

CONSTRUIRE LES MATHÉMATIQUES AVEC EMMA CASTELNUOVO

Lucilla CANNIZZARO¹

Università La Sapienza , Roma 1

Chez Emma Castelnuovo, tout était prévu pour accueillir l'imprévu attendu², avec l'attention nécessaire et afin de le valoriser autant que possible.

Quatre mois après avoir fêté ses cent ans, Emma Castelnuovo nous a quittés le 13 avril de cette année. Beaucoup de gens ont écrit sur elle ces derniers mois³, pour célébrer son centième anniversaire mais aussi lorsqu'on lui a décerné le prix de la Fondation Nesi de Livourne, le 8 décembre 2013⁴. Beaucoup a donc déjà été dit et il m'arrivera de redire des concepts déjà exprimés ailleurs. Je suis toutefois certaine d'ajouter quelque chose d'inédit. Et chacun de ceux qui ont écrit ou dit quelque chose en ont conscience. Au cours de ces derniers mois, nous avons ensemble reconstitué la polyvalence de l'impact qu'Emma Castelnuovo avait sur les personnes : elle était capable d'activer la réalité de chacun et d'en laisser trace. Nous avons aussi reconstitué son intervention sur la didactique des mathématiques, sur la formation des enseignants, sur les institutions, des lieux où elle a laissé des traces profondes.

J'ai connu Emma Castelnuovo en 1971, lorsque j'étais en train de terminer mes études universitaires ; c'était juste après avoir collaboré avec des chercheurs du CNRS de Rome à propos d'une enquête sur le raisonnement d'enfants de moins de huit ans dans des situations de proportionnalité⁵. C'était l'année où la première exposition de mathématiques de ses élèves avait eu lieu dans l'établissement scolaire où elle exerçait, la *Scuola Media* Torquato Tasso de Rome (Castelnuovo, 1972).

1 Texte traduit de l'italien par Valentina Celi.

2 Il s'agit ici d'un premier oxymore faisant allusion aux relations qu'Emma Castelnuovo instaurait avec l'élève qui apprenait et avec la classe qui travaillait.

3 Sur internet, on trouve des articles formels ou bien des souvenirs émouvants. Par exemple, sur www.altritaliani.net, en italien et en français, le souvenir de Giuseppe Samonà, un ancien élève ; en espagnol, la Sociedad Madrileña de Profesores de Matemáticas Emma Castelnuovo édite un souvenir sur <http://www.smpm.es/index.php/informacion/emma> ; encore en italien, un site fondé par une ancienne élève-enseignante, <http://matematicandoinsieme.wordpress.com/tag/emma-castelnuovo>.

4 La Fondation Nesi (www.fondazionenesi.org/premionesi_2013.htm) les actes de la journée de l'attribution du Prix, avec des interventions programmées de savants et des interventions spontanées d'anciens élèves.

5 Vers la fin des années 1960, Emma Castelnuovo et d'autres enseignants du secondaire font partie d'un groupe coordonné par Bruno De Finetti et Lucio Lombardo Radice, professeurs universitaires à Rome. Ces derniers démarrent une coopération avec le CNRS afin de recevoir des financements pour la réalisation de projets de recherche sur l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques. Des étudiants, en fin d'études universitaires et intéressés par ces projets, peuvent alors choisir de mener leurs observations dans des établissements scolaires du secondaire, notamment dans les classes d'Emma Castelnuovo. Aidée par ces étudiants, elle donne naissance à l'un des moments plus caractéristiques de son enseignement : les expositions de mathématiques, à l'occasion desquelles on présente des affiches et des instruments mathématiques réalisés par les élèves pendant ses cours. Les expositions romaines de 1971 e 1974 ont été présentées à l'Ecole Decroly de Bruxelles (septembre 1974), au Congrès de Karlsruhe de l'ICME (août 1976) et encore lors des journées nationales de Limoges de l'APMEP (1977).

Dans ce texte, je vais avancer par étapes en esquissant ce que je considère être les fondements de ses actions et de sa personnalité.

1. Pédagogie, épistémologie et didactique

J'aimerais souligner quatre points essentiels dans l'action didactique d'Emma Castelnuovo. Les réflexions historico-épistémologiques de Guido Castelnuovo, la pédagogie d'Ovide Decroly en liaison avec l'action de Paul Libois dans l'école Decroly de Bruxelles (Giacardi & Zan, 2013), les *Éléments de Clairaut*⁶ ainsi que l'apport de la théorie de la Gestalt à la méthode Montessori, apport dû au hollandais Van Hiele et à son épouse. Emma Castelnuovo était fermement convaincue en adhérant au principe de globalisation de la pédagogie decrolyenne. La perception de l'enfant diffère de celle de l'adulte car elle a un caractère global. Qu'ils soient langagiers ou géométriques, les phénomènes et les objets apparaissent aux enfants dans une vision globale. Chez l'enfant, les détails se confondent entre eux et avec l'objet : chez les enfants, la connaissance se développe par Gestalt.

Après une première connaissance globale, l'action analytique de l'adolescent émette, analyse le tout mais devient ensuite constructive et synthétique : le tout est ainsi reconstitué. Pour la géométrie, l'action de fragmentation de l'adolescent passe par des activités de classification, de mesure, d'observation de propriétés et d'analogies entre différents cas; elle passe à travers la réalisation de dessins et de modèles qui reproduisent le tout ou une partie, fidèlement ou seulement partiellement, de l'objet ou du phénomène. Le tout se passe en étroite relation avec le langage. Une telle activité demande toutefois une école active et socialement ouverte et intégrée.

2. Le triangle : réalité, élèves, enseignante

Emma Castelnuovo avait l'habitude d'affirmer : « *Ouvrir la tête (et pas seulement les yeux) des élèves* ». Le levier privilégié pour atteindre cet objectif était l'observation de la réalité ; l'observation propre à l'enfant et à l'adolescent, d'abord globale et puis, au fur et à mesure, structurée et réfléchie ; une observation où l'enfant et l'adolescent sont interprètes et auteurs.

L'enseignante prépare et introduit sur la scène le matériel et la problématique ; elle attend des idées et des remarques en orchestrant la réflexion sur celles qui sont pertinentes, sur celles qui le sont moins. Elle met en évidence des propositions et des erreurs productives. Elle arrête le discours au cas où celui-ci conduirait trop loin par rapport aux potentialités de l'âge des élèves.

« *Un école pour la vie, à travers la vie* », selon l'expression de Decroly (Castelnuovo, 1965). Encore en accord avec Decroly, Emma Castelnuovo avait à l'esprit un *principe d'association* et concrétisait dans ses actions didactiques la liaison entre les différentes disciplines. L'esprit du *centre d'intérêt* decrolyen demande à ce que, dans l'activité scolaire, aucune discipline n'avance rigoureusement sans créer de lien avec les autres. On pourra séparer les disciplines seulement après une phase de travail centrée sur des *connaissances globales*, après des phases d'analyse ; on les sépare seulement lors des phases de réorganisation des observations et de synthèse.

Dans cette optique, Emma Castelnuovo considérait que seules les mathématiques qui

6 Cf. Celi (2014), dans ce même numéro.

s'inspirent de la réalité et reviennent à la réalité sont possibles. Dans Castelnovo (1965), elle cite Libois : « *L'abstrait ne doit pas tomber du ciel, l'abstrait est extrait du concret* ». Les écrits et les actions d'Emma Castelnovo témoignent de sa conviction que l'abstraction est forgée par la *forma mentis* que les élèves se construisent à travers leurs actions et sous le guide de l'enseignante.

3. Recherche assidue de nouveau, de variation et de l'amélioration de ce qui a déjà été introduit

Dans l'introduction de Castelnovo (1970)⁷, l'auteure est censée fournir des indications à propos de l'utilisation de son manuel scolaire. Mais une question surgit soudaine : *comment indiquer une voie alors qu'il m'arrive souvent de changer d'une année sur l'autre, de modifier non seulement l'ordre des sujets à traiter mais aussi la manière de les introduire et de les développer ?*

Et c'est finalement ce point méthodologique qui demeurait stable dans l'esprit d'Emma Castelnovo : l'enseignement se renouvelle d'une année sur l'autre car le monde et les élèves changent ; toute observation est liée à la réalité dans la classe et en dehors de celle-ci.

4. Des fondements

Emma Castelnovo disait souvent qu'il était important de connaître d'autres organisations ou d'autres *courants* à propos de l'enseignement des mathématiques. Il ne faut pas se laisser emporter par des *questions affectives*, par l'enthousiasme ou par nos habitudes. On peut toujours s'inspirer des idées des autres, même si elles sont très différentes des nôtres. En comparant, on parvient à des nouvelles idées à prendre en compte, à des confirmations à propos de sa propre organisation, à des points de force pour une synthèse plus profonde⁸.

Plus loin, dans le même guide de l'enseignant cité plus haut, Emma Castelnovo écrit : « *Si je réfléchis, je devrai certainement convenir qu'il y a dans mon enseignement, comme dans l'enseignement de tout professeur, des points stables, des liaisons indissolubles entre certains sujets, des idées pédagogiques générales ...* ».

Un point stable, bien stable, dans son enseignement de la géométrie était la nécessité de travailler d'abord avec des figures articulées, qui bougent dans un espace immobile⁹. De même, d'abord travailler sur les symétries à l'intérieur de la figure, puis sur les symétries du plan tout entier. Et encore, d'abord la géométrie sans les nombres, puis la géométrie avec les mesures. D'abord les cas particuliers concrets, puis les cas généraux.

Une autre liaison indissoluble conduisait aussi à faire travailler les élèves simultanément avec les transformations, les invariants et les cas limites.

Mettre les élèves en condition de travailler avec les yeux, la tête et les mains était un objectif constamment poursuivi. Utiliser les mains pour construire effectivement des objets et des modèles ; c'est seulement en essayant et en réessayant de construire que

7 Il s'agit du guide de l'enseignant du manuel scolaire en deux tomes : Castelnovo E. (1966), *La via della Matematica: La Geometria* et *La via della Matematica: I Numeri*. La Nuova Italia.

8 Emma Castelnovo réalise cette synthèse en puisant dans les travaux de Clairaut, de Van Hiele et, en contre-point, de Papy qu'elle a su apprécier à travers leurs confrontations et leurs discussions animées (cf. Giacardi & Zan, 2013).

9 Encore un oxymore pour celle qui a organisé cet enseignement sur le *mouvement* !

l'on émette la vision globale des enfants, qu'on les encourage à analyser, à comprendre les liens avec les différents éléments et on les amène vers des processus de représentation schématique graphique et langagière.

J'aime citer un autre point stable dans sa méthodologie : le recours à des problèmes dont la nature est duale, ceci pour permettre de bien distinguer certains concepts avec lesquels, souvent, les élèves font des amalgames et des confusions, comme par exemple, l'aire de figures de même périmètre et le périmètre de figures ayant la même aire : la distinction se complète et se cristallise ensuite par l'utilisation des expressions algébriques des fonctions *périmètre* et *aire*.

5. Rapport au savoir

Un savoir à plusieurs facettes : les quadrilatères, par exemple, forment une structure graphico-perceptive mais aussi physique, logique et de classification.

Très important pour les élèves de pouvoir dire : « *je ne sais pas, peut-être ... je pense que ... même si je ne suis pas complètement convaincu* ». Et encore plus important que l'enseignant puisse dire à son tour : « *je ne sais pas ... je pense que ... mais je ne suis pas certaine ... c'est peut-être cela mais il vaut mieux vérifier ... je me renseigne ... vous aussi, allez chercher dans un livre ou ailleurs, demandez à vos frères et sœurs ou à vos parents* ».

6. Rapport avec le manuel scolaire

Le goût pour la lecture. Lire avec les élèves les pages du manuel scolaire pour qu'ils apprennent à lire un texte de mathématiques : quinze minutes à la fin de chaque leçon pour retrouver, fixer et épousseter le langage du sujet que l'on a travaillé ensemble. Lire pour vivre des moments de calme et de détente sans penser à rien d'autre qu'aux mathématiques. La valeur du travail fait jusqu'au bout en se rappelant bien d'où il faut le reprendre la fois d'après.

Lire et relire sans demander à résumer. Les élèves s'inquiéteraient et la peur pourrait les bloquer ou distraire. En revanche, de cette façon, certains relisent à la maison et d'autres poursuivent la lecture. C'est ainsi que les élèves apprennent à savourer la lecture des textes scientifiques, à écouter les commentaires et les remarques de leurs camarades, à en faire à leur tour.

Lire en accueillant et en favorisant les questions qui peuvent ne pas avoir une réponse immédiate, qui indique une partie du travail que l'on a négligé, oublié ou pas encore abordé.

Lire pour fasciner les élèves : les pages à caractère historique en ont toujours été pour Emma une splendide occasion, qu'elle n'a pas hésité à introduire et utiliser.

7. Rapport avec le dire et l'écrire

Pour Emma Castelnovo, il est très important de faire preuve de patience avec les élèves : ne pas bannir le recours à un vocabulaire imprécis ou extravagant ; accueillir positivement l'envie de tenter de s'exprimer et de le faire avec clarté ; essayer de comprendre ce que les élèves voient et ce qu'ils pensent, attendre qu'ils passent petit à petit d'une expression confuse à une claire et efficace. Et, dans ce contexte, il est

rassurant de constater que les élèves en prennent conscience : au fur et à mesure, ils sont satisfaits car il est ainsi plus facile de comprendre les camarades, de se comprendre soi-même et de se faire comprendre¹⁰. L'utilisation des mots était fondamentale et strictement liée à celle des mains. D'abord, des mots isolés et rythmés, des sons onomatopéiques si besoin. Seulement par la suite des termes spécifiques. En recourant à un langage probant et onomatopéique, Emma Castelnuovo voulait souligner les points saillants, attirer l'attention, prendre par surprise et encourager la découverte.

Je reviens au cas des rectangles de même périmètre obtenus avec une ficelle tendue entre les mains, en écartant plus ou moins les doigts afin de modifier la largeur et la longueur : « *que dire de l'aire ? ... il vous semble, quoi ? ... un instant, regardons mieux ... et « splaf » ... quand les doigts de la même main se touchent ... l'aire disparaît, s'annule* ». *Splaf* pour souligner que l'aire s'annule lorsque le rectangle dégénère, lorsque la largeur s'annule, devient zéro.

Emma Castelnuovo recourait aussi profusément aux métaphores : « *C'est comme si ... pense à ...* ». Et elle encourageait beaucoup ses élèves à s'en servir en félicitant celui qui parvenait à en utiliser de pertinentes et d'efficaces.

Pour déterminer la formule de calcul de l'aire d'un rectangle, l'action mise en œuvre consistait à *balayer* avec un côté l'intérieur de la figure : « *la longueur est traînée tout le long de la largeur, elle parcourt toute la longueur* ». Emma faisait très attention à distinguer la signification de termes du langage courant communs à des termes du langage mathématique. Elle se servait des uns pour introduire et définir les autres.

Emma Castelnuovo croyait fermement à la valeur éducative de l'écrit lorsqu'elle demandait à ses élèves de noter leurs observations. Le rôle des comptes-rendus occupe d'ailleurs un paragraphe entier dans le guide pour l'enseignant qui accompagne l'édition de 1966 de son manuel (Castelnuovo, 1970, p. 20).

8. Les expositions comme méthode

Pour Emma Castelnuovo, les expositions font partie d'une méthode puissante permettant à l'élève de développer un esprit de rigueur ainsi qu'un langage approprié, d'apprendre à devenir responsable et à apprécier le travail de coopération avec ses camarades. Encore une fois, elle s'inspire de l'École Decroly et de Paul Libois (Giacardi & Zan, 2013).

Comme les élèves le témoignent, une exposition était l'occasion pour observer et s'observer de l'extérieur, pour apprécier l'appartenance à un groupe de travail soudé. C'était une école à l'envers – *nous, les élèves, étions les maîtres* – qui confortait l'élève dans l'idée que leur enseignante saisissait ce qu'ils disaient et observaient de façon maladroite. Car l'enseignante connaît les mathématiques mais aussi les erreurs de ses élèves : elle voit avant, elle voit au-delà¹¹.

9. Rapport avec les erreurs

En posant des questions ouvertes, en sollicitant les élèves à observer, à explorer des phénomènes, Emma Castelnuovo accueillait l'erreur comme élément constitutif du

¹⁰ Cf. Castelnuovo (1972) et Castelnuovo & Barra (1974).

¹¹ Pour lire les narrations des élèves à propos des expositions, cf. Castelnuovo (1972) et Castelnuovo & Barra (1976).

processus de construction et d'approximation, de la stratégie par tâtonnement et du parcours qui conduit à formaliser seulement après avoir exploré et trouvé, grâce à une élaboration individuelle et à la coopération avec ses camarades.

Bien consciente des difficultés intrinsèques des mathématiques, Emma Castelnuovo travaillait pour aider les élèves à les surmonter. Mais elle travaillait aussi pour abattre les difficultés extrinsèques liées à des facteurs psychologiques et émotifs. Tout le monde commet des erreurs : les élèves faibles, les élèves forts, les mathématiciens, les enseignants.

Apprendre est fatigant et, dans ce sens, Emma Castelnuovo partageait les mêmes idées que son ami Lucio Lombardo Radice qui, en 1972, écrit :

« Le développement intellectuel et l'acquisition d'un bagage culturel efficace et sérieux demandent un effort régulier : c'est un véritable travail [...]. La joie, la conquête, la création sont le résultat épuisant d'un effort quotidien, humble [...]. Le génie magicien est un mythe romantique, mensonger et anti-éducatif : le génie [...] est avant tout un *travailleur* infatigable ».

10. Le rôle des élèves et son rapport avec eux

Emma Castelnuovo était considérée par ses élèves comme une personne prestigieuse, humainement riche et authentique. Les élèves percevaient que c'était pour eux qu'elle travaillait avec enthousiasme, intelligence et participation. Ils étaient constamment sollicités, guidés, acteurs de leurs découvertes ; ils percevaient qu'elle cherchait ce qui était le mieux pour eux, et qu'elle voulait que tous et chacun donnent le meilleur.

Comme l'a récemment et bien exprimé un ancien élève (2013, Prix Nesi), brillant à l'époque comme aujourd'hui, les élèves avaient besoin d'Emma Castelnuovo et, à son tour, elle avait besoin de ses élèves. Sa didactique s'activait dans sa relation avec ses élèves ; ses conceptions théoriques et celles de ses Maîtres s'animaient, se réinterprétaient et se renouvelaient dans le contact avec les élèves et leur travail.

Dans Castelnuovo (1972), un élève écrit : *C'est très beau car chacun d'entre nous fait partie de l'enseignement.* La rencontre avec Emma Castelnuovo a été fondamentale pour les élèves qui ont fait des études de mathématiques, pour ceux qui sont devenus enseignants à différents niveaux scolaires ; mais elle a aussi été précieuse pour la manière de penser que beaucoup de ses anciens élèves attribuent à son action et à son exemple.

11. Le rôle des stagiaires et son rapport avec eux

Lors du premier rendez-vous avec les étudiants stagiaires (cf. note 5), Emma Castelnuovo les accueillait en leur offrant deux ouvrages. Dans mon cas, j'ai reçu Courant-Robbins, *Che cos'è la matematica*, et Hilbert, *La geometria intuitiva*. Il s'agissait de livres dont elle était certaine qu'ils n'étaient pas connus par les étudiants ; en les offrant, elle suggérait donc de les lire. Toute de suite après, elle conduisait l'étudiant devant les armoires où elle gardait le matériel pour ses cours : elle en décrivait aussitôt quelques uns en précisant la personne avec qui elle l'avait réalisé. Une manière comme une autre pour faire comprendre que *tôt ou tard, toi aussi, tu construiras du matériel qui sera mis à la disposition des élèves dans cette armoire.*

En tant que stagiaires, nous étions observateurs d'une méthode d'enseignement mais

nous y étions conjointement impliqués. Emma Castelnuovo nous sollicitait, écoutait avec attention nos observations et nos opinions lors des discussions qui avaient lieu après les cours. Elle nous guidait, certes, mais nous laissait réfléchir sans anticiper, sans nous influencer d'avance.

12. Rapports avec l'institution et les chercheurs en didactique

Emma Castelnuovo n'a jamais arrêté de 'faire des vagues' avec ses actions avant-gardistes, parfois solitaires. Ses actions ont fonctionné comme des ondes de choc sur l'école italienne et sur l'enseignement des mathématiques en Italie. Son objectif était 'd'effriter' les conformismes qui empesaient le système scolaire. Et elle a été consciente, en 1979, de son rôle décisif dans le choix des orientations officielles de l'enseignement secondaire (11-14 ans).

Michele Pellerey (1983) retrace attentivement le processus qui conduit à la réforme de la *Scuola Media* en 1963 et à la révision des programmes scolaires en 1979, il mène une analyse fine sur les méthodes d'Emma Castelnuovo et met bien en évidence l'influence qu'elle a eue sur l'organisation générale et sur chaque partie des prescriptions officielles de l'époque.

Mais Emma Castelnuovo a aussi encouragé, plus ou moins directement, des chercheurs italiens à s'intéresser la didactique des mathématiques. Avec ses spécificités par rapport à d'autres pays, elle a encore une fois eu un rôle décisif dans le développement de ce domaine de la recherche en Italie (Arzarello & Bartolini Bussi, 1998). L'action d'Emma Castelnuovo a permis d'articuler entre eux divers axes : l'élaboration de théories, les études de cas, le perfectionnement d'aspects techniques et instrumentaux. Tout cela pour analyser et ne pas oublier l'école du quotidien, les problèmes curriculaires, le soutien et l'engagement des enseignants.

Bibliographie

- ARZARELLO F., BARTOLINI BUSSI M. G. (1998), Italian Trends in Mathematics Education : A National Case study in the International Perspective, in Kilpatrick J., Sierpiska A. (edited by), *Mathematics Education as a Research Domain : A Search for Identity*, Kluwer, 243-262.
- BARRA M. (1974), L'Esposizione di Matematica dei 138 allievi di Emma Castelnuovo, *Periodico di Matematiche*, **IV-V-50**, **4-5**, 56-74
- CASTELNUOVO E. (1965), Belgio : matematica d'avanguardia, *Riforma della Scuola*, **XI**, 3-19
- CASTELNUOVO E. (1970), *La Via della Matematica: I Numeri – La Geometria*, Guida Didattica per l'Insegnante. La Nuova Italia Editrice
- CASTELNUOVO E. (1972), *Documenti di una Esposizione di Matematica*, Boringhieri
- CASTELNUOVO E., BARRA M., (1976), *Matematica nella realtà*, Boringhieri
- GIACARDI L. e ZAN R. (a cura di) (2013), Emma Castelnuovo. L'insegnamento come passione. *La Matematica nella Società e nella Cultura*, *Rivista dell'Unione Matematica Italiana*, **I**, **VI (1)**
- LOMBARDO RADICE L. (1972), *L'educazione della mente*, Editori Riuniti
- PELLEREY M. (1983), *Per un insegnamento della matematica dal volto umano*, Società Editrice Internazionale