

---

# INITIATION AU CALCUL ET ÉDUCATION NOUVELLE : LA « MÉTHODE HAVRÁNEK » AU CATALOGUE DU PÈRE CASTOR

---

Marc MOYON

XLIM - UMR 7252 & IREM de Limoges, Université de Limoges

*Je souhaite aussi que vous poursuiviez vos travaux pour le plus grand bien des enfants et qu'il me soit permis de vous aider à les répandre.*

De Paul Faucher à Ladislav Havránek,  
Correspondance personnelle, 18 décembre 1957<sup>1</sup>

*Le jeu favorise la richesse des expériences vécues par les enfants dans l'ensemble des classes de l'école maternelle et alimente tous les domaines d'apprentissages. Il permet aux enfants d'exercer leur autonomie, d'agir sur le réel, de construire des fictions et de développer leur imaginaire, d'exercer des conduites motrices, d'expérimenter des règles et des rôles sociaux variés.*

Programme d'enseignement de l'école maternelle,  
Bulletin officiel spécial n°2 du 26 mars 2015, p. 4

## Introduction et éléments du contexte institutionnel

Le présent article s'intègre dans une étude historique plus large<sup>2</sup> consacrée aux ouvrages mathématiques de la collection des *Albums du Père Castor*, publiée chez Flammarion et dirigée par Paul Faucher (1898-1967), surnommé « Père Castor ». Comme je l'ai présenté dans Moyon (2015), ces ouvrages — *Les cinq doigts de la main* et *La clé d'or du calcul* – ont été élaborés à partir des travaux du pédagogue tchèque Ladislav Havránek (1884-1961), à la suite d'un long processus de traduction et d'adaptation amorcé au début des années 1930. Ici, je présente d'abord brièvement le corpus de la « méthode Havránek<sup>3</sup> » avec les enjeux de ces publications dans la

---

<sup>1</sup> Archives de la Médiathèque Intercommunale du Père Castor (dans la suite MIPC), n° 119/3.

<sup>2</sup> Cette étude est menée dans le cadre du projet franco-brésilien CAPES-COFECUB Sh 807-14 intitulé « L'enseignement des mathématiques à l'école primaire, XIX<sup>e</sup> et XX<sup>e</sup> siècles : études comparatives, Brésil-France ». Pour la présente contribution, je remercie les participants à toutes les présentations réalisées au Brésil au cours du mois d'août 2015 (São Mateus, Maceió, Vitória da Conquista) dont les questions m'ont permis de préciser certains points importants. Je tiens aussi à remercier Aline Dupont, Conseillère Pédagogique Généraliste et en charge de la mission maternelle départementale (Haute-Vienne, Académie de Limoges) ainsi que les deux relecteurs/trices de *Grand N* qui m'ont permis d'améliorer la première version de cet article.

<sup>3</sup> C'est ainsi que le Père Castor lui-même nomme les principes et les modalités pédagogiques mises en place.

collection du Père Castor. Dans une seconde partie, j'essaie de mener une étude de ladite méthode, c'est-à-dire en exhibant d'abord ses principes généraux, puis en donnant quelques éléments de sa progression interne et des concepts en jeu. Le présent travail n'est ni une proposition de mise en œuvre effective dans les classes ni une étude didactique au regard d'autres travaux de recherche sur la construction du concept de nombres ou le dénombrement en maternelle et au cours préparatoire, il s'agit bel et bien d'un travail à caractère historique.

Avant d'entrer dans le cœur du sujet, j'aimerais préciser quelques éléments du contexte institutionnel. Les archives du Père Castor que j'ai pu consulter ne mentionnent aucune instruction officielle et en particulier aucun des arrêtés fixant les programmes ni aucune autre circulaire, ce qui aurait aidé à poser les réflexions pédagogiques de Paul Faucher et de son équipe dans leur contexte institutionnel. Il semble plutôt qu'ils adaptent, pour le public français, la méthode Havránek pour ce qu'elle est intrinsèquement et non pas en respect aux instructions officielles de l'époque. En outre, il faut encore préciser que Paul Faucher découvre le travail d'Havránek au début des années 1930 et les ouvrages qui nous intéressent ici ne seront édités et commercialisés qu'en 1953 et 1955. Dans cette longue période d'expérimentation et d'observation au sein de l'Atelier du Père Castor ou dans des classes maternelles et primaires de l'Éducation Nationale<sup>4</sup>, les instructions officielles concernant l'enseignement mathématique sont multiples et évoluent entre 1923, 1941 et 1945. Il n'est pas question ici de revenir en détail sur ces différentes instructions qui donnent les horaires, le contenu à enseigner ainsi que, pour certaines, les méthodes à mettre en place<sup>5</sup>. Néanmoins, il m'apparaît important de replacer l'édition de *Les cinq doigts de la main* et de *La clé d'or du calcul* dans leur contexte selon deux axes. Le premier concerne un des points fondamentaux de la méthode Havránek : l'importance de la continuité entre l'éducation pré-scolaire et le cours préparatoire. En effet, contrairement à la structuration de l'école de la première moitié du XX<sup>e</sup> siècle, Paul Faucher insiste d'une part sur les apprentissages à l'école maternelle comme propédeutiques à ceux de l'école primaire, et d'autre part sur l'importance de l'éducation au sein du foyer qui ne doit pas être coupée des apprentissages scolaires. Notons que la continuité des apprentissages mathématiques entre la grande section de maternelle et le cours préparatoire n'apparaît pas explicitement dans les programmes de l'enseignement primaire avant ceux du 18 mars 1977 ! Ces programmes précisent :

*La durée d'apprentissage variera en fonction du rythme de chaque enfant ; elle sera cependant d'autant plus brève, et la solidité des apprentissages sera d'autant plus affirmée, que l'école maternelle — et notamment sa dernière année « section de grands » — aura permis l'élaboration de certains préalables essentiels en matière de réflexion et de comportement. À ce titre, outre ses objectifs liés à la mission spécifique de l'école maternelle, la « section de grands » participe à la préparation des objectifs assignés au cycle préparatoire » (D'Enfert, 2015, p. 547).*

Le second axe du contexte, bien plus important encore, concerne l'influence tout au long de cette période (1923-1960) de l'Éducation Nouvelle et des méthodes actives sur les « commandes » officielles. Les instructions officielles du 20 juin 1923 (D'Enfert, 2015, p. 173) montrent une profonde influence des méthodes actives et de l'idéologie de l'Éducation Nouvelle sur une école « utilitaire » marquée par la III<sup>e</sup> République (D'Enfert, 2006, p. 70). L'apprentissage des mathématiques doit se faire non seulement par l'observation, mais aussi et pour la première fois « par l'action ». Ainsi (D'Enfert, 2015, p. 23),

*l'enseignement primaire fait l'objet, dans les années 1920, d'une inflexion notable par rapport à l'esprit des années 1880 : s'il s'agit toujours de privilégier une approche concrète et intuitive des notions mathématiques, le ministère promeut aussi — et c'est nouveau — un enseignement « par l'action », superposant à l'observation l'expérimentation et la manipulation.*

---

<sup>4</sup> Je renvoie ici aux rapports rédigés par des institutrices à la demande de l'Inspection, sur proposition de Paul Faucher lui-même (Moyon, 2015, p. 190-194).

<sup>5</sup> Pour l'école primaire, et en particulier le cours préparatoire, je renvoie à l'étude de D'Enfert (2015).

C'est précisément dans ce contexte que Paul Faucher, en 1930, sera envoyé en Europe Centrale par le Ministère français de l'Instruction Publique pour une mission d'observation. Il y rencontre L. Havránek en République Tchèque et découvre ses travaux pédagogiques. En 1935, il prend la présidence active du GFEN (Groupe Français d'Éducation Nouvelle) au sein duquel il prône en France et à l'international les principes de l'Éducation Nouvelle et ses méthodes actives.

Avec les instructions de 1945, les tendances s'inversent. En effet, en même temps que l'enseignement primaire est recentré sur les matières fondamentales (lire, écrire, compter), un net recul des méthodes actives est à remarquer. Les modifications de programme ont pour but (D'Enfert, 2015, p. 388) de :

- 1) rendre à notre enseignement primaire sa simplicité et son efficacité anciennes en ce qui concerne l'acquisition des mécanismes fondamentaux ;
- 2) le fonder davantage sur les faits, sur l'observation personnelle, afin de donner à la jeunesse française « le grand bain de réalisme » dont elle a besoin. Apprendre à observer doit être l'un des principaux soucis de nos éducateurs.

En particulier, la dernière phrase de cette citation insiste sur le fait que l'action, chère à l'Éducation Nouvelle, n'a plus sa place dans l'enseignement. Néanmoins, les publications d'initiation au calcul du Père Castor — dans lesquelles, comme je vais le montrer dans la suite, l'action accompagne largement l'observation — sont d'ores et déjà en chantier.

## 1. La méthode Havránek : présentation du corpus d'étude

### 1.1. Les mathématiques dans le catalogue des *Albums du Père Castor*

Nombreuses sont les études qui décrivent la collection des *Albums du Père Castor*, et qui montrent l'innovation de Paul Faucher en littérature de jeunesse au moment où les premiers albums sont édités au tout début des années 1930<sup>6</sup>.

La collection est principalement composée d'albums-jeux et d'albums de littérature de jeunesse. Parmi les albums-jeux, certains peuvent être utilisés comme support d'un apprentissage géométrique, ce qui est encore le cas dans certaines classes de l'école maternelle d'aujourd'hui. Citons, parmi les premiers, ceux de Nathalie Parain : *Je découpe* (1931) et *Ronds et carrés* (1932), celui de N. Parain et Hélène Guertik : *Ribambelles* (1932), ou encore celui de Ferdinand Cœur : *Jeux de pliages* (1933). Dans le cadre de la présente étude, nous nous intéressons spécifiquement au domaine numérique et plus précisément à l'initiation au calcul proposée par le Père Castor, et adaptée d'ouvrages tchèques réalisés par Ladislav Havránek<sup>7</sup>.

L'initiation au calcul est explicitement mentionnée dans une série de publications centrée sur deux titres : *Les cinq doigts de la main* d'abord, et *La clé d'or du calcul* ensuite<sup>8</sup>. Chacun de ces deux titres se divise en plusieurs ouvrages : le manuel destiné aux élèves (Havránek & Cœur, 1953a, 1955b) avec de nombreuses planches de dessin, le guide pour éducateur qui peut être considéré comme le livre du maître (Havránek & Cœur, 1953b, 1955a) et le recueil d'exercices consacré à *La clé d'or du calcul* (Havránek & Cœur, 1965). Ces ouvrages sont accompagnés des outils nécessaires à la méthode : la *Boîte à compter* d'une part qui peut soit être achetée en librairie, soit être fabriquée à peu de frais (Havránek & Cœur, 1953b, p. 9 (préface)) et les *Grandes images pour l'enseignement collectif* (Havránek, 1954) d'autre part.

*Les cinq doigts de la main* est une première initiation au calcul destinée aux enfants de 4 à 6 ans

---

<sup>6</sup> Je renvoie à la bibliographie de mon autre étude (Moyon, 2015).

<sup>7</sup> Pour plus de détails sur le travail de L. Havránek en République Tchèque, voir Grymová (2014).

<sup>8</sup> L'édition d'un troisième ouvrage était prévue mais n'a jamais été réalisée. Les documents consultés aux Archives du Père Castor en mentionnent les grandes lignes et les adaptations possibles (*Archives MIPC*, n° 183).

au sein de la famille, pour le jardin d'enfant ou l'école maternelle. Cet ouvrage contient un répertoire gradué de jeux qui assurent la prise de contact, dans la limite de 5, avec la quantité et le nombre.

*La clé d'or du calcul* est la suite du précédent. Destiné au cours préparatoire, cet ouvrage étend la pratique des quantités et des nombres jusqu'à dix, puis jusqu'à la centaine. Pour les auteurs, il doit conduire l'enfant à une connaissance rationnelle et à la maîtrise de l'addition et de la soustraction dans les cas les plus élémentaires : maîtrise du sens et du calcul mental. Il prépare aussi certains des apprentissages ultérieurs à l'aide de jeux sur les multiples, de partage ou encore de mesure.

Avant même d'étudier la méthode Havránek en détail, incluons cette méthode dans les idées défendues par Paul Faucher. En effet, cela doit nous permettre de mieux comprendre les raisons pour lesquelles Paul Faucher, aidé de ses collaborateurs Lida Durdikova et Jean-Michel Guilcher (Gasnault, Marchat, Segalen & Le Gonidec, 2015), va adapter la pensée de l'éducateur tchèque et ses ouvrages pour le jeune public français.

## 1.2. Les principes éducatifs généraux

Comme je l'ai brièvement précisé *supra*, les ouvrages de mathématiques sont inclus dans une large collection principalement orientée vers la littérature de jeunesse pour lesquels l'éditeur précise qu'ils « *sont un appel à l'activité de l'intelligence et de l'imagination, comme à celle du corps et des mains* » (Faucher, 1998, p. 6), reconnaissant ainsi son inscription définitive dans les méthodes actives. Avec la création de l'école du Père Castor à Paris<sup>9</sup>, Paul Faucher fait évoluer la collection des albums vers des « outils éducatifs ». *L'enseignement éducatif* vu par le pédagogue tchèque František Bakulé (1877-1957) ne prenant pas « *comme point de départ un emploi du temps, mais la liberté de l'écolier, sa sensibilité, son intérêt et son affection* » (Bakule, 2004, p. 12) l'influence fondamentalement (Faucher, 1975). Et c'est précisément dans ce contexte que l'adaptation des ouvrages d'Havránek est conduite. En effet (Faucher, 1998, pp. 15-16),

*Il devait être possible de concevoir des ouvrages qui seraient, non pas des livres scolaires, mais des instruments de développement personnel. Instruments conçus de telle sorte que le seul fait de s'en servir amène l'éducateur, insensiblement, mais nécessairement, à prendre une nouvelle attitude pédagogique.*

Le premier souhait de l'équipe du Père Castor n'est donc pas l'édition de manuels scolaires mais plutôt d'instruments qui puissent servir la cause de l'Éducation Nouvelle dans l'attitude même des éducateurs qu'ils soient les mères de familles ou les maîtres(ses) d'école. C'est encore confirmé par ce que précise ici P. Faucher (APC Diffusion, archives personnelles, *Archives MIPC*, n° 217) :

*(...) Il m'est apparu qu'Havranek apportait une réponse pratique pleinement satisfaisante à un problème qui intéresse tous les éducateurs : comment adapter l'enseignement aux capacités réelles des enfants par des méthodes vraiment actives, cohérentes, efficaces.*

En outre, les réflexions concernant l'initiation au calcul telle qu'elle est proposée par Havránek correspondent aux recherches pédagogiques de l'atelier d'outillage du Père Castor. En effet, d'après les propos de Paul Faucher lui-même, elles portent sur quatre points essentiels (Faucher, 1998, p. 17-18) :

*(1) l'éducation physiologique et l'éducation du mouvement, dont tout confirme à nos yeux l'absolue nécessité ;*

*(2) ce que l'on pourrait appeler la pré-éducation des capacités générales des enfants. Pré-éducation qui leur permettrait de dominer l'acquisition des connaissances instrumentales (lecture, écriture, calcul) et d'être*

---

<sup>9</sup> Expérimentale, l'école du Père Castor, « classes primaires actives du jardin d'enfants à la septième » ouvre en janvier 1947 au 111 du Boulevard Saint-Michel à Paris. Elle dépend d'un atelier de recherches bibliopédagogiques installé en décembre 1946. Elle fermera à la fin de l'année 1961. Voir Marchat (2011).

- toujours placés à la hauteur de l'obstacle ;*
- (3) les aspects inconnus du problème de la lecture ;*
- (4) les pouvoirs éducatifs de l'image.*

La suite de mon étude va montrer que trois de ces quatre thématiques (excepté « les aspects inconnus des problèmes de lecture ») concernent bien directement l'initiation au calcul.

## **2. L'initiation au calcul dans le détail : Description de la méthode Havránek**

Comme je l'ai déjà suggéré dans l'introduction, le premier ouvrage de Paul Faucher vient combler un manque dans l'apprentissage du jeune enfant. Et, relevant les qualités de cet ouvrage, « F. Icardo, dir. E.N. Nice<sup>10</sup> », ajoute qu'il répond à un besoin de la communauté éducative au sens large (APC Diffusion, archives personnelles, *Archives MIPC*, n° 217) :

*J'ai lu avec grand intérêt la nouvelle publication des Albums du Père Castor « Les 5 doigts de la main » et j'ai remarqué combien elle comble une lacune entre l'âge où l'enfant apprend des comptines et celui où en classe, il étudie les nombres en les matérialisant. Dans ce petit livre, toutes les fonctions de l'enfant sont mises en jeu ; que ce soit en manipulant ou en mimant un conte avec ses doigts, l'enfant apprend déjà la valeur réelle du nombre. Le petit matériel ou les dessins des planches hors-texte lui permettent de retenir la graphie des nombres, ainsi que leur valeur relative. En bref, un livre excellent, convenant aussi bien à l'école maternelle que dans les familles dont la maman veut apprendre à compter véritablement et non pas faire preuve de mémoire.*

Pour compléter, la réponse de Paul Faucher à la question « En quoi réside l'originalité de sa méthode ? » permet de saisir l'idée générale de ladite méthode (APC Diffusion, archives personnelles, *Archives MIPC*, n° 217) :

*Elle est fondée sur le plein exercice des pouvoirs physiologiques, moteurs, sensoriels des enfants, condition d'équilibre général et tremplin des facultés supérieures.*

Par ailleurs, dans un article de presse publié dans le célèbre quotidien *Le Monde*, P. Faucher précise y retrouver les idées déjà énoncées depuis bien longtemps par le médecin et pédagogue français Édouard Seguin (1812-1880), qui s'est concentré sur l'éducation des enfants ayant des troubles cognitifs (Pélicier & Thuillier, 1980)<sup>11</sup>.

Le programme de L. Havránek, marqué par les études physiologiques et mentales du début du XX<sup>e</sup> siècle (notamment celles d'Ivan Pavlov), est de partir des formes les plus primitives de l'intelligence (intelligence corporelle et sensori-motrice) pour s'élever très progressivement vers les formes supérieures correspondant aux représentations mentales et à l'abstraction. *Les cinq doigts de la main* et *La clé d'or du calcul* offriraient alors aux éducateurs les moyens de ce passage (cf. Schéma 1) par une progression orchestrée de jeux pour le premier ouvrage (4-6 ans), de jeux et d'exercices pour le second (6 ans).



**Schéma 1** : Passage des formes primitives de l'intelligence à l'abstraction

<sup>10</sup> Note manuscrite. Nous n'avons pas réussi à identifier ce personnage. Il pourrait s'agir de Fortuné Icardo, sans que l'on sache vraiment s'il a pu être directeur de l'É[cole] N[ormale ?] de Nice.

<sup>11</sup> [« Les Albums du Père Castor présentent la méthode Havránek » (*Le Monde*, 18 juin 1971)], (APC Diffusion, archives personnelles, *Archives MIPC*, n° 217).

La place prépondérante des jeux et leur progression sont essentielles. Dans la préface du premier ouvrage, P. Faucher se justifie en précisant tout l'intérêt que le jeu développe chez l'enfant (Havránek & Cœur, 1953b, p. 5 (préface)) [surligné par nous-même] :

*La diversité des jeux fait que tout enfant, quels que soient son tempérament et ses goûts, voit son intérêt sollicité de façon décisive. Leur progression est remarquable. **Partant d'activités motrices et tactiles**, l'enfant est conduit à y rattacher des **perceptions d'ordres plus élevés (visuelles et auditives)**, puis à **abstraire** lui-même de ces expériences diverses une notion de plus en plus rigoureuse et claire de la quantité.*

*L'ensemble des jeux exerce l'attention sous toutes les formes, la rapidité de perception, la mémoire visuelle, l'élocution précise, les pouvoirs d'abstraction et de généralisation.*

Le jeu comme modalité d'apprentissage, ainsi que le conçoit P. Faucher dans ses réflexions pédagogiques, est un des points difficiles à entendre pour l'éducateur contemporain Célestin Freinet (1896-1966). Par exemple, en décembre 1934, dans la rubrique « Livres » de *L'Éducateur Prolétarien*, il écrit en s'adressant directement à Paul Faucher, à propos de sa collection qu'elle est (Freinet, 1934, p. 145) :

*vraiment unique et qu'[elle] se distingue nettement des diverses éditions pour enfants parues actuellement. Avec un sens pédagogique très avisé, le Père Castor a su faire surtout appel au désir de création et d'activité de l'enfant : découpage, jeux d'assemblage, etc... [...] Et pourtant, Père Castor, nous ne sommes pas encore satisfaits. Vous amusez les enfants; vous ne les éduquez pas puissamment parce que vous n'avez pu faire appel aux sources véritables de vie, à l'effort prolétarien, à l'harmonie du travail, à l'héroïsme de la souffrance ouvrière.*

L'essence même de la méthode est donc annoncée à l'éducateur dès la préface avec la prédominance de l'éducation par les sens, à l'aide de jeux. La méthode Havránek reposerait sur une éducation sensori-motrice progressive qui servirait l'abstraction dès que l'intérêt de l'enfant est privilégié. Cette ambition de l'éducateur tchèque, reprise par P. Faucher, est largement remarquée et saluée par les spécialistes, comme le montre par exemple la critique de la pédagogue et spécialiste de littérature enfantine Jeanne Cappe (1895-1956) dans la revue belge francophone *Littérature de Jeunesse*<sup>12</sup>, en novembre 1953 (APC Diffusion, archives personnelles, *Archives MIPC*, n° 217) :

*Les auteurs ont cherché à piquer la curiosité des petits et à les inviter à y répondre eux-mêmes avec la logique propre à leur âge. Ainsi prennent-ils conscience des notions de quantité et de nombre. En fait, toutes leurs perceptions sont sollicitées, les premières, qui sont tactiles et motrices, les autres qui s'établissent sur un plan déjà plus élevé, c'est-à-dire les perceptions visuelles et auditives. Graduellement, le jeune enfant est conduit, par des expériences diverses à abstraire.*

La progression proposée pour les jeux repose sur une réflexion pédagogique qui veut suivre de près le développement physiologique du jeune enfant, ce qui correspond à nouveau à un principe essentiel des mouvements d'Éducation Nouvelle.

L'initiation au calcul se partage en plusieurs étapes, elles-mêmes largement subdivisées. En effet, comme je l'ai écrit *supra*, l'objectif du premier livre, *Les cinq doigts de la main*, est la maîtrise des 5 premiers nombres. Celui du second, *La clé d'or du calcul*, est le passage à la centaine ; celui-ci se fait d'abord de 6 à 10, puis les dizaines (20, 30, 40, 50, ..., 90), puis les demi-dizaines (15, 25, 35, 45, ..., 95) pour ensuite considérer la suite complète des nombres entiers de 1 à 100. L'apprentissage du « zéro », quant à lui, n'est programmé qu'une fois les cinq premiers nombres assimilés. Dans la suite de mon travail, je n'ai pas pu détailler l'ensemble des activités proposées, je me suis donc limité à celles qui me sont apparues paradigmatiques de l'ensemble de la méthode. Concentrons-nous tout d'abord sur la maîtrise des 5 premiers nombres, objectif qui devrait être atteint à l'âge pré-scolaire (*i.e.* avant l'entrée au cours préparatoire).

Dans un premier temps, il est nécessaire de reconnaître les premières quantités (de 1 à 5) sans

---

<sup>12</sup> Pour plus d'informations, voir Defourny (2005). Je remercie Michel Defourny pour les renseignements qu'il m'a généreusement communiqués sur Jeanne Cappe et la revue *Littérature de jeunesse*.

jamais prononcer les mots-nombres associés, mais en adoptant des attitudes, des onomatopées puis des configurations visuelles. C'est par les contes (« L'alène<sup>13</sup> et ses amis », le lutin « pois-qui-roule » entre autres) et les jeux associés — des jeux mimés, des jeux d'attitude (*cf.* figure 2) — que l'enfant prend un premier contact avec la notion de quantité. Ces jeux sont complétés par des jeux de construction (avec des cubes, perception de la quantité par la forme) puis par des jeux de boutons sur des planchettes (matériels disponibles dans la *Boîte à compter*) qui doivent permettre à l'enfant de dégager le principe d'unités réparties en nombre variable sur une surface. Les impressions corporelles, motrices, tactiles et visuelles éprouvées par les premiers jeux se mouvraient progressivement vers l'abstraction en étant mises en rapport avec les images (*cf.* figure 1).



**Figure 1** : *Les cinq doigts de la main*, planche A1

- L'alène est associée au son « pik »,
- le canard à « plic-ploc »,
- le chien à trois pattes à « tsou-pi-ti »,
- le bélier à « tsou-pi-dou-pi ».

Concrètement, le guide pour l'éducateur préconise à l'enseignant de lire le conte (*cf.* annexe) en mimant les personnages : l'alène saute sur un pied, le canard se dandine d'une patte sur l'autre, Médor marche sur trois pattes, le bélier sur quatre. Chaque mime est accompagné de l'onomatopée correspondante. Les enfants sont invités à jouer les personnages en imitant leurs attitudes (*cf.* figure 2).

---

<sup>13</sup> Le terme « alène » correspond à l'ancienne aiguille de cordonnier. Voir, en annexe, la première partie du conte.



**Figure 2** : *Les cinq doigts de la main*, planches A3 et A4 représentant les mimes et attitudes du conte

Le jeu est d'abord libre et progressivement un rôle est attribué aux enfants. Lorsque tous les enfants ont suffisamment expérimenté avec leur corps, l'enseignant montre les images (cf. figure 1) qui serviront de nouveaux supports.

Dans un second temps, les comptines numériques (toujours accompagnées de jeux qui doivent sans cesse renouveler l'intérêt de l'enfant) vont lui permettre de manier les mots-nombres comme une autre façon de désigner une quantité.

Dans un troisième temps, chacun des « cinq doigts de la main » (cf. conte en annexe) va correspondre à un personnage du conte éponyme (cf. figure 3). Il ne s'agit pas ici de compter sur ses doigts comme il est entendu habituellement mais l'enfant doit, par une série de jeux, maîtriser cette correspondance personnage / doigt et les groupements associés. L'impression corporelle est ensuite mise en rapport avec une impression visuelle provoquée par l'image. L'enfant passe progressivement de sa main réelle à son image et passerait donc, peu à peu, à l'abstraction.



**Figure 3** : *Les cinq doigts de la main*, planches D1 et D2

Dans un quatrième temps, il est nécessaire d'identifier la quantité et de la nommer par le nombre correspondant. C'est à nouveau un conte « le plat magique » et ses jeux associés qui, à partir d'un travail de perception auditive, permettent à l'enfant de décomposer une quantité en collection d'unités (cf. figure 4). Là encore, à partir du conte, la capacité de l'enfant à abstraire est stimulée



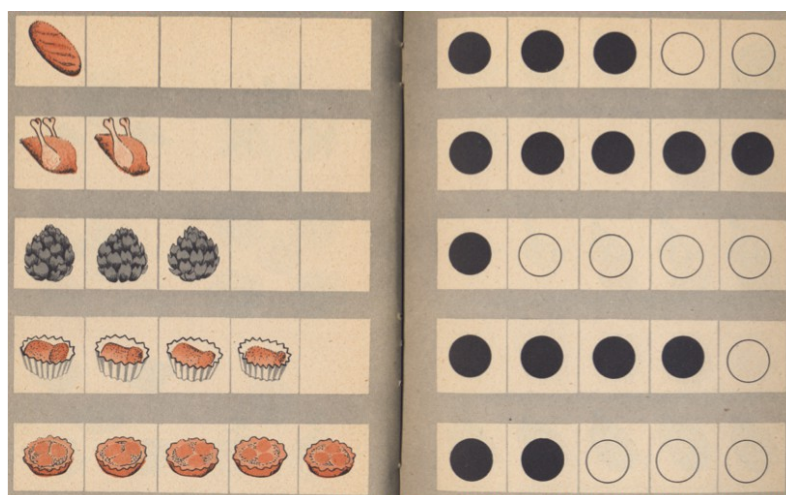
par le passage aux jeux de boutons. Pour faire appel à la perception auditive, il s'agit d'émettre un son ou une suite de sons sur un tambourin pour faire apparaître un aliment, un son par syllabe :

« pain » : 1, « pou-let » : 2, « ar-ti-chaut » : 3, « ba-ba-au-rhum » : 4, « tarte-à-l'a-bri-cot » : 5.

Cette nouvelle perception est jugée particulièrement abstraite par les éducateurs L. Havránek et P. Faucher. Elle serait même insurmontable pour certains enfants. Ils préconisent de considérer d'abord les perceptions de un, deux et trois pour ensuite passer à quatre et cinq (Havránek & Cœur, 1953a, p. 29). Ici, le conte met en scène un jeune enfant qui quitte le foyer familial pour aller chercher de la nourriture. Dans la forêt, il rencontre un vieux monsieur qui lui offre un plat magique. Celui-ci (Havránek & Cœur, 1953a, p. 31)

*ne comprend pas le langage des hommes, dit le grand père. Il faut le frapper à petits coups. Si tu frappes comme ceci (un coup) il te donnera du pain ; comme ceci (deux coups) du poulet, comme ceci (trois coups) des artichauts, comme ceci (quatre coups) du baba au rhum et comme ceci (cinq coups) de la tarte à l'abricot.*

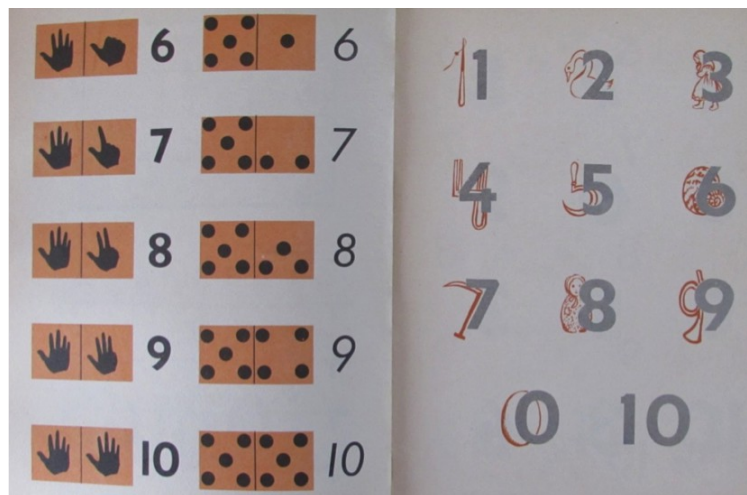
Les jeux, qui ont pour objectif de passer de l'auditif au visuel et tactile, se pratiquent avec les planchettes et les boutons de la *Boîte à compter*. Les enfants doivent aligner sur la planchette autant de boutons noirs que de sons entendus en disant de quel aliment il s'agit. Enfin, l'enseignant montre uniquement les images des aliments, les enfants doivent produire les sons correspondants. Ce sont ensuite les images muettes des planchettes et des boutons (cf. exemples de la figure 4) qui sont montrées, les enfants doivent alors nommer les aliments et la quantité correspondants.



**Figure 4** : *Les cinq doigts de la main*, planches G1 et G2 représentant le « plat magique » et le jeu de boutons associé

Suivent des jeux concrets proposant des situations-problèmes de partages élémentaires et de comparaisons de deux quantités. Les premiers nombres ordinaux sont aussi utilisés.

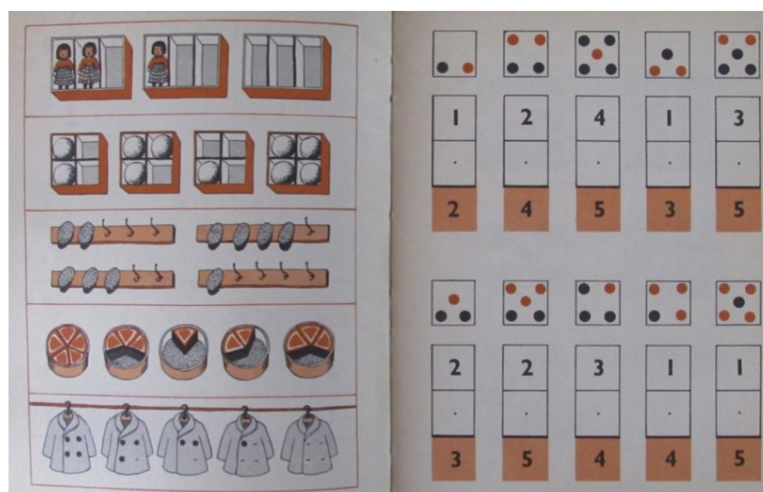
À ce stade, pour L. Havránek et P. Faucher, l'éducateur peut considérer que l'enfant est arrivé à une connaissance suffisante des cinq premiers nombres pour les représenter par des symboles conventionnels — les chiffres du système dit indo-arabes — qui sont à nouveau amenés par un conte et des images mettant en scène des personnages (le fouet pour 1, l'oie pour 2, la grand'mère pour 3, la chaise pour 4, la faucille pour 5, ...). L'enfant doit alors faire la correspondance entre toutes les représentations du nombre déjà rencontrées (cf. figure 5). Il est aussi prêt pour comprendre et représenter le « zéro » en parvenant, par le jeu, à la quantité nulle.



**Figure 5 :** *Les cinq doigts de la main*, planches S3 et S4 donnant les différentes représentations analogiques des nombres

Pour Paul Faucher, à ce stade, l'enfant est à l'âge de la scolarité obligatoire. Il est structurellement inscrit au cours préparatoire et doit continuer son initiation mathématique par la méthode Havránek en suivant pas à pas *La clé d'or du calcul* qui reprend et poursuit les étapes précédentes de l'intelligence du calcul.

Il est d'abord capable d'appréhender les opérations élémentaires du calcul : addition, soustraction dans le domaine de 1 à 5. Pour reprendre les catégories de problèmes à structure additives de Gérard Vergnaud (1990), il ne s'agit que de transformations d'état menant à la détermination des états-finaux ou des transformations qu'elles soient positives ou négatives. Dans un premier temps, les élèves regardent les images et disent combien d'objets manquent, combien on peut encore en ajouter. Ils peuvent être amenés à manipuler. Puis ils vont reprendre le jeu de manière plus abstraite en répondant, par exemple, à des questions du type : « Combien faut-il ajouter à deux pour faire trois ? » (cf. figure 6) en observant les images, en manipulant les planchettes et les boutons, en jouant avec les doigts de la main. Ensuite, à partir de la disposition de la constellation du cinq (cf. figure 6.), les élèves cachent avec leurs doigts les boutons rouges et donnent le nombre de boutons noirs apparents.



**Figure 6 :** *La clé d'or du calcul* (pp. 30-31) montrant l'initiation à l'addition déjà entreprise dans *Les cinq doigts de la main*

Il faut maintenant appréhender les nombres de 6 à 10, puis les dizaines, les demi-dizaines et enfin la suite des cent premiers nombres entiers ; la procédure est systématique. Il faut les comparer matériellement, les manipuler, les comparer aux quantités familières, les connaître dans leur globalité, les nommer par un nombre, pour enfin les analyser et les désigner par un chiffre. Les opérations s'étendent aux nouveaux nombres et les nombres ordinaux correspondants sont introduits. La propriété de commutativité de l'addition (reposant sur la symétrie) est introduite.

Les contes, comptines et jeux sont toujours les moyens d'atteindre les objectifs fixés. Une nouveauté réside néanmoins dans l'utilisation d'un recueil d'exercices. Cependant, ces exercices d'application ne doivent être envisagés que comme l'aboutissement des jeux qui les précèdent et selon une progression raisonnée. Les exercices sont réalisés en classe avec l'accompagnement du (de la) maître(esse) et doivent d'abord être menés à l'oral, en groupe, en les répétant autant que nécessaire pour ensuite être effectués à l'écrit comme une tâche individuelle. En outre, le (la) maître(esse) doit veiller à ce que les exercices soient toujours une source de réussite en ne les proposant aux élèves que lorsqu'il (elle) est assuré(e) que toutes les connaissances et compétences nécessaires sont bien acquises par l'élève. Il s'agit précisément de fixer les connaissances acquises par voies motrice, tactile et visuelle.

Le (la) maître(esse) peut évaluer ces exercices car, d'après les observations du Père Castor, l'évaluation est souvent source de motivation chez les élèves (Havráněk & Coeur, 1955a, p. 32). Le répertoire d'exercices d'application qui accompagne *La clé d'or du calcul* est apprécié par nombre d'éducateurs. Par exemple, un professeur honoraire d'École Normale (connu par ses initiales M. D.), collaborateur de Célestin Freinet pour la rédaction d'un cahier similaire, écrit (APC Diffusion, archives personnelles, *Archives MIPC*, n° 217) :

*Avec Freinet, à la suite de contacts suivis avec Washburne<sup>14</sup>, nous avons établi un cahier d'exercices progressifs assez voisin de celui proposé par Havranek et Coeur. Mais faute d'une préparation physiologique et sensorielle suffisante, ces exercices restaient trop abstraits. Les auteurs de La clé d'or du calcul ont su surmonter cet obstacle.*

Reste enfin à conclure cette présentation de la méthode Havráněk par le rôle important accordé aux images sans cesse évoquées. C'est un principe fondamental des idées éducatives du Père Castor comme nous l'avons précisé à propos des axes de recherche de son atelier pédagogique. Dans le cadre de l'initiation au calcul, les images sont d'autant plus indispensables qu'elles sont des étapes obligées de la manipulation et du concret vers l'abstrait. Ainsi, en effet, la progression des jeux s'achève systématiquement par des jeux d'images, avec l'utilisation possible en classe entière des *Grandes Images* (Havráněk, 1954). La consultation des Archives du Père Castor montre que ses collaborateurs prennent le plus grand soin à choisir les images puis à les réaliser, sous le contrôle de L. Havráněk lui-même<sup>15</sup>. Lisons par exemple ce que l'éducateur tchèque écrit au Père Castor dans une lettre du 4 juin 1949 (*Archives MIPC*, n° 119/3) :

*Les images, ici, ne peuvent pas jouer seulement le rôle d'illustrations. Avant tout, elles doivent servir aux besoins de la méthode de calcul. Elles doivent être expressives, claires, simples dans la forme et la couleur, et, par leur entière conception, appuyer les idées mathématiques. Si le côté illustration est trop poussé, ce sera au détriment de la conception mathématique.*

*[...] Les illustrations sont un intermédiaire important, parce qu'elles mènent l'enfant de l'inconscience instinctive et de l'insensibilité visuelle vers une connaissance visuelle et auditive plus haute, et enfin vers une pleine compréhension abstraite.*

---

<sup>14</sup> Carleton Washburne (1890-1961) a, semble-t-il, été le premier à publier un programme autocorrectif complet en calcul, adapté par le mouvement Freinet ; voir en particulier Washburne (1925) et l'étude de Zigliara (1964).

<sup>15</sup> Les Archives de la médiathèque intercommunale du Père Castor proposent les planches originales, un ensemble complet d'essais d'illustrations, de réflexions et autres commentaires pédagogiques sur celles-ci pour chacun des deux ouvrages ici concernés ; voir la description des *Archives MIPC* dans Moyon (2015, pp. 197-198).

Certains éducateurs ne sont pas du même avis concernant le pouvoir éducatif des images. Citons, par exemple, les propos anonymes d'une inspectrice d'école maternelle qui publie en octobre 1956, dans la revue *L'École et la Vie*, une critique sans détour. Pour elle, il s'agit (APC Diffusion, archives personnelles, *Archives MIPC*, n° 217) :

*d'une de ces méthodes qui empêchent les enfants d'apprendre quoi que ce soit en calcul puisque l'on cache les notions arithmétiques derrière tout un fatras d'idées, de suggestions, d'images bien plus propres à cultiver l'imagination que la pensée rationnelle.*

### 3. Conclusion

En conclusion, parmi les rares manuels français utilisés pour enseigner les mathématiques dans le respect des idées/principes de l'Éducation Nouvelle<sup>16</sup>, *Les cinq doigts de la main* et *La Clé d'or du calcul* méritaient d'être étudiés. Après un survol du contexte institutionnel, il nous apparaît que Paul Faucher est bien dans l'air du temps lorsqu'il décide de mettre à la disposition des éducateurs français la méthode du pédagogue tchèque Ladislav Havránek. C'est une méthode envisagée « sur le long terme » avec une importance donnée à l'initiation des enfants de 5-6 ans. Basée sur le développement physiologique du jeune enfant, dans le respect de son environnement et de ses intérêts, elle ne prône pas la seule observation, mais fait appel à tous les modes de perceptions sensori-motrices.

Si j'ai déjà établi, grâce à la consultation des Archives de la Médiathèque du Père Castor, que lesdits ouvrages ont largement été utilisés jusqu'à la réforme des « maths modernes » (Moyon, 2015), il reste à bâtir, en plus d'une étude didactique de la méthode, des études comparatives avec non seulement les principaux manuels d'arithmétique du Cours Préparatoire qui circulent dans la France des années 1940-1960, mais aussi avec les pratiques des autres éducateurs de l'Éducation Nouvelle comme, par exemple, C. Freinet que j'ai plusieurs fois cité. Cela nous permettrait de saisir encore mieux la manière avec laquelle Paul Faucher et ses nombreux collaborateurs comprenaient exactement « l'intelligence du calcul ».

### Note de l'auteur

François Faucher, fils de Paul Faucher, m'a accompagné pendant plusieurs années à travers les archives de son père léguées à la Médiathèque intercommunale de Meuzac (Haute-Vienne), dans la découverte et la lecture d'Havránek, en se rendant toujours disponible. Malheureusement, il nous a quittés le vendredi 30 octobre 2015 sans avoir pu lire la dernière version de cet article qui lui tenait à cœur. Nous lui dédions ce travail.

### Références bibliographiques

- BAKULE, F. (2004). L'éducation par la vie, pour la vie, Conférence prononcée lors du *IIIe congrès international de l'éducation nouvelle* à Heidelberg le 4 août 1925. Meuzac : les Amis du Père Castor.
- CAPPE J. (1953). *Le gai savoir*. Littérature de Jeunesse, 50, 39.
- DEFOURNY M. (2005). *The Contribution of Jeanne Cappe to the Revue Littérature de Jeunesse (1949-1955/1976)*. In J. DE MAEYER, E. HANS-HEINO, R. GHESQUIERE & al. (éd.), *Religion, Children's Literature and Modernity in Western Europe: 1750-2000*. Leuven : Leuven University Press, 364-378.
- D'ENFERT R. (2006). L'enseignement mathématique à l'école primaire de la Troisième

---

<sup>16</sup> Voir à ce sujet, et dans une certaine mesure, par exemple, les travaux de Radtka (à paraître) sur A. Châtelet.

- République aux années 1960 : enjeux sociaux et culturels d'une scolarisation « de masse ». *Gazette des Mathématiciens*, 108, 67-81.
- D'ENFERT R. (Éd.) (2015). *L'enseignement mathématique à l'école primaire : de la Révolution à nos jours*. Limoges : PULIM.
- FAUCHER P. (1975). *Une éducation par la vie, pour la vie : la vie et l'œuvre de František Bakulé*. Paris : Ed. Fleurus.
- FAUCHER P. (1998). La mission éducative des albums du Père Castor : texte de la *conférence prononcée à Girenbad, près de Zurich, le 18 mai 1957*. Meuzac : Les Amis du Père Castor.
- FREINET C. (1934). *L'Éducateur Prolétarien*, 6, 145. Disponible en ligne sur <http://www.icem-freinet.fr/archives/ep/34-35/34-35-6/6-25dec34-142.htm> [consulté le 28/11/2015].
- GASNAULT F. & LE GONIDEC M.-B. (2015). *Jean-Michel Guilcher : 100 ans, un parcours, une œuvre*. *Ethnologie Française*, 153, 538-554. GRYMOVÁ H. (2014). *Ladislav Havránek (1884-1961) un pionnier de l'Éducation Nouvelle*. [Avant-Propos de Marc MOYON]. Meuzac : Les Amis du Père Castor.
- MARCHAT J.-F. (2011). *Paul Faucher, éducateur du sensible : Ateliers et École du Père Castor*. *Chemins de formation*, 16, 111-127.
- MAWET L. (1951). *Initiation vivante au calcul*. Cannes : Éditions de l'École moderne française.
- MOYON M. (2015). L'enseignement des mathématiques élémentaires « à l'enseigne du Père Castor » . *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, 8(1), 177-198. Disponible en ligne sur <http://pgsskroton.com.br/seer/index.php/jieem/article/view/280> [consulté le 28/11/2015].
- PELICIER Y. & THUILLIER G. (1980). *Édouard Séguin : 1812-1880*. Paris : Économica, 1980.
- RADTKA C. (à paraître). *Renouveler l'enseignement des mathématiques au primaire dans les années 1930 en France : le Cours d'Arithmétique Albert Châtelet des Éditions Bourrellet et son élaboration*. In R. D'ENFERT, M. MOYON et W. VALENTE (éd.), *Les mathématiques à l'école élémentaire (1880-1970)*. Études France-Bésil. Limoges : PULIM, à paraître.
- VERGNAUD G. (1990). *Développement et fonctionnement cognitifs dans le champ conceptuel des structures additives*. In G. NETCHINE-GRYNBERG (éd.), *Développement et fonctionnement cognitifs chez l'enfant : des modèles généraux aux modèles locaux*. Paris : Presses universitaires de France, 261, 277.
- WASHBURNE C. (1925). *Les écoles rénovées de Winnetka aux États-Unis*. Pour l'ère nouvelle, 14, 3-6.
- ZIGLIARA J.-P. (1964). *Contribution à l'histoire de la psychologie. Les idées pédagogiques de Carleton Washburne et l'expérience de Winnetka 1930*. *Enfance*, 17(4), 343-356.

### **Ouvrages de la Collection du Père Castor cités**

- CŒUR F. (1933). *Jeux de Pliages*. Paris : Flammarion.
- HAVRÁNEK L. (1954). *Initiation au calcul : méthode Havránek Grandes images pour l'enseignement collectif*. Paris : Flammarion.
- HAVRÁNEK L. & CŒUR F. (1953a). *Les cinq doigts de la main. Jeux, contes et formulettes pour apprendre à compter*. Paris : Flammarion.

- HAVRÁNEK L. & COEUR F. (1953b). *Méthode de calcul Havránek. Les 5 doigts de la main. Pour les petits. Guide de l'éducateur.* Paris : Flammarion.
- HAVRÁNEK L. & COEUR F. (1955a). *La clé d'or du calcul : suite aux cinq doigts de la main. Guide de l'éducateur.* Paris : Flammarion.
- HAVRÁNEK L. & COEUR F. (1955b). *La clé d'or du calcul : suite aux cinq doigts de la main. Planches de jeux.* Paris : Flammarion.
- HAVRÁNEK L. & COEUR F. (1965). *La clé d'or du calcul : suite aux cinq doigts de la main. Recueil d'exercices.* Paris : Flammarion.
- PARAIN N. (1931). *Je découpe.* Paris : Flammarion.
- PARAIN N. (1932). *Ronds et Carrés.* Paris : Flammarion.
- PARAIN N. & GUERTIK H. (1932). *Ribambelles.* Paris : Flammarion.

## Annexe

Dans cette annexe, nous proposons les contes qui accompagnent les images que nous avons choisies pour illustrer la méthode Havránek.

### « L'alène et ses amis » - 1<sup>ère</sup> partie (Havránek & Cœur, 1953a, pp. 12-13)

Il y avait une fois une alène. Depuis longtemps, elle vivait chez un vieux maître cordonnier. Toute la semaine, elle travaillait avec lui, et le dimanche elle se reposait. Jamais elle ne mettait le pied dehors. Un jour il lui prit envie d'aller voir le monde. Mais elle avait peur de voyager seule : elle avait entendu dire qu'il y avait un loup dans la forêt.

L'alène sortit dans la petite cour.

— Où vas-tu ? lui demanda le canard.

— Je vais voir le monde. Viens avec moi, nous serons plus nombreux, nous n'aurons pas peur du loup.

— J'irais avec plaisir, dit le canard, mais j'ai peur du loup. Allons trouver Médor, il nous conseillera.

Ils allèrent trouver Médor.

— Où allez-vous ? demanda Médor.

— Nous allons voir le monde. Viens avec nous, nous serons plus nombreux, nous n'aurons pas peur du loup.

— Oh ! je n'ai pas peur du loup, moi, dit Médor. Mais j'ai mal au pied, je ne peux pas le poser par terre.

— Ce n'est rien, dirent l'alène et le canard. Nous te banderons le pied : il ne te fera plus mal, et tu es bien capable de courir, même avec le pied bandé. Médor se laissa bander le pied et dit :

— C'est bon, j'irai avec vous. Mais invitons encore le petit bélier, peut-être qu'il viendra aussi. Ils allèrent trouver le bélier.

— Où allez-vous ? demanda le bélier.

— Nous allons voir le monde. Viens avec nous, nous serons plus nombreux, nous n'aurons pas peur du loup.

— J'irai avec vous, dit le bélier.

Aussitôt, ils se mirent en route. L'alène marchait la première à petits bonds : pik... pik... pik... Derrière elle, le canard se lançait d'une jambe sur l'autre : plic-ploc, plic-ploc... Derrière le canard, Médor boitillait avec son pied bandé : tsou-pi-ti, tsou-pi-ti... Derrière Médor trottaient le petit bélier : tsou-pi-dou-pi, tsou-pi-dou-pi.

Mais une fois arrivés dans la forêt, ils avaient tous peur du loup. Heureusement, il y avait tout près de là une petite cabane de bois et ils se cachèrent dedans.

Le canard se glissa dans la cheminée, Médor sous un banc, le bélier sous la table, et l'alène se piqua dans le seuil.

Tout d'un coup, le loup se jeta dans la cabane.

— Je vais vous manger tous ! hurlait-il.

Mais Médor gronda : « Rrrraff, Rrrraff ! » et sauta sur le loup. Le bélier accourut de dessous la table et cogna dans les côtes du loup si fort qu'il le fit tomber.

— Can, can, can, can, can, can ! criait le canard.

En même temps, l'alène sautait du seuil, et pic ! pic ! pic ! dans la fourrure du loup. Le loup eut très peur et se sauva.

Mais l'alène n'avait plus envie de voir le monde et les autres non plus. Ils ramassèrent des fraises, des framboises, des champignons, et gaiement ils retournèrent à la maison.

### **« Les cinq doigts de la main » (Havráněk & Cœur, 1953a, pp. 25-26)**

Il y avait une fois une petite maison (montrer le poing fermé). Dans cette maison habitaient le papa, la maman, le grand-père, la grand'mère et le petit-fils. Voici le papa (déplier et montrer le pouce). Voici la maman (l'index). Voici le grand-père (le majeur). Voici la grand'mère (l'annulaire). Et celui-ci (le petit doigt), c'est le petit-fils, le petit garçon.

La maison était toute seule au bord d'une grande forêt. Dans la journée, elle était vide (refermer le poing). Ceux qui passaient par là pouvaient croire que personne n'y habitait. Vers le soir seulement, le père arrivait. Il venait de la forêt, où tout le jour il abattait des arbres. Voilà le père. Il était tout seul à la maison et il commençait à avoir faim. Il regardait par la fenêtre : il avait hâte que la maman revienne pour faire la soupe aux pommes de terre.

Un peu plus tard, la maman revenait des champs. La voilà. Alors dans la petite maison, il y avait déjà : la maman et le papa. Puis venait le grand-père. Il avait été chercher des champignons dans la forêt. Le voilà. Derrière lui venait la grand'mère. Enfin, le dernier, quand l'angélus sonnait déjà dans le village, le petit garçon rentrait à la maison en courant. Lui, il était toujours le dernier. Le voilà, le petit garçon. Alors, on fermait la maison et tout le monde se couchait (cacher la main.) Le matin, c'était le contraire. Le premier à partir, toujours en courant, c'était le petit-fils, le petit garçon (replier le petit doigt). Il allait déjà à l'école et le village était assez loin. Un moment après, la grand'mère quittait la maisonnette. Elle menait les oies au pâturage. Puis le grand-père s'en allait à son tour. Il emmenait la chèvre sur le coteau. Ensuite la maman, une hotte sur le dos, partait couper de l'herbe. Enfin le papa prenait sa hache, fermait la porte et partait à son travail dans la forêt. La maisonnette restait vide (le poing est fermé).

Quelquefois le papa et la maman rentraient à la maison ensemble, puis le grand-père et la grand'mère, et enfin le petit-fils tout seul. (Étendre successivement tous les doigts dans l'ordre indiqué.)

D'autres fois, c'est le papa qui arrivait le premier tout seul. Puis venaient la maman avec le grand-père, et la grand'mère avec le petit-fils (même jeu).

Au matin, le petit garçon partait quelquefois seul avant tous les autres, puis le grand-père et la grand'mère ensemble, et, les derniers, la maman avec le papa (replier successivement tous les doigts dans l'ordre indiqué).

Ou encore le petit-fils partait avec la grand'mère, puis le grand-père avec la maman, et enfin le papa tout seul (même jeu).