Le musée de « petit x »

LA COMPOSITION DES FORCES
DANS LE COURS DE MECHANIQUE DE BEZOUT

Le calcul vectoriel est maintenant un objet d'enseignement dès la classe de 4ème. Bien que la notion de vecteur, telle que nous l'enseignons, soit d'élaboration relativement récente (fin du XIXème siècle), l'intérêt pour les problèmes de mécanique ou de cinématique est très ancien et trouve par exemple son expression dans les œuvres d'Archimède.

Ce Musée présente des extraits du cours de méchanique de BEZOUT, qui est une des parties de son cours de mathématiques à l'usage des gardes du pavillon et de la marine (1770). La fameuse «règle du parallélogramme» ou règle de composition des forces y est démontrée.

On remarquera que la notion de force n'est qu'invoquée ; une force est une «cause capable de mouvoir un corps» écrit BEZOUT au début du cours. Cette notion encore très générale et non formalisée ne peut être utilisée dans ses raisonnements. La preuve donnée pour la règle du parallélogramme ne met donc pas en jeu les forces en présence mais les déplacements effectués par le mobile en une seconde.

On constatera aussi la décomposition de la preuve en deux parties, la première relative à la composition de forces orthogonales, la deuxième à la composition de forces d'angle quelconque. La nature de la preuve fournie par la première partie est tout à fait différente de celle de la seconde. Alors que cette dernière est de nature géométrique et utilise les propriétés du parallélogramme, la première fait appel au bon sens physique du lecteur : une force agissant sur un mobile dans une direction orthogonale à son déplacement ne peut «ni augmenter, ni ralentir sa vitesse» le long de la direction de son déplacement.

Georges MATHESIS
Institut IMAG

«petit x» n° 9 pp. 77 à 80. 1985

ces dont nous allons parler, ſont concentrées en un point.

On appelle *Mouvement compoſé*, celui que prend un corps ſollicité en même temps par pluſieurs forces qui ont telles directions qu'on voudra.

Si un corps M mû ſuivant la ligne droite AB (*Fig.* 56) reçoit, lorſqu'il eſt arrivé au point M une impulſion ſuivant une ligne MD perpendiculaire à la ligne AB; cette impulſion ne peut produire d'autre effet que de l'écarter de la ligne AB; elle ne peut ni augmenter ni diminuer la vîteſſe qu'il avoit pour s'éloigner de CD perpendiculairement à cette ligne. En effet, la direction CD étant perpendiculaire à AB, il n'y a aucune raiſon pour que la force qui agit ſuivant CD produiſe un effet plutôt à la droite qu'à la gauche de cette ligne; & comme elle ne peut en produire des deux côtés à la fois, elle n'en produira donc ni de l'un ni de l'autre.

Le raiſonnement eſt le même, ſi l'on ſuppoſe que le corps M étant mu ſuivant CD, vient à être frappé ſuivant MB; cette derniere force n'ajoutera ni n'ôtera rien à la vîteſſe avec laquelle le corps M tendoit à s'éloigner de MB.

221. PRINCIPE FONDAMENTAL. *Si deux*

forces P *&* Q (*Fig.* 57) *dont les directions ſont un angle droit, agiſſent au même inſtant ſur un mobile* M; *que la force* Q *ſoit telle, que par ſon action inſtantanée ſur le mobile, elle puiſſe ſeule lui faire parcourir* MB *dans un temps déterminé comme d'une ſeconde; & la force* P *telle qu'elle puiſſe ſeule lui faire parcourir* MD *dans le même temps; je dis que par l'action compoſée de ces deux forces, le mobile* M *décrira, dans le même temps, la diagonale* ME *du parallélogramme* DMBE *qui a pour côtés ces mêmes lignes* MB, MD.

Puiſque les deux forces agiſſent au même inſtant ſur le mobile, on peut ſuppoſer qu'il étoit en mouvement ſur la ligne PD, & qu'au moment où il arrive au point M, la force Q perpendiculaire à PD vient à agir ſur lui; or ſelon ce qui vient d'être dit (220) cette force Q ne peut ni augmenter ni rallentir la vîteſſe qu'il avoit pour s'éloigner de QB; donc ſi par le point D on tire DE parallele à MB, il faudra qu'au bout d'une ſeconde il ſe trouve ſur quelque point de la ligne DE dont tous les points ſont éloignés de QB, d'une quantité égale à MD.

Or le même raiſonnement que nous faiſons pour la force P à l'égard de la force Q, s'applique mot à mot à la force Q par rapport à la force P; donc ſi par le point B on

tire BE parallele à PD, le corps doit, au bout d'une ſeconde, ſe trouver ſur quelque point de BE. Mais il n'y a que le point E qui ſoit tout à la fois ſur DE & ſur BE; donc le mobile, au bout d'une ſeconde, ſera en E.

Il eſt d'ailleurs évident (181) que quelque route que le mobile prenne par l'action inſtantanée des deux forces, elle doit être une ligne droite; puiſque dès qu'elles ont agi, le mobile eſt abandonné à lui-même; donc puiſque cette route doit paſſer par M & par E, elle doit être ME, c'eſt-à-dire, la diagonale du parallélogramme $DMBE$.

Ajoutons que le mobile décrit ME d'un mouvement uniforme, puiſqu'immédiatement après l'action compoſée des deux forces, il eſt abandonné à lui-même (181).

222. Puiſque les deux forces P & Q agiſſant conjointement ſur le mobile, n'ont d'autre effet que de lui faire décrire la diagonale ME; concluons donc 1°. qu'à deux forces dont les directions ſont un angle droit, on peut toujours en ſubſtituer une ſeule, pourvu que celle-ci puiſſe faire parcourir au mobile, la diagonale d'un parallélogramme rectangle, dont les côtés ſeroient décrits dans le même temps chacun ſéparément par l'action de la force dont il eſt la direction.

La force unique ME qui réſulte de l'action des deux forces MB, MD, s'appelle la *réſultante* de ces deux forces.

Comme les lignes MB, MD, repréſentent les effets dont les forces Q & P ſont capables ſéparément, & ME celle dont elles ſont capables conjointement, on peut regarder MB, MD, ME comme repréſentant ces forces elles-mêmes.

2°. On pourra donc, auſſi, conſidérer une force unique quelconque ME, comme étant le réſultat de deux autres forces MB, MD, dont les directions feroient entre elles un angle droit, pourvu que celle-là étant repréſentée par la diagonale ME, ces deux-ci le ſoient par les côtés MB, MD d'un même parallélogramme rectangle. On pourra donc à la force unique ME, ſubſtituer les deux forces MB & MD; puiſqu'en effet ces deux forces ne produiroient que ME.

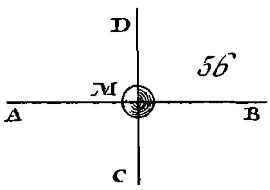
223. En général, *quelque angle que faſſent entr'elles les directions des deux forces* P *&* Q (*Fig.* 58 & 59) *qui agiſſent en même temps ſur un mobile* M; *ce mobile décrira la diagonale* ME *du parallélogramme* DMBE, *dont les côtés marquent ſur les directions de ces forces, les effets dont elles ſont capables ſéparément : & il décrira cette diagonale, dans le même temps que par l'action de l'une quelconque de ces deux for-*

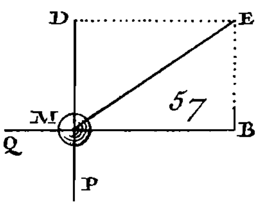
ces, il eût décrit le côté qui représente cette derniere force.

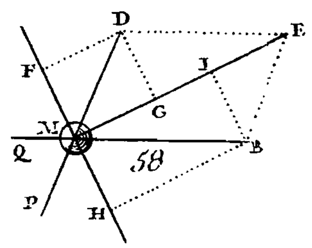
En effet, concevons que par le point *M*, on mene *FMH* perpendiculaire à la diagonale *ME*; & que par les points *D* & *B* on mene les lignes *DF*, *BH* paralleles, & les lignes *DG*, *BI* perpendiculaires à cette même diagonale. Au lieu de la force *P* représentée par *MD* diagonale du parallélogramme rectangle *FMGD*, on peut (222) prendre les deux forces *MF* & *MG*. Par la même raison, on peut, au lieu de la force *Q* représentée par la diagonale *MB* du parallélogramme rectangle *MHBI*, prendre les deux forces *MH* & *MI*. On peut donc, aux deux forces *P* & *Q*, substituer les quatre forces *MF*, *MG*, *MH*, *MI*; & celles-ci ne peuvent manquer d'avoir la même résultante que ces deux là. Or de ces quatre forces les deux *MH*, *MF*, ne contribuent en rien à la résultante, parce qu'elles agissent suivant des directions opposées, & qu'elles sont égales. En effet, il est aisé de voir que les deux triangles *DGM*, *EIB* sont égaux, par la nature du parallélogramme; donc $DG=BI$; donc aussi $MF=MH$.

Quant aux deux forces *MI*, *MG*, comme elles sont dirigées suivant une même ligne, l'effet qui en résulte, doit être la

somme des deux effets *MG*, *MI* (*Fig.* 58), parce que ces forces agissent dans le même sens; & doit être leur différence (*Fig.* 59), parce qu'elles agissent en sens contraires. Mais puisque le triangle *EIB* est égal au triangle *DGM*; on a (*Fig.* 58) $MI+MG=MI+EI=ME$; & (*Fig.* 59) $MI-MG=MI-EI=ME$; donc les quatre forces *MF*, *MH*, *MG*, *MI*, & par conséquent les deux forces *MD*, *MB*, n'ont d'autre effet que la force *ME* représentée par la diagonale du parallélogramme *DMBE*, dont les deux côtés *MB*, *MD* représentent les deux forces *Q* & *P*.







COURS
DE MATHÉMATIQUES,
A L'USAGE

DES GARDES DU PAVILLON

ET DE LA MARINE.

Par M. BEZOUT, de l'Académie Royale des Sciences & de celle de Marine ; Examinateur des Gardes du Pavillon & de la Marine, des Eleves & des Aspirants au Corps Royal de l'Artillerie, & Censeur Royal.

QUATRIEME PARTIE.

CONTENANT les Principes généraux de la MÉCHANIQUE, précédés des Principes de Calcul qui servent d'introduction aux Sciences Physico-Mathématiques.

À PARIS,

Chez J. B. G. MUSIER fils, Libraire, quai des Augustins, à S. Etienne.

M. DCC. LXX.

Avec Approbation & Privilege du Roi.

Coll. part. C.L.

IMPRIMERIE LOUIS-JEAN – 05002 GAP

Dépôt légal : 616 — Décembre 1985