

ACTIVITÉ ... Le principe des « cages à pigeons » (suite)

Denise GRENIER

Institut Fourier et IREM de Grenoble

Note. Cette activité s'inscrit comme une suite à l'activité « Le principe des cages à pigeons » proposée dans le numéro 98 de *petit x* (page 28)*.

Voici deux problèmes amusants. Essayez de les résoudre le plus « naturellement » possible, avec les méthodes que vous voulez.

Problème 1

Pour faire sa valise, Charlie rassemble toutes ses chaussettes pour en choisir deux paires identiques (quatre de la même couleur). Elle ne possède que des chaussettes de couleur rose, bleue ou verte. Elle en prend sept au hasard. Est-elle sûre d'en avoir quatre de la même couleur ? Est-il vrai que trois au moins d'entre elles sont de la même couleur ?

Charlie cherche encore dans ses tiroirs et en retrouve trois autres. Elle en a alors dix. Est-elle sûre maintenant d'avoir quatre chaussettes de la même couleur ?

Problème 2

La conjecture suivante est-elle vraie ou fausse ?

« Dans une assemblée de 25 personnes, au moins trois personnes sont nées le même mois ».

Si une personne s'en va, est-ce la même réponse ?

Qu'est-ce que ces deux problèmes ont en commun ? En fait, comme dans l'activité précédente (*petit x*, 98, p. 28), on peut définir des « cages » (ou des boîtes) et des « pigeons » (des objets à mettre dans des boîtes), et raisonner ainsi :

On dispose de n tiroirs pour ranger P objets. Si n et P vérifient $P = n \cdot k + 1$, alors il y aura un tiroir (ou plusieurs) contenant au moins $k+1$ objets.

C'est le « principe des cages à pigeons généralisé » ou Principe de Dirichlet généralisé.

(solutions dans le numéro suivant)

* Rappel du « Principe des cages à pigeons » : « Quel que soit n (un entier naturel), si on a rangé $n+1$ objets dans n boîtes, alors au moins une de ces boîtes contient deux objets ou plus. »