

APPRENTISSAGES NUMERIQUES AU COLLEGE

Un exemple d'utilisation de l'informatique dans une démarche pédagogique

I.R.E.M. de Grenoble

Bernard CAPPONI
Collège Le Vergeron, Moirans
Philippe CLAROU
Collège Camille Vernet, Valence

Enseignants en collège et animateurs à l'I.R.E.M. de Grenoble, nous avons pu dans le cadre d'un travail suivi avec des élèves en échec en premier cycle observer, comme tous les enseignants de ces classes, les difficultés rencontrées. Elles se manifestent notamment en calcul élémentaire à l'occasion d'exercices de développement ou de factorisation d'expressions algébriques où nos élèves ont du mal à effectuer certains regroupements, à reconnaître des multiples ou à donner des résultats de produits ou de sommes simples.

Pour essayer d'avancer dans cette direction nous avons, les années précédentes réalisé avec l'aide de calculatrices programmables TI 57, un test de calcul rapide. Ce test devait nous montrer comment des enfants de cinquième, quatrième ou CPPN réalisaient un certain nombre d'additions dans un temps donné. Ces épreuves ont mis en évidence que le temps mis pour effectuer la somme d'un entier compris entre 10 et 100 et d'un entier compris entre 4 et 9 était très différent suivant les enfants. Le nombre d'erreurs n'étant jamais très élevé (réussite à 95%) mais le nombre d'opérations effectuées en trois minutes allant de 40 à 15.

Nous avons essayé, à partir de ces premières observations, d'approfondir la réflexion sur le calcul numérique au collège, particulièrement dans les premières années, puis de développer une action qui nous a semblé propre à faire progresser les enfants dans le domaine du calcul numérique.

I – REFLEXIONS SUR LE CALCUL NUMERIQUE.

Certains enfants semblent mal maîtriser les calculs élémentaires du niveau des tables d'additions, de soustraction ou de multiplication. Le temps mis à effectuer ces calculs est un bon indice de ces difficultés.

Certes, il n'est pas question de chercher à obtenir des performances en «calcul mental», ni de faire acquérir à tous prix tel ou tel algorithme particulier comme par exemple celui relatif à la détermination du carré d'un nombre se terminant par 5. Ceci n'exclut pas qu'en d'autres circonstances, nous établissions certains de ces algorithmes pour illustrer par exemple les identités remarquables. Il s'agit simplement ici d'aider les enfants à maîtriser un peu mieux les calculs élémentaires correspondant à l'usage des tables et les calculs simples sur les nombres inférieurs à 100. Nous pensons, en effet que cette maîtrise est nécessaire pour ne pas créer d'obstacles aux apprentissages mathématiques ultérieurs. Prenons l'exemple de la proportionnalité : comment aborder efficacement ce sujet délicat si on a du mal à évaluer le double, le triple ou 10 fois une quantité donnée ? Comment maîtriser la notion de pourcentage si le fait de retrouver les différentes écritures équivalentes d'une fraction comme $80/100$ ou $20/100$ nécessite une attention et une énergie importante ?

D'une manière plus générale toutes les activités du premier cycle sur les nombres, décimaux, rationnels et radicaux ainsi que toutes les activités de calcul algébrique, sur la notion d'équation, d'inéquation, de fonction nécessitent une bonne maîtrise des nombres inférieurs à 100 et de leurs différentes écritures. Un élève pour qui une opération comme $8 + 7$, $17 - 8$ ou 7×7 est un obstacle mobilisant une partie de son attention, ne peut accéder que très difficilement à la manipulation d'écritures algébriques où à une réflexion sur les structures des ensembles de nombres.

Le «calcul dans la tête», dans les cas simples d'entiers inférieurs à 100 est pour nous une étape importante dans l'apprentissage mathématique, sur laquelle on doit insister en proposant des activités adaptées à différentes stratégies d'exécution.

N'oublions pas non plus qu'aujourd'hui, quiconque doit effectuer un certain nombre d'opérations avec des nombres supérieurs à 100 a toujours à sa disposition une calculatrice.

La banalisation de cet outil entraîne que des apprentissages jusqu'ici plutôt délaissés prennent une importance fondamentale :

- reconnaissance d'écritures équivalentes,
- activités d'évaluation de l'ordre de grandeur d'un résultat,
- contrôle de la cohérence d'un résultat (chiffre des unités, caractère de divisibilité,

■ valeur approchée d'un résultat donné par une calculatrice (arrondi, troncature, dépassement de capacité...).

Ces apprentissages font appel à d'autres algorithmes que ceux des «4 opérations posées» mais nécessitent pourtant une réelle maîtrise des tables d'addition et de multiplication.

A l'occasion des calculs sur les fractions, il est parfois indispensable si l'on ne veut pas trop compliquer la situation, de modifier une expression sans pour autant l'évaluer. Or les élèves ont beaucoup de mal à passer par exemple de l'écriture 3×34 à 2×51 ou 6×17 sans avoir au préalable calculé le résultat 102. A partir de ce nombre, il leur est plus difficile de revenir à une expression comme 6×17 . En effet, 3×34 apparaît plus facilement comme un multiple de 6 que 102. Il faudra d'ailleurs, souvent revenir sur ce genre d'exercices pour que les enfants envisagent une expression comme 3×34 autrement que comme un calcul à effectuer.

Cet exemple illustre bien pour nous le genre d'activités qui peuvent être proposées sur ce thème de «calcul dans la tête». Elles se distinguent de celles traditionnellement regroupées sous le terme de «calcul mental» par un point de vue différent. L'obtention d'un résultat numérique n'est plus le seul but. Nous intégrons ces activités dans l'ensemble de l'apprentissage des mathématiques au collège.

Une dernière remarque générale est la nécessité de revenir fréquemment sur ce type d'activités numériques. Il est en effet indispensable de pratiquer souvent ce genre d'exercices si on veut acquérir une certaine aisance avec les nombres inférieurs à 100 et leurs différentes écritures. Ne pas proposer de manière répétée des exercices spécifiques, c'est prendre le risque que les problèmes posés à l'occasion de l'étude de notions nouvelles masquent les difficultés à manipuler des expressions numériques simples.

II – EVALUATION DES PERFORMANCES DES ELEVES A L'ENTREE EN SIXIEME.

Pour essayer d'évaluer plus finement les difficultés des enfants nous avons, au collège de Moirans (Isère) mis en place, dans le cadre des mathématiques, un ensemble d'épreuves pour tous les enfants rentrant en sixième. Nous n'allons pas analyser ici l'ensemble des exercices proposés, ce n'est pas l'objet de cet article. Nous nous intéressons seulement à une épreuve utilisant des micro-ordinateurs Thomson TO-7 et portant sur des additions et des soustractions à effectuer dans la tête, sans papier ni crayon. Nous proposons quelques réflexions sur ce type d'exercices et sur les difficultés observées. Nous verrons aussi comment nous avons été amenés à créer une

famille de logiciels mettant l'élève dans une situation particulière pour pallier, si possible ces difficultés.

2.1 Le logiciel utilisé : BINGBANG.

L'épreuve analysée ici, consiste à effectuer une série d'additions et de soustractions d'un nombre simple. Pour cela nous avons utilisé sur TO-7 un logiciel créé à l'I.R.E.M. de Grenoble appelé BINGBANG*.

Il s'agit, à partir d'un nombre inférieur à 10, tiré de façon aléatoire d'ajouter puis de retrancher plusieurs fois chacun des quatre nombres 6, 7, 8 et 9.

Voici un exemple de séquence de calcul :

nombre de départ : 4	réponses de l'élève
nombre à ajouter : 7	1er trajet : 11, 18, 25, 32, 39, 46, 53
nombre à retrancher : 9	2ème trajet : 44, 35, 26, 17, 8
nombre à ajouter : 8	3ème trajet : 16, 24, 32, 40, 48, 56
nombre à retrancher : 6	4ème trajet : 50, 44, 38, 32, 26, 20, 14, 8

Toute réponse erronée est immédiatement refusée. L'épreuve ne peut être terminée qu'une fois donnée chaque réponse. Dans une première séance, chacun des élèves a pu se familiariser autant qu'il le souhaitait aussi bien avec l'ordinateur qu'avec le logiciel proposé (opérations à effectuer, validation, correction...). L'épreuve a été passée seulement au cours d'une deuxième, voire troisième séance. Pour chacun, nous avons relevé, sur une feuille individuelle, le nombre d'erreurs et le temps mis pour effectuer ce travail. Le logiciel comporte pour cela des compteurs adaptés.

2.2 Observation et analyse des résultats obtenus avec BINGBANG.

- Nous avons pu observer une plus grande disparité dans le temps mis à réaliser l'épreuve que dans le nombre d'erreurs. En effet, peu de réponses effectivement validées sont incorrectes. Par contre certains enfants mettent énormément de temps pour donner une réponse.

- Nous avons observé que beaucoup comptent très ostensiblement sur leurs doigts.

- Grâce au décompte du temps effectué pour chaque trajet, nous avons noté que les soustractions nécessitent bien plus de temps que les additions avec un plus grand nombre d'erreurs.

* NDIR Vous trouverez dans la rubrique Activi... TO-7, une description de ce logiciel.

■ Deux élèves ne sont pas venus à bout de l'épreuve par suite d'un blocage sur les soustractions.

La répartition des résultats a permis de classer les élèves en trois catégories :

32%	ont été classés dans la catégorie 1	(réussite)
30%	dans la catégorie 2	(échec partiel)
38%	dans la catégorie 3	(échec grave).

Nous avons déjà, en dehors même de l'utilisation d'ordinateurs, quelques idées sur les activités de calcul numérique et les difficultés rencontrées par les élèves de premier cycle. Pourtant ce travail à l'aide du logiciel BINGBANG a été l'occasion de mettre en évidence de manière beaucoup plus précise les difficultés de chaque élève.

Nous avons observé aussi les différences de performances entre les élèves, surtout en ce qui concerne le temps d'exécution de calculs élémentaires. En classe, dans une situation analogue, les élèves maîtrisant le mieux le calcul mental s'imposent, ils répondent souvent avant les autres, monopolisent l'attention de l'enseignant qui a ainsi du mal à identifier les difficultés des élèves les plus handicapés. Il n'en est pas de même devant les ordinateurs parce que la tâche est individualisée et le professeur peut observer chaque enfant au travail et personnaliser les situations en fonction des performances de chacun.

III – LES APPRENTISSAGES AVEC LES ORDINATEURS.

3.1 Utilisation de BINGBANG.

Pour répondre aux difficultés mises en évidence lors du test, nous avons utilisé ce même logiciel BINGBANG. Mais nous avons cette fois-ci choisi d'autres paramètres en adaptant la difficulté à chaque élève. Ainsi pour ceux qui avaient été bloqués plus particulièrement pour un trajet, nous avons fixé le tirage du pas sur un seul nombre. Des élèves ont pu alors réaliser des séries d'additions et de soustractions de 9. Certains ont mis en place par eux-mêmes des méthodes plus rapides que celles qu'ils utilisaient jusque là. Nous en avons aidé d'autres. Nous avons même dû proposer à quelques élèves des séries avec le nombre 10 car pour réaliser ces opérations ils comptaient sur leurs doigts. Nous n'avons jamais observé jusque là ce type de difficulté, même en classe dédoublée. Nous pensons que c'est l'individualisation de la tâche par le micro-ordinateur qui nous a permis d'identifier ce type d'échec. Dans une activité traditionnelle, il serait resté masqué par les réponses des autres enfants.

Nous pouvons en observant le travail des enfants sur les micro-ordinateurs identifier plus facilement les blocages et surtout les méthodes mises en œuvre par chacun. Cette observation nous a incité à concevoir des logiciels complémentaires qui devaient permettre deux choses :

- Mettre en évidence la possibilité de résultats intermédiaires faciles à obtenir (ces étapes apportant une simplification quant à la recherche du résultat global).
- Confronter les enfants à différents types d'algorithmes afin de leur faire envisager d'autres comportements à l'occasion d'un calcul à effectuer «dans la tête».

Beaucoup d'enfants en difficulté comptent sur leurs doigts. Cela ne serait pas trop gênant si ce moyen ne prenait pas trop de temps et ne mobilisait pas complètement leur attention, les fermant ainsi à toute autre réflexion. De plus en comptant ainsi, le risque d'erreur est grand. De surcroît toute erreur oblige à recommencer depuis le début sans pour autant améliorer les chances de trouver un résultat exact.

Devant un calcul comme $17 + 23$ les élèves se trouvent souvent démunis. Ils essaient presque toujours de reconstituer dans leur tête l'algorithme traditionnel tel qu'ils ont pris l'habitude de le poser sur le papier ou le tableau. Cette méthode peut être efficace quand l'algorithme est bien maîtrisé, mais pour beaucoup cela devient vite une situation trop complexe pour être calculée «de tête».

Nous avons voulu créer une situation qui fasse parcourir aux enfants des étapes intermédiaires possibles dans des calculs à réaliser de tête.

Sans pour autant imposer de méthode, aucune n'étant totalement pertinente dans toutes les situations, nous avons voulu déstabiliser un comportement pour pousser les élèves à la réflexion sur différentes méthodes de calcul. Cette réflexion devant leur permettre d'élaborer leurs propres stratégies de calcul.

3.2 Description des logiciels DANTET.

Nous avons construit sur un seul modèle 6 logiciels qui ne diffèrent que par la nature des exercices proposés.

- Ils ont tous la même présentation.
- Ils évaluent le temps mis pour répondre, le nombre d'exercices et le nombre de réussites.
- Chaque réponse est analysée. En cas d'erreur la bonne réponse est affichée.
- Chaque logiciel comporte 4 ou 5 options sur un thème donné.

■ Une dernière option consiste à résoudre un ou plusieurs exercices de chaque sorte dans un ordre aléatoire.

Dans nos expérimentations des logiciels DANTET, nous laissons les enfants s'entraîner librement sur les premières options, sans noter le nombre d'erreurs ni le temps. Seule la dernière option donnait lieu à un relevé individuel du nombre d'erreurs et du temps mis pour effectuer 20 exercices.

Nous avons appelé ces logiciels :

DANTET A1 et DANTET A2 addition, série 1 et 2.

DANTET S1 et DANTET S2 soustraction, série 1 et 2.

DANTET M1 et DANTET M2 multiplication, série 1 et 2.

Dans le cas d'un fonctionnement avec un lecteur de disquette ou sur le nanoréseau, l'ensemble des programmes est chaîné à un programme sommaire. Chacun des logiciels peut être lancé en choisissant son code à l'aide des flèches du clavier ou bien en tapant ce code. Ce dernier apparaît de toute façon sur fond rouge. On valide le choix avec la touche [ENTREE] pour lancer l'exécution.

Voici le sommaire des programmes DANTET :

```
          D A N L A T E T

0 BASIC
1 Addition (1)
2 Addition (2)
3 Soustraction (1)
4 Soustraction (2)
5 Multiplication (1)
6 Multiplication (2)
```

Voici le menu apparaissant sur l'écran pour le programme DANTET A1.

```

DANLATET  addition(1)

1.....Table d'addition: unités
           exemple: 25 + 7 = 3□
2.....Table d'addition: dizaines
           exemple: 36 + 40 = □8
3.....Complément à dix (1)
           exemple: 14 + 6 = 20 + □
4.....Complément à dix (2)
           exemple: 13 + 6 = 1□ + 10
5.....Au hasard parmi les précédents

Choisir un code et taper ENTREE

```

L'enfant choisi l'une des 5 options proposées, pour cela il utilise les flèches du clavier ou il tape le numéro correspondant. Il valide son choix avec la touche [ENTREE].

Dans les exemples des menus comme dans les exercices, les chiffres à trouver sont représentés par des carrés blancs comme dans la situation suivante, correspondant à l'option 1 de DANTET A1.

$$25 + 7 = 3 \square$$

Dans cette première option, il s'agit de trouver le chiffre des unités seulement, la machine donnant le chiffre des dizaines.

L'option 5 ne correspond pas à une situation d'un nouveau type mais à un choix au hasard parmi les précédentes de façon à ce que l'enfant soit confronté dans le même exercice aux différentes options proposées dans DANTET A1. Il en est de même dans tous les logiciels DANTET pour la dernière option.

Voici un exemple de bilan proposé à la fin d'une série d'exercices d'une option donnée.

```

Voici le bilan de tes résultats:
Nombre d'exercices : 10
Nombre de réussites: 6
Score: 4096

```

Le score représente un capital qui diminue en fonction du temps et des erreurs pour lesquelles sont appliquées des pénalités. La valeur initiale est 10000.

Pour l'ensemble des 4 options de DANTET A1, le logiciel ne propose que l'addition d'un entier compris entre 10 et 100 avec un entier inférieur à 100 n'ayant qu'un chiffre qui n'est pas zéro. Dans cet exercice, dans tous les cas, l'élève a seulement deux chiffres à ajouter puisque le logiciel gère l'éventuelle retenue. Par exemple pour compléter $25 + 7 = 3\square$ il suffit d'effectuer $5 + 7$ et de ne garder que le chiffre des unités. Etant donné que le temps de réponse intervient dans l'évaluation, l'élève aura intérêt à mettre en œuvre cette procédure plutôt que de calculer la somme 31 et de ne garder que le chiffre des dizaines qui est le seul demandé. Mais cette prise de conscience ne se fait pas tout de suite ainsi que nous avons pu le constater au cours de l'expérimentation. Ici plus que jamais, il est nécessaire de présenter au préalable à la classe les exercices ainsi que les différents algorithmes possibles permettant d'arriver au résultat. Il a été nécessaire de faire des mises en commun afin d'attirer l'attention de certains élèves sur les diverses méthodes de calcul. Rappelons une fois encore qu'il n'est pas question d'introduire telle ou telle méthode, mais bien de déstabiliser des comportements systématiques qui ne s'avèreraient pas assez performants dans certaines circonstances. N'oublions pas que ces premiers exercices s'adressent à ceux qui ont le plus de difficultés à mettre en œuvre rapidement un «calcul dans la tête».

Dans l'option 2 :

$$\boxed{38 + 40 = \square 8}$$

c'est le chiffre des dizaines seulement qui est demandé à l'élève sans qu'il ait à se préoccuper des unités.

Dans les options 3 et 4 :

$$\boxed{14 + 8 = 20 + \square}$$

$$\boxed{13 + 8 = 1\square + 2}$$

On met en évidence l'étape intermédiaire de la dizaine dans une addition comme $14 + 8$ (complément à la dizaine suivante de 14 ou de 8, comme étape pour arriver à la somme).

Dans l'option 5, l'élève doit effectuer un nombre égal d'exercices de chacune des 4 options précédentes. Ce travail est indispensable et c'est le seul qui ait donné lieu à un relevé des performances (nombre d'erreurs et temps d'exécution)

pour chacun. En effet l'élève est obligé de réagir non plus machinalement, après avoir compris le « truc », mais en observant l'expression numérique affichée pour en déduire le comportement à adopter. Ceci enlève à cet exercice ce qui peut apparaître de très mécanique dans les premières options.

Voici le menu de DANLATET A2.

```

DANLATET  addition(2)

1....Complète le chiffre des unités
      exemple: 24 + 32 = 5□

2....Complète le chiffre des dizaines
      exemple: 57 + 84 = □1

3....Addition des unités sans retenue
      exemple: 17 + 52 = 1□ + 50

4.....Addition des unités
      exemple: 17 + 54 = □1 + 50

5.....Addition des dizaines
      exemple: 25 + 17 = □5 + 7

6....Au hasard parmi les précédents

Choisir un code et taper ENTREE

```

Dans ce programme il s'agit pratiquement des mêmes exercices que précédemment, seul le choix du deuxième terme de la somme diffère. C'est cette fois un entier compris entre 10 et 100 (non multiple de 10).

L'option 1 :

$$24 + 32 = 5 \square$$

est la même que dans le programme précédent mais les nombres ont deux chiffres chacun.

Dans l'option 2

$$57 + 84 = \square 1$$

il s'agit de donner le chiffre des dizaines. Cet exercice est un peu plus délicat puisqu'il faut gérer la retenue de la somme des unités bien qu'il ne soit pas nécessaire de la calculer effectivement. Le chiffre des unités étant donné par la machine.

Dans l'option 3 :

$$17 + 52 = 1\boxed{} + 50$$

on ne donne plus le résultat final du calcul mais un élément d'une étape de ce calcul. Le choix aléatoire des nombres est tel que l'addition des unités ne donne jamais lieu à retenue, ce qui n'est pas le cas dans l'option 4 dont voici un exemple :

$$17 + 54 = \boxed{} + 50$$

L'option 5 :

$$25 + 17 = \boxed{}5 + 7$$

propose l'addition des dizaines sans tenir compte des unités, il n'y a pas de problème de retenue. Cette stratégie est peu fréquente naturellement chez les enfants. Elle est en opposition avec l'algorithme usuel qui permet d'obtenir en premier le chiffre des unités.

Voici le menu de DANLATET S1.

```

DANLATET soustraction(1)
1.....Complément à dix
   exemple: 3 + 7 = 10
2.Soustraction d'unités(sans retenue)
   exemple: 23 - 5 = 28
3.Soustraction d'unités(avec retenue)
   exemple: 27 - 8 = 20 - 8
4...Soustraction (complément à dix)
   exemple: 23 - 7 = 20 - 10
5.....soustraction des dizaines
   exemple: 57 - 30 = 27
6...Au hasard parmi les précédents
Choisir un code et taper ENTREE

```

L'option 1 :

$$3 + \boxed{} = 10$$

est une addition à trou. il s'agit de travailler systématiquement sur le complément à

10 d'un nombre inférieur à 10. Ici c'est l'acquisition d'un automatisme qui est visé. On recherche une réponse instantanée. Beaucoup d'élèves de premier cycle ont déjà des difficultés importantes dans ce type de travail.

Dans l'option 2 :

$$28 - 5 = 2\boxed{}$$

le choix des nombres est tel que le deuxième terme est inférieur au chiffre des unités du premier. Il n'y a pas de retenue.

Dans les options 3 et 4 :

$$27 - 8 = 20 - \boxed{}$$

$$23 - 7 = 2\boxed{} - 10$$

on cherche à mettre en évidence une étape intermédiaire : le passage à la dizaine. On aura intérêt à présenter ce type de calcul aux élèves avant de les confronter à cette situation sur la machine.

Dans l'option 5 :

$$57 - 30 = \boxed{}$$

l'opération est toujours possible dans l'ensemble des entiers naturels : le chiffre des dizaines du premier terme est supérieur à celui du deuxième terme.

Ces exercices constituent des étapes importantes dans l'acquisition d'une bonne maîtrise de la soustraction dans les cas les plus simples.

Voici le menu de DANTET S2.

```

DANLÀTET soustraction(2)
1....Soustraction de dizaines
   exemple: 57 - 25 = 37 - 5
2.Soustraction d'unités (sans retenue)
   exemple: 68 - 25 = 68 - 20
3.Soustraction d'unités (avec retenue)
   exemple: 65 - 27 = 58 - 20
4...Complète le chiffre des unités
   exemple: 42 - 24 = 48
5...Complète le chiffre des dizaines
   exemple: 54 - 58 = 84
6....AU hasard parmi les précédents

Choisir un code et taper ENTREE
  
```

Dans cette série le choix aléatoire des nombres est effectué de façon à ce que les tâches proposées soient possibles dans les entiers naturels.

Dans l'option 1 :

$$57 - 25 = \square 7 - 5$$

le chiffre des dizaines du premier terme est supérieur à celui du deuxième terme, il y a seulement à effectuer la différence des dizaines.

Dans l'option 2 :

$$68 - 25 = 6\square - 20$$

Le chiffre des unités du premier terme est supérieur à celui du deuxième. On peut toujours effectuer sans retenue la différence des unités des deux termes.

Dans l'option 3 :

$$65 - 27 = 5\square - 20$$

la situation est un peu plus complexe : il faut ajouter 10 aux unités du premier terme et calculer ensuite la différence avec les unités du deuxième terme.

Dans l'option 4 :

$$42 - 24 = 1 \square$$

la démarche est identique mais la présentation n'est pas la même : le logiciel gère lui-même la différence des dizaines en tenant compte de la retenue éventuelle.

Dans l'option 5 :

$$84 - 58 = \square 6$$

il faut effectuer la différence des dizaines mais en tenant compte de l'existence éventuelle d'une retenue provenant de la différence des unités.

Voici le menu de DANTET M1.

```

DANLATET multiplication(1)
1..Multiplication: chiffre des unités
   exemple: 57 x 3 = 17□
2....Produit des unités
   exemple: 36 x 4 = 30x4 + □4
3....Produit des dizaines
   exemple: 30 x 5 = □50
4....Produit des dizaines sans retenue
   exemple: 70 x 5 = □50 + 0x5
5....Produit des dizaines avec retenue
   exemple: 40 x 6 = □50
6....Au hasard parmi les précédents

Choisir un code et taper ENTREE

```

Il nous a paru intéressant de proposer le calcul d'un produit dont le premier facteur soit un nombre compris entre 10 et 100 et dont le deuxième facteur soit compris entre 2 et 9. Certes le résultat est souvent supérieur à 100, mais il ne nous a pas semblé nous éloigner beaucoup de l'objectif fixé de familiarisation avec les nombres inférieurs à 100 ; la recherche des résultats porte toujours, en effet, sur des produits très simples. Ce n'est le plus souvent qu'une recherche dans les tables usuelles.

L'option 1 :

$$57 \times 3 = 17 \square$$

ne fait intervenir que le chiffre des unités du produit des unités des deux facteurs.

L'option 2 :

$$36 \times 4 = 30 \times 4 + \square$$

met en évidence l'utilisation des propriétés de l'écriture décimale du premier facteur ($36 = 30 + 6$) et la distributivité de la multiplication sur l'addition.

Dans l'option 3 :

$$30 \times 5 = \square 0$$

on demande le produit des dizaines sans que l'on ait à se préoccuper des unités.

Dans l'option 4 :

$$73 \times 5 = \square 0 + 3 \times 5$$

demande l'utilisation des mêmes propriétés que l'option 2, mais on doit réaliser cette fois le produit des dizaines.

Dans l'option 5 :

$$43 \times 6 = \square 8$$

comme dans l'option 3, il faut donner le produit des dizaines mais cette fois-ci en tenant compte, le cas échéant, de l'existence d'une retenue provenant du produit des unités.

Voici le menu de DANTET M2.

```

DANLATEET multiplication(2)

1... Complément à dix (addition)
   exemple: 52 x 6 = 50 x 6 + 

2... Complément à dix (soustraction)
   exemple: 57 x 8 = 60 x 8 - 

3... Complément à dix
   exemple: 48 x 4 = 50 x 4 
           43 x 4 = 40 x 4 

4... Ordre de grandeur
   exemple: 84 x 8 = 72

5... Multiplication par 2 ou 5
   exemple: 76 x 2 = 

6... Au hasard parmi les précédents

Choisir un code et taper ENTREE

```

L'option 1 et l'option 2 sont du même type que DANTET M1 option 2.

$$52 \times 6 = 50 \times 6 + \boxed{}$$

$$57 \times 8 = 60 \times 8 - \boxed{}$$

Ici cependant l'esprit est différent : il s'agit en effet de ramener le premier facteur à la dizaine inférieure si le chiffre des unités est inférieur à 5 ou à la dizaine supérieure si le chiffre des unités est supérieur à 5.

Dans l'option 3 :

$$48 \times 4 = 50 \times 4 \boxed{}$$

$$43 \times 4 = 40 \times 4 \boxed{}$$

il faudra reconnaître si c'est la dizaine supérieure ou inférieure qui a été choisie. Il faut pour cela inclure le signe dans la réponse.

L'option 4 :

$$84 \times 8 = \boxed{}72$$

permet aux élèves de travailler sur l'ordre de grandeur d'un résultat en donnant seulement le chiffre des centaines sans oublier une éventuelle retenue.

L'option 5 :

$$76 \times 2 = \boxed{}$$

confronte les élèves avec des calculs indispensables dans beaucoup d'activités utilisant le calcul numérique : la multiplication par 2 ou par 3.

Remarquons le rôle spécifique joué ici par les micro-ordinateurs. Ils permettent notamment :

1. La donnée de certains éléments de réponse (unités, dizaines, partie d'un calcul... et la limitation de certains paramètres (taille des nombres, choix au hasard dans un intervalle...).

2. Le renouvellement des exercices en fonction de la demande. Ce renouvellement est toujours possible grâce au tirage aléatoire des nombres.

3. Le contrôle immédiat de chaque réponse en fournissant en cas d'erreur la réponse exacte.

4. Une évaluation du temps d'exécution.

La réalisation de fiches d'exercices semblables serait tellement plus fastidieuse sans l'aide de micro-ordinateurs que ces derniers apparaissent ici comme quasiment indispensables. Ils permettent l'individualisation de la tâche, la validation immédiate des réponses et le contrôle du temps. De plus, les situations étant présentées les unes après les autres avec un effacement de l'écran (et non pas toutes sur la même feuille comme sur une fiche) l'élève ne peut pas utiliser les éléments d'un exercice précédent comme modèle. Il est obligé de construire et mémoriser une méthode ; ceci favorise l'apprentissage.

3.3 Observations faites au collège de Moirans à propos des logiciels DANTET en sixième.

Les programmes DANTET ont été écrits, comme nous l'avons dit plus haut, pour permettre aux élèves de mener une réflexion sur des stratégies d'exécution d'opérations à effectuer « de tête ».

Ces logiciels ont été présentés aux élèves pendant un cours de mathématiques, en classe entière avant qu'ils ne les utilisent sur les machines. Nous n'avons

pas alors cherché à décrire le fonctionnement du logiciel mais plutôt à préparer les élèves à un travail qui ne leur était pas encore familier. En effet, les élèves rentrant en sixième sont habitués, dans une activité de calcul, à donner un résultat et non à transformer une écriture. Ainsi, par exemple, devant une expression comme $35 + 18$ ils chercheront tout de suite à calculer le résultat final 53 alors que les logiciels leur demanderont de donner un résultat intermédiaire comme $35 + 18 = 3\square + 20$. Le but, en effet, n'est pas de donner un résultat mais plutôt de transformer l'écriture d'un calcul pour le rendre plus facile à réaliser de tête. Ainsi en classe nous avons proposé des activités en commun autour de telles transformations d'écritures avant d'individualiser ce type de travail à l'aide des logiciels.

Cette préparation, intégrée à un enseignement plus classique des mathématiques est importante car elle situe ce travail dans la démarche habituelle de l'enfant.

Le premier contact avec le logiciel en est facilité. Son utilisation est ensuite explicitée : entraînement sur les premières options, que chaque enfant doit parcourir à son choix autant de fois qu'il le désire pour se sentir à l'aise, tout en sachant que ses performances seront évaluées sur la dernière option représentant un choix au hasard des précédentes.

Remarquons que cette évaluation n'est pas présentée comme une fin en soi, mais que l'enfant peut aussi à ce niveau recommencer plusieurs fois, revenir sur une option sur laquelle il trébuche, solliciter l'aide de son professeur, s'entraîner de nouveau etc. Ainsi certains gèrent eux-mêmes leur progression et l'adaptent aux difficultés qu'ils ressentent alors que d'autres ont besoin d'être davantage guidés dans l'organisation de leur travail.

Le comportement des enfants est très variable, on peut cependant essayer de dégager quelques remarques générales.

- La pénurie de machines nous a naturellement conduit à mettre les élèves par deux, or dès que la fréquentation des ordinateurs devient une habitude pour les enfants ils souhaitent, sauf rare exception, être seuls pour ce type de travail. Ceci semble, à la réflexion assez naturel dans des apprentissages qui visent à mettre en place des démarches très personnelles même pour des enfants de niveau «équivalent». Ceci ne signifie pas qu'il faut faire de la fréquentation individuelle des machines une règle générale, bien au contraire. Mais il faut être attentif, au type de logiciel proposé, aux implications qu'il a au niveau de l'apprentissage, aux méthodes qu'il induit dans le comportement de l'enfant. Il existe aussi des logiciels qui jouent avec beaucoup d'efficacité sur l'interaction entre deux enfants dans une situation-problème proposée par la machine, ce n'est pas, le plus souvent, le cas des logiciels DANTET, du moins dans les conditions que nous décrivons ici.

■ Une autre remarque que l'on peut faire est la nécessaire présence d'un enseignant qui, à partir de l'observation des méthodes mises en œuvre par les enfants suscite une démarche propre à l'aider à mettre en valeur telle ou telle stratégie de calcul.

L'ordinateur propose, gère l'exercice et valide la réponse proposée, l'enseignant observe la démarche de l'enfant et provoque la réflexion par rapport à une situation non directement proposée par lui-même. C'est cette complémentarité qui fait la richesse de cette situation d'enseignement.

On observe, par exemple que les enfants les plus à l'aise avec le calcul, proposent des méthodes élaborées à partir du résultat global. Par exemple pour trouver le nombre demandé dans l'exercice suivant :

$$17 + 54 = \dots + 50$$

ils calculent d'abord la somme des deux nombres : 71 puis ils effectuent $71 - 50 = 21$.

Il est alors intéressant de leur montrer (et c'est un excellent apprentissage du calcul algébrique) comment une manipulation moins coûteuse permet d'arriver à ce résultat : le chiffre des unités de 54, soit 4 est à ajouter à 17, pour obtenir 21. Ce n'est d'ailleurs qu'une utilisation simple de la commutativité et de l'associativité de l'addition.

Au delà de ces quelques observations on peut encore remarquer, une envie des enfants de réussir, le réel plaisir qu'ils ont à sentir leur progression face à des exercices qui leur apparaissent souvent comme délicats, surtout quand il faut se mesurer à des situations qui se modifient d'un exercice à l'autre comme dans le travail «au hasard».

3.4. Quelques observations sur l'expérimentation en nanoréseau.

Nous avons pu faire également des observations sur l'utilisation de ces logiciels avec un matériel plus important au lycée Camille Vernet de Valence. Cet établissement a été équipé de nanoréseaux dans le cadre de l'opération «informatique pour tous» de Pâques 1985.

Nous disposions donc de 12 MO 5 en réseau pilotés par un serveur.

Nous avons utilisé les logiciels DANTET de deux façons différentes :

- en utilisation libre d'une part,
- intégré dans une démarche pédagogique d'autre part.

L'attitude des élèves a été très différentes suivant les cas.

- En utilisation libre, les élèves pouvaient appeler le programme de leur

choix sur la disquette du serveur contenant des programmes de calcul numérique. Ils parcouraient les logiciels sans s'attarder ni s'investir vraiment. Pour les logiciels DANTET, ils abordaient l'ensemble des options, sans chercher à y revenir pour améliorer leurs performances. Ils étaient très rassurés par le petit nombre de réponses fausses, 7 ou même 6 réussites sur 10 ne les inquiétaient pas et ils ne cherchaient presque jamais à obtenir un meilleur score. Même pour un logiciel comme DRIBBLE* qui comporte une animation graphique élaborée, rappelant certains jeux vidéo, et une compétition avec la machine auxquelles ils étaient très sensibles, très peu ont cherché à expliciter une stratégie gagnante. Bien qu'ils y aient passé du temps, leur travail est resté superficiel.

■ Par contre lors d'une utilisation intégrée dans une démarche pédagogique bien définie, dans le cadre du cours de mathématiques les élèves se sont comportés très différemment. Dans une classe de quatrième, parce que certains élèves avaient des difficultés à venir à bout rapidement de quelques développements ou factorisations d'expressions algébriques, nous leur avons proposé de travailler sur les programmes DANLATET. Nous leur avons expliqué que ce logiciel leur proposerait des situations qui sont des étapes intermédiaires de calculs simples à réaliser de tête et qu'il visait à les aider à élaborer des stratégies de calcul pour leur faire acquérir plus d'assurance et aussi plus de rapidité dans le calcul numérique nécessaire aux activités mathématiques de leur niveau (simplification de fractions, calculs sur les rationnels, calcul algébrique...). Nous leur avons aussi expliqué le rôle du score et ensuite demandé de travailler librement sur les premières options suivant leurs difficultés et les besoins de maîtrise qu'ils ressentaient pour pouvoir aborder sans trop de problème la dernière option — choix au hasard — avec 10 exercices. Nous avons été amenés à apporter quelques précisions sur le rôle spécifique des options par rapport à une opération donnée. Les élèves ont pu travailler seuls. Ils ont inscrit les scores obtenus au tableau en face de leur nom. Dans ces conditions les logiciels DANTET A1 et DANTET A2 ont été utilisés pendant 2 séances (2 heures) à la satisfaction de tous. Les élèves cherchaient vraiment à améliorer leur score. A leur demande, nous avons organisé dans les mêmes conditions d'autres séances avec la soustraction et la multiplication. A ce niveau, en quatrième, si les premières options de DANTET A1 paraissent simples, il n'en est pas de même des autres, en particulier dans DANTET S1 et DANTET S2. Ces séances ont été l'occasion de mise au point sur les procédures utilisables et nous avons pu observer que ce fut l'occasion pour beaucoup d'une réflexion sur différentes méthodes de calcul.

IV — PERSPECTIVES.

Les logiciels que nous avons présentés ici, ont été créés, puis expérimentés au cours d'une «recherche-action» liée à une pratique pédagogique dans le cadre

* Logiciel écrit par M. VINCI (A.D.I. — HATIER) et qui était disponible dans l'opération INFORMATIQUE POUR TOUS de Pâques 1985.

de l'I.R.E.M. de Grenoble. Ce travail est en cours de réalisation et les idées avancées ne représentent que l'état actuel de nos observations et de notre réflexion.

Rappelons qu'il ne s'agit pas d'évaluer ou de faire acquérir des techniques élaborées de «calcul mental». Il est question ici simplement d'aider les enfants :

- à maîtriser les écritures d'expressions numériques simples portant sur des nombres entiers inférieurs à 100,
- à modifier ces écritures,
- à aborder une tâche de calcul visant dans un premier temps non le résultat, mais une étape intermédiaire ayant un caractère simplifiant (pour cela cette étape devra nécessairement être obtenue rapidement et de façon très sûre),
- à envisager différentes stratégies suivant la situation rencontrée.

Nous pensons que ces différents aspects, concernant non seulement la précision des résultats mais aussi le temps consacré à la réalisation d'un calcul sont nécessaires pour éviter les blocages rencontrés dans bien des domaines des mathématiques au collège (proportionnalité, rationnels et calcul algébrique).

Le matériel informatique joue ici un rôle incontestable. Il permet l'individualisation de la tâche, la gestion par l'élève lui-même de sa progression, les retours en arrière et d'une manière générale une plus grande autonomie en raison du contrôle immédiat. L'enseignant, libéré des tâches de validation des réponses et du contrôle individuel, peut se rendre compte du comportement de chacun de façon beaucoup plus précise.

En demandant à des élèves de compléter seulement une partie d'une expression numérique comme $14 + 28 = 20 + \square$, nous avons créé une situation qui leur permet d'élaborer des stratégies personnelles de calcul.

Les logiciels que nous proposons aux enfants devraient s'appuyer sur une analyse d'un ensemble de méthodes utilisables a priori dans de nombreuses activités numériques, mais aussi sur une observation systématique de l'ensemble des procédures qu'ils utilisent et des difficultés qu'ils rencontrent réellement dans l'exécution de calculs simples.

Nous considérons donc les logiciels DANTET, présentés ici comme le point de départ d'une famille de logiciels considérés comme des outils originaux de travail sur le calcul numérique. Nous pensons pouvoir ainsi aider les élèves à être plus à l'aise dans l'apprentissage des mathématiques au collège d'abord et dans la poursuite de leurs études ensuite.