

MPS « SCIENCE ET VISION DU MONDE ». UN EXEMPLE DE SCÉNARIO

**Dominique BAROUX-RAYMOND
Michèle ARTIGUE, Robin BOSDEVEIX
Rita KHANFOUR-ARMALÉ, Alain KUZNIAK
Guy RUMELHARD¹**
(Groupe Modélisation IREM Paris 7)

Résumé. Cet article présente un des temps forts du stage de formation continue, animé et organisé par le groupe Modélisation de l'IREM Paris 7 durant l'année 2012, sur le thème du nouvel enseignement MPS (Méthodes et Pratiques Scientifiques) en seconde. Il s'agit du déroulement d'un scénario MPS sur le thème « Science et vision du monde » que les formateurs ont fait vivre en accéléré aux stagiaires. Ce scénario propose une démarche co-disciplinaire de modélisation cherchant à dépasser une simple juxtaposition entre disciplines, souvent observée en MPS. Au fil de cette modélisation, les stagiaires ont ainsi été amenés à effectuer des expériences sur l'œil, analyser leurs potentialités et leurs limites, à étudier l'analogie usuelle entre œil et appareil photo, et à dégager certaines lois de l'optique géométrique d'une recherche expérimentale avec le logiciel Geogebra. Ce scénario a été complété par un aperçu historique sur le rôle de la lumière dans la vision.

Mots-clés. MPS, vision, optique géométrique, co-disciplinarité, mathématiques, biologie, physique, GeoGebra, conjecture, démarche expérimentale.

Abstract. This article presents a key moment of the in-service training session organized in 2012 by the Modeling Group of the IREM Paris 7 regarding the new grade 10 course MPS (Scientific Methods and Practices). During this moment, the teachers were proposed to experience a MPS scenario on the theme "Science and vision of the world" in an accelerated way. This scenario proposes a co-disciplinary modeling approach going beyond the mere juxtaposition between disciplines often observed in MPS. Along this modeling process, the trainees indeed were lead to perform experiments on eyes and to analyze their potential and limitation, to study the usual analogy between eye and camera, and to identify some laws of geometrical optics through investigations carried out with the software Geogebra. This scenario was supplemented by a historical overview of the role of light in vision.

Key words. MPS, vision, geometrical optics, co-disciplinarity, mathematics, biology, physics, GeoGebra, conjecture, experimental approach.

1. Introduction

Depuis septembre 2010, un enseignement optionnel d'exploration intitulé MPS (Méthodes et Pratiques Scientifiques) est proposé en classe de seconde (élèves de 15-16 ans), en France. Il vise notamment à montrer aux élèves « l'apport et la synergie entre les

¹ Dominique Baroux-Raymond (mathématiques, IREM Paris 7), Michèle Artigue (mathématiques, Université Paris Diderot-Paris 7), Robin Bosdeveix (SVT, Université Paris Diderot-Paris 7), Rita Khanfour-Armalé (sciences physiques, Université de Cergy Pontoise), Alain Kuzniak (mathématiques, Université Paris Diderot-Paris 7), Guy Rumelhard (SVT, IREM Paris 7)

disciplines scientifiques... » et à les initier « à la démarche scientifique dans le cadre d'un projet » (BOEN spécial n°4 du 29 avril 2010). Notre groupe Modélisation de l'IREM Paris 7 s'est intéressé à ce nouvel enseignement et à la façon dont pouvaient s'y mettre en place des articulations productives entre mathématiques, sciences physiques et sciences de la vie et de la terre (SVT).

L'enseignement de MPS effectué par Dominique Baroux, membre de ce groupe, en binôme avec une enseignante de sciences de la vie et de la terre (SVT) durant l'année 2010-2011, a orienté notre réflexion vers le thème « Science et vision du monde » (Khanfour-Armalé et al., 2012), (Khanfour-Armalé et Baroux-Raymond, 2013). Les sujets abordés à l'occasion de cet enseignement, tels que la vision en relief, les illusions d'optique, la vision des animaux, les maladies et défauts visuels, le dessin animé, nous ont en effet convaincus du potentiel de ce thème. Il nous a notamment semblé susceptible de nourrir, dans ce cadre institutionnel des MPS, un véritable travail co-disciplinaire (Prieur et Aldon, 2011), qui ne se limiterait donc pas, comme c'est souvent le cas, à une juxtaposition de travaux menés dans les différentes disciplines. Nous avons alors décidé de bâtir un scénario MPS hypothétique sur ce thème, en travaillant plus particulièrement deux points essentiels : la façon dont pouvait s'y engager le dialogue entre mathématiques, sciences physiques et SVT, et la façon dont l'autonomie de l'élève pouvait y être accompagnée de façon productive.

La présentation de ce scénario à des enseignants de lycée issus des trois disciplines scientifiques a été intégrée au stage de formation continue que notre groupe a organisé en 2012 sur le thème de ce nouvel enseignement d'exploration. Elle s'est révélée un des temps forts de ce stage, ce qui nous a incités à partager cette expérience. Dans cette présentation, nous avons dû faire face à un certain nombre de difficultés inhérentes à une activité de ce type impliquant des enseignants des trois disciplines :

- Comment tenir compte de la distance qui existe entre les cultures disciplinaires dans l'enseignement français ?
- Comment créer les conditions favorables à un réinvestissement par les enseignants de ce scénario dans leurs pratiques après le stage ?
- Comment présenter une ressource qui guide un travail se déclinant sur un semestre, tout en permettant les adaptations nécessaires à la diversité des contextes ?

Pour y répondre, nous avons décidé de faire vivre aux enseignants en stage, en accéléré et dans ses grandes lignes, le scénario hypothétique que nous avons bâti pour des élèves (cf. annexe 1), puis d'en discuter avec eux la réalisation possible dans leurs contextes d'enseignement respectifs. Cet article présente une analyse de ce scénario, des principaux choix qui y sont effectués et de leurs raisons, accompagnée d'informations sur l'implémentation réalisée dans la formation et sur les réactions des stagiaires. Nous mettons particulièrement l'accent sur la façon dont les articulations entre les différentes disciplines y sont gérées. Il s'agit notamment de faire en sorte que les activités mathématiques proposées n'apparaissent pas comme des activités artificiellement parachutées mais s'inscrivent naturellement dans la démarche scientifique proposée. La question de l'accompagnement des élèves n'est pas abordée même si elle a été, elle aussi, discutée avec les enseignants, à partir de leur vécu au cours du stage et de leur connaissance des élèves.

2. Scénario sur la vision

Pour établir le lien entre mathématiques et sciences expérimentales, nous mettons au travail dans ce scénario le processus de modélisation. Cette notion n'a pas une définition unique ; suivant la discipline scientifique et suivant les auteurs, elle prend des significations diverses. Même si l'on se limite au champ de l'éducation mathématique, ce processus fait l'objet de diverses descriptions et schématisations, comme le montrent des synthèses de Blum, Galbraith, Henn et Niss (2007) ou Kuzniak et Vivier (2011). Dans cet article, nous nous appuyons sur celle proposée par Blum et Leiss (2005). Elle prend la forme d'un cycle (figure 1). Le point de départ en est une situation du monde réel que l'on épure, précise (étape 1), pour élaborer un premier modèle (étape 2). Le processus passe ensuite par l'association à ce premier modèle d'un modèle mathématique, soit déjà disponible, soit adapté ou élaboré à cette occasion (étape 3). Il se poursuit par un traitement mathématique dans le modèle avec production de résultats (étape 4), puis par l'interprétation des résultats dans la situation réelle d'origine (étapes 5 et 6). Il peut se terminer par la validation du modèle due à la pertinence des résultats. Sinon le processus est repris avec un modèle rectifié ou tout à fait différent.

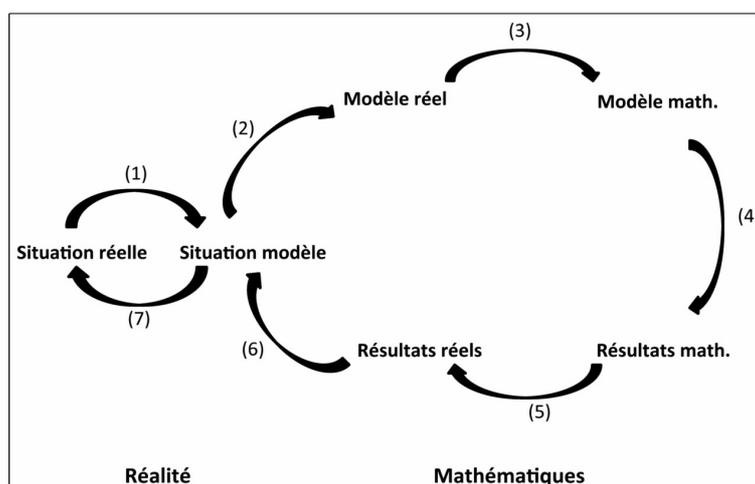


Figure 1. Cycle de modélisation, d'après Blum & Leiss (2005)

Nous montrerons au cours de la présentation du scénario comment les différentes étapes de ce processus de modélisation y ont été mises en œuvre.

2.1 Émergence d'un questionnement spécifique autour de la vision

Il s'agit, dans ce thème large de la vision, de susciter chez les élèves un questionnement sur la formation des images dans l'œil et de relier ce questionnement à la vision. Cette mise en relation n'est pas évidente. Comme l'a observé Dominique Baroux dans son enseignement, d'autres questionnements surgissent plus spontanément, certains très généraux en termes de vision du monde, d'autres sur les illusions d'optique, les défauts de la vision ou sur les processus de représentation 3D... Même si la question des défauts de la vision émerge, elle ne sera d'ailleurs pas forcément reliée à la question de la formation des images dans l'œil. Il y a à cela des raisons que l'histoire des sciences et la didactique aident à comprendre (de Hosson, 2011). Ces raisons ont été explicitées pendant le stage, par un exposé de Cécile de Hosson. Elle a pointé l'existence de deux sens antagonistes de

raisonnement : le sens Œil-Objet et le sens Objet-Œil, et a souligné que les recherches menées en didactique de la physique sur ce thème ont montré que très peu d'élèves expliquent la vision par la réception dans l'œil de quelque chose issu de l'objet. De plus, lorsque c'est le cas, leurs raisonnements semblent obéir à des principes proches du raisonnement en « image voyageuse » (Kaminski, 1989). En fait, ces recherches ont montré que, pour la plupart des élèves interrogés, même au collège, l'œil est actif, et la vision résulte de l'envoi par l'œil de quelque chose vers l'objet à regarder. Ce type de raisonnement provient du fait que, pour voir un objet, il est nécessaire de diriger son regard vers lui.

Au cours de son intervention, pendant le stage, Cécile de Hosson a mis en perspective cette conception de la lumière chez l'enfant avec l'histoire de la construction du rôle de la lumière dans la perception des objets. Elle a montré certaines similitudes entre les idées des élèves et celles des penseurs de la Grèce antique à propos du « sens » de la vue, vers ou depuis l'œil. La lumière n'était pas conçue à l'époque comme une entité indépendante reliant l'œil et l'objet. Ceci n'est apparu que plus tard, grâce aux travaux du mathématicien et physicien d'origine perse Alhazen (Bassorah, 965 –Le Caire , 1039), également connu sous le nom de Ibn al-Haytham.

Compte tenu de ces éléments, dans le scénario nous faisons la conjecture que l'émergence d'un questionnement sur la formation des images dans l'œil nécessitera sans doute un guidage de l'enseignant. En ce qui concerne le cycle de modélisation, soulignons que l'émergence d'un tel questionnement représente déjà l'entrée dans la modélisation d'une situation réelle, qui se trouve précisée et épurée. Une situation réelle conduisant à cette émergence pourrait être l'observation d'une paille dans un verre d'eau, ou bien un questionnement sur la correction des défauts de l'œil, questionnement qui était apparu par exemple dans la classe de Dominique Baroux.

2.2 Analogie avec l'appareil photo et dissection de l'œil

Une fois formulée la question de la formation des images, on peut s'attendre à ce que les élèves proposent des explications, des analogies, qu'ils suggèrent des expériences pouvant être menées pour conforter ou tester leurs propositions. Une analogie à laquelle on peut s'attendre est celle avec l'appareil photo, amenant à s'interroger sur comment fonctionne un appareil photo et comment s'y forment les images. Des réponses à ces questions peuvent alors être recherchées par un travail de documentation (ouvrages ou internet) mais aussi, lorsque c'est possible, en démontant un appareil photographique (non numérique), ce que nous avons fait dans le stage.

Sur internet, on trouve aisément des schémas ressemblant à celui de la figure 2.

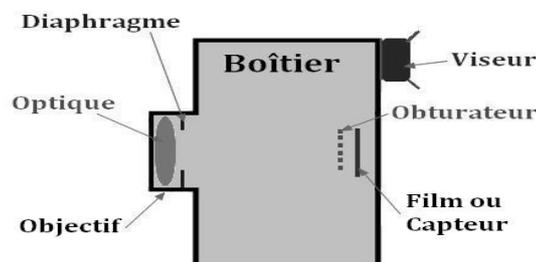


Figure 2. Coupe schématique d'un appareil photographique

En démontant un appareil photographique et en utilisant un papier calque en guise de pellicule, on peut identifier les différents éléments du dispositif et mettre en évidence la formation d'une image réelle et inversée (par exemple en déplaçant un objet de haut en bas et de droite à gauche devant la source lumineuse, voir figure 3).



Figure 3. Guy Rumelhard en train de réaliser l'expérience de l'image inversée sur papier calque en utilisant un appareil argentique ouvert

Une autre piste que peuvent suggérer les élèves, comme l'avaient fait ceux de Dominique Baroux, pourrait être d'ouvrir l'œil comme on peut ouvrir un appareil photographique en espérant comprendre comment se forment les images. La dissection de l'œil (ou une recherche documentaire) apporte des connaissances sur l'anatomie de l'œil qui justifient le processus d'analogie : l'œil contient du liquide (humeurs), une cornée, un cristallin, le fond de l'œil est constitué par la rétine. L'anatomie révèle certaines structures oculaires pouvant jouer un rôle optique dans la formation des images.

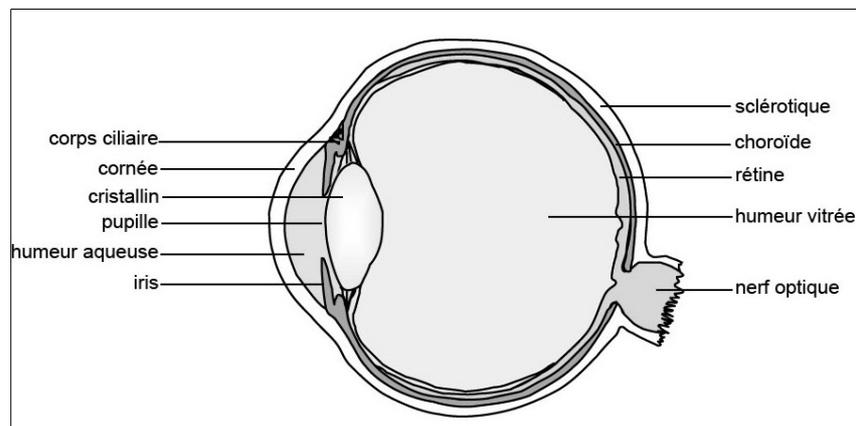


Figure 4. Coupe sagittale de l'œil

Source : Banque de schémas SVT, académie de Dijon, Alain Gallien
(http://svt.ac-dijon.fr/schemassvt/article.php3?id_article=1332&var_recherche=oeil)

Cette piste a été elle aussi explorée dans le stage. Grâce à une dissection préparée et orchestrée par Robin Bosdeveix, les stagiaires ont pu mettre en rapport les différents constituants de l'œil avec ceux de l'appareil photo (similarités mais aussi différences) : cornée (constituant un dioptre sans analogue), cristallin (lentille convexe mais pas mince

du tout), espace entre le cristallin et la rétine (chambre noire), rétine (pellicule où se forme l'image), pupille dont la taille est modulée par la contraction ou dilatation de l'iris (diaphragme qui ouvre ou ferme l'accès au cristallin/lentille), humeur vitrée et humeur aqueuse (sans analogue).



Figure 5. Dominique Baroux en train de disséquer un œil de veau avec Claudine Ménard, une enseignante de mathématiques stagiaire.

Le tableau 1 ci-après reproduit le bilan de la discussion avec les stagiaires suite à la dissection, montre le potentiel de cette activité pour identifier les limites de l'analogie entre l'œil et l'appareil photo même si, ainsi que cela a été précisé aux stagiaires, l'œil n'y est pas abordé comme système nerveux, alors même que la rétine réalise un traitement des informations visuelles et produit un message nerveux.

	Appareil photo	Œil
Points communs	<ul style="list-style-type: none"> • Diaphragme • Objectif/lentille • Boîtier/chambre noire • Film ou capteur 	<ul style="list-style-type: none"> • Pupille/iris • Cristallin agissant comme une loupe • Sclérotique/ Choroïde • Rétine
Différences	<ul style="list-style-type: none"> • Diaphragme derrière la lentille • Lentille mince 	<ul style="list-style-type: none"> • Pupille devant le cristallin • Cristallin sphérique (et non mince)
Sans analogue		<ul style="list-style-type: none"> • Deux dioptries : cornée et cristallin • Nerf optique • Liquides : <ul style="list-style-type: none"> ○ Humeur aqueuse (chambre antérieure) ○ Humeur vitrée (chambre postérieure) • Interface air/liquide

Tableau 1. Bilan de la discussion avec les stagiaires sur la comparaison entre l'appareil photo et l'œil

Force est de constater que si une telle dissection permet de réfléchir à l'analogie entre l'œil et un système optique, elle ne montre rien sur la formation de l'image dans l'œil. Il existe une expérience historique due à Descartes (1637) pouvant être proposée aux élèves mais délicate à réaliser (elle nécessite en particulier des yeux assez gros et non congelés). Elle consiste à dégager l'arrière de la membrane rétinienne et à mettre une source lumineuse devant l'œil placé sur un socle. Une image inversée de la source devrait alors apparaître sur la rétine.

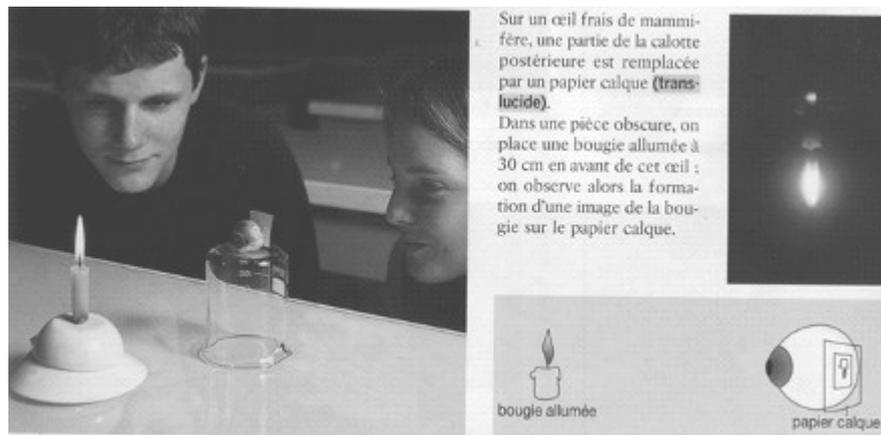


Figure 6. *Sciences Ire L-ES SVT, Physique-chimie, manuel scolaire, 2011, édition Bordas, p.15.*

Une autre expérience, plus simple à réaliser, consiste à extraire le cristallin de l'œil et à mettre en évidence qu'il possède certaines propriétés optiques. En le posant sur un document imprimé, on peut aisément observer que le cristallin agrandit les caractères d'imprimerie tel une loupe. Cette expérience, proposée par Robin Bosdeveix, a été réalisée dans le stage.

Mais si la pertinence de l'analogie avec l'appareil photographique semble confirmée, l'expérience ne donne pas pour autant les clefs du fonctionnement de la formation de l'image sur la rétine. Pour cela, un passage à la physique et à l'optique géométrique est nécessaire.

2.3 Modélisation en physique

La dissection de l'œil ou l'ouverture de l'appareil photo et le rebondissement dans l'univers de la physique permettent de franchir l'étape 2 du processus de modélisation (cf. figure 1) pour aboutir à un modèle physique de l'œil.

Le physicien montre que la construction réelle des images dans l'œil est très complexe et doit prendre en compte que la cornée est convexe, incurvée vers l'avant de l'œil, et que son indice de réfraction est plus élevé que celui de l'air. L'indice de l'humeur aqueuse est sensiblement égal à celui de la cornée. Donc, l'ensemble cornée - humeur aqueuse forme un système optique réfringent dont l'indice de réfraction est environ égal à 1,33 (par rapport à l'air). Quant au cristallin, il peut être assimilé à un système optique biconvexe dont l'indice de réfraction est environ égal à 1,43. Par conséquent, lorsque les rayons de lumière divergents provenant d'un objet pénètrent l'œil, tout se passe comme s'ils rencontraient deux systèmes optiques convergents. Ils sont tout d'abord déviés par le dioptré cornée - humeur aqueuse, puis par le cristallin et à nouveau par l'humeur vitrée. Ils terminent ensuite leur course sur la rétine. Pour simplifier la marche des rayons de

lumière, l'ensemble du système optique de l'œil est considéré comme équivalent, pour son action sur la réfraction globale, à un système convergent unique appelé *œil réduit*. Il y a, à partir de là, un investissement possible pour l'enseignant de physique : un travail sur la lentille mince convergente et ses caractéristiques ainsi que sur l'indice de réfraction des deux milieux.

La démarche conduit donc à remplacer la totalité de l'œil par une lentille mince convergente de 15 mm de distance focale (distance entre le centre optique d'un système optique, le centre de la lentille ici, et son foyer), qui serait positionnée derrière le cristallin, ce qui permettra par la suite de poser la question de la formation d'une image réelle au fond de l'œil (figure 7).

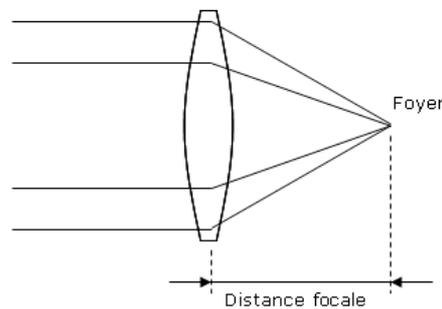


Figure 7. Schématisation physique de l'œil comme lentille mince convergente

2.4 Optique géométrique et fonctionnement des lentilles

Le travail en physique sur les lentilles s'appuie classiquement sur l'utilisation d'un banc d'optique. Il peut être intéressant, avec des élèves, de mener parallèlement une recherche historique pour savoir quand les lentilles sont apparues. Nous envisageons dans le scénario une expérimentation de nature mathématique, complémentaire à l'utilisation du banc d'optique. Le système physique est ainsi transformé en un système géométrique et l'on entre dans les étapes 3 et 4 du cycle de modélisation (cf. figure 1). La modélisation mathématique obéit aux lois de l'optique géométrique et plus précisément aux trois règles suivantes qui permettent de construire l'image d'un point par une lentille mince convergente :

Règle 1 : tous les rayons lumineux issus d'un point A et qui rencontrent la lentille convergent en un point A' appelé l'image de A.

Règle 2 : tout rayon incident passant par le centre optique d'une lentille n'est pas dévié par la lentille.

Règle 3 : tout rayon incident parallèle à (et distinct de) l'axe optique est dévié par la lentille et passe par le foyer image.

De plus, la lentille mince convergente est, dans le modèle, représentée par un segment (figure 8).

Les travaux en didactique de la physique de Laurence Viennot sur les dépendances fonctionnelles (Viennot, 2011) nous ont aidés à concevoir une simulation pour le scénario et à penser son exploitation. Celle-ci, réalisée avec le logiciel GeoGebra, permet des explorations qualitatives et quantitatives de la construction géométrique de l'image d'une source lumineuse par une lentille convergente mince. De nombreuses questions peuvent

en émerger, conduisant à un travail qui illustre différentes facettes de la démarche expérimentale en mathématiques, dans une approche d'abord qualitative puis quantitative, aboutissant aux lois de Descartes. L'exploitation de cette simulation permet aussi de montrer que, dans le modèle mathématique, on peut s'affranchir des limites de la situation physique, et que les régularités, les variations observées, les objets mathématiques introduits peuvent être sources de questions nouvelles. Certaines peuvent rebondir sur la situation physique ou biologique initiale.

Dans le stage, pour organiser le travail avec cette simulation, nous avons élaboré deux fiches associées chacune à un fichier GeoGebra (cf. annexe 2). Elles seraient bien sûr à adapter dans un scénario réalisé avec des élèves. Le fichier associé à la première fiche (figure 8) montre une lentille schématisée par un segment porté par l'axe des ordonnées et centré sur l'axe des abscisses et, sur cet axe des abscisses, les foyers objet et image notés F et F' , ce qui correspond aux notations usuelles, symétriques par rapport à l'origine du repère qui est le centre de la lentille. La position des foyers est pilotable par un curseur nommé f' , correspondant à l'abscisse de F' et variant entre 0 et 5, cette valeur étant aisément modifiable.

La première fiche précise les règles de construction rappelées ci-dessus, puis demande de construire l'image A' d'un point A . Il est ensuite demandé d'exploiter cette construction pour étudier les liens entre la position de A et celle de A' puis, après avoir lié A à un segment par la commande « Lier point », d'étudier l'image de ce segment, les relations entre sa position et sa taille avec celles du segment initial, puis d'explorer librement les images d'autres figures géométriques.

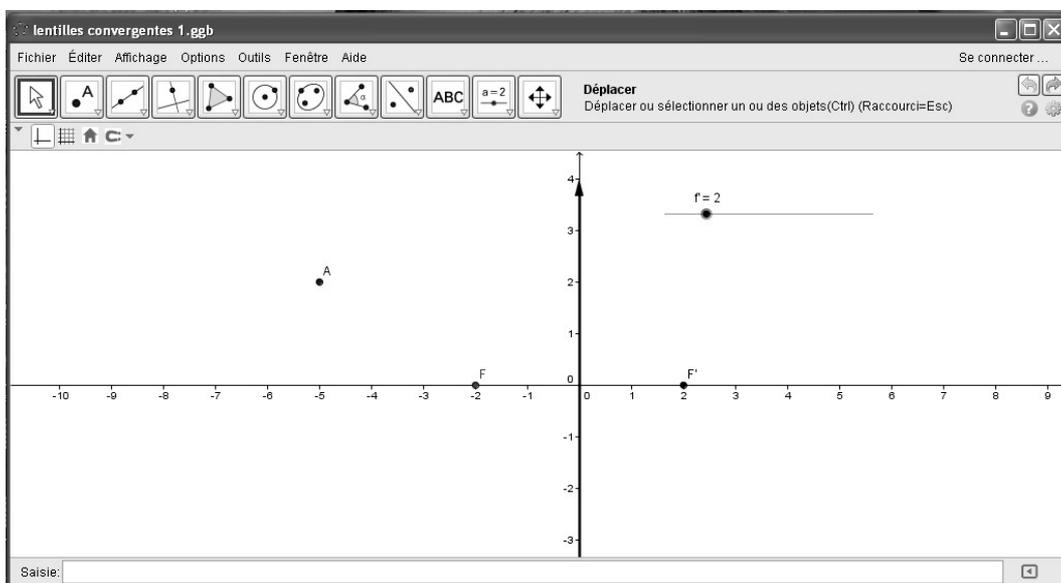


Figure 8. Écran correspondant au premier fichier

Dans le scénario, nous faisons l'hypothèse que les explorations proposées peuvent conduire à constater que si l'on déplace A vers la gauche de l'écran, faisant décroître son abscisse, celle de A' se rapproche de celle de F' , que si au contraire, on déplace A vers la droite l'abscisse de A se rapprochant de celle de F , le point A' s'éloigne à droite puis disparaît, pour réapparaître ensuite à gauche de la lentille si l'on continue le mouvement, que lorsque A se rapproche de l'axe des abscisses (axe optique), c'est aussi le cas de A' ,

que l'image d'un segment est aussi un segment (pas nécessairement de même taille), mais que l'image d'un cercle n'en est pas un (figure 9). Cela a été globalement le cas pendant la formation, même si l'exploration a pris plus de temps que prévu, les stagiaires n'étant pas tous assez familiers avec Geogebra. Certains stagiaires ont ensuite cherché à relier ces phénomènes perceptifs aux caractéristiques de la modélisation géométrique réalisée. Nous ne nous attendons pas à ce que ce soit spontanément le cas pour des élèves de Seconde, et faisons l'hypothèse que ceci nécessitera l'intervention de l'enseignant et son aide.

Dans le stage, la discussion collective qui a suivi l'exploration a permis de clarifier ces relations. Nous avons aussi souligné que la simulation Geogebra permettait de s'affranchir des contraintes physiques de la situation, en permettant par exemple d'explorer ce qu'il advenait lorsque A passait à droite de la lentille, la construction géométrique correspondant alors au schéma d'une lentille divergente.

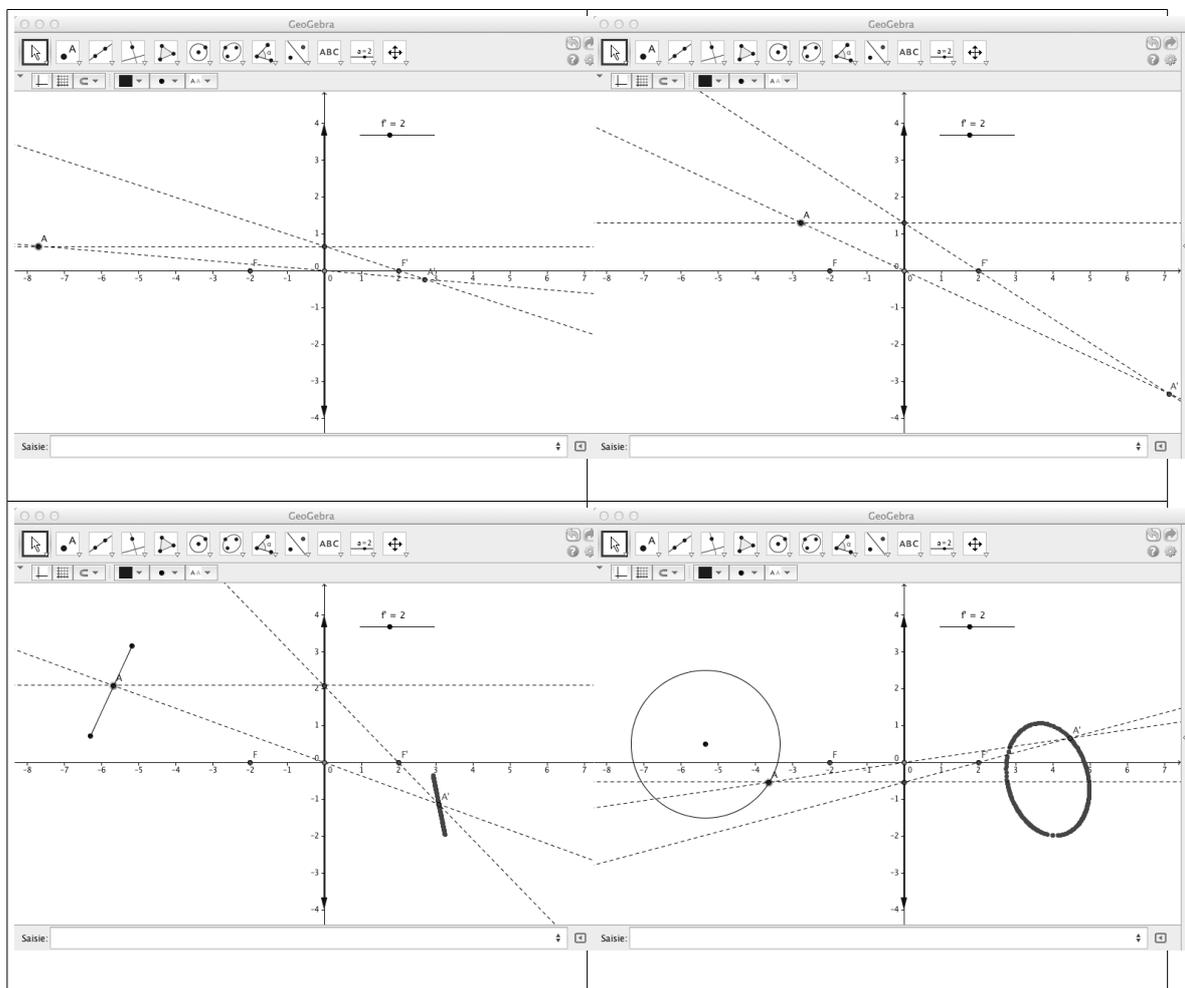


Figure 9. Exemples d'exploration utilisant le premier fichier

Si, dans le scénario, la première fiche vise une exploration qualitative, la seconde vise une exploration plus quantitative amenant à conjecturer les lois de Descartes.

Le fichier fourni dans ce cas (figure 10 ci-après) comporte deux fenêtres graphiques. La fenêtre de gauche montre la construction de l'image d'un segment $[AB]$ perpendiculaire à l'axe optique. Il y a cette fois deux curseurs, f' comme dans le premier fichier et un

curseur p qui permet de varier l'abscisse du point A.

Dans la fenêtre graphique de droite, deux points M et N ont été créés. Ils ont pour coordonnées respectives $(p ; p')$, p' étant l'abscisse de A' et $(AB ; A'B')$. Les traces de ces points sont activées. La fiche qui accompagne ce fichier est plus guidée que la précédente. On demande d'abord de déplacer le point B et d'observer la trace du point N, puis en gardant toujours constant f' de faire varier p et d'observer la trace du point M.

Comme nous avons pu le constater lors de sa réalisation en formation, cette seconde exploration, très guidée en apparence, demande cependant beaucoup d'initiatives durant sa mise en œuvre.

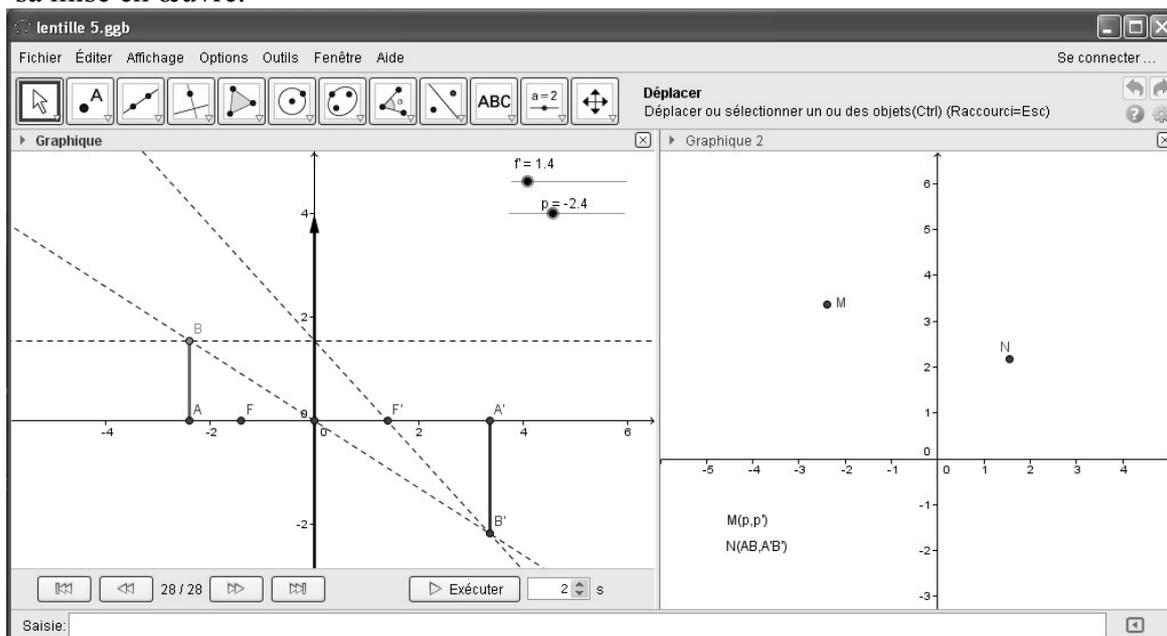


Figure 10. Écran correspondant au second fichier

Le point N se déplace sur une droite qui passe par l'origine, ce qui met en évidence une relation de proportionnalité entre les distances $A'B'$ et AB . Cette relation peut être démontrée en utilisant le théorème de Thalès (voir annexe 3). Le point M, lui, se déplace sur une hyperbole dont on peut matérialiser les asymptotes qui sont les droites d'équation $x = -f'$ et $y = f'$. En mettant en évidence le rapport entre les objets mathématiques et physiques traités dans cette question, cette exploration est l'occasion de donner du sens à la notion d'asymptote grâce à son interprétation physique. Par exemple, l'asymptote verticale matérialise la position des objets qui n'ont pas d'image. On joue là sur une potentialité de prise de sens de branches infinies à partir de simulations d'une situation physique qui a déjà été exploitée de façon productive dans le contexte de simulations de poursuites avec Geogebra (Cazes et Vandebrouck, 2014).

Après avoir tracé les asymptotes, l'idée du scénario est d'aider les élèves à trouver une équation de cette hyperbole. Nous faisons l'hypothèse, dans le scénario, que ceci nécessitera un fort guidage. Lors du stage, il a d'ailleurs fallu guider les enseignants. On peut par exemple, en utilisant la fonction tableur du logiciel GeoGebra, amener à remarquer que le produit $(p + f')(p' - f')$ est constant et égal à $-f'^2$. On en déduit que $p' = \frac{f'p}{p + f'}$. La relation de Descartes $\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$ découle de cette égalité.

On peut alors faire parler cette équation et se proposer de la démontrer en se situant dans le cadre géométrique (voir annexe 3). C'est ce que nous avons fait dans le stage. Nous sommes cependant bien conscients de la difficulté – bien soulignée par les stagiaires – de cette démonstration pour des élèves de Seconde.

2.5 Retour à la biologie

Ce déplacement de la position de l'image en fonction de la position de l'objet peut donner naissance à un rebondissement du questionnement et un renvoi à l'étude du système biologique : comment l'image est-elle maintenue sur la rétine, qui est fixe et constitue à la fois la couche photoréceptrice et le premier centre nerveux permettant le traitement biologique de l'information, et pourquoi voit-on à l'endroit ? Un mécanisme à rechercher doit permettre de faire avancer ou reculer l'image. A priori, l'optique géométrique suggère de faire l'hypothèse d'une variation de la distance focale, donc d'une modification du cristallin qui est l'analogue de la lentille. Est-ce ce qui est en jeu lorsque l'on parle d'accommodation ? En fait, la situation réelle est un peu plus compliquée et plusieurs mécanismes entrent simultanément en jeu. Le travail au sein du modèle conduit donc à une hypothèse raisonnable mais qui n'épuise pas la réalité du phénomène.

On peut aussi souligner à cette occasion que la modélisation de l'œil par une lentille est une modélisation très simple (ce qui ne l'empêche pas d'être utile) : le cristallin n'est pas une lentille mince ; de l'extérieur à l'intérieur de l'œil, il y a un changement de milieu (air externe / humeur aqueuse située entre la cornée et le cristallin) donc d'indice de réfraction... Le sujet est donc loin d'être épuisé. Voici une fonction importante du modèle de l'œil issu du croisement entre physique (optique) et mathématiques (géométrie) : faire naître des questions dans l'autre système qui n'avaient pas été initialement posées. De plus, ce modèle peut être réinvesti dans le champ de la biologie afin de comprendre l'origine de certains défauts de la vision (presbytie, hypermétropie, myopie). Il permet également de prévoir comment corriger ces troubles visuels et calculer les caractéristiques d'un nouveau dioptré correctif. On touche alors à la dimension prédictive du modèle scientifique construit. Nous nous situons, avec cette partie, aux étapes 5 et 6 du processus de modélisation (cf. figure 1).

Le modèle construit peut être exploité en mathématiques pour répondre à des questions portant sur l'acuité visuelle, par exemple que signifie réellement l'expression « avoir dix dixièmes à un œil ? » (voir annexe 3, application). Et le travail mené débouche par ailleurs naturellement sur des questions concernant les défauts de l'œil et leur correction pour lesquels le modèle peut être ré-exploité. Soulignons en revanche que, dans ce dialogue entre SVT, physique et mathématiques, le mécanisme de la vision n'a été que très partiellement exploré puisque l'on s'est arrêté à l'œil et à la formation d'une image sur la rétine, sans jamais faire intervenir le traitement tout aussi essentiel de cette image par le cerveau.

3. Conclusion

La présentation de ce scénario a permis aux collègues des trois disciplines de s'aventurer dans des domaines qui n'étaient pas les leurs. Ce choix de présentation, conçu comme un outil de formation, a été très bien accueilli. En effet, l'investissement des collègues dans les différentes manipulations et explorations leur a permis d'échanger sur les similitudes et les différences qui existaient dans leurs démarches et leurs pratiques, et cette proximité

avec les autres disciplines a été vécue comme une expérience assez rare. Ce scénario a été particulièrement bien reçu par les enseignants de mathématiques qui nous ont confié avoir du mal à trouver leur place dans l'enseignement MPS.

Ce témoignage vient à l'appui de beaucoup d'autres, qui attestent que les mathématiques semblent souvent parachutées dans les projets co-disciplinaires et que la « synergie entre les disciplines » préconisée dans les textes officiels se réduit souvent à une juxtaposition des disciplines.

Le cycle de modélisation nous a été utile pour penser les articulations entre disciplines et la façon dont les questions pouvaient rebondir d'une discipline à l'autre, au fil du scénario, ainsi que pour travailler ces questions avec les enseignants dans la formation. Nous avons essayé de le refléter dans l'organisation de cet article. Il nous semble qu'au-delà de cette expérience particulière, ce cycle pourrait être envisagé comme un outil pour les enseignants désireux de s'engager dans un travail co-disciplinaire de type MPS, y compris sur d'autres thèmes que celui de la vision.

Dans la formation, nous avons proposé et discuté une mise en œuvre possible de ce scénario dans le cadre d'un semestre, soit des 18 séances d'un parcours MPS impliquant des enseignants des trois disciplines et incluant, comme souhaité dans les textes officiels, une ouverture sur les métiers. Même en l'absence de réalisation effective, cette proposition, reproduite en annexe 1, a constitué une base de discussion intéressante avec les participants au stage. Elle a amené à réfléchir aux conditions nécessaires à l'actualisation des potentialités du scénario dans une réalisation effective, compte-tenu des contraintes auxquelles devait faire face un tel enseignement, des marges de manœuvre exploitables, différentes d'un stagiaire à l'autre, et aux variations qui pourraient en résulter suivant les contextes. Ceci a aussi permis de souligner que, dans la réalité, un parcours MPS ne pouvait obéir à un scénario figé à l'avance mais devait pouvoir combiner une organisation globale pensée à l'avance et des adaptations possibles, selon ce que ferait surgir d'intéressant le travail mené avec les élèves.

Ces possibilités ne peuvent être complètement anticipées. Cependant, à nos yeux, une conception flexible de la notion de scénario ne s'oppose pas au développement d'une réflexion approfondie menée *a priori*. Au contraire, flexibilité et réflexion se complètent : le scénario que nous avons proposé, vise à concrétiser cette complémentarité.

Outre la préparation de formations continues, une des fonctions de notre groupe est d'intervenir dans l'enseignement de modélisation du master professionnel de didactique de l'université Paris Diderot - Paris 7. Il s'agit, dans cet enseignement, d'aborder les problèmes de modélisation et mathématisation de phénomènes de natures diverses et, à travers eux, la question des rapports entre disciplines scientifiques, entre mathématiques et société. L'enseignement vise d'abord à faire rencontrer aux étudiants différentes expériences de modélisation et à les faire réfléchir sur les transpositions possibles dans le cadre de l'enseignement secondaire ou en formation d'enseignants. Une partie importante de l'enseignement est consacrée à l'accompagnement d'un projet réalisé en petits groupes. Ces projets contribuent à la constitution d'une banque de ressources dans le domaine de la modélisation par le réseau des IREM. Cette banque devrait aider les enseignants des disciplines scientifiques, et notamment les enseignants de mathématiques, à faire vivre plus efficacement dans leur enseignement les connexions possibles entre disciplines, que ce soit dans le quotidien de la classe ou dans la gestion des dispositifs spécifiques prévus pour susciter des collaborations entre disciplines.

Les articles publiés par les membres du groupe et des projets réalisés par les étudiants-enseignants du master peuvent être téléchargés sur le site :

http://www.irem.univ-paris-diderot.fr/sections/groupe_modelisation/.

Références

- BLUM W. & LEISS D. (2005). "Filling Up" – The problem of independence-preserving teacher interventions in lessons with demanding modelling tasks. In M. Bosch (Ed.), *Proceedings of CERME 4* (pp. 1623-1633). Barcelone : FUNDEMI IQS – Universitat Ramon Llull.
http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~erme/CERME4/CERME4_WG13.pdf
- BLUM W., GALBRAITH P.L., HENN H.W. & NISS (Eds.) (2007) *Modelling and Applications in Mathematics Education*. Berlin : Springer. CAZES C. & VANDEBROUCK F. (2014). Vil coyote rattrapera-t-il Bip-Bip ? *Repères IREM*, 95, 5-22.
- DE HOSSON C. (2011) *L'histoire des sciences, un laboratoire pour la recherche en didactique et l'enseignement et la physique*. Habilitation à Diriger les Recherches. Université Paris Diderot-Paris 7.
http://tel.archives-ouvertes.fr/docs/00/65/55/94/PDF/note_synthA_se_HDR_deHosson.pdf
- DESCARTES R. (1637) Le discours de la méthode. Dioptrique. *Œuvres de Descartes, Paris, F.G. Levrault, par Victor Cousin, 1824-1826 (disponibles sur Gallica)*.
- KAMINSKI W. (1989) Conceptions des enfants (et des autres) sur la lumière, *Bulletin de l'Union des Physiciens*, 716, 973-996.
- KHANFOUR-ARMALÉ R. BOSDEVEIX R., BAROUX D. & RUMELHARD G. (2012) La co-disciplinarité autour du thème de la vision. *La didactique des mathématiques: approches et enjeux. Hommage à Michèle Artigue, Université Paris Diderot- Paris 7, Paris, France 31mai-2 juin 2012*. <https://docs.google.com/file/d/0B7H9DyVUr48leUNGYTM4YzJsYnc/edit?pli=1>
- KHANFOUR-ARMALÉ R. & BAROUX D. (2013) Scénario d'une séquence MPS sur le thème « Sciences et vision du monde » *Bulletin de l'APBG*, 3, 121-129.
- KUZNIAK A. & VIVIER L. (2011). *La modélisation dans l'enseignement des mathématiques. Mise en perspective critique*. Cahier du LDAR 3. IREM Paris 7.
- PRIEUR M. & ALDON G. (2011). Un enseignement scientifique co-disciplinaire de la modélisation du cycle du carbone. *Repères IREM*, 82, 23-36.
- VIENNOT L. (2011). L'analyse des dépendances fonctionnelles, un outil puissant. *En physique, pour comprendre*. Paris : EDP Sciences. 33-38.
- VIENNOT L. & KAMINSKI W. (2006). Can we evaluate the impact of a critical detail ? The role of a type of diagram in understanding optical imaging. *International Journal of Science Education*, 28 (15), 1867-1895

Annexe 1. Scénario de MPS

	Thème	Forme de la séance	Discipline (s)	objectif	Communication ou production
Séance 1	Introduction MPS & Brainstorming sur le thème "vision du monde"	Classe entière	3	Permet de clarifier le thème polysémique, de trier entre sujets scientifiques ou non, d'écartier les sujets irréalistes (pas à leur portée). Différencier ce qui relève de la vision comme processus biologique et de la vision instrumentée	
Séance 2	Recentrage sur le thème vision biologique et formation des images par l'œil Analogie supposée œil / instrument d'optique. Choix de comparer avec l'app photo Dégager les différents éléments essentiels et leurs rôles dans le fonctionnement de l'app photo. Bilan de la recherche documentaire durant la dernière demi heure. Mise en accord sur un schéma commun. Point sur les questions dont certaines seront laissées ouvertes volontairement.	Recherche documentaire sur le fonctionnement de l'app photo en salle info ou CDI. Consignes données par l'enseignant pour la recherche documentaire.	1 SPC	Réduction de l'œil à un instrument d'optique en occultant la dimension nerveuse	Produire un schéma légendé précisant des hypothèses sur les fonctions et les questions qu'ils se posent
Séance 3	L'analogie entre l'œil et l'app photo est-elle pertinente? Dégager les points communs et différences entre œil et app photo. L'enseignant circule, pilote un bilan collectif. Les élèves complètent leur tableau d'une autre couleur pour voir l'évolution de leurs idées.	Travail expérimental Dissection de l'œil avec éléments de protocole Manipulation de l'app photo avec calque (image inversée)	1 SVT		Les élèves doivent en autonomie faire des hypothèses sur les correspondances et remplir le tableau (dans leur cahier de bord).
Séance 4	Séance "métiers" Recenser les différents métiers en lien avec le thème	Classe entière puis Travail de groupe par métier : recherche documentaire, prise de contact pour une rencontre avec un professionnel.	1 (n'importe quelle matière)		Préparer une liste de questions pour un entretien.
Séance 5	Lentille dans l'app photo, cristallin / loupe ; pose des questions sur la formation d'une image en physique. =>Etude des propriétés d'une lentille convergente (règles d'incidence, notion de foyer, de stigmatisme...) Ne pas aborder les formules qui seront construites ensuite en maths	Travail expérimental (banc d'optique...)	1 SPC		
Séance 6	Exploration GeoGebra 1		1 Maths		
Séance 7	Exploration GeoGebra 2		1 Maths		
Séance 8	Histoire des sciences sur différents thèmes (Voir logiciel, textes historiques fournis)	Logiciel	1 SPC		
Séance 9	Exploration GeoGebra 3		1 Maths		
Séance 10	Exploration GeoGebra 4		1 Maths		
Séance 11	Retour sur l'histoire des sciences (2)		1 SPC		Exposés
Séance 12	Accommodation		1 Maths		Simulation avec Géogebra
Séance 13	Défauts de la vision (Bio)	Recherche documentaire Intervention du médecin ou infirmière scolaire	1 SVT		
Séance 14	Défauts de la vision (maths)		1 Maths		Exploitation de la simulation avec GeoGebra par rapport aux corrections à apporter
Séance 15	Retour sur les métiers		3		Poster ou brochure métier, qu'ils présentent
Séance 16	Séance de préparation du bilan final		1 (n'importe quelle matière)		
Séance 17	Visite (entreprise d'instruments optiques...)		1 (n'importe quelle matière)	A placer à un n'importe quel moment selon les contraintes de l'entreprise	
Séance 18	Bilan général du semestre :		3		Diaporama de présentation de la démarche générale

Annexe 2. Fiches

Fiche-stagiaire 1

Modèle géométrique. Ouvrir le fichier Geogebra « lentilles convergentes 1 » (cf. figure 8)

- Le plan est rapporté à un repère orthonormé d'origine O
- Le point O représente le centre optique de la lentille.
- L'axe des abscisses représente l'axe optique.
- Le segment tracé sur l'axe des ordonnées représente la lentille.
- Le point F représente le foyer objet de la lentille et l'abscisse du point F est la distance focale objet notée f .
- Le point F' représente le foyer image de la lentille et l'abscisse du point F' est la distance focale image notée f' . On a $f' = -f$
- Dans le cas d'une lentille convergente $f < 0$ et $f' > 0$.
- Le curseur f' qui varie entre 0 et 5 permet de déplacer les points F et F' qui sont symétriques par rapport à O.

Trois règles

Règle 1 : tous les rayons lumineux issus d'un point A et qui rencontrent la lentille convergent en un point A' appelé l'image de A.

Règle 2 : tout rayon incident passant par le centre optique d'une lentille n'est pas dévié par la lentille.

Règle 3 : tout rayon incident parallèle à (et distinct de) l'axe optique est dévié par la lentille et passe par le foyer image.

Première exploration

- a. Créez un point A et construisez son image A' en appliquant les règles ci-dessus.
- b. Déplacez le point A. Que se passe-t-il pour A' ? Notez vos observations.
- c. Créez un segment [BC]. Liez le point A à ce segment par la commande « Lier point » du menu « Point ». Activez la trace du point A'. Quelle est l'image du segment [BC] ?
- d. Déplacez le segment [BC]. Comment varient la taille et la position de son image ? Notez vos observations.
- e. Recommencez avec d'autres figures géométriques.

Annexe 2. Fiches (suite)

Fiche-stagiaire 2

Deuxième exploration : étude des dépendances, vers les lois de Descartes.

L'objet de cette exploration est d'étudier,

- d'une part le lien entre la taille d'un objet et celle de son image,
- d'autre part le lien entre la position d'un objet et celle de son image.
- Ouvrir le fichier GeoGebra « lentilles convergentes 2 » (cf. figure 10).

On note p l'abscisse de A et p' l'abscisse de son image A'. Le curseur p permet de faire varier l'abscisse du point A.

Dans la première fenêtre graphique, on a représenté en rouge un segment [AB] perpendiculaire à l'axe optique et en bleu son image [A'B'] qui existe lorsque p est différent de $-f'$.

Dans la deuxième fenêtre graphique, on a créé le point N de coordonnées (AB ; A'B') et le point M de coordonnées (p ; p').

- a. Déplacez le point B (les nombres f' et p restent constants) et observez la trace du point N. Quelle conjecture peut-on faire ?
- b. Désactivez la trace de N et en gardant f' toujours constant, faites varier p en bougeant le curseur. Comment se déplace le point M ? Notez vos observations.

Annexe 3

Preuve géométrique de la relation de Descartes $\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$, dans le cas particulier où $p < -f'$

Les triangles $F'A'B'$ et $F'OI$ (cf. figure 10) sont semblables, donc :

$$\frac{F'A'}{F'O} = \frac{A'B'}{OI}$$

Il s'ensuit que : $\frac{OA' - OF'}{F'O} = \frac{A'B'}{AB}$ et, comme $\frac{A'B'}{AB} = \frac{OA'}{OA}$, on en déduit que :

$\frac{OA'}{OF'} - 1 = \frac{OA'}{OA}$ et donc que : $\frac{1}{OF'} = \frac{1}{OA'} + \frac{1}{OA}$, ce qui est la relation cherchée.

La relation de Descartes est équivalente à $p' = \frac{f'p}{p+f'}$, donc le point M se déplace sur l'hyperbole d'équation $y = \frac{f'x}{x+f'}$. Si on la trace, on constate que le point M se déplace effectivement sur la branche de cette courbe correspondant à $x < -f'$.

Sachant que $A'B' = \frac{OA'}{OA} * AB$, $OA' = p'$, $OA = -p$, $OF' = f'$ et $AF = -(p+f')$, on déduit de plus de la relation de Descartes que : $A'B' = \frac{OF'}{AF} * AB$.

Application

Avoir une vision de 10 dixièmes signifie que l'on est capable de distinguer deux traits distants de 0,1 mm au point le plus proche de vision nette (environ 15 cm). On peut en déduire, approximativement la distance entre deux cellules visuelles voisines. En effet, ceci signifie que les deux traits ont leurs images sur deux cellules visuelles distinctes et cela revient donc à calculer la taille de l'image d'un objet de 0,1mm situé à 15cm d'une lentille convergente mince de distance focale 15mm. En utilisant la formule ci-dessus, on obtient : $0,1 * 15 / 135$ mm, ce qui est approximativement la valeur connue de 10 micromètres.

Annexe 4. Schéma usuel pour un cas particulier

