
LES UNITÉS DE MASSE, UN SUPPORT POUR ENSEIGNER AUTREMENT LA LECTURE ET L'ÉCRITURE DES NOMBRES SUPÉRIEURS À 10 000 EN 6E SEGPA

Mathilde PAILLART
Professeure des Écoles Spécialisée Option F,
SEGPA du Collège Elsa Triolet, PARIS 13^e

Introduction

À leur entrée au collège, la plupart des élèves orientés en SEGPA ne maîtrisent toujours pas la lecture et l'écriture des grands nombres¹. L'objectif du travail décrit ici, mené sur une année scolaire, auprès d'élèves de 6^e SEGPA, vise l'acquisition de cette compétence, nécessaire à leur insertion sociale et professionnelle. Nous nous appuyons sur la mise en relation des unités de numération et des unités du système métrique pour proposer une alternative susceptible de faire acquérir aux élèves cette compétence en faisant des analogies entre les désignations des grands nombres et celles de la mesure de masses de quantités connues et observables.

Questions posées par l'enseignement des grands nombres

À l'école primaire, les élèves apprennent d'abord à nommer les nombres entiers, puis à les écrire (en chiffres et en lettres), avec différents paliers (nombres strictement inférieurs à 100, puis à 1 000, puis à 10 000 et enfin étude de l'ensemble des nombres entiers naturels).

Ce découpage en différents paliers d'étude, qui semble logique au premier abord, est pourtant source de nombreuses confusions pour les élèves dès lors que l'on aborde les nombres de plus de 5 chiffres (donc comportant des dizaines de mille). En effet, du point de vue des désignations orales des nombres, une différence fondamentale existe entre les notions d'unités, dizaines, centaines et les notions de milliers, millions, milliards. Bien que l'on dise « deux cents » pour désigner la quantité « deux centaines » et « deux mille » pour désigner la quantité « deux milliers », les mots « cent » et « mille » n'ont pas la même fonction dans notre système de numération oral. Par exemple, on peut dire « dix mille » alors qu'on ne peut pas dire « dix cents ». Ce qu'il faut comprendre, c'est qu'à partir des nombres à 5 chiffres, on utilise à l'oral un **principe de comptage en base mille** (base auxiliaire) et non plus seulement un comptage en base dix (base principale). Pour reprendre les propos de Salin (1997) :

Les trois premières puissances de dix ont un nom différent : dix, cent, mille, à l'aide desquels on peut

¹ De manière générale, entre un quart et un tiers des élèves de 6^e ne savent pas écrire en chiffres un nombre entier supérieur à 10 000 dicté.

*fabriquer les noms de tous les nombres jusqu'à 9 999. Si la même « logique » était appliquée aux nombres à partir du successeur de 9 999, il faudrait un nom pour 10 000, un pour 100 000 etc. Ce n'est pas la solution retenue par notre numération orale, qui utilise pour les nombres compris entre 10 000 et 1 000 000 la **décomposition en base mille** du nombre dont le nom est recherché : « abcdef » décomposé en base mille a pour nombre des unités² « def » et pour nombre de mille « abc ». Son nom est donc donné par la suite : « nom de abc (exprimé en base dix) mille nom de def ».*

L'existence d'espaces dans l'écriture chiffrée des nombres est la conséquence de cette règle de dénomination, c'est une aide apportée au lecteur qui peut ainsi repérer plus rapidement les puissances de mille. Dans les pratiques usuelles, avec les élèves de primaire, on utilise plutôt le mot « classe ». Une classe de nombres (classe des unités, classe des mille, classe des millions, classe des milliards,...) contient trois chiffres (le chiffre des centaines, le chiffre des dizaines et le chiffre des unités) et permet de représenter et dénommer cette décomposition en puissances de mille.

Tant qu'ils étudient les nombres jusqu'à 4 chiffres, la notion de classe de nombre n'est pas introduite auprès des élèves (l'espace que l'on met entre les chiffres des centaines et le chiffre des unités de mille est généralement présenté comme une simple règle typographique). Ainsi, ils ne sont pas confrontés à la difficulté évoquée ci-dessus car le mot « mille » est assimilé aux « unités de mille » (confondues avec les milliers), comme le mot « cent » aux centaines et le mot « dix » aux dizaines. Ils peuvent donc croire que l'emploi du mot « mille » est soumis aux mêmes règles que l'emploi du mot « cent ». Lorsque les nombres supérieurs à dix mille sont abordés, une majorité d'élèves parvient à remettre en cause, étendre et approfondir les apprentissages menés auparavant et à utiliser les classes de nombres. Les élèves les plus en difficulté semblent en revanche ne pas être capables de remettre en cause leurs connaissances antérieures en numération orale pour les faire évoluer. Ils continuent à utiliser pour la lecture orale des nombres un tableau de numération construit colonne par colonne (milliers, centaines, dizaines, unités, liés par un rapport 10), qui est un tableau efficace pour la numération chiffrée uniquement³. Or pour être utile en numération orale, un tableau de numération doit intégrer les classes de nombres (classe des millions divisée en centaines de millions, dizaines de millions, unités de millions puis classe des mille divisée en centaines de mille, dizaines de mille et unités de mille puis classe des unités divisée en centaines d'unités, dizaines d'unités et unités ; avec un rapport 1 000 entre les différentes classes de nombres). C'est pourquoi, ces élèves peinent dès qu'il s'agit de dire, lire ou écrire (passage de la numération de position chiffrée à la numération orale) les nombres supérieurs à 10 000 (notion de dizaines de mille).

Les élèves qui sont orientés en SEGPA à la fin de l'école élémentaire sont les élèves les plus faibles, ils ont pour une grande part éprouvé des difficultés lors de l'introduction des grands nombres au cycle 3, en particulier pour leur lecture.

Les élèves en difficulté présentent généralement les caractéristiques suivantes (Butlen et *al.*, 1996) : manque de confiance dans les connaissances anciennes, difficulté à capitaliser le savoir, carence dans les représentations mentales, absence de projet implicite de réinvestissement des connaissances, divorce entre les situations d'action qui servent à donner du sens aux notions

² L'expression « nombre des unités » fait référence à un nombre inférieur à 1 000, qui, en base 1 000, est assimilable à un chiffre, à ne pas confondre avec le « nombre d'unités » d'un nombre qui prend en compte tous les chiffres du nombre entier naturel.

³ Remarquons qu'il n'existe pas d'équivalent aux mots « milliers », « centaines » et « dizaines » pour les mots « millions » et « milliards » qui sont employés et pour désigner la position du chiffre dans le nombre et dans la numération orale. Quand ils désignent des positions, les mots « milliers », « centaines » et « dizaines » sont en fait synonymes de « milliers d'unités », « centaines d'unités » et « dizaines d'unités ». Or, il n'existe pas de mots simples pour désigner les positions « centaines de mille/millions/milliards » et « dizaines de mille/millions/milliards ».

enseignées et l'institutionnalisation formelle faite ensuite par le maître. Dans l'action, les élèves à besoins éducatifs particuliers se « débrouillent » mais le plus souvent ils ne peuvent pas réutiliser les connaissances nouvelles dans d'autres contextes.

Rechercher systématiquement à appliquer des règles d'action (ce qui constitue une économie de pensée) peut amener les élèves à généraliser abusivement certaines propriétés locales. Par exemple, étendre les règles de constitution des dizaines de mille aux centaines en numération orale amène certains élèves à employer l'expression « dix cents » (qui reste correcte dans une approche de la construction des nombres en base 100 — on peut dire « quinze cent quinze » comme « mille cinq cent quinze » — mais qui ne prend pas en compte la construction des nombres en base 1 000, qui permet de nommer des nombres encore plus grands), erreur qu'ils ne commettaient pas avant l'introduction des nombres à 5 chiffres. Il en est de même pour certaines règles dégagées lors de phases de bilan qui peuvent être étendues trop rapidement si l'institutionnalisation effectuée par le professeur n'est pas suffisamment souple et ne précise pas suffisamment son domaine de validité. En numération écrite, il en est ainsi pour la règle : « *dans le tableau de numération, il faut compléter les cases vides par des zéros pour avoir trois places remplies dans chaque classe de nombre* » qui doit être accompagnée d'une autre règle précisant qu'une fois les nombres extraits du tableau, les zéros placés à gauche doivent être supprimés (l'écriture d'un nombre entier ne comportant pas de « 0 » à gauche). De plus, les règles d'action construites pour des savoirs anciens peuvent empêcher les élèves de construire ou de s'approprier de nouvelles procédures, plus efficaces.

Le professeur des écoles spécialisé en SEGPA doit se donner les moyens d'étendre les connaissances de ses élèves (ici, en numération) en les contextualisant dans des situations robustes qui les intéressent (en ménageant notamment des phases d'action), qui leur posent un véritable problème les amenant à réfléchir. Dans un second temps, il lui faut décontextualiser ces connaissances et les faire utiliser dans d'autres situations convoquant différents domaines. Nous proposons ici d'aider ces élèves à dépasser ces difficultés en les amenant à changer de point de vue et à réinvestir dans un contexte différent une connaissance construite dans un contexte donné ; en soulignant les invariants des différentes situations faisant appel aux mêmes connaissances (comme par exemple le rapport 10 existant entre différentes unités de mesures de grandeurs) et en développant des liens entre numération et système métrique.

Enfin, une mise en relation, via notamment ce passage par la mesure des grandeurs, entre nos deux systèmes de numération écrite et chiffrée (système de position) et orale (système polynomial ou hybride) est susceptible les aider à dépasser leurs difficultés d'expression et de lecture.

Les instructions officielles

Les derniers programmes de mathématiques de 2015 indiquent qu'au cycle 2 (CP / CE1 / CE2), les élèves étudient les nombres inférieurs à 10 000. Au cycle 3 (CM1 / CM2 / 6^e), l'étude des nombres est poursuivie jusqu'aux nombres à 12 chiffres (milliards). Les élèves doivent être capables de composer, décomposer les grands nombres entiers, en utilisant des groupements par milliers. Il est précisé qu'« *un travail sur les unités de numération (unités simples, dizaines, centaines, milliers, millions, milliards)⁴ et leurs relations doit être mené* »⁵.

⁴ Remarquons que dans les textes officiels, les expressions « unités simples, dizaines, centaines » sont employées indifféremment des expressions « milliers, millions, milliards » ce qui participe à la confusion entre unités de numération orale et unités de numération écrite.

⁵ Ce pointage constitue néanmoins une évolution par rapport aux programmes de 2008 (en vigueur au moment de l'expérimentation décrite ici) qui ne mentionnaient pas les unités de numération.

Pour les élèves orientés en 6^e SEGPA, il est en général nécessaire de reprendre complètement l'étude des nombres entiers supérieurs à 1 000 car toutes les compétences n'ont pas été jugées acquises par leurs enseignants du primaire (d'où leur proposition d'orientation, validée ensuite par la CDOEA⁶).

Comme l'avait souligné Tempier (2010) à propos des programmes de 2008, nous constatons que les programmes officiels ne donnent que peu de détails sur l'enseignement de la numération et ne renseignent notamment pas suffisamment les enseignants sur les écueils précédemment cités (confusion entre le statut des mots « mille » et « cent » par exemple, utilité des classes de nombres, travail sur le principe décimal...). Ce défaut d'informations et de recommandations ne facilite pas la conception des séquences d'apprentissage sur les grands nombres par les enseignants peu avertis.

Principaux résultats d'une analyse des manuels scolaires

Suivre les progressions proposées par les auteurs de certains manuels scolaires peut créer des confusions. En effet, l'observation d'une demi-douzaine de manuels largement utilisés à l'école et au collège (*cf.* bibliographie) montre que l'étude des grands nombres est souvent décomposée en plusieurs sous-chapitres dont le premier est l'étude des nombres compris entre 1 000 et 9 999 avec pour support d'aide un tableau de numération à 4 colonnes (M / C / D / U, à interpréter comme : Milliers / Centaines / Dizaines / Unités).

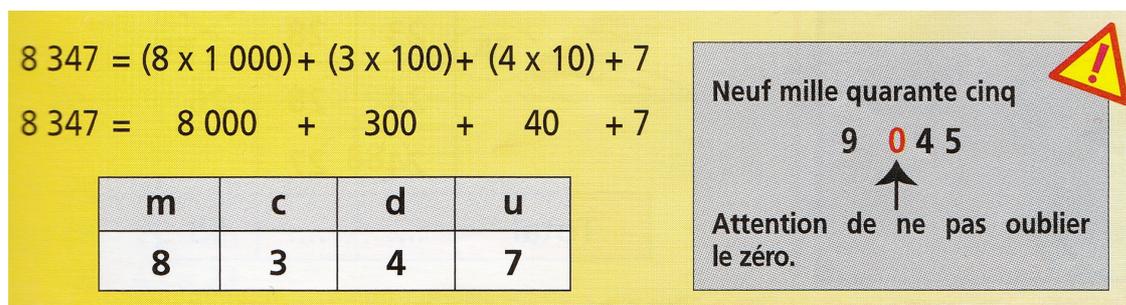


Figure 1 : Tableau de numération extrait du manuel *Pour comprendre les mathématiques CMI* (Blanc et al., 2005, p. 13).

Ce type de tableau est utile en numération écrite mais ne fait pas apparaître de séparation entre les classes de nombres, utile en numération orale (la notion d'espace à placer dans l'écriture entre le chiffre des milliers et le chiffre des centaines n'est pas non plus mentionnée alors qu'elle est utilisée). Seul l'aspect positionnel de l'écriture des nombres est mis en évidence : le millier est présenté comme un groupement de 10 centaines, de la même manière qu'une centaine est présentée comme un groupement de 10 dizaines et une dizaine comme un groupement de 10 unités⁷. C'est lorsque les nombres supérieurs à 10 000 sont abordés que les manuels introduisent les classes de nombres, utilisées pour la numération orale, et abordent le principe de la numération décimale autrement que par le rapport dix (qui est suffisant pour l'aspect positionnel en numération écrite). Généralement, les classes de nombres sont présentées comme des groupements de 3 chiffres, séparés par des espaces, pour faciliter la lecture. La majorité des exercices consiste à écrire des nombres en lettres à partir de leur écriture en chiffres et vice-versa, à regrouper les chiffres des nombres par trois à partir de la droite, à donner la valeur d'un chiffre en fonction de son rang dans le nombre mais peu font intervenir les relations

⁶ CDOEA : Commission Départementale d'Orientation vers les Enseignements Adaptés du Second Degré.

⁷ En effet, à ce stade de l'étude des nombres (4 chiffres au plus), « mille » est une unité de numération qui fonctionne à l'oral et à l'écrit comme « cent » par exemple.

multiplicatives qui lient classe des unités, classe des mille et classe des millions (rapport 1 000). De fait, les classes de nombres sont présentées comme un code facilitant la lecture des nombres en séparant les chiffres mais les auteurs des manuels scolaires ne semblent pas mettre l'accent sur le fait que les noms des classes de nombres peuvent être de véritables repères non seulement visuels mais aussi oraux. **Les mots « mille » et « millions » sont ajoutés au lexique déjà connu ou fréquenté de la numération, sans donner lieu à un travail spécifique soulignant leur fonction de bases auxiliaires pour l'oral (base 1 000).**

Concernant les ressources spécifiques à destination des élèves en grande difficulté d'apprentissage, le constat est identique (sauf en ce qui concerne un passage préalable par les nombres compris entre 1 000 et 9 999). La seule aide proposée en général est un tableau de numération faisant apparaître les noms des classes de nombres.



Figure 2 : Tableau de numération extrait du manuel *Autrement... Maths SEGPA-EREA* (Marron, 2001, p. 8).

Ce genre de tableau est utile pour une lecture des nombres en numération orale car il fait apparaître le nom des classes de nombres et tous les rangs de chiffres composant les nombres. Placer le nombre « 14 729 » dans le tableau peut aider les élèves à prendre conscience qu'il faut énoncer le nom des classes de nombres dans lesquelles apparaissent des chiffres non nuls dans la désignation orale des nombres. En revanche, ce tableau est inutile en numération écrite car dans la numération écrite de position, seul l'ordre des chiffres et la connaissance du rapport 10 entre deux colonnes consécutives est nécessaire. Par exemple, pour additionner deux nombres ne comportant pas le même nombre de chiffres, il n'est guère besoin de nommer les colonnes, il suffit de respecter la position des chiffres en posant l'opération dans un tableau simple. De surcroît, le tableau présenté dans ce manuel ne fait pas apparaître un aspect de l'écriture en chiffres : celui des espaces entre les classes de nombres (à mettre en évidence par exemple par un trait plus épais). Notons de plus que la pratique de remplissage systématique des colonnes de ce tableau peut engendrer des écritures ne respectant les conventions usuelles chez les élèves, comme par exemple le fait d'écrire systématiquement des zéros à gauche des nombres.

Cette analyse succincte confirme à nouveau les conclusions de Tempier (2010) qui regrettait déjà dans son étude que l'institution (instructions officielles mais aussi plusieurs manuels largement diffusés) accorde une place centrale à l'aspect position de la numération et négligeait l'aspect décimal ainsi que les écritures utilisant les unités de numération.

Principe d'élaboration de la séquence cible

L'analyse des connaissances construites par les élèves à l'école primaire et l'expérience d'enseignement cumulée durant ces années nous permettent d'envisager qu'il est possible de réintroduire dans un premier temps les grands nombres en 6^e SEGPA en utilisant directement un tableau de numération pouvant contenir des nombres jusqu'aux centaines de millions (afin de ne pas recréer la confusion évoquée précédemment), faisant apparaître les noms des classes de nombres et les subdivisions en centaines, dizaines, unités dans chaque classe.

Cadre théorique utilisé : appuis sur le système métrique pour le travail sur la numération des grands nombres

Après avoir constaté l'inefficacité pour certains de mes élèves des séquences classiques autour de la numération (ces séquences, reconduites d'année en année, ne conduisant qu'à des réussites provisoires d'exercices types et non à une acquisition durable dans le temps de la compétence visée ainsi qu'à la capacité de transférer de cette compétence à d'autres domaines), nous avons construit une séquence d'apprentissage alternative, utilisant des outils différents de ceux proposés par les éditeurs de manuels et s'appuyant sur les travaux de Chambris (2012). L'auteure propose de s'appuyer sur les relations favorables entre système de numération écrit et système métrique afin de faire progresser les élèves parallèlement dans ces deux domaines et dans celui des ordres de grandeur. Les idées qu'elle développe concernent :

- la nécessité de faire comprendre aux élèves les relations qui lient les unités de numération entre elles (le principe décimal), en particulier pour l'apprentissage de la numération écrite chiffrée. Il convient de leur montrer non seulement le rapport 10 qui existe entre deux unités successives (1 dizaine = 10 unités, 1 centaine = 10 dizaines) mais aussi des relations du type : 1 millier = 10 centaines, 1 000 milliers = 1 million, etc. **Les élèves doivent prendre conscience du rapport 1 000 qui lie les différentes classes de nombres et qui est à l'origine pour l'oral du groupement des chiffres par trois (le millier est une base auxiliaire dans la numération orale) ;**
- le fort potentiel d'un appui sur le système métrique pour donner aux élèves des références dans les ordres de grandeur des nombres qu'ils disent, lisent ou écrivent. **La référence à des mesures sur des objets concrets permet de mettre du sens sur la quantité évoquée.** Rappelons que le système métrique a été unifié pour pouvoir bénéficier des propriétés décimales de position (les préfixes métriques entretiennent entre eux des rapports de 10, 100, 1 000,...). Faire le lien entre les préfixes (souvent connus des élèves) et les unités de numération de la numération écrite paraît être une piste à exploiter pour travailler sur l'ordre de grandeur des nombres. La mémorisation de la signification des préfixes métriques peut permettre de retrouver le rapport entre deux unités de numération, et vice-versa ;
- le bénéfice apporté par la mise en relation des préfixes métriques avec les unités de numération écrite, ainsi que leur relation d'ordre pour la compréhension du rôle positionnel du zéro dans l'écriture chiffrée des nombres. Suivant ce modèle, le zéro apparaît comme l'élément permettant : « à chaque chiffre d'occuper la position qui est la sienne compte-tenu de l'unité de numération qu'il représente ». Par exemple : « 100 kilomètres et 5 décamètres » s'écrira plus facilement comme « 100 050 mètres » si on comprend que les zéros intercalés correspondent aux hectomètres et aux mètres. Remarquons en outre que le préfixe « kilo- » vient souligner le changement de classe de nombres et joue le même rôle que le mot « mille » pour la lecture du nombre converti en mètres.

Bien qu'actuellement séparés dans les manuels scolaires, les liens entre système métrique et

système de numération écrite semblent être des leviers pour enrichir les connaissances des élèves dans les deux domaines. L'utilisation du rapport 10 entre unités de numération écrite successives, la connaissance de leur rang dans le nombre, leur mise en relation avec les préfixes métriques permet de résoudre des problèmes variés avec la même technique, l'élève pouvant ainsi faire du lien entre plusieurs domaines d'apprentissage. De plus, les ordres de grandeur dans le domaine de la mesure peuvent être mieux compris grâce à la connaissance des unités de numération écrite, et vice-versa. Enfin, le passage par les unités de mesure permet de revisiter autrement le thème de la numération écrite et de focaliser l'attention des élèves sur un support différent, leur permettant de ne pas avoir l'impression de faire une nouvelle fois la même chose.

Description du scénario d'enseignement mis en œuvre

Compte-tenu des difficultés spécifiques des élèves de SEGPA, il était nécessaire d'adapter les propositions de Chambris, plutôt destinées à des élèves de cycle 3 de l'école élémentaire.

Tout d'abord, nous avons fait le choix de travailler uniquement sur les mesures de masses (grandeurs bien connues et bien appréhendées par les élèves) en utilisant des unités courantes (tonnes, kilogrammes, grammes), congruentes avec les unités de numération (millions, milliers, unités) aussi bien pour l'écrit que pour l'oral (le gramme étant spécifiquement choisi comme unité de référence). L'objectif pour les élèves était d'être capable **d'associer les mesures des masses d'objets en tonnes, en kilogrammes ou en grammes à des nombres s'exprimant en millions, milliers ou unités simples**. De plus, il s'agissait, pour des quantités plus petites, d'amener les élèves à utiliser différentes balances (balance Roberval et balance de précision) pour leur permettre de visualiser les relations entre différentes masses. Ensuite, le choix a été fait de renforcer le lien entre le système de mesure des masses (en grammes, kilogrammes et tonnes) et le système de numération oral (classe des unités, classe des mille, classe des millions) visuellement par l'emploi du même code couleur (noir, vert, rouge). Dès lors, il s'agissait de montrer aux élèves que le travail sur le rapport 1 000 existant entre ces unités de mesures des masses, mis en relation avec les classes de nombres, facilitait la lecture et l'écriture des grands nombres en chiffres et en lettres. Nous avons utilisé le passage par les unités de mesures comme un outil de désignation intermédiaire pour travailler le passage entre numération orale et numération chiffrée. En effet, la relation : « 1 tonne = 1 000 kg » peut être traduite en mots par : « 1 tonne, c'est 1 millier de kilogrammes ». On obtient ensuite facilement la relation : « 1 000 tonnes = 1 000 milliers de kg = 1 000 000 kg ». Dans le système de numération, cette relation est équivalente à $1\,000\,000 = 1\,000$ milliers. Ainsi, on permet aux élèves **d'appréhender le comptage en base 1 000**. Pour le dire autrement, cette technique permet de **construire le passage entre l'oral et l'écrit**. Par exemple, pour écrire en chiffres le nombre : « Trois millions quatre cent vingt-trois » (tâche difficile car l'écriture chiffrée contient des zéros intermédiaires), on peut d'abord passer par l'étape : « Trois millions, c'est trois mille milliers », qui met en évidence la présence de chiffres (ici, 3 zéros) dans la classe des mille (qui ne s'entendent pas à l'oral). Les élèves écriront plus facilement : « 3 000 423 » s'ils l'imaginent comme : « Trois mille milliers quatre cent vingt-trois ». Dans ce contexte, grâce à cette technique, « presque tout est énoncé ». Du reste, elle peut permettre de travailler sur l'ordre de grandeur des grands nombres car elle met en évidence la relation entre masse d'un objet et classe de nombres. Par exemple, on pourra faire remarquer aux élèves que : « plus un objet est lourd, plus l'écriture de la mesure de sa masse exprimée en grammes est longue. ».

Le scénario d'enseignement se compose des éléments suivants :

- séquence d'enseignement classique sur la numération (intitulée « *Les nombres entiers* »), suivie d'une première évaluation (évaluation n° 1),
- période de dix semaines consacrée à d'autres séquences d'enseignement, sans lien direct

avec la numération,

- évaluation diagnostique (évaluation n° 1 bis, identique à la précédente) portant sur la lecture et l'écriture des grands nombres,
- séquence d'enseignement spécifique mettant en évidence le lien entre numération et système de mesure, suivie d'une évaluation spécifique à cette séquence (évaluation n° 2) et ponctuée régulièrement d'évaluations de calcul mental (conversions),
- nouveau passage, deux jours après, de l'évaluation diagnostique (évaluation n° 1 ter, toujours strictement identique à l'évaluation n° 1) portant uniquement sur la lecture et l'écriture des grands nombres,
- période de sept semaines consacrée à d'autres séquences d'enseignement, sans lien direct avec la numération,
- dernier passage de l'évaluation diagnostique portant uniquement sur la lecture et l'écriture des grands nombres (évaluation n° 1 quater, toujours strictement identique à l'évaluation n° 1).

La séquence spécifique qui s'intitule « *Des mesures et des nombres* » est composée de plusieurs supports :

1. une évaluation portant spécifiquement et uniquement sur la lecture et l'écriture des grands nombres (évaluation n° 1), réalisée à quatre reprises par les élèves ;
2. le cours, proposant :
 - a. différentes situations de manipulation avec des balances (pour mettre les élèves en activité et construire des situations de référence communes à la classe) ;
 - b. des schémas récapitulatifs, avec images des expériences menées (cf. figure 3) ;

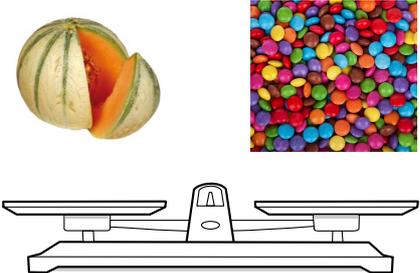
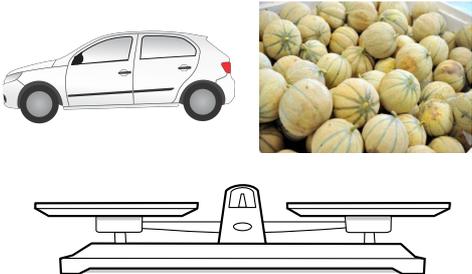
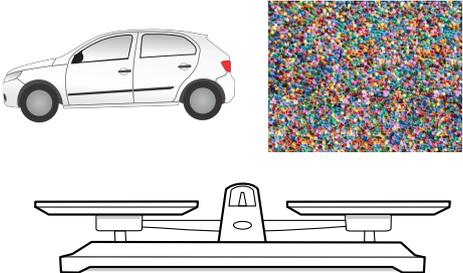
<p>1 melon pèse autant que 1 000 Smarties®</p>		<p>1 kg = 1 000 g = 1 millier de g</p>
<p>1 voiture pèse autant que 1 000 melons</p>		<p>1 t = 1 000 kg = 1 millier de kg</p>
<p>1 voiture pèse autant que 1 000 000 Smarties®</p>		<p>1 t = 1 000 000 g = 1 000 milliers de g</p>

Figure 3 : Tableau de comparaison de mesures de masses utilisées comme références.

c. des paragraphes visant la construction et l'institutionnalisation des savoirs (cf. figure 4) ;

Les unités utilisées dans cette leçon pour la mesure des masses sont construites comme les unités de numération orale.

Si l'unité est le gramme, le millier est le kilogramme et le million est la tonne.

Classe des millions			Classe des mille			Classe des unités		
centaines	dizaines	unités	centaines	dizaines	unités	centaines	dizaines	unités
tonnes			kilogrammes			grammes		

Figure 4 : Tableau de numération faisant apparaître les points communs entre système de numération et système métrique.

d. des problèmes à résoudre en faisant appel aux techniques instituées (cf. figure 5) ;

Quelle est la masse de 50 voitures pesant chacune 1 tonne et 201 kilogrammes ?



Masse : 1 t et 201 kg

Méthode de calcul proposée en correction :

$50 \times 1 \text{ tonne} = 50 \text{ tonnes}$

et $50 \times 201 \text{ kilogrammes} = 10\,050 \text{ kilogrammes}$,

donc : 50 voitures pèsent 50 tonnes et 10 050 kilogrammes.

Comme : $10\,050 \text{ kg} = 10\,000 \text{ kg} + 50 \text{ kg} = 10 \text{ milliers de kg et } 50 \text{ kg}$,

et comme : 10 milliers de kilogrammes = 10 tonnes,

alors : 10 050 kilogrammes c'est égal à 10 tonnes et 50 kilogrammes.

Finalement : 50 voitures pèsent 60 tonnes et 50 kilogrammes.

Figure 5 : Problème.

3. des exercices d'entraînement (sous forme de devoirs à la maison, distribués au fur et à mesure de l'avancement du cours) pour favoriser l'apprentissage des nouvelles notions, ainsi qu'un polycopié d'exercices mettant en jeu l'ensemble des connaissances étudiées (ordre de grandeur pour des mesures de masses, conversions de mesures de masses en s'appuyant sur les connaissances en numération et la décomposition canonique des nombres, situations problèmes mêlant conversions et calculs sur les données) (cf. figure 6) ;

<p>Les bus simples de la RATP pèsent environ 11 tonnes à vide. Leur PTAC (Poids Total Autorisé en Charge) est environ 19 tonnes.</p>		
<p>Quelle est la masse maximale autorisée pour les passagers ? Donner le résultat :</p> <ul style="list-style-type: none"> • en tonnes, • en kilogrammes, • en grammes. 	<p>Calculs / Schémas</p>	<p>Phrase-réponse</p>
<p>Sachant que : trois personnes pèsent environ 200 kilogrammes. Combien de personnes peuvent entrer dans le bus ?</p>	<p>Calculs / Schémas</p>	<p>Phrase-réponse</p>
		<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>

Figure 6 : Troisième exercice du polycopié d'entraînement.

4. du matériel de remédiation et de manipulation pour les séances d'introduction des notions et/ou les séances de soutien. En particulier : un kilogramme de bonbons « Smarties® » (masse d'un bonbon : 1 g), une balance Roberval avec douze masses marquées (de 1 g à 500 g), une balance de précision (au dixième de gramme). Du matériel de représentation de différents groupements de « Smarties® » avec : des points de couleur isolés pour symboliser les unités (un bonbon), des barres de 10 points de couleur pour symboliser les dizaines (dix bonbons), des plaques de 100 points de couleur pour symboliser les centaines (cent bonbons) et des cubes pour symboliser les milliers (mille bonbons). Un tableau de numération et de conversion des mesures de masses où les noms des unités de mesures (tonnes, kilogrammes, grammes) sont mis en adéquation avec les noms des classes de nombres (millions, mille, unités) : mêmes colonnes et mêmes couleurs ;

5. trois séances de calcul mental en classe, avec à chaque fois des exercices de préparation à faire à la maison. Au cours de ces séances, pour travailler l'écriture en chiffres des grands nombres, des exercices de conversion de mesures sont proposés, les mesures étant énoncées à l'oral par l'enseignant et les réponses données à l'écrit par les élèves (et inversement pour les exercices de préparation : question à l'écrit, réponse à l'oral). Par exemple, convertir 1 tonne en grammes revient à placer deux groupements de 3 zéros à droite : 1 tonne = 1 000 000 g. De même, convertir 200 000 000 grammes en tonnes revient à supprimer deux groupements de 3 zéros : 200 000 000 g = 200 t. Le but de ces séances (cf. figure 7) était :

- d'apprendre aux élèves à écouter les informations données à l'oral, à les interpréter en raisonnant en base 1 000,
- d'automatiser les techniques de conversion ;

8 kg = 8 000 g	40 kg = 40 000 g	425 kg = 425 000 g	1 500 kg = 1 500 000 g	31 050 kg = 31 050 000 g
1 kg et 250 g = 1 250 g	45 kg et 450 g = 45 450 g	45 kg et 45 g = 45 045 g	1 kg et 50 g = 1 050 g	5 kg et 5 g = 5 005 g
2 620 kg et 450 g = 2 620 450 g	4 t = 4 000 000 g	25 t = 25 000 000 g	3 t et 200 kg = 3 200 000 g	2 t et 20 kg = 2 020 000 g
2 t et 2 kg = 2 002 000 g	61 t et 20 kg = 61 020 000 g	3 t, 600 kg et 200 g = 3 600 200 g	7 t et 700 g = 7 000 700 g	5 t et 50 g = 5 000 050 g

Figure 7 : Deuxième séance de calcul mental : Convertir en grammes.

6. une évaluation (évaluation n° 2, cf. figure 8), construite sur le même modèle (type et enchaînement des exercices) que le polycopié d'entraînement fait en classe (ordre de grandeur pour des mesures de masses, conversions de mesures de masses en s'appuyant sur les connaissances en numération et la décomposition canonique des nombres, situations problèmes mêlant conversions et calculs sur les données).

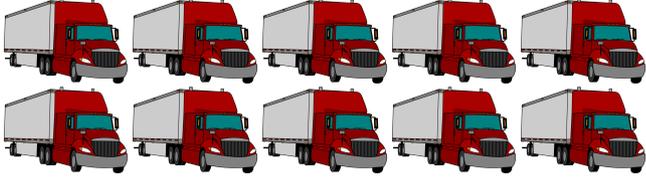
Un semi-remorque vide pèse environ : 3 t et 50 kg.		
Donner le poids à vide d'un semi-remorque : <ul style="list-style-type: none"> • en kilogrammes, • en grammes. 	Calculs / Schémas	Phrase-réponse
	
Combien pèsent 10 semi-remorque vides ? Donner la réponse : <ul style="list-style-type: none"> • en tonnes, • en kilogrammes, • en grammes. 	Calculs / Schémas	Phrase-réponse
	
Un semi-remorque est chargé avec 700 kg de bois. Quel est le poids total du camion : <ul style="list-style-type: none"> • en tonnes, • en kilogrammes, • en grammes. 	Calculs / Schémas	Phrase-réponse
	

Figure 8 : Troisième exercice de l'évaluation de fin de séquence.

Le but est de ne pas dérouter les élèves dans la présentation des tâches à exécuter : consignes identiques et apparence semblable. Les aides mises à disposition des élèves pour l'évaluation sont : le matériel de représentation des différents groupements de « Smarties® », le tableau de numération et de conversions d'unités de masse, les balances (Roberval et de précision), des paquets de bonbons « Smarties® », l'aide à la lecture et la reformulation des consignes (avant et pendant l'évaluation). Comme pour toutes les évaluations, les élèves disposent de deux essais avec correction intermédiaire de l'enseignant au crayon à papier.

Résultats globaux

L'évaluation de la pertinence du travail mené lors de cette séquence cible, au regard des compétences visées (écrire, nommer et comparer les nombres entiers supérieurs à 10 000) s'est effectuée au travers de deux nouvelles passations de l'évaluation spécifique sur les grands nombres, déjà proposée après la séquence classique de numération.

Deux jours après la fin de la séquence cible, les élèves ont repassé cette évaluation sur les grands nombres (évaluation n° 1 ter) sans en être informés à l'avance. L'analyse des résultats obtenus par les élèves montre que la séquence cible a permis d'entretenir et de compléter un savoir qui aurait pu disparaître (de manière générale, pour l'ensemble de la classe, les résultats obtenus à l'évaluation n° 1 ter, après enseignement, sont supérieurs aux résultats obtenus à l'évaluation n° 1 bis, avant enseignement). Nous resterons tout de même prudents sur l'attribution de ces résultats au seul effet de la séquence « *Des mesures et des nombres* », car de nombreux paramètres ont pu interférer : élèves plus âgés et plus matures, plus à l'aise au collège et dans la classe, période de l'année plus favorable (printemps),... Les apports de cette nouvelle séquence relatifs aux difficultés spécifiques des élèves en numération sont à discuter. En effet, ce sont les mêmes exercices qui ont posé le plus de problèmes aux élèves (écriture des nombres en chiffres à partir de nombres écrits en lettres et décomposition canonique de nombres écrits en chiffres). Dans l'exercice d'écriture des nombres en chiffres, cinq élèves (sur quinze) n'ont pas écrit le bon nombre de groupements de chiffres (un groupement de chiffres si le nombre est inférieur ou égal à 999, deux groupements de chiffres si le nombre est compris entre 1 000 et 999 999 et trois groupements de chiffres si le nombre est compris entre 1 000 000 et 999 999 999) en fonction du nom de la classe de nombres énoncé (nombres non conformes dans leur apparence). En outre, quatre élèves ont continué (sporadiquement) à regrouper les chiffres des nombres par deux ou par quatre.

Afin de mesurer la pérennité des acquis, nous avons laissé s'écouler une période de sept semaines avant de pratiquer la dernière évaluation sur les grands nombres (évaluation n° 1 quater). Les élèves n'étaient pas prévenus de cette nouvelle passation. En revanche, afin de réactiver leurs connaissances en numération (supposées existantes mais pas forcément mobilisables directement) avant de leur proposer l'évaluation, leurs notes à l'évaluation précédente leur ont été redonnées (présentées comme le score à battre). De plus, une phase de rappel a été proposée (pour réactiver le vocabulaire et les techniques, et les rendre mobilisables) : sur les systèmes de numération (classes de nombres, code couleur) et sur les consignes des exercices (avec un ou deux exemples de nombres de 6 à 8 chiffres comprenant des zéros intermédiaires). Les aides à disposition étaient identiques à celles proposées auparavant : affichage de l'évaluation au tableau, tableau de numération individuel, liste de mots-nombres individuelle, aide à la lecture des consignes. Les élèves ont disposé de deux essais au cours de la séance (ils avaient la possibilité de venir une fois au bureau durant l'heure pour bénéficier d'une première correction au crayon à papier). Lors de cette dernière passation les élèves ont été très impliqués car ils voulaient prouver qu'ils avaient progressé durant cette année scolaire. À l'issue

de cette évaluation, la compétence « écrire, nommer, comparer les nombres entiers jusqu'aux centaines de millions » a été considérée acquise pour onze élèves sur quinze (contre huit élèves sur quinze à l'évaluation n° 1 bis), en cours d'acquisition pour deux élèves (contre six à l'évaluation n° 1 bis), et non acquise pour deux autres (contre une à l'évaluation n° 1 bis).

Une analyse des travaux des élèves sur l'année scolaire permet de mettre en évidence plusieurs stades d'acquisition de cette compétence :

- **stade 1** : les élèves dont les résultats ont progressé dès la première séquence d'apprentissage et pour qui cette séquence a contribué à l'acquisition de la compétence-cible de façon durable (6 élèves sur 15) ;
- **stade 2** : les élèves dont les résultats ont fluctué durant l'année (baisse à l'évaluation n° 1 bis notamment) mais dont l'évolution est positive en fin d'année scolaire (évaluations de calcul mental et évaluation n° 1 quater). La compétence-cible est en cours d'acquisition, seuls les cas particuliers (zéros intermédiaires, classes de nombres entièrement vides) posent des problèmes (aide de l'enseignant nécessaire pour planifier les tâches). Cela concerne 4 élèves sur 15 ;
- **stade 3** : les élèves qui ont continué à reproduire les mêmes erreurs tout au long de l'année et dont les résultats sont restés faibles ou très faibles (3 élèves sur 15) ;
- **stade 4** : les élèves pour lesquels l'impact du travail mené n'a pas pu être évalué car d'autres paramètres non scolaires ont interféré (2 élèves sur 15).

Nous pouvons donc penser que le travail mené sur l'ensemble de l'année scolaire (séquence classique et séquence-cible) a permis à 10 élèves sur 13 d'acquérir des compétences durables en numération. La progression de plusieurs élèves peut également s'expliquer par le fait que ces élèves ont retrouvé confiance en leurs capacités durant cette année en SEGPA, profitant du milieu protégé et de l'accompagnement personnalisé qui leur a été offert.

Une analyse des notes obtenues par les élèves aux différents passages de l'évaluation sur les grands nombres montre également une progression générale, notamment entre les évaluations n° 1 bis et 1 quater qui mesuraient l'acquisition des compétences de manière durable (évaluations effectuées après de longues périodes sans travail spécifique autour de la numération). On remarque entre ces deux évaluations une forte augmentation de la note médiane⁸ qui passe de 13/20 à 19/20, ainsi que du premier tercile⁹, qui passe de 10,5/20 à 16/20, et une augmentation du deuxième tercile¹⁰ qui passe de 17,5/20 à 20/20.

Étude de la progression d'une élève

Nous détaillerons ici les résultats de F., élève de 6^e SEGPA, qui a suivi durant l'année la séquence d'apprentissage classique sur la numération puis la séquence-cible sur le lien entre mesure de masses et numération et qui en a tiré profit à long terme. L'évolution des productions de cette élève montre comment le choix d'enseignement fait pour cette séquence sur le lien entre système métrique et numération est opérationnel et illustre la nécessité de construire des supports spécifiquement adaptés aux élèves à besoins éducatifs particuliers.

Lors d'un bilan de début d'année, F. a été repérée comme l'une des élèves les plus en difficulté au sein de la classe, notamment en ce qui concerne la relation entre la désignation orale des nombres supérieurs à mille et leur écriture en chiffres. Elle n'avait pas non plus réussi à ordonner

⁸ La note médiane d'une série de notes sépare cette série en deux parties égales, la moitié des notes lui est supérieure ou égale, l'autre moitié inférieure ou égale.

⁹ Deux tiers des élèves ont obtenu une note supérieure au premier tercile.

¹⁰ Un tiers des élèves ont obtenu une note supérieure au deuxième tercile.

une liste de sept nombres entiers inférieurs à mille.

Pour « mille vingt-quatre », elle avait écrit « 1 _24 », oubliant d'écrire le zéro représentant l'absence de centaines dans la classe des unités, mais laissant tout de même un espace vide pour symboliser cette absence « anormale » de chiffre.

« Trois cent mille » avait été transcrit « 3 1 000 ». On peut l'interpréter comme une recherche de congruence entre numération orale et numération écrite chiffrée : transcription du mot « mille » en chiffres : « 1 000 ». On peut aussi imaginer que le chiffre « 1 » représente le mot « cent » et que le groupement de 3 zéros représente le mot « mille ».

« Six millions » avait été transcrit « 6 000 », ce qui montre que F. ne faisait sans doute pas la différence entre les mots « mille » et « millions » (à l'oral et/ou à l'écrit) ou qu'elle ne savait pas traduire cette différence en chiffres. Les mots « mille » et « millions » sont tous deux traduits par un groupement de trois zéros.

« Huit millions quatre cent mille deux cents » a été transcrit « 8 4200 ». Dans cette écriture il manque donc deux zéros intermédiaires pour lire 400 dans la classe des mille ainsi qu'un espace entre la classe des mille et la classe des unités. On peut supposer qu'en début de 6^e, F. ne savait pas comment écrire en chiffres les nombres exprimés en millions ou qu'elle n'était pas capable de mobiliser cette connaissance (elle n'écrit pas de nombres contenant trois groupements de chiffres) et qu'elle ne connaissait pas les règles d'organisation des chiffres dans les classes de nombres (contenant trois chiffres au maximum).

Lors de la première évaluation sur les grands nombres (suivant la séquence classique), malgré le travail effectué en groupe classe sur le système de numération et les séances de soutien en demi-groupe (avec utilisation du matériel de numération « Montessori¹¹ » et activité « *Les mots nombres* » proposée par le groupe Ermel (ERMEL, 2006, pp. 149-153)¹², F. a refait des erreurs de même nature qu'au bilan de début d'année. Dans l'exercice d'écriture de nombres en chiffres : écriture de « 1 000 » ou de « 000 » lorsque le mot « mille » apparaît (à l'écrit en l'occurrence), classes de nombres laissées entièrement vides au lieu d'être remplies par trois zéros, échange de place entre les classes de nombres quand l'une des deux est vide (par exemple : 14 000 800 au lieu de 14 800 000). Son échec à l'exercice de décomposition canonique des nombres entiers montre que l'utilisation du matériel « Montessori » n'avait pas aidé F. à comprendre le principe de composition des nombres selon les multiples des puissances de 10.

Lors d'un nouveau passage de cette évaluation (évaluation n° 1 bis, dix semaines après), F. a mal réussi l'exercice d'écriture de nombres en lettres à partir de nombres écrits en chiffres. L'erreur qu'elle commet relève toujours du même ordre : elle n'écrit pas le nom de la classe des mille (« 409 008 » est écrit « quatre cent neuf huit »), appréhendant ces nombres comme deux nombres à trois chiffres placés à la suite (recherche de congruence entre numération écrite chiffrée et numération orale). Ce qui est surprenant c'est qu'elle ne fait pas l'erreur avec les millions, comme si le fait d'avoir commencé à écrire « millions » pour les nombres contenant trois groupements de chiffres lui permettait de se rappeler de la nécessité d'écrire le nom des classes de nombres. Dans l'exercice d'écriture de nombres en chiffres à partir de nombres écrits en lettres, c'est toujours la même erreur qui est reproduite : non écriture des zéros intermédiaires (à l'intérieur d'une même classe de nombres) ou absence des trois zéros représentant une classe

¹¹ Le matériel de numération « Montessori » permet d'écrire les nombres en superposant des cartons mettant en jeu leur écriture sous forme canonique (exemple : pour écrire 15 842, il faut superposer les cartons 10 000, 5 000, 800, 40 et 2).

¹² Activité constituée d'un jeu et d'exercices où les élèves utilisent des étiquettes-mots pour écrire les nombres dans le but de faire fonctionner et institutionnaliser les règles de la numération orale, notamment la mise en évidence de l'utilisation de bases auxiliaires (milliers et millions).

de nombres vide (classe des mille ou classe des unités). L'exercice de décomposition canonique, mal réussi encore une fois, fait apparaître des regroupements de chiffres par deux au lieu de trois (elle écrit « 60 000 00 » au lieu de « 6 000 000 »).

Le travail mené lors la séquence « *Des mesures et des nombres* » semble avoir permis à F. de prendre conscience de la nécessité de regrouper les chiffres des nombres par trois puisque ce type d'erreur a disparu lors des séances de calcul mental (conversions de mesures en tonnes, kilogrammes et grammes). En revanche, des regroupements de chiffres par deux ou quatre sont revenus dans un des exercices de l'évaluation de cette séquence (évaluation n° 2). Cet exercice étant complexe (différents types de conversions de mesures en tonnes, kilogrammes et grammes à réaliser sur la même ligne de calcul), nous pouvons aussi penser aux phénomènes de surcharge cognitive et de difficulté d'appropriation d'une consigne écrite pour expliquer ce non-respect de la convention d'écriture. Cependant, les nombres écrits dans cet exercice possèdent majoritairement une apparence correcte (nombre de groupements de chiffres en adéquation avec la classe des nombres). Par ailleurs, lors de cette séquence, F. a beaucoup participé à l'oral. L'étayage (fort guidage et encouragements) fourni par les adultes pendant la réalisation des tâches (en classe, aux séances de soutien et d'aide aux devoirs) a permis à F. de prendre confiance en ses capacités.

Au troisième passage de l'évaluation spécifique sur les grands nombres (évaluation n° 1 ter, juste après la séquence « *Des mesures et des nombres* »), F., placée en situation de travail en autonomie face à une consigne écrite, a de nouveau commis les mêmes erreurs qu'aux évaluations précédentes. Avec une forte baisse de réussite aux exercices de regroupement des chiffres des nombres par trois et de décomposition canonique. Elle expliquera ensuite qu'elle avait oublié la technique pour faire ces exercices.

La dernière évaluation spécifique sur les grands nombres (évaluation n° 1 quater, réalisée sept semaines après) a été très bien réussie par F., comme si elle avait profité de ce temps pour assimiler les connaissances. Une seule erreur persiste dans l'écriture de nombres en lettres à partir de nombres écrits en chiffres : absence du nom de la classe des mille pour les nombres inférieurs à 999 999.

Finalement, F. semble avoir évolué positivement tout au long de l'année : elle est désormais capable de nommer et d'écrire des nombres dont les écritures comportent jusqu'à 9 chiffres. Les connaissances capitalisées durant l'année, au fil des différentes séquences, selon diverses modalités de travail, semblent désormais acquises et transférables. Cependant, la présence de l'adulte pour lire et interpréter les consignes écrites ainsi que pour planifier les tâches complexes reste nécessaire.

Notons par ailleurs que depuis la mise en place de cette séquence d'apprentissage différente et dans laquelle F. a été placée en situation de réussite, sa vision d'elle-même dans le domaine des mathématiques a été profondément modifiée. L'expérience positive a engendré une prise de confiance en soi qui perdure encore quatre années après et qui permet à F. d'oser se lancer dans de nouveaux apprentissages et se confronter à des situations de recherche au lieu de les refuser par peur de l'échec.

Résistances et erreurs persistantes

Si la mise en place de cette séquence a permis à une grande majorité d'élèves de progresser dans la lecture et l'écriture des nombres supérieurs à 10 000, en particulier pour le rangement des chiffres dans le nombre et la prise de conscience du rôle des « 0 » dans l'écriture chiffrée, l'analyse des travaux de certains élèves a cependant montré des résistances dans les notions d'ordre de grandeur et d'échelle (grandeur des nombres non conforme à la réalité), de rapport

entre deux grands nombres (nombre x fois plus grand / petit) en l'absence de comparaison avec un élément de référence (gabarit / objet connu, de grandeur mesurable et utilisé régulièrement par les élèves dans leur vie quotidienne). Par ailleurs, les profils spécifiques des élèves engendrent des résistances d'autres natures : manque de flexibilité cognitive pour s'approprier des procédures nouvelles ou incapacité à planifier des tâches multiples.

Conclusion

Cette réflexion menée autour de l'acquisition de la compétence « écrire, nommer et comparer les nombres supérieurs à 10 000 » amène à porter un regard critique sur les séquences d'apprentissage traditionnellement proposées par les manuels scolaires, qui ne mettent pas suffisamment en relation les classes de nombres avec le système de comptage en base mille pour la lecture orale des nombres. Certains élèves n'arrivent pas à remettre en cause les règles qu'ils ont établies pour lire et écrire les nombres en chiffres et en lettres jusqu'à 9 999 et sont en difficulté dès lors qu'il s'agit d'étendre ces compétences aux nombres supérieurs à 10 000.

La conception d'une séquence basée sur la relation entre systèmes de numération (oral et écrit en chiffres) et système de mesures permet de prendre conscience de la nécessité de concevoir des activités adaptées au profil des élèves de SEGPA. La comparaison de ces deux systèmes est un moyen efficace pour faire apparaître des analogies et ainsi mettre en évidence les principes généraux de fonctionnement commun en s'appuyant sur des situations quotidiennes et concrètes, mais cela suppose que les élèves soient capables de transférer leurs connaissances d'un domaine à un autre. Or ce sont bien ces capacités de formulation et de transfert des savoirs qui font défaut chez les élèves à besoins éducatifs particuliers.

Références bibliographiques

- BUTLEN, D. (1996). Deux exemples de situations s'adressant à des élèves en difficulté. *COPIRELEM, tome V*, IREM Paris 7.
- CHAMBRIS, C. (2012). Consolider la maîtrise de la numération des entiers et des grandeurs. Le système métrique peut-il être utile ? *Grand N*, 89, 39-69.
- SALIN, M.-H. (1997). Contraintes de la situation didactique et décisions de l'enseignante, In C. Blanchard-Laville (Éd.), *Variations sur une leçon de mathématiques — Analyses d'une séquence : « L'écriture des grands nombres »*. L'Harmattan.
- TEMPIER, F. (2010). Une étude des programmes et manuels sur la numération décimale au CE2. *Grand N*, 86, 59-90.

Manuels

- BLANC, J.-P., BRAMAND, P., DEBU, P., GELY, J., PEYNICHOU, D., VARGAS, A. (2005). *Pour comprendre les mathématiques CMI Cycle 3*. Éditions Hachette Éducation.
- ERMEL (2005). Équipe de recherche en didactique des mathématiques de l'INRP, Ermel - *Apprentissages numériques et résolution de problèmes CMI Cycle 3*. Éditions Hatier.
- FOURTON, J.-C., HERBELO, A., LANOELLE, A., PERRINAUD, J.-C. (2005). *Dimathème 6^e*, Éditions Didier.
- LAGOUTTE, J.-M. (2002). *Formation Mathématiques*. Éditions Nathan Technique.
- MARRON, J.-C. (2001). *Autrement... Maths, SEGPA-EREA, de la 6^e à la 3^e*. Éditions Sylemma Andrieu.

PIERRE, J.-P. (2003). Fichier de remédiation en mathématiques niveau 1. Éditions Scéren, CRDP d'Amiens.

Textes officiels

MEN (2012). *Ressources pour faire la classe, Le nombre au cycle 3, Apprentissages numériques*. Éditions Scéren CNDP.

MEN (2015), Programme d'enseignement du cycle de consolidation (cycle 3). *Bulletin officiel spécial n° 11 du 26 novembre 2015*.