

DES LIENS ENTRE LA CONCEPTUALISATION EN MATHÉMATIQUES ET EN PHYSIQUE

L'exemple du spin de l'électron

Konstantinos GRIVOPOULOS

EA 4671 – ADEF Université d'Aix-Marseille

Résumé. Cet article s'intéresse aux obstacles didactiques causés par le transfert de concepts fondamentaux des mathématiques en classe de sciences. Le concept de « point géométrique » est en effet en œuvre dans la conception quantique de l'électron : or, si les élèves peuvent concevoir un point mathématique comme dénué de dimension, il leur est plus difficile de l'imaginer pour un objet « matériel ». En nous appuyant sur un modèle élaboré à partir des notions didactiques de registre de représentation sémiotique et de cadre de rationalité, nous postulons donc que la conception classique dominante de l'« électron - planète » peut se constituer en obstacle épistémologique et entraîner des ruptures, sources de difficultés dans les processus de conceptualisation.

Mots-clés. Électron, point géométrique, transposition didactique, cadre de rationalité, obstacle épistémologique.

Abstract. This article examines the didactic obstacles that may be caused by the transfer of the basic concepts of mathematics in science class. The concept of a 'geometric point' is actually at stake in the quantic conception of the electron: but if students can imagine a mathematical point without any dimension, it is much more difficult for a 'material' object. Based on a model developed from the didactic concepts of semiotic register and frame of rationality and following a transpositional analysis, we then assume that the dominant classic conception of the "electron-planet" can be an epistemological obstacle and lead to fractures, sources of difficulties in the process of conceptualization.

Key-words. Electron, geometric points, didactic transposition, rationality frame, epistemological obstacle.

Introduction

Pour concevoir leurs modèles explicatifs, les sciences expérimentales s'appuient souvent sur des concepts élaborés en mathématiques. Nous nous intéressons dans cet article à la manière dont les savoirs enseignés puis appris en mathématiques sont transférables en physique. La notion en jeu dans le présent texte est celle de l'électron avec ses propriétés, notamment le spin.

Cette particule, dont l'appellation grecque (ἤλεκτρον) signifie ambre jaune, est considérée par la physique électrodynamique comme élémentaire et parfaitement ponctuelle. Le concept mathématique pouvant contribuer à sa modélisation est le point géométrique.

Dans le cadre de l'enseignement scolaire, le point est rencontré aussi bien en géométrie qu'en algèbre : les points d'une droite, point d'intersection de deux droites, point

correspondant au réel 1, ou à π sur la droite des réels, point $A(x, y)$ du plan, etc. Il est illustré par une marque, tache... notée par une lettre majuscule. En physique, ces usages de la notion de point sont très fréquents. De plus, en dynamique nous parlons de point matériel, une notion abstraite permettant d'assimiler un corps solide ou un système mécanique – quant à son mouvement de translation – à un point, auquel est associée la masse totale m du corps ou du système physique. Là encore, une tache tracée suffisamment épaisse pour faire l'objet principal de notre attention (par exemple, au cours de la résolution d'un exercice) sert à représenter le point matériel. Par conséquent, la représentation graphique de la notion du point géométrique est familière aux élèves.

Cependant, il n'est pas toujours intelligible pour eux de savoir si un point a une certaine épaisseur ou s'il est sans dimension. Le travail de classe aura à anticiper des

« trahisons du genre : ceci n'est pas un point • ou ceci n'est pas une droite — [...]

Il n'est pas du tout trivial que deux droites sécantes aient un seul point commun.

Surtout si l'on essaie d'y réfléchir à partir d'un dessin : la plupart des élèves de 6^e en "voient" plusieurs ! » (Reynès, 1991, p. 74-75).

Les élèves voient souvent le point géométrique comme un trait de crayon avec un petit diamètre. Même au lycée, s'ils sont capables de dire – de répéter si le professeur l'a dit... – qu'un point n'a pas d'épaisseur, de même qu'une droite, on peut supposer qu'ils ne font pas le lien avec la notion de continuité entre les points d'une droite. En définitive, ce n'est peut-être qu'implicitement qu'ils peuvent l'appréhender, car ils tracent la droite d'un coup, de façon non interrompue. D'ailleurs, il est rare que le professeur, notamment en mathématiques, fasse ne serait-ce qu'une ébauche d'institutionnalisation sur la question de la dimension du point ; de ce fait, les élèves peuvent rester sur la perception banale du point comme marque et de la droite comme trace du crayon, et donc leur accorder une (petite) épaisseur.

De la même façon, un électron a pu être vu comme une petite sphère avant que le modèle quantique ne précise qu'un électron n'a pas de dimension. Et, dans ce cas, les élèves, déjà habitués au concept du point matériel, y recourent probablement. Mais il n'est absolument pas certain qu'ils soient conscients de la différence suivante : la masse de l'électron est considérée être effectivement ponctuelle, ce qui revient à dire que cette particule de matière est ponctuelle, alors que la masse d'un corps cohérent (en mécanique du solide) est répartie dans tout son volume. Il est fort probable qu'il ne va pas de soi qu'une quantité de matière puisse, dans le modèle où on l'étudie, ne pas être considérée avoir de volume. La confusion (voire coïncidence) entre la masse et le volume est assez répandue auprès des élèves : « 1 Kilogramme = 1 litre, 1 g = 1 ml ». Des interrogations de ce genre peuvent empêcher sérieusement les élèves de comprendre la conceptualisation du modèle d'électron ponctuel, lors de la mise en place d'un enseignement d'introduction en physique quantique. Les programmes grecs de Terminale scientifique (désormais, notée TS), anciens et récents, incluent cet enseignement.

Selon Malafosse et Lerouge (2000), ces difficultés nécessitent un système de repères pour penser les continuités et les ruptures entre les mathématiques scolaires (où un concept est enseigné) et les sciences expérimentales (où il est transféré). À cet égard, le présent travail se donne pour objectif l'analyse des difficultés dans la transposition du concept de l'électron en tant que porteur de spin, une grandeur physique, inhérente au

micromonde, que nous expliciterons dans la première partie de l'article, consacrée aux connaissances de physique quantique. La deuxième partie, spécifique d'une approche didactique, développe une analyse de sept manuels scolaires de physique et de chimie traitant du sujet de spin, utilisés dans le lycée grec, de 1960 à nos jours. Nous essayons de comprendre la manière dont le concept de point géométrique est transféré en classe de physique : est-ce que le spin s'y présente comme le résultat de l'autorotation d'un électron - boule avec une flèche sur son axe de symétrie ? Ou, au contraire, son enseignement s'appuie-t-il sur sa modélisation quantique moderne ? Nous formulons l'hypothèse que la transposition didactique reste enfermée dans le cadre de rationalité familial. Autrement dit, les manuels se centrent sur l'analogie selon laquelle l'électron tourne sur lui-même et entraîne le spin, tout comme la Terre pivote et produit son moment cinétique. De ce fait, l'apprentissage des caractéristiques du modèle quantique de l'atome échouerait, notamment sa nature probabiliste et la construction de la notion d'orbitale remplaçant celles de couche et sous-couche¹. Le modèle d'analyse des processus de conceptualisation, en inter-didactique des mathématiques et de la physique, que nous décrivons au cours de la seconde partie, nous a paru pertinent. Nous l'appliquons au concept transversal impliqué, le point. En conclusion, nous donnons une synthèse des analyses des manuels et terminons par une discussion relative aux dimensions didactique et épistémologique de ces concepts.

1. Modélisation du concept de spin en mécanique quantique

Selon notre analyse, l'enseignement du concept d'électron s'appuie sur le concept théorique du point. D'après le modèle standard admis en physique des particules, l'électron est modélisé par une particule élémentaire (*i.e.* sans structure interne), parfaitement ponctuelle. Cependant, dans les manuels scolaires que nous analysons ici, la représentation usuelle et récurrente de l'électron est plutôt celle d'une petite boule rigide en rotation, autrement dit, une sphère microscopique effectuant un double mouvement : révolution autour du noyau atomique, et rotation sur elle-même, à la manière de la Terre autour du Soleil et sur elle-même. À l'encontre, quelques rares manuels en développent une représentation plus conforme au modèle standard, que nous explicitons ci-dessous.

1.1 Le modèle planétaire de l'atome et la version quantique

Il est historiquement constaté que le modèle planétaire de l'atome a eu beaucoup de succès. Cette image, simple et habituelle, d'un système solaire miniaturisé est entrée dans les images scientifiques les plus médiatisées, donc les plus connues. Le fait que son « analogie classique » (système solaire et gravitation universelle) s'appuie sur une théorisation mathématique rend la modélisation d'atome très puissante. La raison réside, pour emprunter à Leconte (2012), dans la relation d'isomorphisme qui est instaurée entre les deux modèles : Soleil – noyau, planètes – électrons, gravitation newtonienne – loi d'électrostatique de Coulomb (entre noyau et électrons).

Selon cette ancienne perspective, le mouvement des corps (du monde céleste au plus léger atome) ne serait aucunement incertain pour une intelligence qui connaîtrait, à un moment donné, toutes les forces dont la nature est animée, affirma Pierre-Simon de

¹ En effet, le travail de thèse de l'auteur (Grivopoulos, 2014) a pu confirmer cette conjecture, chez des lycéens grecs qui continuent à envisager le modèle quantique en termes classiques.

Laplace, en 1814 (Essai philosophique sur les probabilités).

Désormais, la matière, considérée jusqu'au début du XX^e siècle comme seulement corpusculaire, révèle aussi, d'après les travaux de Louis de Broglie (1925), des propriétés ondulatoires. La nature est dorénavant soumise à des lois physiques probabilistes. D'après cette approche fondamentalement nouvelle,

« au lieu de pouvoir affirmer que le corpuscule se trouve, à l'instant t , en un point A [...] on peut seulement dire qu'il existe une certaine probabilité de le rencontrer en ce point, et qu'il est plus ou moins probable de le rencontrer en A plutôt qu'en un autre point B [...]. » (Pullman, 1995, p. 342).

Dans l'histoire des sciences, les modèles scientifiques sont nécessairement réfutables, nous a appris Popper (1990). Johsua et Dupin (1993) précisent qu'un modèle scientifique

« s'étend de la représentation presque figurative à celui de la mise en relation de concepts d'un haut degré d'abstraction. » (*ibidem*, p. 15).

La physique et les autres sciences expérimentales utilisent amplement des modèles mathématiques des phénomènes étudiés. Par ailleurs, l'épistémologie contemporaine s'est affranchie de la

« conception "matérialiste applicationniste" selon laquelle les mathématiques ne seraient que l'expression un peu formelle des réalités physiques, autrement dit, les mathématiques seraient quelque part des évidences matérielles (re)formulées en termes abstraits. » (Bloch, 2014, p. 19).

Johsua et Dupin (*ibid.*) reprennent Halbwachs (1974) pour qui le modèle constitue une

« construction théorique, comprenant des notions de base définies les unes par rapport aux autres, au moyen d'énoncés qui introduisent entre elles des relations. » (*ibidem*, p. 16).

Ainsi, un modèle prend en compte un certain nombre de variables et peut définir des relations mathématiques entre elles. En ce sens, le modèle est calculable. Sa validité repose sur la comparaison des valeurs ainsi calculées et des valeurs mesurées par l'expérimentation. Par exemple, le modèle de l'électron – aimant élémentaire (nous y reviendrons) explique les doublets d'électrons dans l'atome. En résumé, la modélisation, selon Gonthier cité par Bloch (*ibidem*, p. 22), désigne un processus conceptuel permettant de passer de la réalité à un « schéma » de cette réalité qui tend vers l'abstraction et qui est construit dans un « horizon de réalité », plus ou moins abstrait. Ce schéma imparfait alimente le raisonnement abstrait pour l'élaboration des connaissances, ajoute Bloch.

1.2 La notion de spin de l'électron

Dans le monde quantique, la notion de spin est fondamentale. Tout d'abord, en physique classique, à chaque corpuscule de masse m et de charge électrique q , nous attribuons un moment magnétique μ , une grandeur physique vectorielle par laquelle on peut interpréter l'interaction entre ce corpuscule et un champ magnétique. Le moment magnétique de ce corpuscule est généré par son moment cinétique L , dû soit à une rotation le long d'une orbite autour d'un centre, soit à une rotation sur lui-même (autorotation). Dans le premier cas, le moment magnétique μ et le moment cinétique orbital L sont liés par l'expression :

$$\boldsymbol{\mu} = \frac{q}{2m} \mathbf{L} \quad (\mathbf{L} \text{ en kg}\cdot(\text{m}^2/\text{s}) = \text{J}\cdot\text{s} ; \boldsymbol{\mu} \text{ en A}\cdot\text{m}^2)^2.$$

Par exemple, le moment magnétique orbital pour un électron classique – supposé graviter, selon le modèle planétaire de l'atome, autour du noyau – vaut :

$$\boldsymbol{\mu} = \frac{-|e|}{2m} \mathbf{L}$$

où e la charge élémentaire, $e \approx 1,6 \cdot 10^{-19}$ Coulomb.

La charge de l'électron étant négative, $\boldsymbol{\mu}$ et \mathbf{L} sont antiparallèles, comme l'illustre la figure suivante :

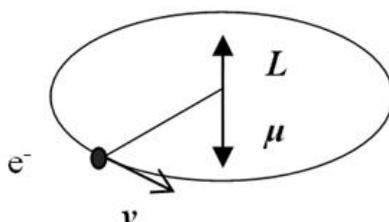


Figure 1. Le moment magnétique orbital $\boldsymbol{\mu}$ de l'électron, dû au mouvement orbital, a un sens opposé à son moment cinétique \mathbf{L} , \mathbf{v} étant sa vitesse instantanée, tangente à son orbite autour du noyau.

Dans le cas où le corpuscule effectue une rotation autour de son axe de symétrie (cf. fig. 2), le moment magnétique $\boldsymbol{\mu}$ s'associe au moment cinétique \mathbf{L} comme suit :

$$\boldsymbol{\mu} = \frac{q}{2m} \mathbf{L}$$

où \mathbf{L} indique le moment cinétique intrinsèque de la particule classique imputable à son autorotation (au sens d'une toupie). En d'autres termes, \mathbf{L} résulte de la superposition des moments cinétiques orbitaux élémentaires \mathbf{L}_i des masses élémentaires m_i :

$$m = \sum_i m_i \text{ et } \mathbf{L} = \sum_i \mathbf{L}_i$$

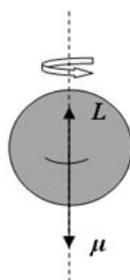


Figure 2. Le moment magnétique $\boldsymbol{\mu}$ de l'électron « classique », dû au mouvement d'autorotation, a un sens opposé à son moment cinétique \mathbf{L} .

2 kg = kilogramme ; m = mètre ; s = seconde ; J = Joule ; A = Ampère.

D'après la mécanique quantique moderne (1926), le moment cinétique de l'électron est quantifié : $L = \sqrt{l(l+1)} (h/2\pi)$, ou $L = \sqrt{l(l+1)} \hbar$, avec l un entier naturel, dit nombre quantique orbital et \hbar la constante de Planck, $\hbar = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J·s.

L'électron de l'atome d'hydrogène a, dans son état fondamental, $l = 0$, donc $L = 0$ et $\mu = 0$. Il en est de même pour l'électron externe de l'atome de l'argent. La signification physique de ce fait est que les atomes d'argent ne devraient normalement subir l'influence d'aucun champ magnétique. Cependant, en 1922, lors d'une expérience dans laquelle un faisceau d'atomes d'argent passait dans un champ magnétique très irrégulier, Stern et Gerlach se sont rendus compte d'une séparation du faisceau en deux, tandis qu'aucune déviation n'aurait dû être observée. Ils ont alors calculé un moment magnétique, ou plutôt sa composante μ_z parallèle au sens du champ magnétique :

$$\mu_z = \frac{e}{2m} \hbar \quad \text{ou} \quad \mu_z = 2 \frac{e}{2m} \left(\frac{1}{2}\right) \hbar$$

L'existence effective d'un moment magnétique ne peut pas être interprétée par le moment cinétique orbital de l'électron externe de l'argent (pour lequel la théorie anticipe $l = 0$ et donc $\mu = 0$, comme nous l'avons précédemment vu). Les travaux qui ont suivi ont, enfin, permis de surmonter cette contradiction par le fait d'admettre un observable de nature purement quantique : le moment cinétique de spin S , ou plus simplement « spin ». Il s'agit d'une grandeur physique désormais attribuée à toutes les particules et qui contribue, avec le moment cinétique orbital, au moment magnétique μ .

Quant à l'électron, le spin prend deux valeurs, soit : $S = \pm \frac{1}{2} \hbar$, en unité Joule·seconde, à savoir en unité de moment cinétique. Par conséquent, la formule suivante donne le moment magnétique μ imputable au spin :

$$\mu = -2 \frac{|e|}{2m} S$$

Bien que le spin soit comparable à un moment cinétique intrinsèque, l'analogie classique renvoyant à une autorotation, à la manière de la Terre autour de son propre axe, est très limitée : l'électron étant ponctuel, il n'y a pas de sens à parler d'un point qui tourne sur lui-même. L'idée d'attribuer un spin à chaque particule, même électriquement neutre, comme le neutron, a été dictée par l'influence des champs magnétiques sur la trajectoire des particules les parcourant. C'est donc une décision relevant de la théorie physique considérée, c'est-à-dire une modélisation ayant pour but de rendre compte des effets magnétiques constatés.

1.3 Le spin et l'orbitale

Pour récapituler, le spin constitue une grandeur fondamentale de la nature, comme la masse, la charge, etc. qui est présente même quand la particule est immobile. Bien que nous, les enseignants de physique, ayons plus ou moins la conception d'une Terre en rotation, le spin des particules doit être pensé uniquement dans le cadre de la mécanique quantique. Comme le souligne Davies (1996), le spin

« présente des caractéristiques sans contrepartie dans le monde macroscopique. Par exemple, si l'axe de spin tourne de 360° , la particule ne retrouve pas son état initial : pour cela il faut qu'elle tourne de 720° . [L'axe du spin] doit soit pointer dans [telle] dimension, soit dans la dimension opposée, mais jamais entre les deux. » (*ibid.*, p. 82).

Un autre effet du spin est manifeste au cours de l'interaction entre le champ magnétique qu'il génère et le champ orbital de l'électron fourni par sa rotation autour du noyau. La direction du spin

« est soit parallèle, soit antiparallèle au champ orbital. Il y a un gain d'énergie à s'aligner antiparallèlement car les pôles magnétiques nord sont attirés par les pôles sud. Il y a donc un écart d'énergie, faible mais mesurable, entre les électrons dont le spin est parallèle et ceux dont le spin est antiparallèle au champ orbital. » (Davies, *ibid.*, p. 83).

Quant à la répartition des électrons en niveaux d'énergie dans l'atome, Pauli énonça en 1925 son principe d'exclusion, en vertu duquel un ou deux électrons au plus

« peuvent occuper le niveau le plus bas (avec des spins opposés). Une fois ce niveau rempli, les électrons suivants doivent occuper les niveaux supérieurs, remplissant successivement des couches superposées. » (Davies, *ibid.*, p. 85).

Dans la nature – plus exactement dans un espace à N dimensions où $N \geq 3$ –, les particules sont clivées, selon leurs valeurs de spin, en deux types : fermions (spins de valeur demi-entière de \hbar : électron, proton...) et bosons (spins de valeur entière de \hbar : photon, gluons...). Enfin, la représentation du spin de l'électron, ce qui nous préoccupe dans cet article, varie selon les différents manuels scolaires, comme nous le verrons plus bas. Dans les ouvrages universitaires, les deux valeurs de spin sont illustrées, de manière conventionnelle, par une flèche verticale soit vers le haut (*spin-up*, cf. fig. 7b), soit vers le bas (*spin-down*, cf. fig. 7a).

Passons maintenant à la **notion d'orbitale**, notion indissociable du modèle d'atome probabiliste dans lequel s'inscrit notre position épistémologique. En mécanique quantique, on ne peut pas représenter graphiquement ni l'électron, ni sa trajectoire. Ce que nous connaissons est la probabilité de le localiser en un point de l'espace, autour du noyau. On peut aussi calculer son énergie – qui ne prend que des valeurs discrètes, car non continue – en fonction de sa distance au noyau. La théorie quantique décrit un électron en état stationnaire (*i.e.* à un niveau d'énergie précis) par un quadruplet de nombres quantiques (n, ℓ, m_ℓ, m_s) qui sont des entiers (excepté le dernier) sans dimensions :

- n , nombre quantique principal qui détermine les niveaux d'énergie de l'électron et donc sa distance au noyau ($n = 1, 2, 3, \dots$) ;
- ℓ , nombre quantique secondaire ou azimutal qui définit la forme et la symétrie de l'orbitale ($\ell = 0, 1, 2, \dots, n - 1$. Historiquement, ces états sont symbolisés par les lettres issues de la spectroscopie : *s, p, d, f, \dots*, respectivement) ;
- m_ℓ , nombre quantique magnétique qui prend $2\ell + 1$ valeurs entières, $-\ell \leq m_\ell \leq +\ell$, pour une valeur donnée de ℓ . Un triplet (n, ℓ, m_ℓ) donné détermine l'orbitale. « Remplaçant » l'orbite géométrique du modèle planétaire d'atome, une orbitale est définie comme une fonction mathématique qui permet de calculer la probabilité de localiser l'électron à un point de l'espace autour du noyau. À titre d'exemple, (1, 0, 0) signale l'orbitale 1s, tandis que (2, 1, -1) signale la $2p_x$, et ainsi de suite (Kane et Sternheim, 1984, p. 643-644 ; cf. aussi §3.5, tableau 2) ;
- m_s , nombre quantique associé au moment cinétique de spin \mathcal{S} . Deux valeurs sont possibles : $m_s = +\frac{1}{2}$ ou (conventionnellement) spin vers le haut ; $m_s = -\frac{1}{2}$ ou spin vers le bas. Ceci signifie qu'à chaque orbitale correspondent aucun ou un ou deux électrons, au maximum dont les spins sont opposés. Dans ce dernier cas, les électrons appariés sont représentés comme suit : ($\uparrow\downarrow$).

En effet, le sens physique de l'orbitale est qu'elle précise, par le triplet (n, ℓ, m_ℓ) , un état quantique caractérisant deux électrons au plus, de spins opposés. Ces électrons, considérés comme des aimants droits élémentaires, génèrent des champs magnétiques opposés. De ce fait, les forces électromagnétiques d'attraction entraînées entre ces électrons permettent leur appariement (cf. fig. 6, plus longuement). Les lieux dans l'espace proche du noyau qui correspondent à ces états quantiques, ou orbitales, « hébergeant » les électrons, prennent différentes formes géométriques : des sphères (le cas des orbitales s), des lobes (orbitales p), etc. Ainsi, leur orientation par rapport aux axes x, y, z est déterminée par le nombre quantique magnétique, m_ℓ .

2. Modèle d'analyse des processus de conceptualisation en inter-didactique des mathématiques et de la physique

Malafosse (1999 ; 2000 ; 2003) et Lerouge (1992 ; 1993 ; 2000) ont élaboré un modèle inter-didactique des mathématiques et de la physique visant à éclaircir les processus de conceptualisation mis en œuvre dans ces deux disciplines. Le premier auteur mentionne les trois sources de la conceptualisation en précisant que les conceptions d'un élève

« apparaissent comme le produit d'interactions avec les objets matériels de la réalité, avec les concepts scientifiques (*via* la médiation didactique) et avec les concepts familiers (*via* la médiation sociale). » (Malafosse, 2003, p. 187).

Articulé autour des notions de registre sémiotique et de cadre de rationalité, ce modèle théorique permet une analyse des stratégies d'enseignement et d'apprentissage en termes de continuités et de ruptures de rationalité à propos d'un concept transversal, tel que la droite, le vecteur, le point, le différentiel, etc.

Dans un récent article, Bloch (2014) suggère de relier l'enseignement des mathématiques aux sciences expérimentales. D'après Malafosse, Lerouge et Dusseau (2000a),

« les mathématiques et la physique sont considérées depuis près d'un siècle comme des matières d'enseignement complémentaires et à coordonner. » (*ibidem*, p. 86).

Ces auteurs mettent en évidence les liens forts entre les programmes scolaires de mathématiques et de physique tels qu'ils émergent des instructions institutionnelles françaises. À titre indicatif, le programme de TS recommandait, à propos de l'étude des fonctions, de s'appuyer

« conjointement sur les interprétations graphiques $y=f(x)$, électriques (signaux relatifs à l'évolution d'une intensité, d'une différence de potentiel...) et biologiques (évolution d'une population, d'un taux de concentration...). » (Bulletin Officiel de l'Éducation Nationale, 1994, cité par Malafosse *et al.* 2000a, p. 83).

Plus récemment, la direction française de l'enseignement scolaire vient de publier un document destiné à l'ensemble des professeurs de mathématiques, physique-chimie et sciences de l'ingénieur : ce document vise à faire connaître les différences de présentation et d'interprétation de certaines notions selon les disciplines. Il est disponible sur le site de l'Inspection Générale de mathématiques³

De manière analogue, dans les documents d'accompagnement propres à l'enseignement des sciences physiques en Grèce, sont répertoriés les notions et outils mathématiques

³ igm.maths.org/spip/spip.php?article253

transposables en physique, tels que la représentation graphique de la droite et de son inclinaison, les propriétés des vecteurs et leurs règles d'opérations, etc. De même, en chimie sont attendues des capacités relatives aux expressions arithmétiques et algébriques (dans les domaines de l'oxydoréduction, de la stœchiométrie, etc.), au calcul de pourcentages (pour la concentration des solutions), à la symétrie et la géométrie de l'espace (stéréochimie et effets d'isométrie), etc.

2.1 Registre de représentation sémiotique

Cette notion a été introduite par Duval (1993, 1995) en didactique des mathématiques, avec pour objectif d'étudier les processus de conceptualisation des objets mathématiques chez l'apprenant. Privés de réalité matérielle, ces objets doivent être appréhendés par le truchement de représentations mentales et sémiotiques. Si les premières correspondent aux conceptions de l'individu sur un objet mathématique, les secondes renvoient à des productions à la base de signes appartenant à un système (sémiotique⁴) de représentation qui se caractérise par ses propres contraintes de fonctionnement. Ces systèmes de signes sont appelés par Duval des registres de représentation sémiotique. Ainsi, les types de langage naturel, formel et gestuel, les figures, les équations, les graphes, la géométrie vectorielle, etc. constituent bien des registres sémiotiques. Bien évidemment, un objet mathématique peut revêtir plusieurs représentations sémiotiques. D'après l'auteur, tout système de signes muni des trois fonctions cognitives suivantes désigne un registre sémiotique :

- la fonction de communication d'une représentation identifiable, conforme à des règles données qui régissent l'usage de ses signes, au sein du registre de référence. En effet, l'expression $3 + 20 : 5$ est bien formée, alors que l'écriture $7 - : (-2) + 9$ n'est pas conventionnelle sous le prisme du registre arithmétique ;
- la fonction de traitement, assurant la transformation de la représentation dans le registre même où elle a été formée. Par exemple, dans le registre algébrique, on applique l'identité algébrique $(a + b)^2$ comme suit : $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$;
- la fonction d'objectivation, associée aux activités de conversions de registres. À titre illustratif, l'énoncé verbal du théorème de Pythagore (registre du langage naturel) se convertit en la formule $BC^2 = AB^2 + AC^2$, ABC étant un triangle rectangle en A (registre algébrique).

La condition de mise en œuvre coordonnée des divers registres, que l'auteur qualifie de congruence sémantique, est étroitement liée à la construction des connaissances. En effet, Duval (1993) souligne que

« la compréhension (intégrative) d'un contenu conceptuel repose sur la coordination d'au moins deux registres de représentation, et cette coordination se manifeste par la rapidité et la spontanéité de l'activité de conversion. » (*ibidem*, p. 51).

Malgré tout, par un effet de cloisonnement des registres, les élèves se contentent souvent d'une approche mono-registre, constatent Malafosse et al. (2000, p. 81).

2.2 Cadre de rationalité

Il s'agit d'une modélisation de la dialectique entre le familier et le culturel, dans la conceptualisation scientifique. Fondée sur la notion d'homomorphisme entre réel et représentation (Vergnaud, 1981, 1990, 1995) cette élaboration prend en compte la

4 Sémiotique (la) : science des modes de production, représentation et perception des différents systèmes de signes de communication.

triangulation matérielle, mentale et culturelle des objets (Bunge, 1983), la dualité spontanée et scientifique de la conceptualisation (Vygotski, 1934), la dualité pragmatique et intellectuelle de la validation (Balacheff, 1988) et, enfin, les fonctions des registres sémiotiques déjà évoquées dans les apprentissages scientifiques.

Un cadre de rationalité est défini comme

« un ensemble cohérent de fonctionnement de la pensée [familiale ou culturelle] caractérisé par quatre composantes : son monde d'objets, ses champs de concepts, son mode de rationalité, et ses registres de signifiants. » (Malafosse *et al.*, 2000b, p. 4).

Plus précisément, la première composante, le monde d'objets, inclut l'ensemble des objets conceptuels sur lequel porte la conceptualisation. La deuxième renvoie aux processus de conceptualisation (familier ou scientifique), tandis que par « mode de rationalité » sont entendus les règles de raisonnement et les processus de validation à l'intérieur du cadre examiné. Enfin, les registres de signifiants ont trait aux registres sémiotiques qui servent de support à la conceptualisation et à la communication. Par conséquent, en mathématiques deux cadres de rationalité en interaction régissent les processus de conceptualisation : le cadre familial, propre au milieu socioculturel de l'élève et activé en classe, et le cadre institutionnel de la discipline scolaire des mathématiques, construit en classe. Au sein de la physique, tous deux sont modulés par un troisième, le cadre de rationalité de physique.

Avant d'illustrer de manière appropriée ces propos, il convient de déterminer le concept mathématique transversal par rapport auquel nous développons cette approche. La physique moderne opère

« sur des objets théoriques, qui ne sont pas donnés en tant que tels par l'expérience », remarque Marage (2007) qui poursuit :

« l'un de ces objets théoriques se rapporte à un proton, un autre à un électron [...]. Mais en même temps, nous sommes tenus de ne les manipuler que dans le cadre que veut bien nous autoriser la théorie. » (*ibidem*, p. 10).

Or, en électrodynamique quantique, l'électron – qui nous préoccupe ici en tant que porteur de spin – est modélisé, quant à sa nature matérielle, par une particule élémentaire (*i.e.* sans structure interne), parfaitement ponctuelle (*i.e.* sans dimension mesurable). De ce fait, nous envisageons tout naturellement le point géométrique comme concept transversal de départ. D'ailleurs, la mécanique quantique cherche à évaluer la probabilité de localisation de l'électron dans un élément de volume infinitésimal, autour du noyau d'atome. Certes, l'enseignement du spin nécessite également le concept du vecteur (et au-delà le calcul vectoriel), pour lequel, néanmoins, un autre travail est à mener.

En revenant au concept de point géométrique, le tableau 1 qui suit synthétise – à la manière de Malafosse *et al.* (2000a) dont nous prolongeons les travaux en nous appuyant également sur les formes de raisonnement répertoriées par Oléron (1989) – les divergences entre les trois cadres de rationalité imbriqués. Comme nous le verrons à la section suivante, avec des exemples précis, la plupart des manuels grecs analysés recourent au cadre de rationalité familial, lorsqu'il s'agit d'aborder le concept de l'électron.

2.3 Différences de conceptualisation dans les trois cadres à propos du concept de point

	Monde d'objets	Processus de conceptualisation	Règles de raisonnement et de validation	Registres de signifiants
Cadre de rationalité familier	<ul style="list-style-type: none"> • Matériel : tache marquée par le stylo à bille, touche « point » du clavier, rond-point, point de penalty, etc. ; • Virtuel : «Google Earth», coordonnées GPS⁵, etc. 	Ascendant : de l'objet matériel au signe qui le représente	Recours à l'empirie ; Raisonnements (non rigoureux) intuitif, analogique, transductif, assertorique ; Fréquence de répétition ; Constat figural	Figures géométriques et dessins de l'ordre du sens commun
Cadre de rationalité des mathématiques	<ul style="list-style-type: none"> • Géométrie idéal : un point d'épaisseur nulle, l'élément constituant de la droite des réels, du plan ou de l'espace, déterminé par les coordonnées (x, y, z), associées par bijection à ce point ; • En mathématiques pures : un point est un élément quelconque d'un ensemble appelé « espace » (métrique, topologique, etc.) 	Descendant : du signe abstrait à l'objet idéal	Démonstration ; Raisonnement déductif (déduction logique, raisonnement par l'absurde) ; Raisonnement inductif (induction complète, raisonnement par récurrence) ; Raisonnement abductif (approche hypothético-déductive, présomption) ; Coexistence de plusieurs théories validées (géométries euclidienne, hyperbolique...)	Figures géométriques, mais qui renvoient aux signifiés idéels de la culture mathématique

5 Une fois les coordonnées GPS (*Global positioning system*) d'un emplacement affichées, l'utilisateur l'identifie et le réduit, de manière spontanée, à un « point ». Par exemple, le Musée national de la marine, à Paris, constitue un « point de rencontre » des amoureux de la mer. C'est dans ce sens que nous avons inclus ces modalités du monde d'objets dans le cadre familier, bien que leur logique relève du cadre des mathématiques.

<p>Cadre de rationalité de physique</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Idéal : point géométrique de l'espace auquel se réduit le volume élémentaire $dV = dx dy dz$ ou $dV = r dr d\theta dz$, etc. En dynamique, le « point matériel » sert de point d'application de toutes les forces ; • Métrologique : toute marque graphique du plan des grandeurs physiques X, Y (telles que tension U - intensité I ; température T - pression P ($V = cte$) ; temps t - vitesse $v...$) 	<p>Descendant :</p> <ul style="list-style-type: none"> • Du signe abstrait à l'objet physique ; • Du couple des valeurs mesurées (x, y) au signe abstrait du plan X, Y et puis à l'objet idéal qui satisfait la loi établie $Y = f(X)$ 	<p>Démarche hypothético-déductive (observation, questionnement, hypothèses, validation expérimentale, modélisation synthétique) ;</p> <p>Déduction et induction logiques ;</p> <p>Déterminisme causal et prédictibilité / probabilisme et incertitude ;</p> <p>Théorie unique englobante ;</p> <p>Réfutabilité</p>	<p>Point graphique (de données) : figures géométriques de type marque, aire ou barres d'erreur () déterminées par la marge d'erreur dans le mesurage expérimental des grandeurs</p>
--	--	---	--	--

Tableau 1. *Conceptualisations dans les trois cadres à propos du concept de point.*

Remarquons tout d'abord que le cadre de rationalité familier se trouve radicalement en rupture avec les deux autres. Ensuite, on peut identifier des ruptures dans les processus de conceptualisation (spontanée *versus* scientifique), ainsi que dans les processus de raisonnement (assertorique *versus* apodictique, selon une formulation bachelardienne) et de validation (constat figural *versus* démonstration mathématique et validité expérimentale). En fin de compte, si les figures géométriques interviennent dans les trois cadres considérés et assurent de fait une sorte de continuité de registres sémiotiques au niveau des signifiants, elles ne correspondent aucunement aux mêmes signifiés : dans le cadre familier, le point est assimilé à la tache tangible d'une surface arbitraire, mais aucun lien avec le concept mathématique du point n'est établi ; dans le cadre mathématique ou le cadre physique, le point prend un statut respectivement d'objet idéal ou de signe conventionnel, que la tache de mesure sert à conceptualiser. Or, parmi les différents cadres de rationalité qui interviennent durant la phase de la décontextualisation du concept transversal (depuis les mathématiques) et de sa recontextualisation (en physique), celui relevant du sens commun se révèle en forte opposition avec les cadres de rationalité scientifiques.

C'est parce que l'analyse des manuels s'effectuera aussi en termes d'obstacles épistémologiques, que nous rappelons brièvement cette notion, ci-après.

2.3 Obstacle épistémologique

Avec l'objectif d'analyser les conditions psychologiques du savoir scientifique, Bachelard (1938/2004) soutient la thèse épistémologique que la science progresse par le franchissement des préjugés, croyances, assertions, etc., faisant office de connaissances antérieures qui procurent des réponses familières (de l'ordre du sens commun) aux

questions posées. Ces connaissances fausses constituent, essentiellement, pour l'esprit scientifique des

« causes de stagnation et même de régression [...] causes d'inertie »
(Bachelard, *ibidem*, p. 15),

que l'auteur appelle des obstacles épistémologiques. En réalité, il ne s'agit simplement pas d'erreurs ni de difficultés dans la résolution d'un problème, pour lequel les moyens pour des solutions sont déjà disponibles au plan théorique (El Bouazzaoui, 1988), mais des habitudes intellectuelles, des expériences primitives sans critique, des connaissances fortement généralisées, des images familières, des routines, des préjugés métaphysiques d'origine socioculturelle et psychologique enracinés dans l'inconscient. Le dépassement de ces troubles exige

« une restructuration de la connaissance et un changement important de point de vue »
(*ibidem*, p. 32-33).

Pour concrétiser la notion d'obstacle, nous en donnons un exemple. En sciences physiques, la connaissance unitaire et pragmatique fait obstacle à la pensée : l'intuition d'une Nature (tantôt Lumière, tantôt Ciel, etc.) homogène et harmonique est soulevée, par l'esprit préscientifique, en principe d'explication générale. Cette croyance conduit à « poser une surdétermination » que vient masquer la détermination. À la suite du surdéterminisme, de nombreux expérimentateurs concluent à une corrélation universelle des phénomènes, d'où l'idée de l'astrologie.

Bachelard envisage doublement l'étude des obstacles épistémologiques : dans le développement historique de la science, mais aussi dans la pratique de l'éducation. Selon son point de vue, l'élève, avant de bénéficier d'un enseignement en sciences, dispose déjà des connaissances empiriques qu'il peut dépasser grâce à l'éducation. Cependant, dans le système didactique apparaissent souvent des « obstacles d'origine didactique » (Brousseau, 1978) qui semblent dépendre d'un choix de transposition didactique ou d'un projet du système éducatif. Nous aurons l'occasion de repérer des obstacles épistémologiques et didactiques, suite à l'analyse des manuels traitant du concept du spin électronique.

Après avoir constitué le cadre didactique dans lequel nous nous plaçons, nous allons maintenant exposer la transposition externe du savoir visée, c'est-à-dire, comment la notion de spin se convertit de savoir de référence (produit par les physiciens) à un savoir à enseigner.

3. La notion de spin à travers les manuels de physique et chimie en Grèce

Les modèles quantiques (de Bohr et probabiliste) de l'atome étant suffisamment abordés dans les programmes de physique et de chimie⁶ de l'enseignement secondaire grec (Lycée, élèves de 15-18 ans), nous nous attachons à exposer sommairement la transposition didactique de la notion de spin électronique, à partir d'un corpus de sept manuels scolaires dont les deux premiers sont assez anciens. Pour rappel, nous présumons que le spin de l'électron est censé constituer l'analogue du moment cinétique d'un corps solide en autorotation (Terre, toupie, etc.). Il est à noter que les manuels grecs ici analysés ont été utilisés dans un intervalle de temps de quelques années chacun

6 La physique et la chimie constituent deux disciplines distinctes du point de vue des programmes, des manuels, des épreuves et évaluations, de l'emploi du temps et même parfois des enseignants.

par l'institution scolaire, avant d'être remplacés. Nous précisons ci-dessous les contextes de leur utilisation.

3.1 Le manuel « Éléments de physique nucléaire » de 1960

Dans ce manuel paru chez la Librairie Prométhée et destiné aux élèves de TS, la deuxième partie, « Physique atomique », contient un chapitre (proposé à l'étude facultative) intitulé « Les quatre nombres quantiques ». Le paragraphe « Le troisième nombre quantique » relate :

« [...] certaines données expérimentales, notamment autour des spectres comme les dédoublements dans les raies jaunes du sodium, n'avaient pas pu trouver leur interprétation, malgré l'introduction des nombres quantiques n et ℓ . En 1925, Goudsmit et Uhlenbeck ont proposé que l'électron effectue [simultanément à sa révolution autour du noyau] une rotation sur lui-même, comme la Terre qui gravite autour du Soleil et à la fois tourne sur elle-même (une sorte de toupie). Cette rotation entraîne un moment cinétique appelé spin, dont la valeur a été définie de $\frac{1}{2} \cdot h/2\pi$. [...] »

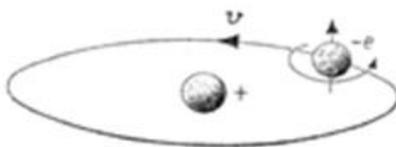


Figure 3. L'électron en mouvement autour du noyau présente en plus une rotation sur lui-même par rapport à l'axe qui passe par son centre. »

Nous remarquons que ce manuel adopte l'analogie mécaniste électron – Terre pour attribuer le spin à la rotation de l'électron sur lui-même.

3.2 Un manuel de chimie de 1987

Ce manuel de chimie, prescrit pour le programme de la TS de 1987, discute dans le chapitre 4 de la première partie, « Chimie inorganique », le secteur suivant : « Théorie électronique de la valence – Liaisons chimiques ». En référence à la théorie de la liaison covalente de Lewis et Langmuir, il est précisé :

« Lors de la formation de la liaison covalente, des atomes dont la couche externe retient de 1 à 4 électrons ont tous leurs électrons avec leurs spins parallèles. De ce fait, il y a répulsion entre ces électrons qui apparaissent comme célibataires et non pas appariés. Au contraire, si l'atome contient plus de 4 électrons dans la couche externe, alors les vecteurs de spin à partir du cinquième électron sont opposés à ceux des quatre premiers électrons. Ainsi, les cinquième, sixième, septième et huitième électrons forment des doublets d'électrons avec les quatre premiers. [...] La liaison covalente s'établit lors de la conjonction de deux électrons célibataires aux vecteurs de spin opposés, qui appartiennent à deux atomes du même élément ou non. Cette conjonction s'effectue en raison des rotations opposées des électrons ayant leur spin différent, ce qui produit des champs magnétiques opposés autour de ces électrons.

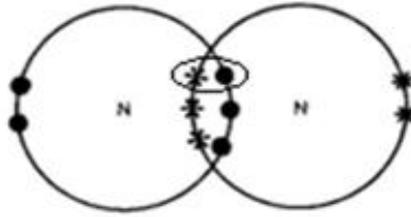


Figure 4. Dans le diazote N_2 la liaison covalente implique le partage équitable de trois électrons, pour la formation de trois doublets d'électrons communs.
 [Nous avons matérialisé par l'ellipse pointillée un doublet qui renferme deux électrons appartenant à la fois aux deux atomes]. »

Pour ce livre également, l'électron tourne autour du noyau et sur lui-même. Les deux sens possibles de cette autorotation engendrent les deux sens opposés du spin.

3.3 Le manuel du programme de physique de 1998

Le manuel « Physique » des classes de Première (toutes séries confondues), conçu pour les programmes de 1998, ne traite pas non plus du thème de l'atome, mais dans son troisième chapitre « Interactions magnétiques » il nous est fourni, au paragraphe « Le magnétisme et la structure de la matière », l'explication microscopique de ce phénomène. Dans le sous-paragraphe « Le mouvement des électrons, origine du magnétisme », les auteurs écrivent :

« Selon le modèle atomique, chaque électron pivote à la fois autour du noyau et sur lui-même comme une « toupie », il exécute donc un mouvement analogue à la rotation journalière de notre planète. [...] l'origine principale du magnétisme est la rotation des électrons sur eux-mêmes, ce qui est de manière universelle appelé spin. [...] »

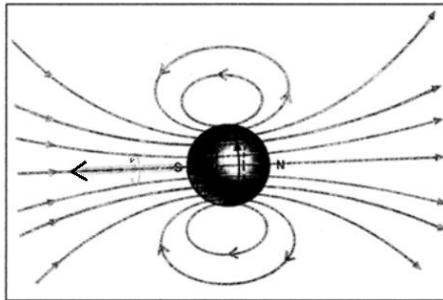


Figure 5. Rotation de l'électron sur lui-même.
 [Remarquez qu'ici, l'axe de rotation est placé horizontalement].

Certes, le modèle d'un électron en rotation sur lui-même étant très mécaniste, la physique quantique moderne ne l'admet pas. Toutefois, l'existence d'un moment magnétique associé aux particules élémentaires est de nos jours amplement admise et témoigne d'un certain mouvement intrinsèque rotatif. »

Nous constatons que quarante ans après l'apparition du premier manuel de notre corpus (cf. §3.1), le mouvement mécaniste de l'électron est aussi évoqué dans ce livre. Bien qu'il soit souligné que la physique moderne rejette ce modèle, le terme « mouvement rotatif », utilisé même dans un contexte de physique quantique, réapparaît.

3.4 Le manuel de chimie de 1999

Le manuel intitulé « Chimie », destiné aux élèves de TS en 1999, débute par le chapitre 1 « Structure d'atomes et de molécules, Tableau périodique ». Dans le paragraphe « Nombres quantiques et orbitales », après la description des trois premiers nombres quantiques, est introduite la figure 6 (ci-dessous) illustrant l'alinéa suivant :

« L'électron pivote sur lui-même soit dans le sens des aiguilles d'une montre, soit dans le sens inverse. Cette rotation engendre un champ magnétique dont l'existence a conduit à la démonstration expérimentale de cette propriété de l'électron. L'introduction d'un quatrième nombre quantique a été proposée en vue de la description de ce pivotement. De fait, le nombre quantique de spin (spin = rotation sur soi-même), noté par m_s , peut obtenir les deux valeurs suivantes : $m_s = + 1/2, - 1/2$.

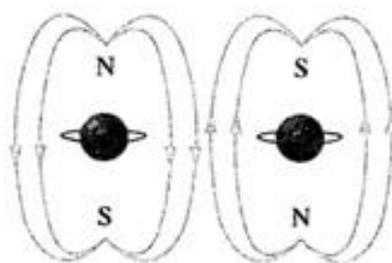
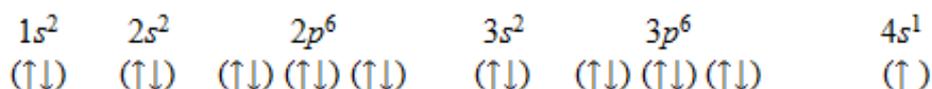


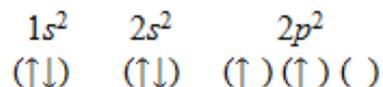
Figure 6. La rotation de l'électron sur lui-même engendre un champ magnétique.

[...] De quelle manière procède-t-on à la répartition des électrons dans les orbitales ? À l'aide de la règle de Hund, selon laquelle la répartition des électrons dans les orbitales d'une sous-couche mi-remplie doit favoriser les arrangements comportant le plus grand nombre de spins parallèles. Autrement dit, avant la formation de doublets d'électrons dans une sous-couche ($p, d...$) il faut utiliser, et remplir avec un électron, le plus grand nombre possible d'orbitales. Ce mode d'occupation des orbitales contribue à la stabilisation énergétique.

[...] Pour signaler la différence entre les doublets d'électrons et les électrons célibataires, il est employé la symbolisation suivante :



Chaque paire de parenthèses () représente une orbitale, alors que les flèches indiquent les [spins des] électrons. L'orientation de chacune des flèches correspond au spin de l'électron. [...] Dans l'atome de carbone ($Z = 6$) les orbitales sont remplies comme suit :



[...] »

La position prise par ce manuel est bidimensionnelle : l'électron en autorotation, selon le modèle ancien ; les spins électroniques pour chaque orbitale, sans aucune représentation de l'électron lui-même, conformément au modèle quantique. Néanmoins, les auteurs traduisent le « spin » par un mot grec qui signifie autorotation.

3.5 Le manuel de chimie de 2000

Le manuel « Chimie », lui aussi destiné aux TS et adapté aux programmes de 2000 (en vigueur) consacre son premier chapitre à la « Structure électronique des atomes – Tableau périodique ». Dès le premier paragraphe « Orbitale – Nombres quantiques », les auteurs s'attachent à développer le modèle de Bohr, puis à exposer les principes quantiques de l'atome, à partir des travaux de de Broglie, d'Heisenberg et de Schrödinger. Accompagné d'un modèle du spin (cf. fig. 7), le texte figurant à la suite de la description des trois premiers nombres quantiques (n, ℓ, m_ℓ) indique :

« Le nombre quantique de spin (m_s) prend les valeurs soit $+1/2$, soit $-1/2$, c'est-à-dire qu'il est indépendant des valeurs des autres nombres quantiques.

Le nombre quantique de spin détermine la rotation de l'électron sur lui-même (spin). En effet, la valeur $m_s = +1/2$ correspond à un spin vers le haut (\uparrow), tandis que la valeur $m_s = -1/2$ correspond à un spin vers le bas (\downarrow).

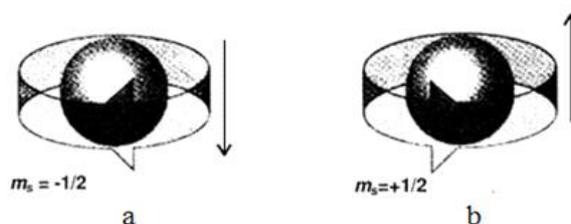


Figure 7. L'électron peut pivoter sur lui-même (spin d'électron) a) soit dans le sens des aiguilles d'une montre (le cas de $m_s = -1/2$) ; b) soit dans le sens inverse (le cas de $m_s = +1/2$) [Remarquez les épaisses flèches horizontales indiquant les deux sens de rotation].

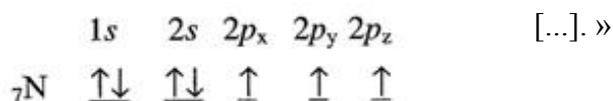
Chaque orbitale ne peut comprendre plus de deux électrons. De même, l'un pivote sur lui-même de manière opposée à la rotation de l'autre, autour de son propre axe, ce qui signifie qu'ils ont un spin opposé. Enfin, il faut ajouter que le nombre quantique de spin n'influence pas l'énergie de l'électron ni les caractéristiques des orbitales. [...]

Le nombre maximum d'électrons par sous-couche est donné dans le tableau suivant :

N	l	m_l	m_s	
1	0	0	$+1/2, -1/2$	La couche K a une sous-couche s ($\ell = 0$), à laquelle correspond une orbitale s où il existe au plus 2 électrons
2	1	0	$+1/2, -1/2$	La couche L a deux sous-couches s et p ($\ell = 0, 1$). Dans la s correspond une orbitale avec au plus 2 électrons et dans la p trois orbitales avec 6 électrons au plus
		-1	$+1/2, -1/2$	
		0	$+1/2, -1/2$	
		+1	$+1/2, -1/2$	

Tableau 2. Remplissage de couches, de sous-couches, d'orbitales avec des électrons. [C'est nous qui traduisons].

[...] Si on voulait montrer la répartition des électrons dans les orbitales [à propos de l'atome de ${}^7\text{N}$] :



Comme le précédent, dans ce manuel coexistent les deux modèles (électron – boule et spins électroniques correspondant aux orbitales). La définition du spin, comme rotation de l'électron sur lui-même, n'est pas abandonné.

3.6 Un manuel de physique de 2001

Dans un autre manuel de physique pour les TS (programme de 2001) et, en particulier, dans le paragraphe « La structure de la matière », les auteurs associent au sous-paragraphe « Particules et antiparticules » l'accroche suivante :

« Les corpuscules manifestent en plus un facteur d'énergie intrinsèque, appelé spin. Ce facteur ne correspond pas à leur position ni à leur mouvement dans l'espace, mais constituant une grandeur directement issue de la mécanique quantique. Initialement, il a été (de manière erronée) admis que cette propriété du corpuscule est imputable à sa rotation autour de lui-même – à la manière que la Terre tourne sur elle-même. »

Les auteurs de ce manuel osent la rupture épistémologique : ils soulignent, de façon catégorique, le caractère exclusivement quantique du spin.

3.7 Le manuel de physique de 2012

Enfin, le manuel de physique des classes de Première (2012), toutes séries confondues, interprète les propriétés magnétiques de la matière, dans son quatrième chapitre « Électromagnétisme » :

« Les atomes du matériel sont ainsi considérés comme étant des aimants élémentaires. L'origine de ces aimants résulte, d'une part, de la révolution de l'électron autour du noyau et, d'autre part, de la rotation du noyau et de l'électron, chacun sur lui-même. [...] les propriétés magnétiques de beaucoup de corps sont notamment imputables à la rotation de l'électron sur lui-même (spin). Tous les électrons ont un spin. Ils forment souvent des doublets dotés de vecteurs de spin opposés et par conséquent, leur impact magnétique total est nul.

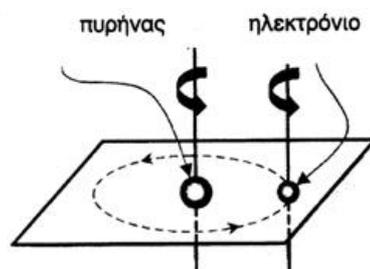


Figure 8. Les électrons gravitent autour du noyau et à la fois pivotent sur eux-mêmes. [πυρήνας = noyau ; ηλεκτρόνιο = électron]. »

Nous retrouvons le modèle mécaniste, incontestablement très éloquent pour les élèves, notamment les collégiens ou ceux des Premières autres que S, auxquels s'adresse également ce manuel.

Conclusion

L'analyse des registres langagiers et figuratifs nous amène aux conclusions suivantes : d'abord, dans presque tous les manuels, l'image d'un électron – boule (sphère, tache...) en rotation sur lui-même – avec indication du sens de rotation ou de l'axe de symétrie autour duquel celui-là tourne – est persistante. Ensuite, trois manuels avancent, soit de manière textuelle, soit iconique, l'analogie du double mouvement de la Terre, ce qui peut déclencher un obstacle verbal, c'est-à-dire la fausse explication à base d'un seul mot, d'une seule image ou d'une analogie simpliste : électron = Terre. D'après Bachelard (1938/2004) :

« la science moderne se sert de l'analogie [...] [laquelle] dans la mentalité scientifique joue *après* la théorie. Elle joue *avant* dans la mentalité préscientifique. » (Bachelard, *ibidem*, p. 98).

Le succès qu'a incontestablement connu cette image repose, ainsi que le dit Leconte : « sur un principe simple à retenir, fortement valorisé par l'imagination et pourtant totalement étranger à la science moderne : celui de l'identité entre microcosme et macrocosme [...] le monde prendrait la même forme au bout des deux infinis. » (Leconte, 2012, p. 68).

Il ne faut pas perdre de vue que la confusion entre, d'une part, l'image, caractérisée même par la facilité technique à la dessiner, et, d'autre part, le modèle – par exemple, le concept de point, si comme image nous imaginons le dessin d'un point – fait

« obstacle au changement de point de vue [...] le passage au modèle mathématique est [...] une véritable rupture épistémologique. [...] La figure géométrique [ne doit pas être] une représentation de la réalité physique mais une représentation du modèle mathématique de cette réalité. [Sinon], on fausse l'enchaînement de la démarche intellectuelle qui n'est pas, comme l'élève est porté à le croire, *objet physique* → *dessin* → *concept*, mais, *objet physique* → *concept* → *dessin*. » (Reynès, 1991, p. 74).

Cet auteur constate que le dessin est considéré, au moins par les collégiens, comme une représentation d'objets physiques. En conséquence, l'image d'un électron - boule (tache, Terre...) soulève un obstacle au processus d'abstraction à l'œuvre dans la construction des savoirs scientifiques. Suivant Chalmers (1987, cité par Hervé, Venturini et Albe, 2014), ce processus renvoie au lien qui existe entre, d'un côté,

« les données particulières du monde matériel et [de l'autre côté] les propositions générales et abstraites construites par les sciences. » (Hervé *et al.*, *ibidem*, p. 125).

Et, puisqu'on ne pense pas avec des objets mais avec des concepts (reprenant Reynès), il faut construire premièrement le concept d'un électron ponctuel (ce qui repose sur les cadres de rationalité mathématique et scientifique) et puis en élaborer une figure.

Un autre obstacle généré par les 1^{er}, 3^e, 4^e, 5^e et 7^e manuels est susceptible également d'empêcher l'apprentissage, lorsque le spin est désigné par « rotation sur soi-même, autorotation ». Il s'agit d'un cas d'obstacle physicaliste, selon lequel :

« ... [nous attribuons] aux objets du réel modélisé [ici, l'électron] les propriétés des objets physiques chargés de représenter les objets du modèle [en l'occurrence, la Terre ou la toupie]. » (Laugier et Dumon, 2003, p. 76).

De surcroît, les fonctions de traitement et d'objectivation des registres sémiotiques (cf. §2.1 n°2 et 3) nous paraissent échouer dans les deuxième et troisième manuels

respectivement (cf. fig. 4 et 5). Assurément, l'élève s'interrogera : comment la liaison covalente entre des électrons mis côte-à-côte (notés • * et formant un doublet, cf. fig. 4) se maintient-elle, étant donné que ceux-ci sont supposés graviter sur ces fameux cercles (orbites)⁷ ? Par ailleurs, le registre vectoriel d'un spin placé horizontalement (cf. fig. 5) constitue une incompatibilité, par rapport aux registres langagiers récurrents et déjà standardisés de « spin vers le haut » et « spin vers le bas ».

Or, à l'encontre des pratiques d'enseignement invoquant le paradigme mécanique du monde (*i.e.* atome – système solaire et électron – Terre), on peut dégager quelques exceptions qui, postulons-nous, semblent être favorables à la construction du sens autour de la conception moderne de l'électron. Effectivement, l'avant-dernier manuel dénonce l'analogie électron – Terre comme erronée et souligne le caractère quantique du spin ; les quatrième et cinquième manuels (de chimie), bien que reprenant ce modèle planétaire, s'acheminent toutefois vers le modèle quantique de l'atome, dans le but d'interpréter la liaison chimique (et, au-delà, la géométrie des molécules). Le concept clé d'orbitale étant annoncé en plusieurs reprises dans ces deux manuels, les auteurs fournissent nombre d'illustrations – exemples résolus et exercices y compris – du principe d'exclusion de Pauli et de la règle de Hund, moyennant les registres des nombres quantiques (cf. tableau 2) et les registres vectoriels du spin, comme celui fourni par le cinquième manuel, à propos de l'atome d'azote. On a vu que ces derniers types de registre permettent d'identifier l'état quantique de l'électron par un élément constitutif de quatre coordonnées, le $[n, \ell, m_\ell, m_s]$, pensé dans l'ensemble de tous ces éléments possibles, selon la théorie physique. Cette approche épistémologique s'apparente au cadre de rationalité mathématique où le point est un élément associé par bijection à un espace muni de propriétés particulières. En tenant compte de ces dernières stratégies, nous émettons l'hypothèse que l'enseignement du seul registre « planétaire » résiste à l'abstraction et empêche la mathématisation de l'électron, un processus qui repose sur le cadre de rationalité scientifique. Par ailleurs, le modèle planétaire aide les élèves à conceptualiser immédiatement la structure d'atome, notamment au niveau du collège et de la Seconde. Bachelard (1949/1970) remarque que

« cette représentation [inadmissible, suivant le principe de Heisenberg] correspond à un stade pédagogique qu'il serait d'une mauvaise pédagogie d'effacer dans une prise de culture. » (*ibidem*, p. 179).

À la suite de ces observations, nous pensons que la mise en juxtaposition entre le premier type de registres usuels et les registres abstraits (vectoriel et de nombres quantiques) favoriserait le passage vers le nouveau paradigme de la mécanique ondulatoire : une fois leurs insuffisances bien discutées, l'enseignant pourrait promouvoir le deuxième genre de registres afin de changer le milieu et entraîner ainsi une rupture du contrat. En définitive, notre argumentation tient compte des choix didactiques qui préconiseraient le recours aux cadres de rationalité mathématique et physique permettant la création du sens chez les élèves, autour des phénomènes du micromonde, imperceptibles à l'échelle humaine.

7 Cette image paradoxale a été dépassée dans un autre manuel de chimie des classes de Seconde (mais, ne traitant pas du concept de spin) où il est précisé que « ce doublet d'électrons commun ne se délimite pas dans un atome, mais s'étend comme un filet, recouvrant tous les deux atomes. » Là, il y a, à coup sûr, le germe de l'idée du nuage électronique.

La prise de décision sur les caractéristiques de la transposition du concept d'électron de la part de la noosphère – ensemble d'acteurs composant l'institution scolaire – étant une question, dans ce travail nous avons regardé comment l'enseignement scientifique grec aborde de manière diachronique ce thème moyennant une analyse (non exhaustive) de sept manuels de physique et de chimie. Nous avons mis en œuvre un modèle d'analyse des processus de conceptualisation, qui réside dans la considération des stratégies d'enseignement et d'apprentissage, en inter-didactique des mathématiques et des sciences physiques, en termes de continuités et ruptures des cadres de rationalité et des registres sémiotiques.

Notre recherche a pu mettre en évidence un effet transpositif, que nous appelons « enfermement didactique » à l'intérieur du cadre de rationalité familial. Plus simplement, le modèle planétaire de l'atome étant incontournable, les manuels persistent dans une conception d'électron relevant du cadre de rationalité familial. En revanche, en physique des particules, l'électron se conceptualise *via* le point géométrique, auquel sont attribuées les propriétés physiques, telles que masse, charge, spin, etc., mais non pas autorotation. En effet, à propos du concept du point, nous avons pu inférer :

- une continuité partielle grâce au registre commun des figures géométriques (au niveau des signifiants) entre les trois cadres de rationalité soit, familial, mathématique et physique ;
- une instabilité des registres de représentation de l'électron en tant que porteur de spin, accompagnée d'une variation dans le degré de convergence avec les registres mathématiques du point géométrique ;
- des ruptures dans les processus de conceptualisation, de raisonnement et de validation.

En vue du changement de paradigme épistémologique entrepris par l'enseignement de la mécanique ondulatoire en TS en Grèce, ces discontinuités sont donc susceptibles de faire obstacle. Dans la perspective de la recherche, il serait judicieux de mettre en place une ingénierie didactique pour savoir si la mise en cause du registre classique d'électron - planète pourrait aider les élèves à franchir cette conception et, en même temps, les initier au modèle quantique de l'électron.

La question se pose en même temps des liens qui pourraient être faits avec la notion de point mathématique, afin que l'enseignement de la conception quantique de l'électron ne demeure pas déconnecté des connaissances sur les objets « imaginaires » dont traitent les mathématiques : points sans épaisseur, mais droite continue (que ce soit une droite géométrique ou la droite des réels) ; continuité de l'ensemble des réels, densité de Q dans R ... Les professeurs de mathématiques et de physique auraient tout intérêt à communiquer pour aider les élèves à concevoir ce qu'est un point « sans dimension » qui ne peut être qu'un concept imaginaire. En mathématiques pures, il est associé à un élément d'un ensemble. En physique moderne il correspond, afin d'idéaliser l'électron, à un élément déterminé par les coordonnées $[n, \ell, m_\ell, m_s]$.

Cette réflexion sur les liens entre concepts mathématiques et concepts de physique est en lien avec une question fondamentale portant sur l'apprentissage, la question de la construction du sens autour de l'électron quantique. Cette élaboration du sens nécessite le franchissement de l'obstacle (précédemment évoqué, concret – abstrait,

image – modèle) de non continuité du « point matériel » – constitué par la tache de crayon illustrant l'électron, au sein du cadre familier – et du « point idéal », appartenant au cadre culturel des mathématiques. Et, ainsi que la rotation sur elle-même d'une particule réduite à un point géométrique est dénuée de sens physique, le spin ne peut se penser autrement qu'en une propriété spécifique au micromonde, et aucunement interprétable de manière classique.

Bibliographie

- BACHELARD G. (1949/1970) *Le rationalisme appliqué*, Presses Universitaires de France.
- BACHELARD G. (1938/2004) *La formation de l'esprit scientifique*, Vrin.
- BLOCH I. (2014) Concepts, objets, symboles, enseignement des mathématiques... Quelques réflexions sur l'épistémologie et la didactique. *Cahiers Rationalistes*, **631**, 18-29.
- de BROGLIE L. (1925) Recherches sur la théorie des quanta. *Annales de Physique*, **10**(3), 22-128.
- BROUSSEAU G. (1978) Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, **4**(2), 165-198.
- DAVIES P. (1996) *Les forces de la nature*, Flammarion.
- DUVAL R. (1993) Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives IREM de Strasbourg*, **5**.
- DUVAL R. (1995) *Sémiosis et pensée humaine*, Peter Lang.
- EI BOUAZZAoui H. (1988) *Conceptions des élèves et des professeurs à propos de la notion de continuité d'une fonction*. Thèse de doctorat. Université Laval, Québec.
- GRIVOPOULOS K. (2014) *Étude comparative des représentations sociales de l'atome, en milieu scolaire en France et en Grèce, en collaboration avec sa transposition didactique, de 1945 à 2014*. Thèse de doctorat. Université d'Aix-Marseille.
- HERVÉ N., VENTURINI P., ALBE V. (2014) La construction du concept d'énergie en cours de physique : analyse d'une pratique ordinaire d'enseignement. *Recherches en didactique des sciences et des technologies*, **10**, 123-151.
- JOHSUA S., DUPIN J.-J. (1993) *Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques*, Presses Universitaires de France.
- LAUGIER A., DUMON A. (2003) Obstacles épistémologiques et didactiques à la construction du concept d'élément chimique : quelles convergences ? *Didaskalia*, **22**, 69-97.
- LECONTE G. (2012) *Images verbales et images scientifiques dans « La Formation de l'Esprit Scientifique »*. Récupéré de : <http://www.implications-philosophiques.org/>
- LEROUGE A. (1992) *Représentation cartésienne, rationalité mathématique et rationalité du quotidien chez des élèves de collège*. Thèse de doctorat. Université Montpellier 2.
- MALAFOSSE D. (2003) Pour une formation inter-didactique Mathématiques - Physique des professeurs de collège et de lycée. *Tréma*, **20-21**, 187-209.
- MALAFOSSE D., LEROUGE A. (2000) Ruptures et continuités entre physique et mathématique à propos de la caractéristique des dipôles électriques linéaires. *Aster*, **30**, 65-85.

- MALAFOSSE D., LEROUGE A., DUSSEAU J.-M. (2000a) Étude, en inter-didactique des mathématiques et de la physique, de l'acquisition de la loi d'Ohm au collège : espace de réalité. *Didaskalia*, **16**, 81-106.
- MALAFOSSE D., LEROUGE A., DUSSEAU J.-M. (2000b) Notions de registre et de cadre de rationalité en inter-didactique des mathématiques et de la physique. *Tréma*, **18**, 49-60.
- MARAGE P. (2007) *Relativité, mécanique quantique et ruptures épistémologiques*. Communication présentée au cycle des conférences « Échanges et diffusion des savoirs », Marseille.
- OLÉRON P. (1989) *Le raisonnement*, Presses Universitaires de France.
- POPPER K. (1935/1990) *Logique de la découverte scientifique*, Payot.
- PULLMAN B. (1995) *L'atome dans l'histoire de la pensée humaine*, Fayard.
- REYNÈS F. (1991) Géométrie ou trahison des dessins ? *Petit x*, **26**, 73-75.

Références bibliographiques sur la physique moderne

- COHEN-TANNOUJDI C., DIU B., LALOË F. (1997) *Mécanique quantique*. Volumes 1 et 2, Hermann.
- FORD K. (1974) *Classical and modern Physics*. Volume 3, John Wiley & Sons.
- KANE J., STERNHEIM M. (1984) *Physics*, John Wiley & Sons.
- LE BELLAC M. (2013) *Physique quantique. Fondements*. Tome 1, CNRS.
- SARWAY R. (1990) *Physics for Scientists & Engineers with Modern Physics*, Third edition, Saunders College Publishing.

Manuels grecs (par ordre chronologique)

- KOUGIOUMZELIS T., PERISTERAKIS S. (1960) *Éléments de physique nucléaire*, Librairie de Prométhée.
- SAKELLARIDIS P. (1987) *Chimie*, Fondation EVGENIDOU.
- DAPONTES N., KASSETAS A. (1998) *Physique*, OEDB.
- MAVROMOUSTAKOS T., KOLOKOURIS A., PAPAKONSTANTINOY K., SINIGALIAS P.-I., LAPPAS K. (1999) *Chimie*, OEDB.
- LIODAKIS S., GAKIS D., THEODOROPOULOS D., THEODOROPOULOS P. (2000) *Chimie*, OEDB.
- ALEXAKIS N., AMPATZIS S., GOUGOUSSIS G., KOUNTOURIS V., MOSCHOVITIS N., OVADIAS S., PETROXILOS K., SAMPRAKOS M., PSALIDAS A. (2001) *Physique*, OEDB.
- VLACHOS I., GRAMMATIKAKIS I., KARAPANAGIOTIS V., KOKKOTAS P., PERISTEROPOULOS P., TIMOTHEOU G., ALEXAKIS N., AMPATZIS S., GOUGOUSSIS G., KOUNTOURIS V., MOSCHOVITIS N., OVADIAS S., PETROXILOS K., SAMPRAKOS M., PSALIDAS A. (2012) *Physique*, ITIE – Diophante.