●	
				●	
					●

$$\begin{array}{r} 98 \\ - 27 \\ \hline \end{array}$$

Soustraction :

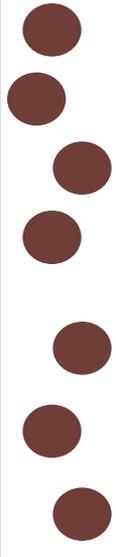
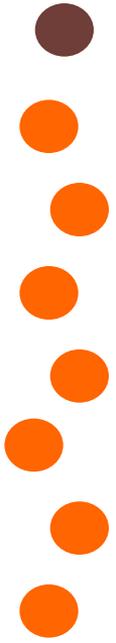
*Inscrire le grand
nombre, puis retirer le
plus petit, et c'est fini !*

\bar{C}	\bar{X}	\bar{I}	C	X	I

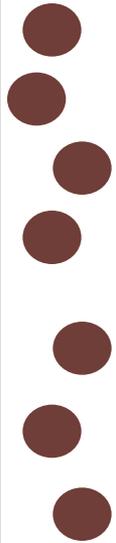
98
- 27

\bar{C}	\bar{X}	\bar{I}	C	X	I
				● ● ● ● ● ● ● ● ●	● ● ● ● ● ● ●

98
- 27

\bar{C}	\bar{X}	\bar{I}	C	X	I
					

$$\begin{array}{r} 98 \\ - 27 \\ \hline = 71 \end{array}$$

\bar{C}	\bar{X}	\bar{I}	C	X	I
					

106
- 39

	\bar{C}	\bar{X}	\bar{I}	C	X	I

106
- 39

	\bar{C}	\bar{X}	\bar{I}	C	X	I
				●		● ● ● ● ● ●

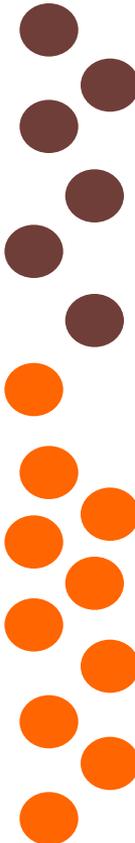
$$\begin{array}{r}
 106 \\
 - 39 \\
 \hline
 \end{array}$$

Seconde manipulation
de base :

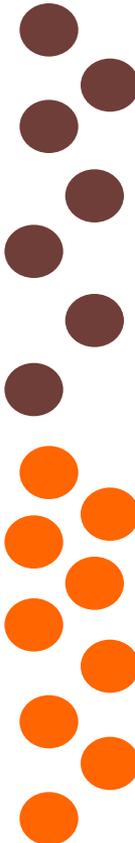
*échanger un jeton d'une
colonne contre dix jetons
dans la colonne de droite*

	\bar{C}	\bar{X}	\bar{I}	C	X	I
				●		● ● ● ● ● ●

106
- 39

\bar{C}	\bar{X}	\bar{I}	C	X	I
					

106
- 39

\bar{C}	\bar{X}	\bar{I}	C	X	I
					

$$\begin{aligned}
 &106 \\
 &- 39 \\
 &= 67
 \end{aligned}$$

\bar{C}	\bar{X}	\bar{I}	C	X	I
				● ● ● ● ●	● ● ● ● ●

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 d & u \\
 \hline
 6 & 4 \\
 2 & 7 \\
 \hline
 \end{array} \\
 -
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 d & u \\
 \hline
 5 & 14 \\
 2 & 7 \\
 \hline
 3 & 7 \\
 \hline
 \end{array} \\
 -
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 5 \\
 \cancel{5} \quad 14 \\
 - \quad 2 \quad 7 \\
 \hline
 3 \quad 7
 \end{array}$$

Programme 2015 :

« *La valeur positionnelle des chiffres doit constamment être mise en lien avec des activités de groupements et d'échanges.* »

Calculer :

$$812 - 98$$

$$1000 - 21$$

Réponses :

$$812 - 98 = 714$$

$$1000 - 21 = 979$$

- Le train.

Un train circule avec 650 voyageurs. Il s'arrête dans une gare, 250 voyageurs descendent et 25 voyageurs montent. Il repart. Il s'arrête dans une deuxième gare, 75 voyageurs descendent et 38 voyageurs montent. Combien y a-t-il de voyageurs quand le train repart de la seconde gare ?

\bar{C}	\bar{X}	\bar{I}	C	X	I
			●	●	
			●	●	
			●	●	
			●	●	
			●	●	
			●	●	

\bar{C}	\bar{X}	\bar{I}	C	X	I
			●		
			●		
			●		
			●		

\bar{C}	\bar{X}	\bar{I}	C	X	I
			●	●	●
			●	●	●
			●	●	●
			●	●	●
			●	●	●

\bar{C}	\bar{X}	\bar{I}	C	X	I
			●	●	
			●	●	
			●	●	
				●	
				●	

\bar{C}	\bar{X}	\bar{I}	C	X	I
			●	●	●
			●	●	●
			●	●	●
				●	●
				●	●
				●	●
				●	●
				●	●

Avec l'abaque, on peut entrer immédiatement dans la résolution de problèmes, sans attendre la maîtrise du calcul posé

123
x 32

	\bar{C}	\bar{X}	\bar{I}	C	X	I

123
x 32

	\bar{C}	\bar{X}	\bar{I}	C	X	I
				●	●●	●●●
				●	●●	●●●
			●	●●	●●●	
			●	●●	●●●	
			●	●●	●●●	

123
x 32

	\bar{C}	\bar{X}	\bar{I}	C	X	I
				●	●●	●●●
				●	●●●	●●●●
			●	●●	●●●●	
			●	●●	●●●●	
			●	●●	●●●●	

$$\begin{array}{r}
 123 \\
 \times 32 \\
 \hline
 = 3936
 \end{array}$$

\bar{C}	\bar{X}	\bar{I}	C	X	I
			●	●●	●●●
			●	●	●●●
		●	●●		●
		●	●●		
		●	●●		
			●		

	m	c	d	u
		1	2	3
			3	2
		1	2	3
		1	2	3
1	1	2	3	
1	1	2	3	
1	1	2	3	
3	1	3	6	

9

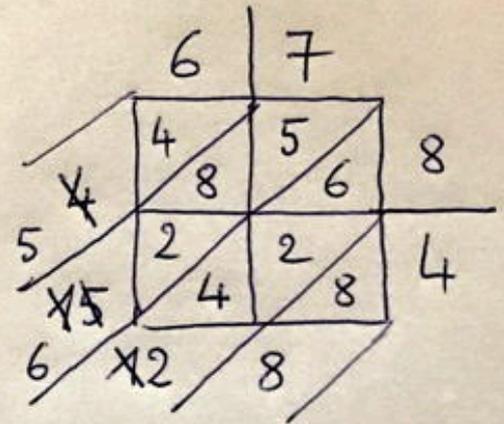
	m	c	d	u
		1	2	3
			3	2
		2	4	6
3	6	9		
3	8	3	6	
	9			

	1	2	3
x		3	2
<hr/>			
	2	4	6
	3	6	9
		1	
<hr/>			
	3	9	3
			6

$$\begin{aligned}
 123 \times 32 &= 123 \times (30 + 2) \\
 &= 123 \times 30 + 123 \times 2 \\
 &= (123 \times 3) \times 10 + 123 \times 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 123 \times 32 &= (100 + 20 + 3) \times (30 + 2) \\
 &= 100 \times 30 + 20 \times 30 + 3 \times 30 \\
 &\quad + 100 \times 2 + 20 \times 2 + 3 \times 2 \\
 &= (1 \times 3) \times 1000 + (2 \times 3) \times 100 + (3 \times 3) \times 10 \\
 &\quad + (1 \times 2) \times 100 + (2 \times 2) \times 10 + 3 \times 2
 \end{aligned}$$

	m	c	d	u
x			6	7
			8	4
			2	8
		2	4	
		5	6	
	4	8		
	4 5	5 6	2	8



Calculer :

$$23 \times 5$$

$$46 \times 8$$

$$37 \times 26$$

$$123 \times 109$$

Réponses :

$$23 \times 5 = 115$$

$$46 \times 8 = 368$$

$$37 \times 26 = 962$$

$$123 \times 109 = 13407$$

$$\begin{array}{r} 412 \\ \div 13 \end{array}$$

\bar{C}	\bar{X}	\bar{I}	C	X	I
					

$$\begin{array}{r} 412 \\ \div 13 \end{array}$$

\bar{C}	\bar{X}	\bar{I}	C	X	I
					

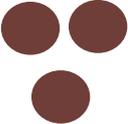
$$412 \div 13$$

\bar{C}	\bar{X}	\bar{I}	C	X	I
					

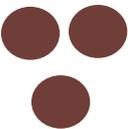
$$\begin{array}{r} 412 \\ \div 13 \end{array}$$

\bar{C}	\bar{X}	\bar{I}	C	X	I
					

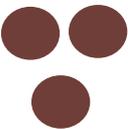
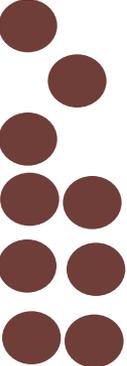
$$\begin{array}{r} 412 \\ \div 13 \end{array}$$

\bar{C}	\bar{X}	\bar{I}	C	X	I
					
					

$$412 \div 13$$

\bar{C}	\bar{X}	\bar{I}	C	X	I
					
					
					

$$\begin{array}{r}
 412 \\
 \div 13 \\
 \hline
 = 31 + 9/13
 \end{array}$$

\bar{C}	\bar{X}	\bar{I}	C	X	I
					
					

$$\begin{array}{r|l}
 412 & 13 \\
 \hline
 -130 & 10 \\
 \hline
 282 & \\
 -130 & 10 \\
 \hline
 152 & \\
 -130 & 10 \\
 \hline
 22 & \\
 -13 & 1 \\
 \hline
 9 & \hline
 31
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 412 & 13 \\
 \hline
 -13 & 10 \\
 \hline
 28 & \\
 -13 & 10 \\
 \hline
 15 & \\
 -13 & 10 \\
 \hline
 22 & \\
 -13 & 1 \\
 \hline
 9 & \hline
 31
 \end{array}$$

Calculer :

$$1827 \div 12$$

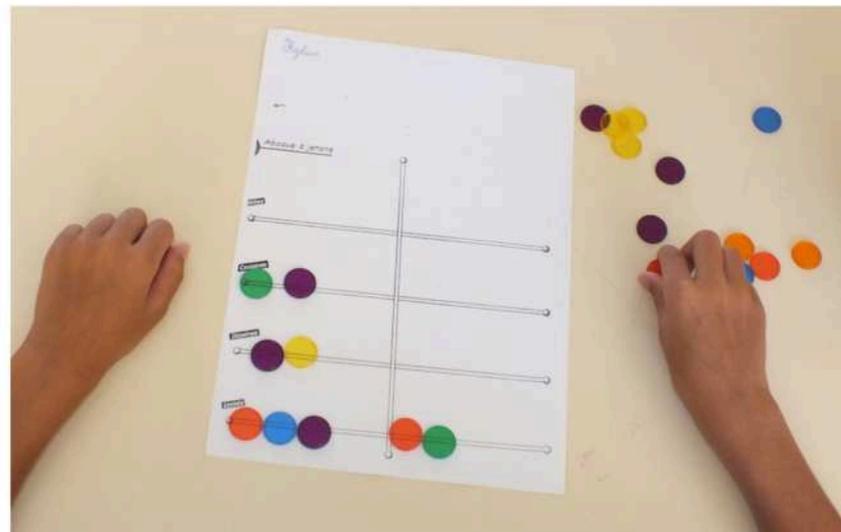
$$4321 \div 78$$

Réponses :

$$1827 \div 12 = 152 + 3/12$$

$$4321 \div 78 = 55 + 31/78$$

3. Compte rendu d'expérimentations en classe



Premier exemple : expérimentation de l'abaque romain en colonnes et sans quinaires au CE2

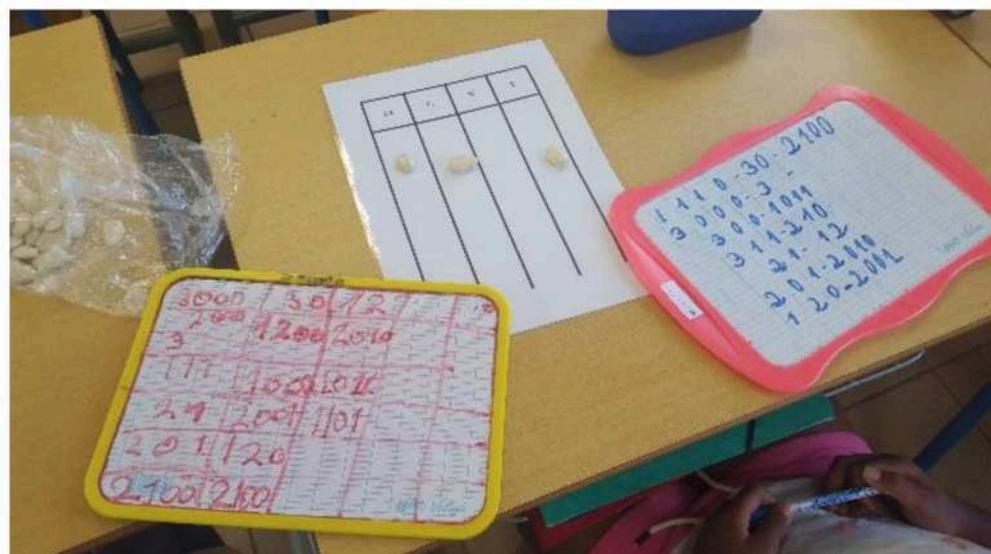
Léa Lebon et Aurélie Letourneur

CE2, école Albert Montlivet, Sainte-Marie (Réunion)

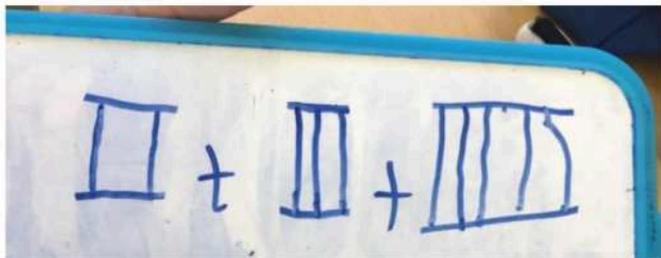
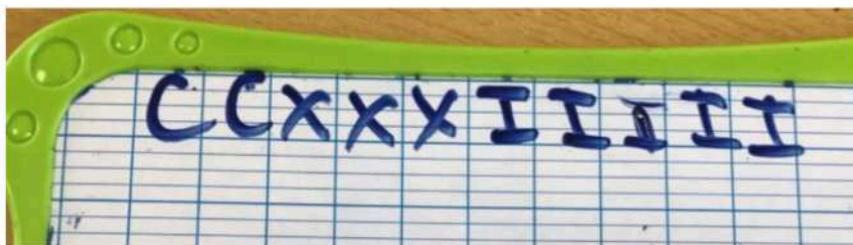
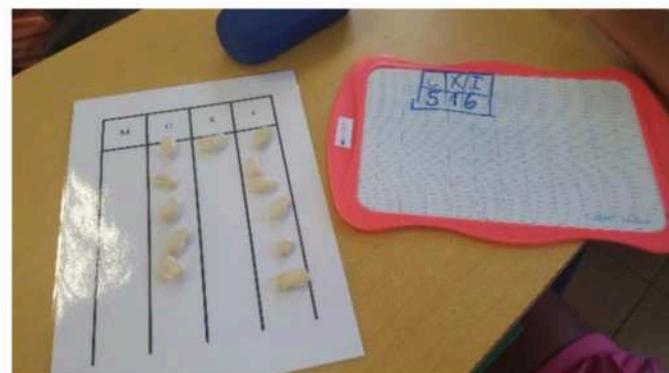
L'utilisation de l'abaque romain dans les apprentissages en numération et calcul en cycle 2

Mémoire de master MEEF, 2018-2019

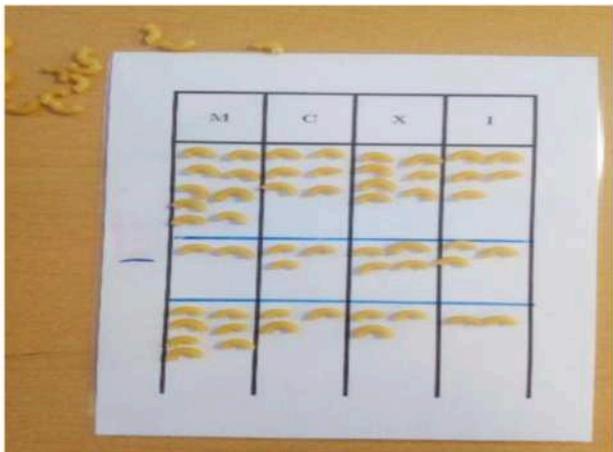
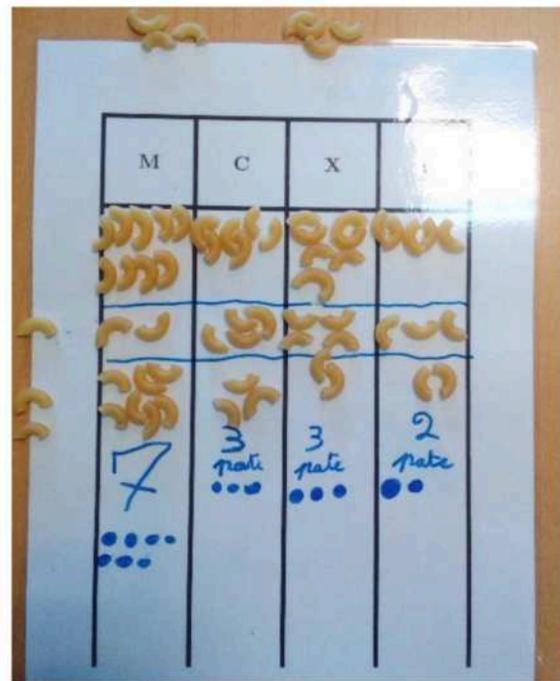
Défi : écrire tous les nombres que l'on peut représenter sur l'abaque avec trois haricots



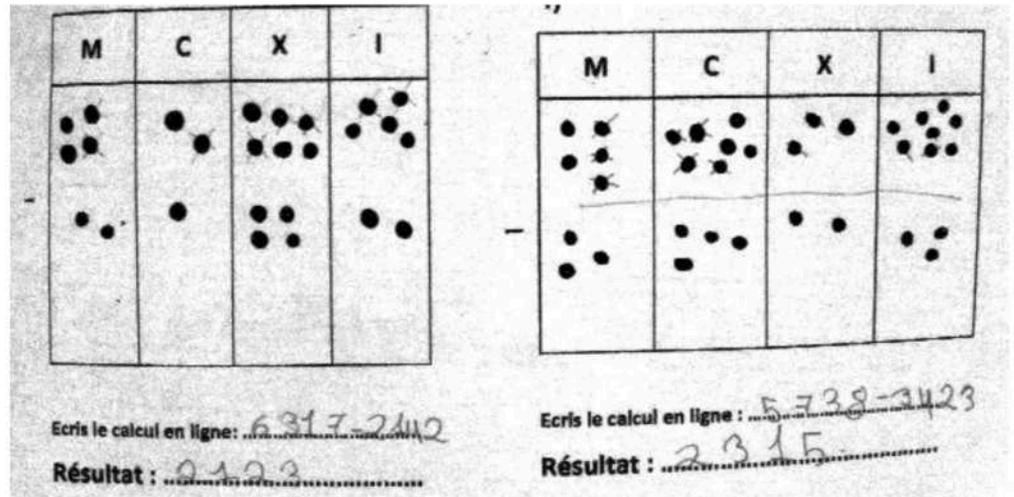
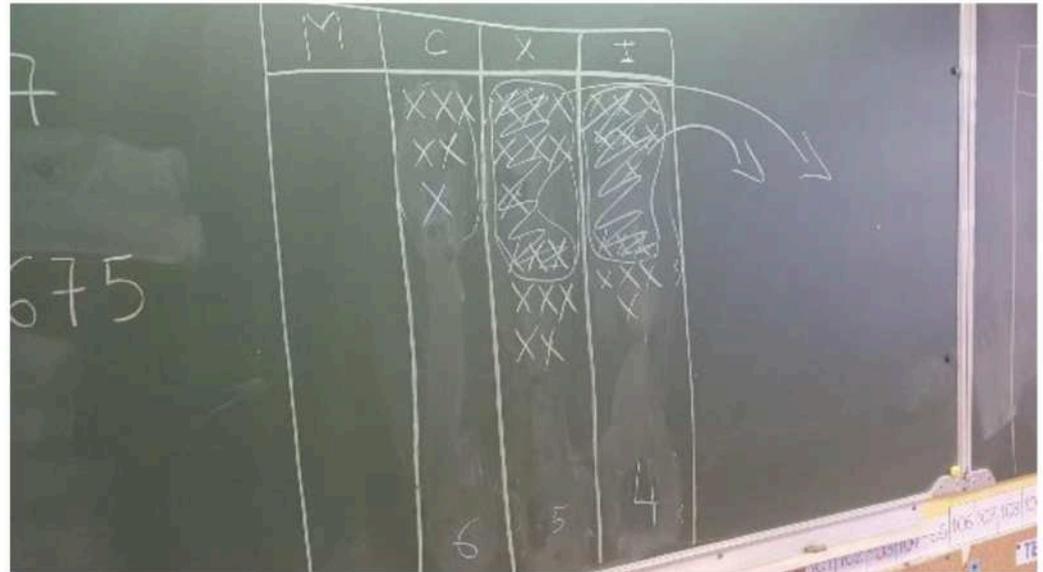
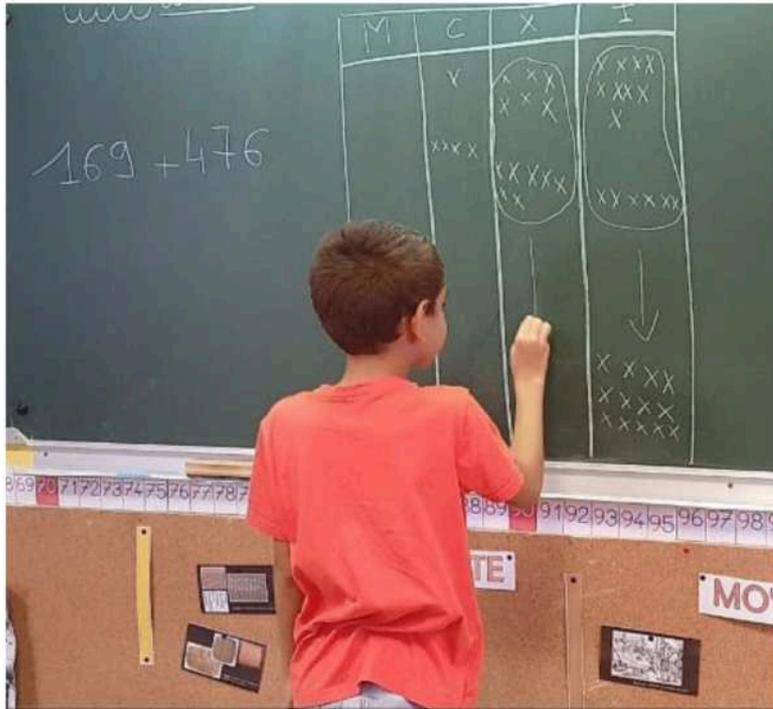
Productions d'élèves



Productions d'élèves



Productions d'élèves



Second exemple : expérimentation de l'abaque en lignes avec quinaires au CM1

Catherine Dugain et Marie-Jeanne Guillotin

CE2/CM1, école Martin-Luther-King, Saint-Pierre (Réunion)
CM1, école Raphaël-Barquisseau, Saint-Pierre (Réunion)

Remédier à une construction non-opérationnelle de la numération à l'aide d'un abaque historique

Mémoire de master MEEF, 2014-2015

Exemple de progression :

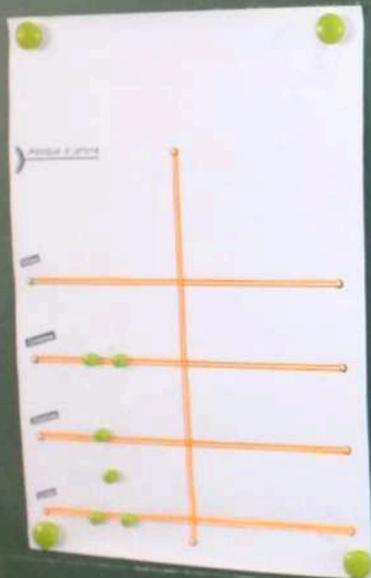
- découverte de l'abaque
- écriture des premiers nombres
- introduction du quinaire
- écriture des nombres jusqu'à 100
- lecture et écriture de nombres plus grands

- découverte de l'addition à l'abaque
- représenter deux nombres et les comparer
- additionner deux nombres sans échanges
- additionner deux nombres avec échanges unaires -> quinaire
- additionner deux nombres avec échanges quinaires -> unaire
- additionner deux nombres quelconques
- utiliser l'abaque comme outil de calcul dans des problèmes

... soustraction ... multiplication ... division

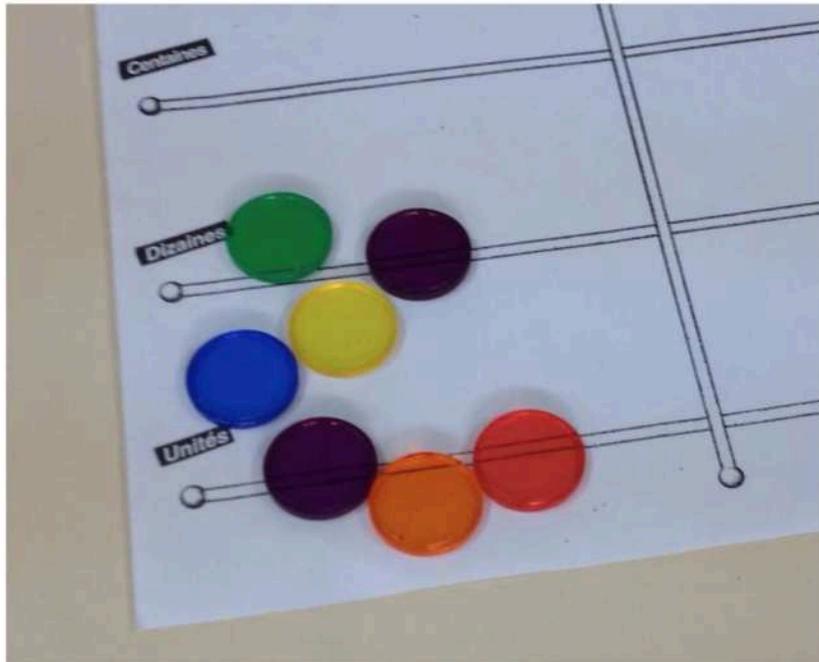
... nombres décimaux ...

L'abaque à jetons

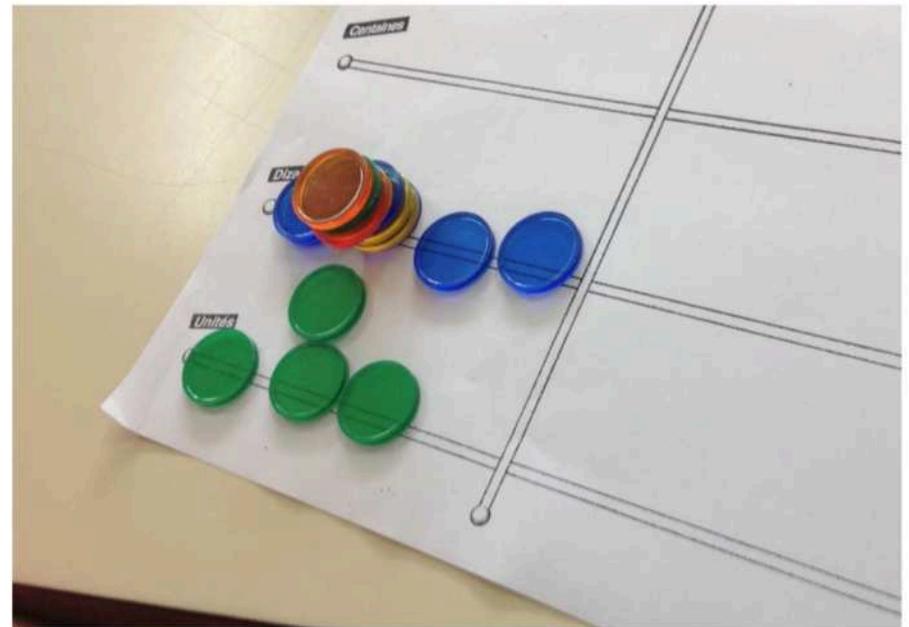


e	d	u
2	1	7

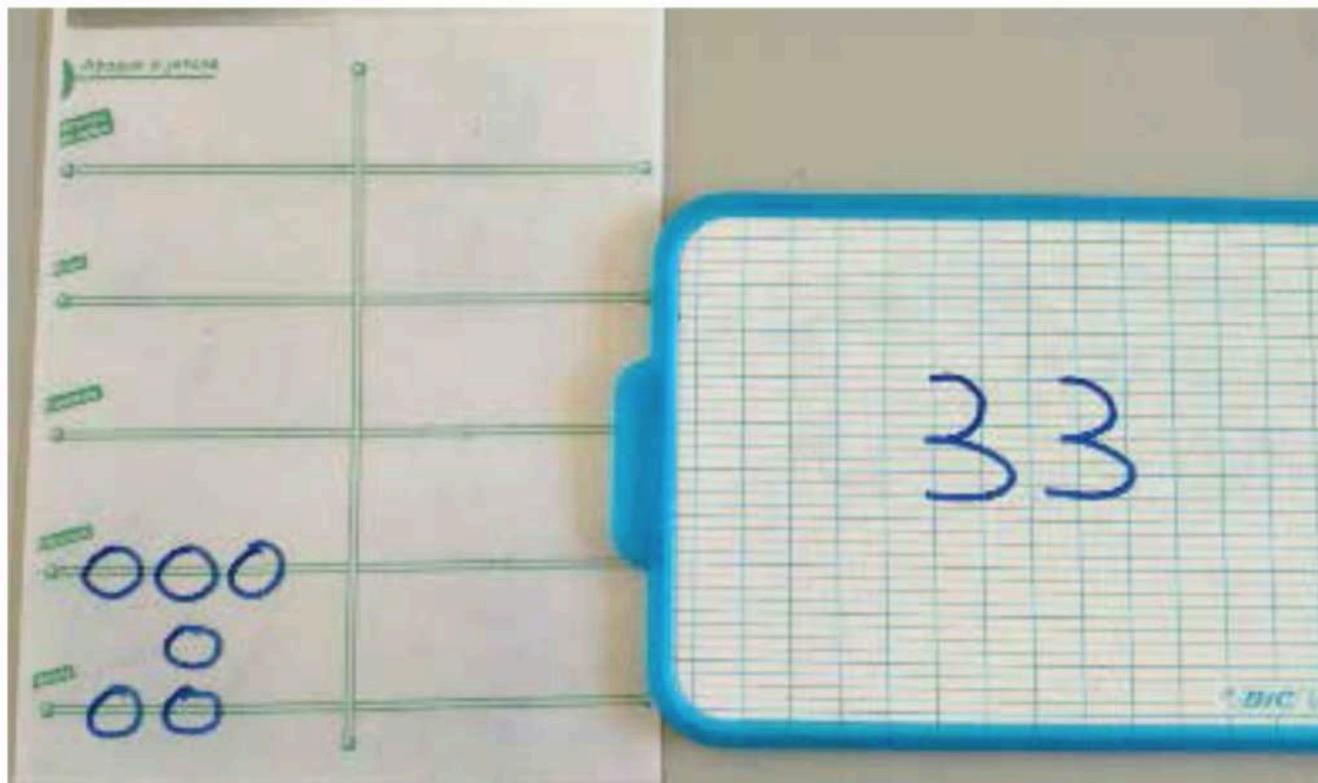
Difficulté de placer
correctement les jetons



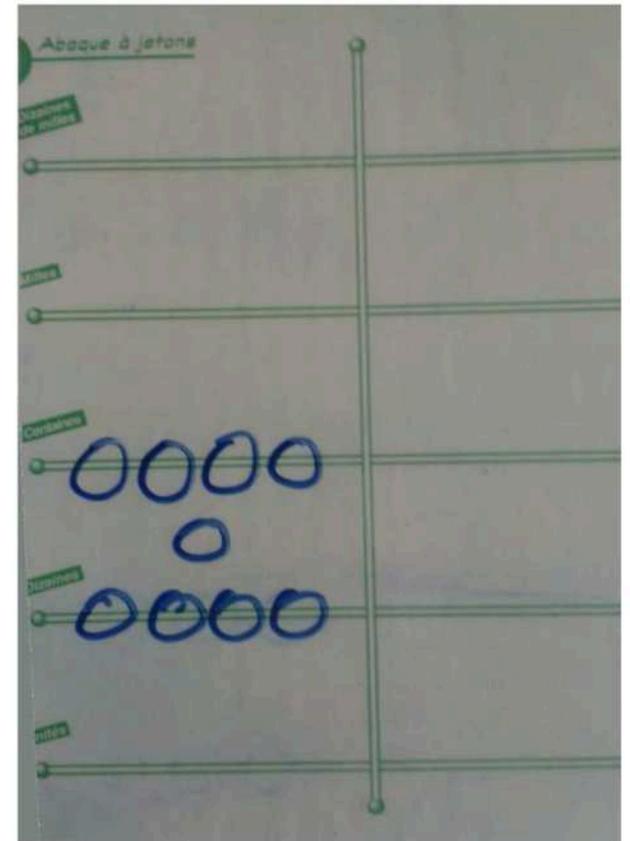
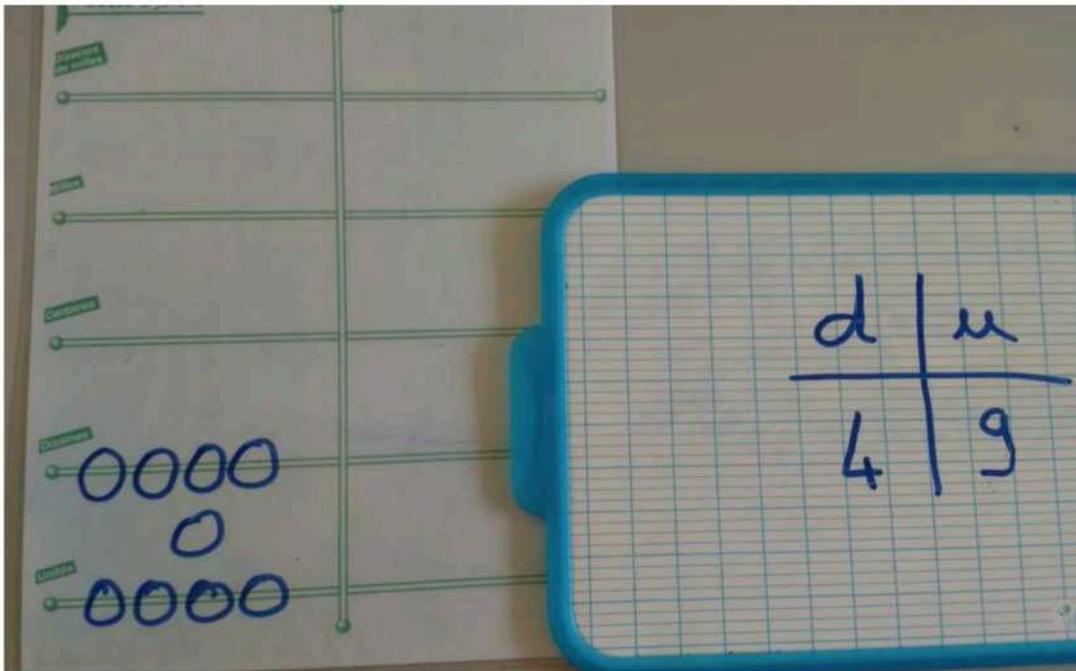
Stratégie spontanée pour
économiser de la place
→ introduction du quinaire
par le maître



Difficulté de compréhension du rôle du quinaire



Inscription correcte et incorrecte de 49



Addition correcte
et incorrecte

Abacus à jetons

m	c	d	u
4	2	2	4
+	4	3	3
4	3	5	4

Abacus à jetons

m	c	d	u
+2	2	3	4
2	2	3	4
4	4	6	4

Constat de début d'année en CM1

- incompréhension quasi générale de la numération décimale de position
- bonne pratique des techniques opératoires

Ecris en chiffres les nombres suivants :

Douze mille cent quarante huit → 12 148

Trois cent quatre vingt quatorze → 304

Huit mille cinquante deux → 852

Cinq cent soixante dix neuf → 679

Ecris en chiffres les nombres suivants :

Douze mille cent quarante huit → 7048

Trois cent quatre vingt quatorze → 4204

Huit mille cinquante deux → 81002

Cinq cent soixante dix neuf → 56109

Ecris en chiffres les nombres suivants :

Douze mille cent quarante huit → 12 148

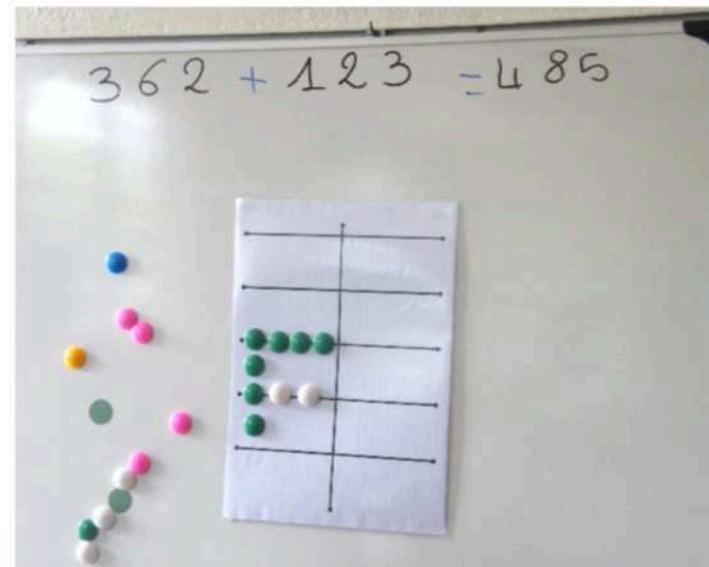
Trois cent quatre vingt quatorze → 30094

Huit mille cinquante deux → 8052

Cinq cent soixante dix neuf → 5079

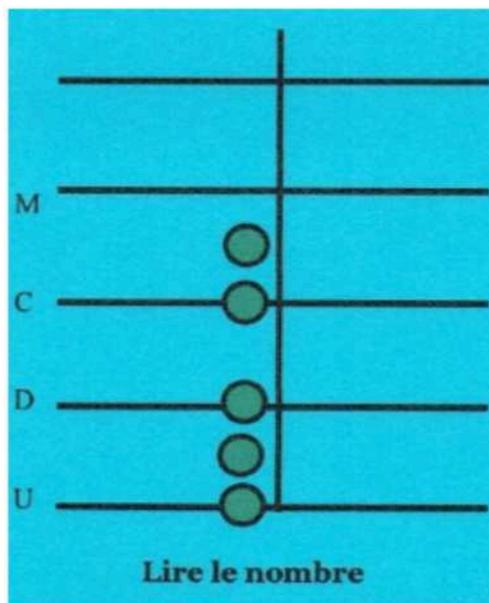
Projet de remédiation

- entrée par l'histoire des mathématiques
- utilisation d'un abaque à lignes avec quinaires (manipulation d'objets, diversification des représentations mentales, renforcement du pivot à cinq, autre calcul instrumenté que la calculatrice)
- 30 minutes par semaine, en parallèle des nouveaux apprentissages du cycle 3
- un abaque et des jetons par élève, un abaque format A2 et des jetons aimantés pour le tableau
- jeu de cartes en période 2

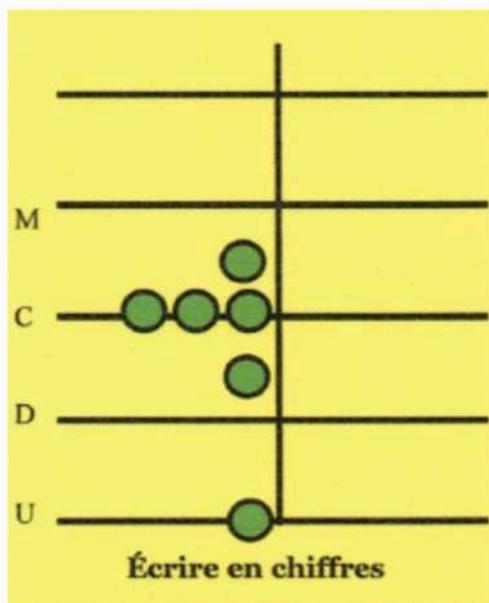


2 073

Représenter sur l'abaque



Lire le nombre

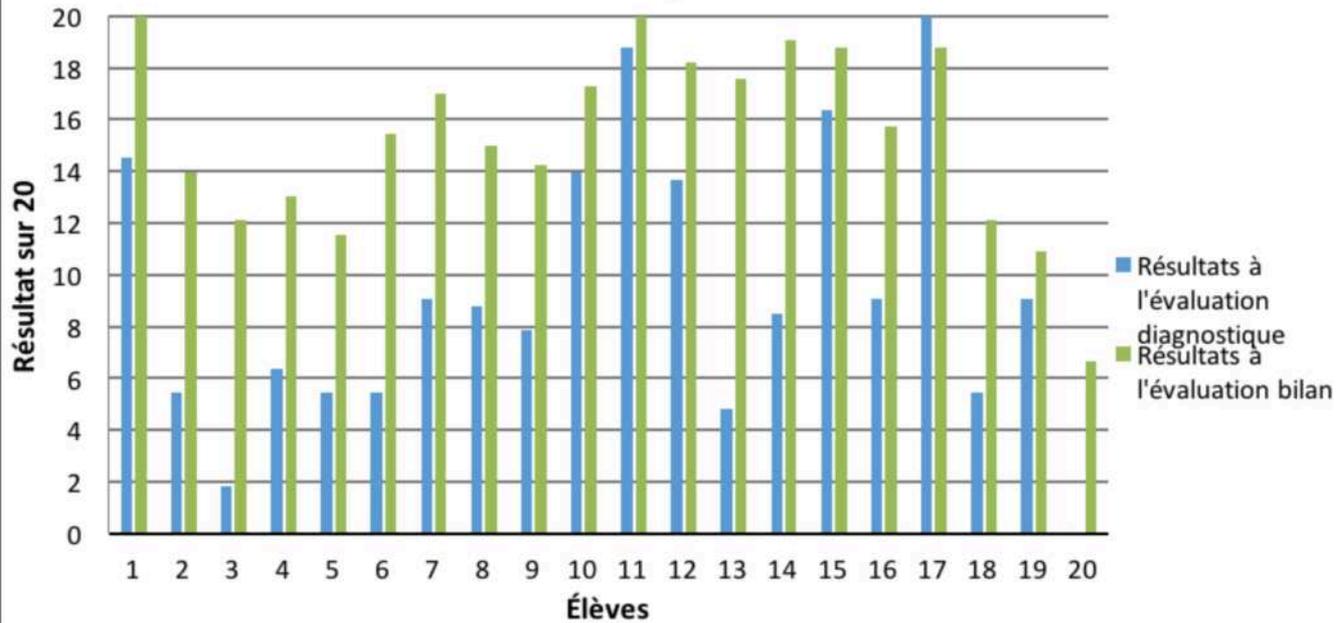


Écrire en chiffres

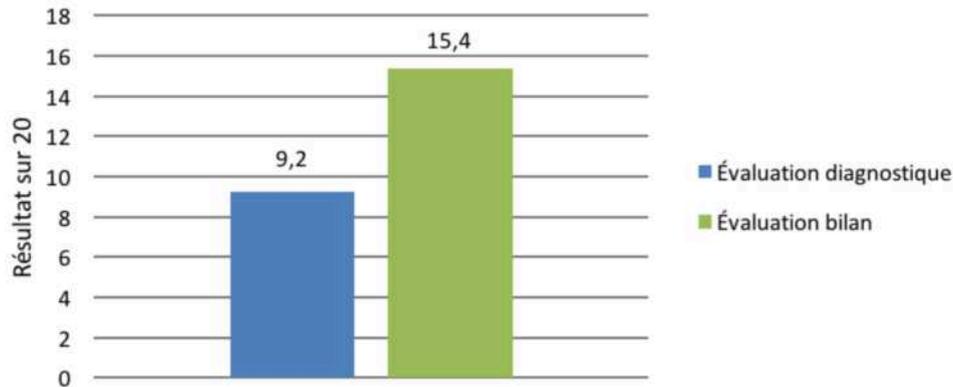
3 000 002

Lire le nombre

Progression des élèves de CM1 bénéficiant de l'expérimentation - RB



Comparaison de la moyenne des élèves de CM1 ayant bénéficié de l'expérimentation - RB



Comparatif des moyennes de fin d'année en CM1 - RB

