

Les connaissances des élèves dans le domaine des nombres et du calcul à l'école primaire : Ce que nous apportent les évaluations nationales

Jean-François CHESNÉ

Directeur scientifique du Cnesco
Laboratoire de didactique André Revuz, Université Paris Diderot

Jean-Paul FISCHER

Professeur émérite de psychologie
Laboratoire InterPsy, EA 4432, Université de Lorraine

Introduction

Cette note présente succinctement l'un des quatre rapports rédigés dans le cadre de la préparation de la conférence de consensus sur le thème « Nombres et opérations : premiers apprentissages à l'école primaire ». Cette conférence, co-organisée par le Conseil national d'évaluation du système scolaire (Cnesco) et par l'Institut français de l'Éducation (Ifé/ENS de Lyon) s'est tenue les 12 et 13 novembre 2015 à Paris.

Quelles sont les connaissances des élèves sur les nombres à l'école primaire ? Que savent faire les élèves en calcul ? Nous tentons de répondre à ces questions en nous appuyant sur les résultats des évaluations nationales menées depuis plus de 20 ans par la Direction de l'évaluation, de la prospective et la performance (Depp), tout en étant conscients que ces évaluations ne permettent que partiellement de répondre à ces questions. Nous avons ainsi analysé les résultats obtenus par les élèves à l'école primaire dans le domaine des nombres et du calcul, en relation non seulement avec les attendus institutionnels et relativement aux connaissances prescrites, mais aussi avec les caractéristiques des élèves ou des exercices qui leur sont proposés.

Après quelques analyses globales qui confirment l'existence d'inégalités scolaires aujourd'hui bien identifiées, notre rapport se focalise sur quelques points majeurs de l'enseignement primaire : connaissances en début de l'enseignement obligatoire (CP), connaissance des tables (addition et multiplication) et acquis des élèves en fin d'école primaire, avec un focus sur les nombres décimaux et l'enseignement des techniques opératoires posées. Nous présentons dans cette note les principaux résultats de notre analyse.

Des progrès au Cours Préparatoire ?

Les évaluations en début de CP menées en 2011 montrent que les élèves ont obtenu de meilleurs scores qu'en 1997 sur des connaissances portant essentiellement sur le dénombrement, la correspondance entre la désignation orale et l'écriture chiffrée, et la suite des nombres au moins jusqu'à 30. Ces progrès semblent aussi contribuer de manière intéressante à la réduction des inégalités sociales. Toutefois, les connaissances testées concernent plutôt des aspects « instrumentaux » du nombre (lecture, écriture) et le comptage un à un. Ces réserves ont trouvé un écho dans les résultats de l'étude réalisée deux années plus tard au CE2 qui ne s'est pas traduite par une augmentation du niveau des élèves par rapport à 1999.

Quelle connaissance des « tables » ?

Dans le domaine de la connaissance des tables (addition et multiplication de deux nombres entiers à un chiffre), les pourcentages de réussite sont stables pour les additions : ils sont élevés en CE2 (environ 90 %) et dépassent 95 % en début de 6^e. Pour les multiplications, les tables sont loin d'être acquises en début de CE2 : même la table de 2, la plus simple, ne conduit pas à un pourcentage de réussite proche des 100 %, ce qui suggère que certains élèves n'ont pas fait le lien entre doubler et multiplier par 2. En 6^e, on est loin des pourcentages de réponses correctes obtenus pour les additions, et un produit comme « 7 fois 8 » (notamment quand il est posé sous la forme « Dans 56, combien de fois 8 ? » ne semble connu par cœur que par un peu plus de la moitié des élèves. Cette observation a évidemment des conséquences pour des multiplications et des divisions posées mais aussi pour des calculs mentaux effectués lors d'estimations de l'ordre de grandeur d'un résultat. Rappelons à cet égard qu'il est important de distinguer une connaissance déclarative — savoir que « huit fois sept c'est cinquante-six » par exemple — de la connaissance procédurale — savoir comment faire pour retrouver le résultat — additionner répétitivement huit fois le nombre sept par exemple. La prise en compte de cette distinction dans les évaluations est souvent difficile, même si on limite le temps de réponse.

Quelle maîtrise des « grands nombres » ?

Les évaluations nationales 2005 montrent qu'au moins 90 % des élèves, en éducation prioritaire comme hors éducation prioritaire, savent écrire les nombres entiers inférieurs à 1 000 à leur entrée au CE2. Ils sont tout aussi nombreux, à leur arrivée en sixième à savoir le faire pour les nombres entiers inférieurs à 10 000. Mais ce taux chute en moyenne d'environ 20 points dès qu'on dépasse 10 000, et de 30 points pour les élèves d'éducation prioritaire. Cela montre que les « très grands nombres » entiers restent une difficulté pour une proportion importante d'élèves en fin d'école primaire.

Les difficultés des décimaux

À l'arrivée en 6^e, moins d'un élève sur deux réussit à passer d'une représentation à une autre pour un nombre décimal (de l'écriture décimale à une écriture fractionnaire et vice versa). Concernant la comparaison de deux nombres décimaux, l'application implicite des règles acquises sur les entiers suffit aux élèves pour dire que 73,34 est plus petit que 73,81 ; en revanche, elle fait obstacle dans le cas de la comparaison de deux nombres comme 150,65 et 150,7. Cette situation n'est pas spécifique aux élèves français comme le montrent largement les travaux issus de la recherche internationale, comme ne l'est pas non plus la difficulté pour un tiers des élèves à concevoir qu'il existe un nombre décimal (au moins) entre deux autres et à pouvoir en exhiber un.

La multiplication par 10, 100, ... d'un nombre entier n'est pas une difficulté pour les élèves puisque la procédure consistant à ajouter des zéros permet de donner un résultat correct ; les taux de réussite aux items correspondants sont alors supérieurs à 90 %. En revanche, multiplier par 10, 100, ... un nombre décimal dont la partie décimale comporte autant ou plus de chiffres que de zéros dans 10, 100, ... est une difficulté pour un tiers des élèves ($11,39 \times 10$ ou $3,256 \times 1000$) et le faire quand ce n'est pas le cas ($35,2 \times 100$) l'est pour environ la moitié, avec une tendance à la baisse des résultats au cours des deux dernières décennies. À noter que les écarts des résultats éducation prioritaire/hors éducation prioritaire sont également plus marqués qu'en moyenne (16,1 points pour l'item $35,2 \times 100$).

Le calcul mental

Les taux de réussite aux calculs mentaux sont peu, voire très peu élevés. Rappelons qu'un « vrai » calcul mental s'effectue avec des procédures spécifiques, distinctes des algorithmes standards utilisés en calcul posé. Par exemple, pour l'addition $5,2+2,8$, on pourra faire $5+2$ puis 2 dixièmes + 8 dixièmes ou $5,2+2+0,8$. Pour la multiplication $1,5\times 4$, on pourra faire $2\times 1,5=3$ puis $2\times 3=6$. Mais certains élèves peuvent aussi « poser mentalement un calcul écrit », ce qui impose une mémorisation des calculs intermédiaires, et peut augmenter les sources d'erreur (par exemple sur le traitement de la virgule). Cela est d'autant plus gênant que le calcul mental est en général donné oralement, et donc qu'aucun repère visuel extérieur n'est possible. Cette stratégie de « calcul posé mental » trouve aussi ses limites quand le temps de réponse est court et/ou que les nombres en jeu ne s'y prêtent plus (par exemple : $58,34+9,99$ ou 35×99).

Les calculs posés

Concernant le calcul posé, les évaluations en fin de CM2 à 20 ans d'intervalle montrent que la performance des élèves aux techniques opératoires posées a considérablement baissé en deux décennies. Ainsi, l'addition $19786+215+3291$ (respectivement la multiplication 247×36) a vu son pourcentage de réponses correctes baisser de 94 % (resp. 84 %) en 1987 à 83 % (resp. 68 %) en 2007. Cette chute des performances, et la moindre nécessité pratique de disposer de techniques manuelles efficaces pour des calculs que peu de gens ont à réaliser dans leur vie quotidienne, soulèvent la question de la poursuite de leur enseignement systématique et rend la faiblesse des résultats en calcul mental d'autant plus inquiétante. Deux observations plus locales accompagnent ce constat : la première est que le simple fait pour les élèves d'avoir à poser eux-mêmes les opérations fait baisser leur réussite, ceci étant nettement marqué lorsque des nombres décimaux sont en jeu ; la deuxième est que les filles réussissent mieux que les garçons les opérations posées en colonnes. Comme en calcul mental cette comparaison tourne nettement en leur défaveur, nous avons émis l'hypothèse qu'elles ont plus souvent (statistiquement) recours à la stratégie de calcul posé mental inefficace dans de nombreux cas (voir paragraphe précédent).

Conclusion

Même si les matériaux d'analyse que nous avons étudiés ne sont pas tous récents, il nous semble très probable que les acquis des élèves en 2015 ne diffèrent pas sensiblement de ceux de leurs aînés, ce que confirme d'ailleurs les résultats du Cedre³ 2014, que nous ne connaissions pas lors de notre travail, tout comme nous ne connaissions pas non plus les nouveaux programmes pour l'école primaire et le collège.

Les analyses des évaluations nationales apportent des éléments d'information souvent inédits sur des questions de didactique comme le « bénéfice » des apprentissages du comptage en maternelle, l'utilité et les conséquences de l'enseignement de techniques opératoires, la nature de la connaissance des tables d'addition et de multiplication en début de CE2 ou de 6^e. Les performances en fin d'école primaire suggèrent qu'une proportion importante d'élèves se présentent à l'entrée au collège comme des « experts apparents » pouvant réussir certaines tâches (par exemple ajout de zéros dans la partie décimale pour comparer deux nombres décimaux pour avoir le même nombre de chiffres). Mais cette réussite opérationnelle peut traduire une conceptualisation insuffisante des nombres décimaux, voire des nombres entiers. Favoriser cette conceptualisation afin de développer le « sens des nombres » chez les élèves est assurément un des enjeux de la mise en œuvre des nouveaux programmes, notamment ceux du cycle 3.

³ Cedre : Cycle des évaluations disciplinaires réalisées sur échantillon.