GÉOMÉTRIE EN PRIMAIRE : DES REPÈRES POUR UNE PROGRESSION ET POUR LA FORMATION DES MAÎTRES[1]

Christine MANGIANTE-ORSOLA
MCF, Université d'Artois, Laboratoire de Mathématiques de Lens
Marie-Jeanne PERRIN-GLORIAN
Professeur Émérite, Université d'Artois, Laboratoire de Didactique André Revuz

Un groupe de recherche[2] qui a fonctionné à l'IUFM Nord-Pas-de-Calais de 2000 à 2010 environ a commencé à élaborer une approche de la géométrie à l'école élémentaire décrite dans plusieurs publications, qu'on retrouvera dans la bibliographie en fin d'article. Avant de présenter rapidement cette approche dans une première partie, nous commencerons par la situer dans une perspective un peu plus générale de réflexion sur la géométrie et sur ce que pourrait être une progression de l'enseignement de la géométrie plane au long de la scolarité obligatoire. Le travail de ce groupe se poursuit actuellement sous d'autres formes, notamment l'étude des possibilités d'évolution des pratiques et de développement professionnel d'enseignants du primaire à l'aide de ressources qui s'adressent à eux en prenant appui sur cette approche de la géométrie. Ce sera l'objet de la deuxième partie de l'article.

Introduction

La géométrie semble mal aimée actuellement :

- des programmes : elle a pratiquement disparu des programmes de lycée qui ne parlent plus que de géométrie analytique. Même au collège, les programmes ont été réduits : les vecteurs et la translation ont migré en seconde, les seules transformations qui subsistent sont la symétrie orthogonale en 6^e et la symétrie centrale en 5^e. Les élèves n'entendent plus parler de rotation, homothétie, similitude à aucun moment du secondaire.
- des enseignants du primaire qui la considèrent comme moins importante que les nombres ; d'ailleurs les maîtres formateurs la laissent souvent à leur remplaçant.

Pourtant, en général, les élèves du primaire aiment la géométrie ; mais quand ils arrivent au collège, beaucoup d'entre eux se sentent perdus, ne comprennent plus et se mettent progressivement à ne plus aimer la géométrie.

---

[1] Cet article reprend les éléments d'une conférence donnée lors du XL^e colloque de la COPIRELEM (Nantes, 2013). Il a été en partie réécrit pour les lecteurs de la revue.

[2] Ont participé à ce groupe, à un moment ou un autre, Jean-Robert Delplace, Raymond Duval, Claire Gaudeul, Marc Godin, Bachir Keskessa, Régis Leclercq, Christine Mangiante, Anne-Cécile Mathé, Bernard Offre, Marie-Jeanne Perrin, Odile Verbaere.

La géométrie disparaît-elle des programmes du secondaire parce qu'elle est inutile, qu'on y ennuie les élèves avec des savoirs scolaires et une forme de rhétorique dépassée qui ne leur servira jamais ? Vu le thème du colloque de la COPIRELEM en 2013, on peut penser que tout le monde n'est pas de cet avis. Alors, en quoi est-elle utile ?

D'abord elle est utile par ses applications : d'une certaine manière, c'est une science physique qui modélise les positions et les déplacements dans l'espace à trois dimensions dans lequel nous vivons. Géométrie veut dire mesure de la terre. Nous reviendrons sur le terme « mesure » un peu plus loin, en considérant pour le moment que, dans la géométrie comme modèle de l'espace, il s'agit surtout de décrire et caractériser les formes, décrire et caractériser les positions, décrire et caractériser les transformations de formes et de positions.

Cependant, si c'est le résultat qu'on vise, si le but de la géométrie est d'avoir un modèle de l'espace, on peut se demander si, de nos jours, une modélisation numérique n'est pas bien plus efficace, ce qui justifierait qu'on se limite rapidement à la géométrie analytique. Toutefois, même si on vise une modélisation numérique de l'espace, on peut remarquer que des considérations géométriques élémentaires comme des symétries, du parallélisme ou de l'orthogonalité permettent parfois de simplifier considérablement les calculs, ne serait-ce que par le choix des variables. Pour en tenir compte, encore faut-il les voir, disposer d'une certaine intuition géométrique... Comment se construisent une vision et une intuition géométriques utiles dans d'autres domaines ? Quel rapport entre la visualisation et la théorie pour y parvenir ?

Les exposés de Marie-Hélène Salin et Valentina Celi dans la conférence à quatre voix de la COPIRELEM (Salin, 2014 ; Celi, 2014) soulignent d'un côté la grande importance accordée aux dessins précis et soignés dans l'enseignement de la géométrie à l'école primaire et au début du collège, d'un autre côté l'insistance précoce sur la défiance vis-à-vis de ce qu'on voit sur le dessin pour raisonner en géométrie. Ce paradoxe soulève de nombreuses questions sur la nature même de la géométrie et sur les objectifs poursuivis par son enseignement dans la scolarité obligatoire. En voici quelques-unes :

1) En reproduisant des figures aux instruments, les élèves apprennent-ils autre chose que la manipulation technique des instruments ? Si oui, quoi et sous quelles conditions ? Cette question est abordée dans la thèse en cours d'Édith Petitfour (Petitfour, à paraître) qui s'intéresse à l'enseignement de la géométrie aux élèves dyspraxiques : ces élèves ne pourront jamais parvenir à une manipulation précise des instruments ni à des tracés soigneux. Peuvent-ils conceptualiser sans manipuler eux-mêmes les instruments ? Quel rapport aux figures est nécessaire pour raisonner en géométrie ? Comment le construire ?

2) Quelle théorie pour penser la continuité de l'enseignement de la géométrie de l'école élémentaire au collège ? En effet, un enseignement cohérent de la géométrie de l'école au collège suppose une axiomatique, implicite pour les élèves, au moins en très grande partie, mais qui devrait être explicite pour les professeurs de collège au moins (et pouvoir être évoquée sur certains points avec les professeurs des écoles).

3) Le modèle de la géométrie d'Euclide, complété par Hilbert, s'est développé, a changé de formulation pour s'intégrer dans la théorie des espaces affines. La réflexion sur l'indépendance des axiomes a permis de définir d'autres géométries (non euclidiennes), et ainsi de mieux comprendre la géométrie euclidienne mais dépasse l'enseignement secondaire. Nous pensons cependant qu'il faut continuer à enseigner au collège la géométrie d'Euclide, avec des figures et des démonstrations parce que l'enseignement et l'apprentissage de la géométrie des figures type Euclide, ce qu'on appelait géométrie « synthétique » au 19e siècle, par opposition à la géométrie analytique, vise plus que la résolution de problèmes de l'espace physique et leur modélisation. Cette géométrie a une grande valeur formative, d'une part à travers la lecture de figures qui est

utile bien au-delà de la géométrie, d'autre part pour le développement du raisonnement : c'est un domaine qui regorge de problèmes élémentaires non aisément algorithmisables. Cependant, la demande trop précoce d'une rédaction rigoureuse risque d'aller à l'encontre de cet apprentissage de la rigueur du raisonnement.

Les propriétés géométriques que l'on rencontre dans la scolarité obligatoire correspondent à des groupes de plus en plus petits de transformations qui opèrent sur des points. Quand on parle de géométrie dans le secondaire, on pense surtout aux propriétés affines et euclidiennes. Cependant, les propriétés topologiques sont reconnues perceptivement dès la maternelle, où on introduit quelques mots comme intérieur, extérieur, ligne ouverte ou fermée, mais elles ne seront pas formalisées. Elles sont gérées, comme l'orientation, par les connaissances spatiales (Berthelot et Salin, 1992, 1994, 2000) et continuent à se lire sur la figure au collège. Il est d'ailleurs très difficile de raisonner *juste* sur une figure *fausse* qui ne vérifie pas ces propriétés-là, comme le montre l'exemple convaincant de Dehaene[3] (1997, p. 273).

Les propriétés d'incidence (intersection, appartenance d'un point à une droite…) qui sont des propriétés projectives sont essentielles et toute la géométrie s'appuie sur elles. Au collège, elles sont en général considérées comme déjà là ; or l'observation des élèves de sixième montre que ce n'est pas nécessairement le cas. Nous faisons l'hypothèse que c'est un maillon manquant dans l'enseignement et notre approche a notamment pour objectif de proposer des moyens de l'aborder.

Un point essentiel dans la réflexion sur ce que pourrait être une progression de l'enseignement de la géométrie plane au long de la scolarité obligatoire porte en effet sur l'évolution du regard sur les figures. C'est à cela que sera consacrée la suite de cet article en commençant par quelques repères théoriques fondant notre approche.

Des repères pour une progression pour les élèves[4]

Grandeurs et mesures en géométrie

D'un point de vue étymologique, le mot « géométrie » signifie mesure de la terre ; cependant, la géométrie, c'est justement l'art de déterminer des mesures sans avoir besoin de les effectuer avec un instrument. On raisonne sur des figures qui ne sont pas à la taille réelle sans avoir besoin de connaître l'échelle. Ce qui est en jeu en général ce sont des rapports de grandeurs.

On peut opérer sur les grandeurs et les relations entre grandeurs sans passer par les nombres. C'est essentiel si l'on veut appuyer la construction des nombres sur les grandeurs. C'est plus la notion de grandeur qui intervient dans la géométrie euclidienne que la mesure. On a des nombres quand on a fixé des unités. Même quand il s'agit de déterminer la mesure d'une grandeur, le passage aux valeurs numériques peut ne se faire qu'en fin de parcours, comme en algèbre.

Les grandeurs concernées sont les longueurs, les angles, les aires et les volumes mais nous nous limiterons ici aux longueurs. Notre choix pour construire les notions géométriques est de ne pas utiliser les mesures, c'est-à-dire les nombres autres que les entiers, mais le report des grandeurs continues, en particulier le report de longueurs. Bien sûr un travail sur les mesures est nécessaire ; il met les grandeurs géométriques en relation avec les nombres. Nous ne l'abordons pas ici.

Des usages du mot « figure » en géométrie et dans ce texte

Du visage à la figure de style, en passant par la figure de danse, le terme « figure » a beaucoup

[3] Nous avons reproduit cet exemple dans Perrin-Glorian et *al.* (2013)

[4] On trouvera une autre présentation de cette partie, avec d'autres exemples, dans Perrin-Glorian et Godin (2014).

d'usages hors des mathématiques. En didactique de la géométrie, il est fréquent de faire une distinction entre dessin et figure, le dessin désignant l'aspect matériel de la figure, sur papier ou sur écran. Nous ne la ferons pas parce que c'est bien aux figures matérielles que nous nous intéressons ainsi qu'à leurs propriétés graphiques qui sont réglées au plan théorique par des propriétés géométriques. D'ailleurs, très tôt, la figure matérielle peut représenter une infinité de figures qui ont les mêmes propriétés, par exemple un rectangle, un triangle…

En revanche, nous ne parlerons de figure que pour des tracés, que ce soit sur papier ou écran d'ordinateur et pas pour des assemblages d'objets matériels qu'on peut déplacer comme les puzzles. Nous appellerons figure simple celle qu'on pourrait obtenir en faisant le tour d'un gabarit et figure composée, une figure qui, pour la reproduire, nécessiterait le contour de plusieurs gabarits juxtaposés ou superposés.

Les figures peuvent être tracées à main levée ou avec des instruments en entendant instrument en un sens très large : gabarit, pochoir, papier calque sont des instruments, un logiciel de géométrie aussi. Le support peut être un écran ou du papier uni, quadrillé, pointé, mais dans le présent texte, nous ne nous intéresserons qu'à du papier uni.

Porter un regard géométrique sur les figures

Les figures de géométrie tracées sur du papier (uni ou quadrillé notamment) peuvent être regardées comme des dessins mais faire de la géométrie, même à un niveau très élémentaire (par exemple pour les reproduire ou les décrire avec le vocabulaire de la géométrie), demande de porter sur ces figures un regard différent de celui qu'on porte ordinairement sur des dessins, et en particulier d'identifier des surfaces, des lignes et des points qui composent cette figure en même temps que les relations qui les lient, visuellement et conceptuellement.

Nous allons essayer de préciser ce que nous entendons par regard géométrique sur les figures en distinguant d'abord différentes visions qu'on peut avoir de la figure comme assemblage de surfaces ou de lignes ou comme ensemble de points dont certains suffisent pour la définir.

Vision « surfaces » de la figure

La vision « surfaces » d'une figure est celle qu'on porte sur un puzzle, c'est-à-dire un assemblage de figures simples. Cet assemblage peut se faire par juxtaposition sans chevauchement ou avec superposition partielle (chevauchement) de figures simples. Des caractéristiques matérielles techniques comme le coloriage, des traits pleins ou pointillés, peuvent influer sur l'identification des figures simples qui composent la figure et inciter à voir la superposition plutôt que la juxtaposition ou l'inverse (voir Duval et Godin, 2006).

Par exemple, pour reproduire une figure simple non convexe comme celle de la figure 1, on peut la voir comme une juxtaposition de diverses figures simples (Figures 2, 3, 4) ou comme une superposition de figures simples (Figure 5, 6).

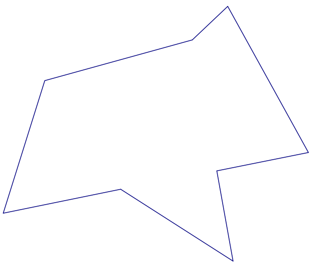


Figure 1

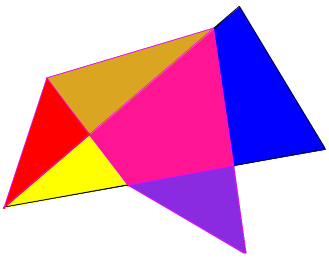


Figure 2

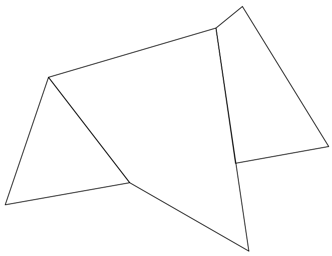


Figure 3

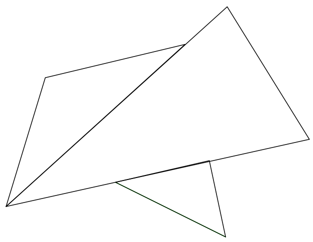


Figure 4

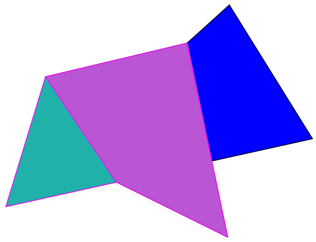


Figure 5

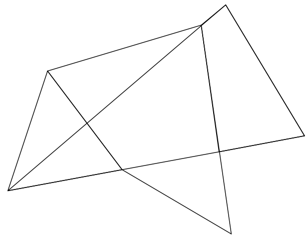


Figure 6

Dans une *vision surfaces* (ou D2) de la figure, des lignes et des points peuvent apparaître mais les lignes sont seulement des bords de surfaces (elles ne se prolongent pas, par exemple), les points sont des sommets de surfaces ou, en cas de la superposition, des intersections de bords ou alors des points isolés ; on ne peut pas créer de nouvelles lignes sans déplacer de surface.

Vision « lignes » de la figure

Dans une vision lignes (ou D1), la figure est constituée de lignes qui peuvent se tracer avec des instruments : la règle pour les droites, les demi-droites, qu'on peut prolonger, et les segments, le compas pour les cercles ou les arcs de cercles. Les points sont des extrémités de lignes ou des intersections de lignes qu'on a déjà. On peut prolonger des segments (imaginer la droite support d'un segment), tracer des segments (voire des demi-droites ou des droites) qui relient des points qu'on a déjà mais on ne cherche pas à définir une droite nouvelle pour obtenir de nouveaux points ni à obtenir un point nouveau pour définir une ligne nouvelle.

À partir de la figure précédente, on peut envisager une figure « lignes » (Figure 7) obtenue en prolongeant tous les côtés et en gardant tous les sommets. On a ainsi tous les supports des bords de la figure « surfaces » et ainsi, à partir de ces lignes, on peut reconstituer les surfaces précédentes.

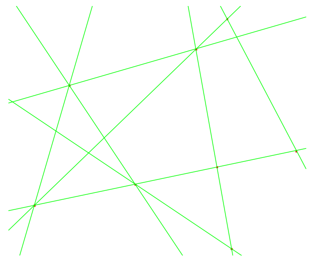


Figure 7

Vision « points » de la figure

Dans la vision points (ou D0) de la figure, les points s'obtiennent par intersection de deux lignes (droites ou cercles, pour les niveaux qui nous intéressent) qu'on peut tracer avec des instruments ou définir par des propriétés et les points peuvent définir des lignes :

- il faut deux points (ou un point et une direction) pour déterminer une droite ou une demi-droite ; il faut deux points ou un point et une longueur à porter sur une demi-droite déjà tracée pour définir un segment ;
- il faut deux points pour déterminer un cercle (le centre et un point du cercle) ou un point et une longueur.

La figure « lignes » précédente est déterminée par sept des huit sommets : le point encerclé peut s'obtenir par intersection de deux lignes de la figure obtenues à partir des autres points.

Deux points quelconques déterminent une droite mais sur la figure il y a des (trois) alignements de trois points ou plus.

À partir de ces points, on peut reconstituer toutes les lignes et toutes les surfaces des figures précédentes.

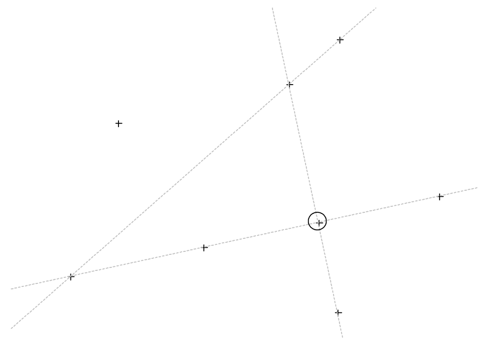


Figure 8

L'exemple de la roue de voiture donné par Sophie Soury Lavergne dans la conférence à quatre voix de la COPIRELEM (Soury-Lavergne, 2014) nous montre que la vision de la roue comme un disque de même taille que l'autre roue dont le centre est au milieu du garde-boue est sollicitée immédiatement et reste un moyen de contrôle disponible pour tous mais qu'il est beaucoup plus difficile de voir que, pour que la roue reste attachée à la voiture sans se déformer, il faut attacher à la voiture deux points qui permettent de définir le tracé du cercle avec les instruments (le centre et un point ou les extrémités d'un diamètre). Il faut définir de nouveaux points à partir d'éléments graphiques dont on dispose, c'est-à-dire solliciter une vision « points » de la figure.

La vision naturelle, celle qui apparaît au premier coup d'œil, est la vision « surfaces ». Or les énoncés de géométrie plane (définitions ou théorèmes) portent le plus souvent sur des relations entre des lignes et des points. Le regard géométrique sur les figures demande de voir, suivant les besoins, les points, lignes ou surfaces qui composent la figure ainsi que les relations entre elles. Dans une vision « points » aboutie, la figure (ainsi que toutes ses parties) devient un ensemble de points ; cependant, la vision « points » commence à exister bien avant : dès qu'on est capable de faire apparaître des points dont on a besoin, par exemple pour tracer, à partir d'autres éléments graphiques dont on dispose.

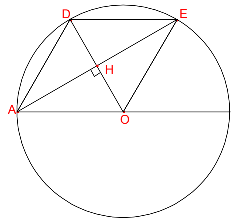
Articuler plusieurs visions la figure avec le langage dans une démonstration

Dans une démonstration de géométrie, il est en général nécessaire d'articuler les trois visions de la figure que nous venons d'identifier avec le langage géométrique qui permet d'une part de décrire la figure et d'autre part d'énoncer les définitions et théorèmes. La flexibilité entre ces trois visions contribue à l'appréhension opératoire de la figure au sens de Duval (1994). Nous allons l'illustrer par un exemple emprunté à Robotti (2008) et déjà utilisé dans Perrin-Glorian et *al*. (2013).

Il s'agit de résoudre le problème suivant :

Soit $\mathscr{C}$ un cercle de centre O et de diamètre $[AB]$ et un point D sur ce cercle, tel que $AD = AO$.

La perpendiculaire à (DO) passant par A recoupe le cercle $\mathscr{C}$ au point E.



Montrer que le quadrilatère *ADEO* est un losange.

Examinons une démonstration possible, en indiquant en italique les changements de regard sur la figure qu'elle suppose et en soulignant les savoirs (définitions et théorèmes) qu'elle mobilise.

$AD = AO$ donc A est sur la médiatrice de $[DO]$.

Isolement du triangle isocèle ADO comme sous-figure (associer un triangle aux trois points A, D, O et identifier l'égalité des côtés par un codage) et mobilisation d'une des définitions de la médiatrice.

Il existe une seule perpendiculaire à (DO) passant par A donc (AE) est la médiatrice de $[DO]$.

Sous figure : segment [DO] triangle ADO et segment [AE] perpendiculaire à (DO). Mobilisation d'un axiome et de l'autre définition de la médiatrice.

E est sur la médiatrice de $[DO]$ donc $DE = EO$

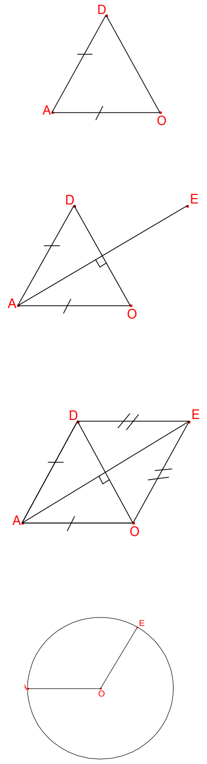
Voir les deux autres côtés du quadrilatère ADEO comme joignant un point de la médiatrice aux extrémités du segment. Mobilisation à nouveau de la définition de la médiatrice en termes d'équidistance, mais dans l'autre sens.

Mais $[OA]$ et $[OE]$ sont des rayons du même cercle donc $OA = OE$.

Isoler le cercle et ses rayons. Définition du cercle comme ensemble de points équidistants du centre.

Finalement $AD = AO = OE = ED$.

Relier les deux points de vue et la transitivité de l'égalité pour conclure en utilisant la caractérisation du losange par l'égalité des quatre côtés.



Figures 9

Au long de la démonstration, il faut voir la figure comme assemblage de plusieurs figures superposées (triangle, segment, losange, cercle). Le recours aux théorèmes ou définitions nécessaires accompagne ces changements de regard sur la figure et demande de voir les points comme appartenant à des droites ou des cercles donc d'articuler avec le langage une vision de la figure comme surfaces superposées à une vision en termes de lignes et points.

Comment apprendre à porter un regard géométrique sur les figures ?

Reproduire une figure avec des instruments : étude d'un exemple

Intéressons-nous à une activité essentielle pour entrer dans une problématique géométrique et couramment pratiquée à l'école primaire : la reproduction de figures et examinons sur un exemple les différents moyens qu'on peut imaginer pour reproduire une figure. Considérons la figure ci-dessous (Figure 10).

À la maternelle, on peut la reproduire comme un puzzle avec les trois gabarits (Figure 11).

Cela demande de faire coïncider des bords de même longueur et/ou de repérer des angles qui s'emboîtent.

Pour tracer, il faut faire le contour des gabarits en déplaçant la main qui tient le gabarit pour ne pas faire de bosses et en faisant coïncider exactement le bord d'un gabarit avec un trait déjà tracé.

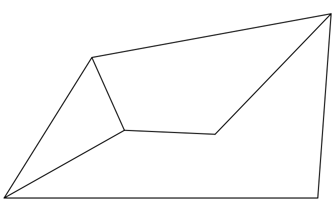


Figure 10

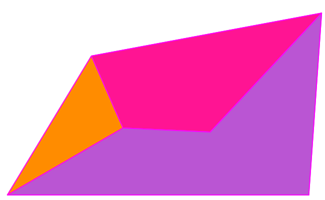


Figure 11

En cycle 2 (GS ou CP), on peut rendre la tâche problématique en ne donnant pas tous les gabarits ou en donnant des gabarits déchirés (Figure 12).

Avec le cadre et un gabarit bien choisi (un des quadrilatères), il restera un segment à tracer en joignant deux sommets (Figure 13).

Sans le cadre mais avec deux gabarits bien choisis, on peut aussi reconstituer la figure en complétant par un segment.

On trace de nouvelles lignes à partir d'éléments déjà tracés, signe du passage à une vision « lignes ».

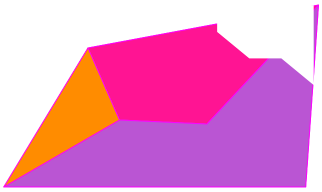


Figure 12

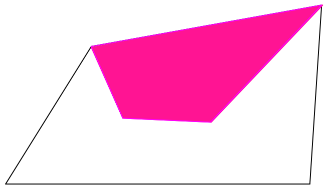


Figure 13

Au cycle 3, on peut reproduire la figure à partir du grand gabarit (pentagone) avec un report de longueur (Figure 14) voire pas du tout (Figure 15), en s'autorisant à écrire sur le gabarit et après avoir repéré des alignements sur le modèle.

Cette fois, pour terminer la figure, il faut déterminer des points à partir d'éléments déjà tracés.

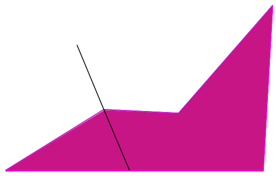


Figure 14

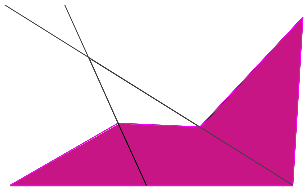


Figure 15

On peut faire le même travail sans gabarit, en travaillant uniquement avec des tracés et les instruments classiques en donnant une amorce de la figure à reproduire.

Par exemple, à partir de l'amorce de la figure 16, il manque deux segments à déterminer par un point.

On peut chercher des lignes de construction de la figure sur le modèle et trouver la direction d'un segment manquant sur lequel se trouve ce point (Figure 17), ce qui permet de compléter un peu l'amorce (Figure 18).

Il manque une deuxième ligne pour trouver le point (un point s'obtient par l'intersection de deux lignes).

On peut la trouver sur le modèle (Figure 19) puis la reporter sur la figure à compléter (Figure 20).

Reste à tracer le dernier segment (Figure 21) et à gommer des lignes de construction.

Si on n'a pas d'amorce, on peut se débrouiller pour reporter des directions avec des gabarits d'angles ou même un simple papier sur lequel on peut écrire (Figure 22).

En reportant 4 directions et 5 longueurs on a tous les points. Avec 4 directions et 4 longueurs (Figure 23), on se ramène facilement au problème précédent. Peut-on faire mieux ?

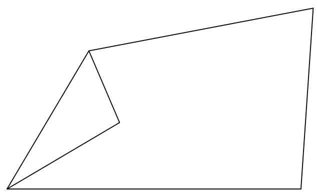


Figure 16

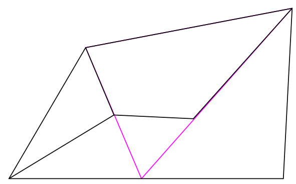


Figure 17

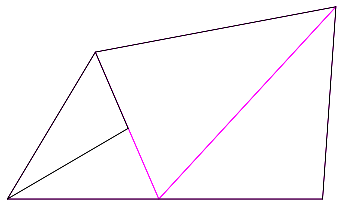


Figure 18

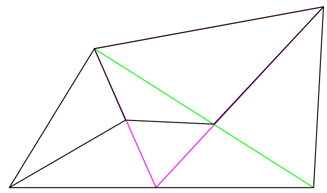


Figure 19

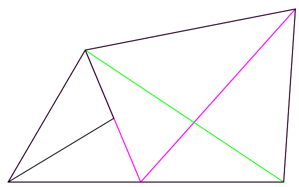


Figure 20

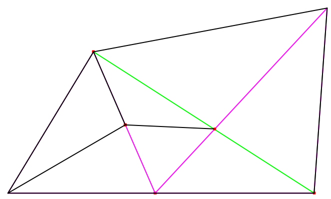


Figure 21

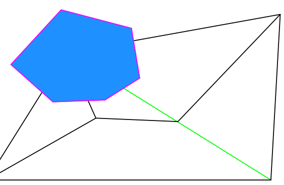


Figure 22

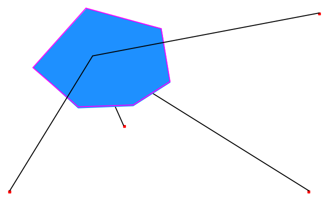


Figure 23

Une variable didactique essentielle : les instruments à disposition

L’élargissement de la notion de reproduction de figure que nous venons de faire dans l’exemple précédent amène à considérer les instruments à disposition comme une variable didactique essentielle pour faire évoluer le regard sur les figures. Il nous montre aussi que, si nous voulons réfléchir aux liens entre la conceptualisation en géométrie et l’usage des instruments de tracé, il ne faut pas limiter notre réflexion aux instruments usuels et considérer les instruments en relation avec le regard que l’on porte sur la figure, et donc en relation avec la dimension maximale (D1 ou D2) des informations sur la figure qu’ils peuvent transporter (cf. Duval & Godin, 2006 et Offre, Perrin-Glorian & Verbaere, 2006). En effet, les instruments de géométrie (au sens large) peuvent transporter des propriétés graphiques des figures, soit directement en transportant une partie D2 (surface) de la figure, soit par l’intermédiaire de tracés D1, en relation avec des propriétés géométriques (alignement, direction, grandeurs). Outre les instruments qui permettent de tracer, il faudrait s’intéresser aussi au matériel complémentaire mais essentiel comme les ciseaux ou la gomme ainsi qu’aux supports, notamment papier uni ou quadrillé mais nous ne le ferons pas ici.

Les instruments D2

Les gabarits et pochoirs permettent de transporter toute l’information sur une figure simple ou sur une figure composée d’un assemblage de figures simples. Il en est de même du papier calque. De plus, on peut prendre en compte l’orientation et le déplacement d’une figure plane dans l’espace en utilisant pour les gabarits et pochoirs du papier biface (recto et verso de couleurs différentes) et en écrivant un mot sur le papier calque, ce qui permet aussi de distinguer le recto du verso.

On peut limiter l’information que peuvent transporter ces instruments en utilisant des gabarits déchirés, des pochoirs déchirés, du papier calque trop petit... Il devient alors nécessaire au moins de prolonger des segments, rechercher des alignements, c’est-à-dire de l’information D1.

Le report de longueurs

Par report de longueurs, nous entendons le report d’une longueur à partir d’un point sur une droite déjà tracée.

Il peut se faire avec une règle « informable », c’est-à-dire une règle sur laquelle on peut écrire, par exemple une bande de carton fort (Figure 24).

Si elle est assez large, une telle règle permet aussi de reporter des informations D2 (par exemple, angle comme inclinaison de 2 segments, figure 25).

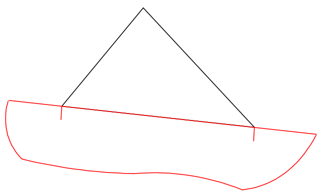


Figure 24

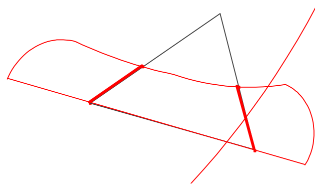


Figure 25

Si on n’a pas de droite support, le report d’une longueur à partir d’un point avec un compas ou une ficelle permet de tracer un cercle. C’est l’intersection de deux cercles ou l’intersection d’une droite et d’un cercle qui permet alors de déterminer un point. Le compas à pointes sèches permet, comme la bande de papier de reporter des longueurs sur une droite déjà tracée.

Les instruments usuels

Les instruments classiques ont plusieurs fonctions dont certaines sont compatibles avec une vision « surfaces » des figures et d'autres nécessitent au moins une vision « lignes ». Par exemple :

- la règle (non graduée) permet de tracer des droites, de vérifier des alignements ; quand il s'agit de joindre des points déjà tracés, une vision de la figure comme assemblage de surfaces peut suffire si le segment à tracer peut être vu comme un bord de surface ; en revanche dès qu'il faut prolonger des segments hors de l'enveloppe convexe de la figure à obtenir ou qu'il faut faire intervenir des segments qui ne sont pas des bords de surfaces déjà tracées (par exemple les diagonales), il faut voir la figure comme assemblage de lignes ;
- le compas permet de tracer des cercles quand on dispose d'un point et d'une longueur (le rayon) ou d'un couple de deux points ; il permet aussi de reporter des longueurs sur une droite déjà tracée. Remarquons au passage qu'un arc de cercle est une ligne mais que cette ligne contient des informations D2 (un segment circulaire voire un secteur circulaire en restituant le centre moyennant des connaissances sur les moyens d'obtenir des points à égale distance de deux points donnés (médiatrice d'un segment) ; un compas permet donc de reporter un angle par la construction d'un triangle et de construire un angle droit. Ces usages nécessitent une vision « points » de la figure ;
- l'équerre est un gabarit d'angle droit : en ce sens, elle est compatible avec une vision de la figure comme assemblage de surfaces (c'est le coin d'un carré ou d'un rectangle). Cependant elle a des bords droits et contient donc aussi deux règles qui permettent de mettre en relation deux droites (perpendiculaires). La notion de perpendicularité est une relation entre deux objets D1 (vision lignes au moins) alors que la notion d'angle droit est une propriété d'un objet D2 (vision surfaces) ;

La restauration (réparation) de figures

Nous avons recherché des situations qui permettent de travailler le regard que les élèves portent sur une figure pour les aider à articuler le regard naturel de la figure comme surfaces juxtaposées ou superposées à un regard en termes de lignes et de points qui permettent de construire la figure et nous avons étudié un type de situation que nous avons appelé restauration de figures (voir Keskessa, Perrin-Glorian & Delplace, 2007 ou Godin & Perrin-Glorian, 2009) qui permet une approche de la reproduction de figures sans mesure et amène à faire évoluer le regard sur la figure en jouant sur les variables didactiques. Une restauration de figure est une reproduction de figure mais avec des contraintes particulières :

- Une figure modèle est donnée (en vraie grandeur ou non) ;
- Une partie de la figure à obtenir (que nous appelons amorce) est donnée soit par son tracé, soit par un instrument qui permet de reporter des informations D2 de la figure initiale mais sans donner toute l'information ;
- On dispose d'instruments variés qui ont un coût d'utilisation ;
- On vérifie le résultat obtenu à l'aide d'un transparent portant la figure modèle.

Le « milieu » au sens de la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1998) contient pour chaque élève la figure modèle sur papier (on peut écrire sur le modèle), l'amorce sur une autre feuille, les instruments et leur coût ; quelques exemplaires de la figure modèle sur transparent pour vérifier quand on pense avoir terminé.

Les variables (didactiques) à fixer en fonction des objectifs précis sont principalement les propriétés géométriques du modèle, les propriétés qui relient l'amorce et la partie qui reste à construire, le coût des instruments. Tous les instruments utiles sont laissés à disposition pour que les élèves puissent réussir avec leurs connaissances anciennes (dévolution du problème) mais le coût sur les instruments les incite à chercher de nouvelles procédures les amenant à construire des connaissances nouvelles.

Avec la figure de l'exemple précédent (Figure 10) et l'amorce de la figure 16, si on vise les connaissances suivantes :

- pour tracer un segment, il faut connaître ses deux extrémités,
- un point s'obtient par l'intersection de deux lignes,

on peut, par exemple avec des CM2 qui savent reproduire des triangles avec une équerre, donner la règle (non graduée), le compas, l'équerre, un instrument de report de longueur avec les coûts suivants : règle 0, report de longueur 2, équerre 10, compas 6.

On peut construire le point manquant pour terminer la figure comme sommet d'un triangle (*A* ou *B* sur la figure 26) en ajoutant un segment à la figure donnée et en utilisant une équerre et trois reports de longueur ou deux fois le compas.

Cette construction de triangle peut faire apparaître une des diagonales du cadre et de faire ainsi apparaître des alignements non perçus au premier abord.

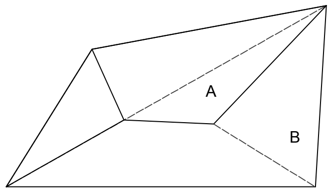


Figure 26

Articulation langage, gestes et concepts géométriques

Dans l'enseignement de la géométrie en classe, le langage intervient à double titre : comme moyen de l'activité mathématique et comme moyen de l'activité didactique. De plus, particulièrement en géométrie en primaire voire au début du collège, le discours accompagne souvent des actions sur des objets matériels (y compris les tracés sur des figures) et s'accompagne de gestes. Ces discours et ces gestes sont ce que Bosch et Chevallard (1999) appellent des *ostensifs* et sont en relation avec des non ostensifs (concepts géométriques notamment mais pas seulement) qui les gouvernent. Nous faisons l'hypothèse que l'articulation fine entre ostensifs et non ostensifs géométriques est à la fois un moyen et un signe de l'apprentissage.

Dans l'activité géométrique

Dans son étude de la langue mathématique, Colette Laborde (1982) montrait l'intrication de la langue naturelle avec du vocabulaire et des symboles mathématiques, des mots courants utilisés dans un sens spécifique, une syntaxe particulière. Cependant, les termes même de langue géométrique peuvent s'entendre à plusieurs niveaux : par exemple un rectangle peut être entendu comme un concept dans un cadre théorique ou comme la description d'un objet matériel familier.

De plus, quand l'activité géométrique met en jeu des objets matériels ou des figures, le langage mêle à la langue géométrique des termes de la langue courante qui servent à décrire les actions sur ces objets matériels ou figures qui peuvent être modélisées par des concepts géométriques : par exemple, à propos de symétrie orthogonale, on parlera de « plier sur une droite », de « faire coïncider » ou « superposer » deux parties de la figure ou deux segments ou deux points. Ces mots sont importants pour faire vivre les concepts géométriques dans des actions concrètes qui les mettent en jeu, ce que nous appellerons l'action géométrique sur du matériel. Ainsi, pour invalider le fait qu'un parallélogramme ait un axe de symétrie, comme le pensent beaucoup d'élèves de CM2 et de 6ème, il est important de préciser quelles parties on veut superposer : on ne peut superposer que des segments de même longueur mais, dès qu'on fait coïncider deux sommets, le pliage est déterminé (il suffit d'appuyer sur le papier pour s'en rendre compte, ce que l'on pourra associer à la notion de médiatrice en sixième) et les côtés parallèles ne peuvent pas coïncider. Les côtés adjacents ne peuvent se superposer que s'ils ont la même longueur donc quand on a un losange. On a ainsi une preuve pragmatique qu'un parallélogramme non losange n'a pas d'axe de symétrie. Sinon, en constatant qu'un pliage ne convient pas (les élèves essaient en général les médianes ou les diagonales), rien ne permet de dire qu'il n'en existe pas un autre qui conviendrait.

Dans l'activité didactique

Nous faisons l'hypothèse qu'il est important que l'enseignant formule — et encourage les élèves à formuler — avec précision les manipulations sur le matériel (ou tracés sur la figure) pour faire le lien entre ces manipulations et les propriétés géométriques mises en jeu. Cela peut se faire en utilisant — et en encourageant les élèves à utiliser — au cours de la reprise de ces manipulations en phase collective, le vocabulaire géométrique enrichi du vocabulaire pour l'action géométrique sur le matériel et les figures auquel il convient de donner aussi un statut pour qu'il puisse être utilisé de façon pertinente dans d'autres situations.

Un autre aspect de l'intervention du langage est celui du rapport oral/écrit. Ainsi, on peut penser que l'écriture au tableau joue un rôle important dans la structuration de la pensée collective des élèves, dans la création de repères, de balises qu'ils pourront utiliser par la suite. Les mots nécessaires à décrire avec précision l'action géométrique comme « superposer » ou « coïncider » nous semblent avoir toute leur place pour créer ces balises à côté du vocabulaire géométrique lui-même.

Quelles possibilités de développement professionnel pour les enseignants ?

L'approche développée par notre groupe de recherche a nourri certaines séances de formation continue. À cette occasion, nous avons constaté que la diffusion dans l'enseignement ordinaire de certaines des situations produites par la recherche (notamment les situations dites de restauration avec coût sur les instruments) n'allait pas de soi. Bien que conçues en étroite collaboration avec des maîtres formateurs qui les avaient testées dans leur classe, ces situations ont eu peu d'impact sur les pratiques des enseignants qui les ont alors utilisées. Quoique favorablement accueillies parce qu'elles permettent de proposer des résolutions de problèmes en géométrie (ce qui n'est pas si fréquent), ces situations ne suffisent généralement pas à modifier durablement les pratiques (au-delà de leur mise en œuvre, rien ne change véritablement).

De nouvelles questions se sont alors posées. Qu'est ce qui peut faire obstacle à l'appropriation de ces situations ? Comment les rendre plus accessibles aux enseignants ? Sur quels leviers de formation jouer ? Comment donner les moyens aux enseignants d'enrichir durablement leurs pratiques ?

L'étude du processus d'appropriation de situations pour la classe est une question récurrente dès lors que l'on s'intéresse à l'utilisation au quotidien par les enseignants des ressources à leur disposition (Mangiante-Orsola, 2012). Afin de contribuer au travail du groupe de recherche et avancer sur la question de la diffusion des situations déjà conçues, nous avons décidé de poursuivre l'étude de ce processus dans le contexte des recherches menées dans le Nord Pas de Calais à propos de l'enseignement de la géométrie.

Le choix d'un dispositif de travail

Pour trouver des éléments de réponse aux questions posées, nous avons fait le choix d'étudier un dispositif de formation avec production de ressources. Avant de préciser davantage nos appuis théoriques et notre méthodologie d'analyse, voici les grandes lignes de ce dispositif de travail (tel qu'il a été conçu)[5].

Il y a maintenant plus de trois ans, souhaitant redynamiser l'enseignement de la géométrie dans les écoles de sa circonscription, Régis Leclercq, Inspecteur de l'Éducation Nationale associé à la recherche, nous propose d'élaborer un dispositif de formation de deux fois neuf heures, sur deux années consécutives. Ce dispositif doit déboucher sur la production de ressources et sur la participation des enseignants concernés à un « forum des pratiques » destiné à présenter le travail réalisé à leurs collègues. Les enseignants participant au projet, tous volontaires, sont informés des objectifs visés et des modalités d'organisation. L'équipe de circonscription est associée et impliquée dans le travail de conception et de mise en œuvre du projet.

Au cours de la première année, trois séances sont prévues : une animation plénière sur l'enseignement de la géométrie ouverte à tous les enseignants des cycles 2 et 3 de la circonscription et deux séances de travail réservées aux enseignants ayant choisi de suivre le module de formation avec production de ressources. La deuxième année devait permettre de poursuivre le travail engagé avec le même groupe d'enseignants. Trois séances étaient également prévues. Afin d'accompagner au mieux les enseignants dans ce travail de conception de ressources, de nombreux allers retours entre expérimentation en classe et travail de rédaction sont prévus grâce notamment à la participation des conseillers pédagogiques qui pourront se déplacer et rencontrer les enseignants dans leur école.

En tant que formateur, nous faisons l'hypothèse que ce travail collaboratif, parce qu'il implique les enseignants dans la production de ressources et prévoit des allers-retours entre séances de formation et expérimentation en classe est susceptible d'enrichir les pratiques des enseignants.

En tant que chercheurs, nous faisons l'hypothèse que l'étude de ce dispositif nous donne accès à certains aspects du travail des enseignants et nous permet de recueillir des informations à propos de la façon dont ils choisissent, transforment les situations proposées (ou choisies par eux-mêmes) et dans quelle mesure ils se les approprient. Ainsi, dans ce cadre particulier, nous cherchons à étudier ce qui se joue à l'interface du groupe constitué par les formateurs/chercheurs et de celui des enseignants pour mieux cerner les conditions d'appropriation par les enseignants de situations (plus ou moins directement) inspirées par la recherche.

Choix méthodologiques et cadres théoriques

Notre problématique s'inscrit dans une question plus large, celle de la diffusion dans l'enseignement ordinaire de résultats issus de la recherche et notre intention à terme est de produire des ressources adaptées à l'enseignement ordinaire. Dans cette perspective, nous situons notre travail dans le cadre de la démarche d'ingénierie didactique pour le développement de ressources et la formation (IDD). L'IDD propose de penser les rapports entre recherche et enseignement non de façon descendante, comme une transmission de la recherche vers l'enseignement ordinaire mais de poser le problème de façon plus dialectique à travers deux niveaux de questionnement : un premier niveau pour tester la validité théorique des situations et dégager les choix fondamentaux relativement au savoir visé de l'ingénierie ; un deuxième niveau pour étudier l'adaptabilité des situations à l'enseignement ordinaire (Perrin-Glorian, 2011).

Dans le cadre plus restreint de l'analyse de ce dispositif de formation continue, nous faisons le choix d'associer des enseignants à ce travail de conception et de les suivre dans la mise en œuvre de séances en classe. Ainsi, nous espérons étudier de plus près ce qui se joue dans cet espace de

[5] Nous reviendrons plus loin sur le dispositif tel qu'il s'est effectivement déroulé.

travail commun et ainsi cerner les conditions de production de ressources à la fois valides du point de vue théorique et adaptées à l'enseignement ordinaire.

Lorsque des personnes aux statuts différents travaillent ensemble dans la perspective d'une production commune, des points de vue différents associés à des connaissances différentes sont mis en présence. Pour étudier ce qui se joue entre les différents groupes d'acteurs (formateurs[6] d'une part et enseignants, d'autre part), nous utiliserons le concept de monde tel qu'il est développé dans le travail de Beguin (2005) qui lui-même emprunte ce concept à Prieto[7] pour analyser ce qui se joue à l'interface entre concepteurs et opérateurs. Cette notion de *monde* est une conceptualisation de la notion de *point de vue*. Lorsque ces auteurs parlent de *point de vue*, il ne s'agit pas d'un point de vue purement subjectif comme dans l'expression « à chacun son point de vue » pour signifier « à chacun son opinion, son avis » mais d'un point de vue situé c'est-à-dire défini par rapport au métier exercé ou pour le dire autrement défini par rapport à « d'où le sujet voit ».

Ainsi, face à un même objet coexistent différents *points de vue*, différents *mondes* qui sont autant de systèmes de référence, des arrières plans à partir desquels chacun se saisit d'une réalité tangible. Chaque arrière-plan est construit par et pour l'action par le sujet ce qui fait dire à Beguin que ce *monde* est construit et orienté. Et le sujet se situe à l'intérieur de ce *monde*, s'y positionne de manière singulière et construit ainsi peu à peu son expérience.

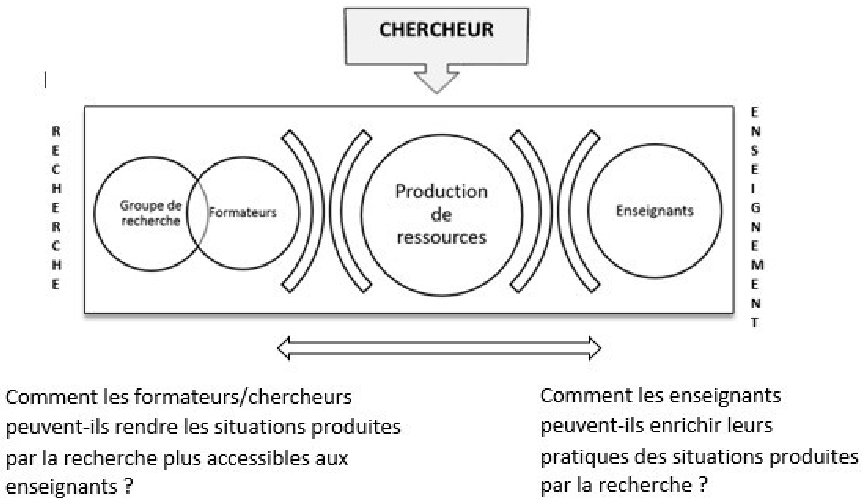


Figure 27 : Notre dispositif de recherche

Dans le cadre de notre travail, la notion de *monde* nous permet de conceptualiser le processus dialogique qui nécessairement va s'installer au cœur du dispositif entre d'une part les formateurs/chercheurs et d'autre part les enseignants. Néanmoins, nous devons préciser que nous empruntons ces éléments au cadre théorique évoqué mais que nous les interprétons pour les adapter à notre recherche. Notre intention est d'étudier ce qui se joue dans ce contexte bien particulier qui est celui de la formation continue avec production de ressources qui met en présence des personnes ayant des *points de vue* différents dans un contexte où pèsent des rapports institutionnels à ne pas négliger.

[6] Il convient de préciser ici que nous avons participé en tant que formatrice à la conception et à la mise en œuvre du dispositif de travail avec l'aide de l'équipe de circonscription et que nous distinguerons nos analyses en tant que formatrice (lorsque nous parlerons « des formateurs ») de celles en tant que chercheur.

[7] Prieto, L. J. (1975). *Pertinence et pratique Essai de sémiologie.* Paris : Éditions de Minuit

Les positions des différents acteurs ne sont pas figées. Ceux-ci peuvent ne pas toujours se situer dans le même monde. C'est le cas lorsqu'ils cherchent à se mettre à la place d'acteurs situés dans un autre monde... ou du moins à prendre en compte leur *point de vue.* Si le monde de l'enseignement est orienté vers l'action, cela n'empêche pas la réflexion. Quant au chercheur, il est amené à faire des propositions utiles pour l'enseignement. Nous chercherons à examiner comment évoluent ces échanges au fil du temps.

Notre position en tant que chercheur est double. Participant à l'élaboration de la ressource, nous sommes à l'intérieur du dispositif de travail mais, parce que notre recherche vise à étudier ce même dispositif, nous sommes aussi amenées à nous situer à l'extérieur. Cette position, surplombante à certains moments, nous permet de prendre de la distance avec nos propres priorités et nos propres modes de validation du travail des enseignants. Nous positionner à certains moments à l'extérieur du dispositif nous permet de considérer sur un même plan notre propre point de vue (en tant que chercheur travaillant sur l'enseignement de la géométrie) et celui des autres catégories d'acteurs.

Dans la suite du texte, nous veillerons à distinguer l'analyse des formateurs/chercheurs et notre analyse en tant que chercheur s'intéressant au dispositif.

Dans l'espace d'investigation représenté sur la figure 27, la production de ressources est vue comme la construction possible d'un *monde commun*, un lieu d'échanges, d'apports mutuels mais aussi de mises en tensions entre des *mondes* (ou *points de vue*) différents.

Ainsi, notre démarche générale consiste à poser un regard distancié sur la production de ressources pour y repérer des moments de confrontation que nous définissons comme *des moments où le travail des uns peine à être validé par les autres*. Ces moments de confrontation sont révélateurs de mises en tension entre les formateurs/chercheurs d'une part et les enseignants d'autre part. Leur dynamique permet de mettre en évidence le jeu qui s'installe entre les deux *points de vue* en présence, de décrire comment évoluent ces mises en tension et comment les différents protagonistes parviennent ou non à les apaiser voire à les dépasser.

Nous cherchons aussi à déceler ce qui est à l'origine de ces moments de confrontation. Ces mises en tension sont-elles dues à des connaissances différentes construites à partir de *points de vue* différents ? À des priorités différentes ?

Ainsi, deux axes sont à interroger. À la double flèche qui représente sur le schéma (Figure 27) le processus dialogique entre les deux *points de vue* en présence, nous associons une double question.

- Comment les formateurs/chercheurs peuvent-ils rendre les situations produites par la recherche plus accessibles pour les enseignants ?
- Comment les enseignants peuvent-ils réussir à s'approprier les situations produites par la recherche ?

Par ailleurs et en lien avec les questions qui précèdent, nous prenons appui sur d'autres cadres théoriques : la théorie des situations de Brousseau (1998) et sur les cadres théoriques indiqués en première partie et à partir desquels ont été conçues les situations, mais aussi la double approche des pratiques (Robert, Rogalski, 2002) puisque notre questionnement porte sur la façon dont les enseignants s'approprient ces situations et les intègrent à leurs propres pratiques.

Présentation des analyses

Cette partie rend compte du déroulement effectif du dispositif tout en mettant en évidence les moments de confrontation repérés au fil de l'analyse. Nous suivrons pour cela un ordre chronologique.

Pour initier le travail du groupe

Avant la toute première séance, les conseillers pédagogiques vont à la rencontre des enseignants afin de leur présenter le projet et ses objectifs, mener avec chacun un entretien et filmer une séance de façon à recueillir des informations précieuses sur leurs pratiques à propos de l'enseignement de la géométrie.

Sur proposition des conseillers pédagogiques, un premier document est remis aux enseignants avant la toute première séance de travail. Celui-ci présente de manière succincte sept exemples de reproduction de figures que les enseignants sont invités à tester dans leur classe (il s'agit d'une même situation et on joue sur les variables didactiques).

Ces activités diffèrent de celles souvent présentes dans les manuels par les instruments mis à disposition (y compris des gabarits).

Dans la première activité, pour reproduire la figure modèle (Figure 28), les enfants doivent juxtaposer des formes découpées (*vision surface*, assemblages par juxtaposition).

Dans la deuxième activité, le choix des formes disponibles contraint les élèves à procéder par superposition (*vision surface*, assemblages par superposition).

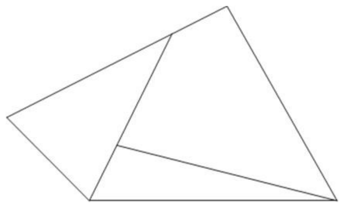


Figure 28

Puis, dans la troisième, le découpage leur est interdit et c'est par tracé des contours des formes que les élèves doivent reproduire la figure modèle (*vision contour*). Enfin, dans les séances suivantes, les élèves sont amenés à utiliser des gabarits de plus en plus grignotés, ce qui permet de les accompagner peu à peu vers l'utilisation d'instruments plus proches des instruments usuels (par exemple, dans la dernière activité, ils ont à leur disposition une règle « informable » et un gabarit d'angle droit). La seule demande faite aux enseignants via ce document est de tester une ou plusieurs de ces activités et d'observer les procédures de leurs élèves.

En fournissant ces exemples d'activités à tester en classe, les formateurs souhaitent pouvoir initier plus rapidement et plus efficacement le travail de production de ressources au sein du groupe. Pour inciter les enseignants à questionner leurs pratiques sans pour autant trop les remettre en question, les formateurs font le choix de présenter des activités proches de pratiques usuelles (les tâches de reproduction de figures sont mentionnées dans les programmes) mais néanmoins nouvelles par certains aspects (notamment le choix des instruments mis à disposition). De plus, ils souhaitent illustrer à travers cette situation une progression possible du cycle 2 au cycle 3. Pour mettre en évidence les variables didactiques sur lesquelles jouer (le choix des instruments, les contraintes de la tâche…etc…) une seule et même figure est choisie pour figure modèle. Enfin, les indications à propos de la mise en œuvre de ces activités sont volontairement succinctes. En effet, se méfiant des situations clés en main qui enferment les enseignants dans un déroulement trop précis, les formateurs préfèrent leur laisser la possibilité de modifier la situation proposée pour mieux les adapter à leurs besoins, au niveau de leurs élèves, à leurs pratiques etc. Implicitement, ils font l'hypothèse que laisser une certaine marge de manœuvre facilite l'appropriation des situations par les enseignants. Il faut de plus souligner que le caractère répétitif des activités (même figure, même tâche) renforce l'aspect un peu dépouillé de leur présentation.

Réactions des enseignants au document mis à disposition

Au cours de la première séance de travail, les enseignants, sollicités par les formateurs pour rendre compte des expérimentations menées en classe, font immédiatement part d'un certain nombre de réserves et de questions à propos du matériel utilisé. Les formateurs commentent alors la présentation des séances en précisant que certains éléments pouvaient être modifiés (nature du papier, couleurs, formes, organisation du travail, nombre de séances…) et encouragent vivement les enseignants à le faire lors des prochaines expérimentations. Ils reviennent ensuite sur la progression qui sous-tend la liste des activités proposées en la mettant en lien avec les enjeux de l'enseignement de la géométrie et notamment en montrant en quoi le jeu sur les instruments permet de mieux accompagner les élèves vers un changement de regard sur les figures. Suite à ce travail, bien des difficultés et des inquiétudes exprimées par les enseignants sont dépassés[8].

Ainsi, le document distribué à propos de la reproduction de figures avec jeu sur les instruments a donné lieu à un premier moment de confrontation entre des points de vue différents. Notre analyse du processus dialogique qui s'installe dans ces premiers échanges entre formateurs et enseignants montre que laisser une marge de manœuvre aux enseignants ne suffit pas et nous identifions plusieurs origines possibles à ce décalage. Tout d'abord, les enseignants ne se sentent pas autorisées à modifier les activités proposées ou n'osent pas prendre le risque de le faire lors d'une première expérimentation.[9] Ensuite, ils ont besoin de cerner cette marge de manœuvre. Or, identifier les éléments pouvant être modifiés sans pour autant dénaturer la situation nécessite certaines connaissances à propos des enjeux visés en termes d'apprentissages mais aussi une compréhension suffisante du rôle des instruments, de la progression choisie etc. Par conséquent, là où les formateurs cherchent à mettre en évidence l'apport d'un jeu sur les instruments en laissant le soin aux enseignants d'adapter les activités, ceux-ci cherchent à adapter ces activités en réglant des problèmes matériels sans trop savoir s'ils peuvent s'autoriser à le faire.

Néanmoins, il faut souligner que cette mise en tension entre les deux points de vue est rapidement dépassée et que c'est précisément les échanges suscités qui permettent aux formateurs de proposer des apports en termes de savoirs pour l'enseignant. Ils peuvent à cette occasion expliquer en quoi jouer sur les instruments permet d'accompagner le changement de regard sur les figures et surtout préciser l'articulation entre le choix des instruments, les procédures attendues des élèves et le type de regard porté sur la figure (analyse en termes de surfaces ? de contours ? de lignes ? de points ?).

D'autres questions émergent dès la première séance. Malgré le choix d'activités peu éloignées de pratiques existantes par la nature de la tâche attendue des élèves (reproduire une figure), les enseignants questionnent l'existence de liens entre les propositions des formateurs et les programmes. « Où les placer dans ma progression ? Dans quel chapitre ? C'est où dans les programmes ? ». Les formateurs tentent alors d'apporter des précisions en interrogeant les enseignants à propos de leurs progressions mais ils sont rapidement confrontés à certaines difficultés.

Certains enseignants (et notamment ceux de cycle 3) perçoivent l'objectif de la situation mais, peu convaincus par la pertinence de nos choix, ils ne perçoivent pas en quoi la situation proposée

[8] Du moins dans l'immédiat car de nouvelles difficultés apparaîtront plus tard.

[9] Le document indiquait pourtant que les situations pouvaient être modifiées en fonction des besoins, des habitudes de travail...

peut développer les compétences figurant dans les programmes. « Pourquoi ne pas utiliser les instruments usuels puisque c'est ce qui est demandé au collège ? », demandent-ils.

D'autres, plus réceptifs aux propositions, ne sont toutefois pas plus à l'aise lorsqu'il s'agit d'identifier dans leurs pratiques ce qui peut être utilisé pour accompagner les élèves dans un changement de regard sur les figures. Mme S. utilise depuis plusieurs années des « équerres grignotées » mais ne peut expliciter en quoi cela peut être intéressant. Ses réponses quoique un peu évasives complétées par une séance filmée dans sa classe avant le début de la formation, nous permettent toutefois d'avancer une hypothèse sur cette absence de lien. Elle utilise les règles grignotées uniquement dans la séquence « droites parallèles, droites perpendiculaires » d'où peut-être la difficulté pour elle de rapprocher l'utilisation de ce matériel avec sa séquence sur la reproduction de figures.

Les enseignants de cycle 2 sont moins insistants vis-à-vis des programmes, ils cherchent surtout à associer les propositions des formateurs à un type de matériel présent en classe. Par exemple, lorsque l'un d'entre eux suggère d'utiliser les pièces du Tangram, cela apporte un réel soulagement au sein du groupe d'enseignants car, comme le fait remarquer l'un des conseillers pédagogiques, « le Tangram constitue une culture commune et cela les rassure ».

Nous relevons ici un nouveau décalage entre les points de vue : les formateurs tentent de situer leurs propositions par rapport aux programmes en mettant en lumière les enjeux d'apprentissage alors que les enseignants trouvent des indices dans le matériel utilisé, à travers les chapitres de leurs manuels etc.

Nous retenons de ces premiers moments de confrontation la nécessité de questionner de part et d'autre les critères à retenir pour tisser des liens entre propositions de la recherche et pratiques existantes. Comment les formateurs peuvent-ils aider les enseignants à dépasser certains critères parfois superficiels pour recentrer leur attention et leur analyse sur les enjeux d'apprentissage des activités ?

Premières activités proposées par les enseignants

Ces premières difficultés dépassées, les enseignants conçoivent et testent de nouvelles situations en classe. Pour cela, ils jouent sur différentes variables didactiques disponibles (choix de la figure modèle, choix de l'amorce, des instruments mis à disposition etc.). Comme convenu, quelques jours avant la deuxième séance de travail, fiches de préparation, observations et productions d'élèves sont transmises aux formateurs. Parmi les situations testées en classe, ces derniers retiennent en priorité les deux situations de reproduction et de restauration conçues par les enseignants de cycle 3 et décident de débuter la séance de travail par leur analyse. Plus précisément, ils prévoient de demander aux enseignants d'exécuter eux-mêmes la tâche attendue des élèves de façon à en déduire les connaissances en jeu et ensuite d'effectuer un retour sur les variables didactiques sur lesquelles jouer pour mieux adapter les situations au niveau des élèves et en déduire une progression possible pour leur classe. Ce travail conduit les formateurs à élaborer avec les enseignants un tableau constitué de deux colonnes permettant d'articuler « actions sur le matériel » attendues de la part de l'élève et « concepts ou propriétés de géométrie » en jeu (par exemple, les enseignants notent : « prolonger un trait » et « notion de droite » ou encore « recherche du milieu d'un segment avec une bande de papier » et « le milieu d'un segment est sur l'axe de symétrie de ce segment). Les formateurs leur demandent ensuite d'identifier différents niveaux de difficultés en se référant aux lignes du tableau ainsi réalisé. Exercer les enseignants à identifier une liste de variables didactiques ne suffit pas, ils doivent acquérir les moyens de jouer sur ces variables de façon à adapter ces situations en fonction de leurs objectifs et surtout contrôler la progressivité des apprentissages visés. Dans cette perspective, le travail à partir du tableau permet de mettre en lien la situation choisie (choix de la figure à reproduire, choix de l'amorce, choix des instruments à disposition) et les apprentissages attendus. Ainsi, au cours de cette deuxième séance, les formateurs commencent à interroger comment opérationnaliser les apports de formation directement issus de la recherche.

Suite à ces premières séances, l'élaboration de ressources se poursuit par un jeu d'aller-retour entre expérimentations en classe et échanges au sein du groupe. En outre, pour accompagner les enseignants dans ce travail, les formateurs vont à leur rencontre dans leur classe. À cette occasion, quatre séances sont filmées que nous ne présentons pas ici en détail mais que nous utilisons pour mettre au jour quelques moments de confrontation.

Restauration de figure au CP

Le premier décalage entre des points de vue différents que nous souhaitons évoquer est celui révélé par le travail de Mme D., une enseignante de CP. Celle-ci choisit de présenter une situation qui consiste à demander aux élèves de reproduire une figure (Figure 29) en utilisant des gabarits (les pièces A, B, C, D intactes ou en partie déchirées). D'après l'analyse *a priori*, il s'agit d'une situation de reproduction de figure pour laquelle l'enseignant peut jouer sur différentes variables didactiques : le nombre et le choix des pièces mises à disposition, la présence ou non d'une figure amorce, des pièces grignotées ou pas.

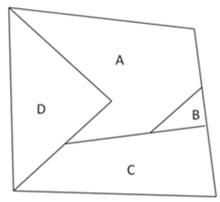


Figure 29

Mme D. a prévu un déroulement en trois phases. Voici des extraits de sa fiche de préparation.

1ère activité
Reproduire la figure avec le cadre et le gabarit de la forme A et une règle.
Prolonger pour obtenir D. Obtenir des formes B et C.

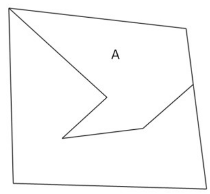


Figure 30

2e activité
Reproduire la figure sans cadre en utilisant les gabarits de A et C. Attention : positionner correctement les deux gabarits. Prolonger les deux lignes à gauche et à droite de la figure

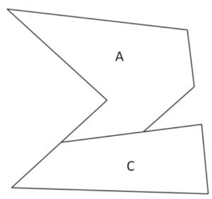


Figure 31

3e activité
Reproduire la figure en utilisant deux gabarits A et D et le gabarit C en partie déchiré (pour reporter la largeur de C) Prolonger la pointe de A. Prolonger le cadre de la droite. Reporter la largeur de C. Relier D et C

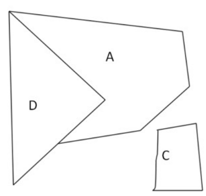


Figure 32

Avant de commencer la séance, l'enseignante explique aux formateurs qu'elle a préparé cette situation seule, en s'appuyant sur un document trouvé sur le site de l'IUFM Nord-Pas-de-Calais, intitulé « géométrie au cycle 2 ». Elle dit ne pas avoir lu l'intégralité du texte : elle a seulement repris l'une des figures utilisées pour ensuite envisager des situations possibles pour ses élèves.

La fiche de préparation témoigne de sa compréhension de l'enjeu de la situation et plus précisément de sa capacité à interpréter actions, gestes, tracés à effectuer en termes de *vision contours* et *vision lignes*. En effet, elle écrit à propos des objectifs et compétences : *passer d'une vision contour à une vision ligne des formes, reproduire des figures géométriques simples à l'aide d'instruments et de techniques*. Elle organise un déroulement en trois phases ce qui suppose une analyse du geste *tracer une ligne* pour y voir différents niveaux de complexité. Son travail de préparation montre également qu'elle anticipe certaines difficultés pouvant être rencontrées par les élèves (elle note : « *attention, positionner correctement les deux gabarits. Prolonger les deux lignes à gauche et à droite de la figure.… ».).*

Toutefois, nous remarquons qu'elle ne va pas jusqu'à distinguer, du moins à l'écrit, les niveaux de difficulté des tracés à effectuer. En effet, au cours de la phase 3, les élèves doivent compléter le cadre en effectuant deux tracés différents : l'un consiste à joindre des sommets des pièces A et C pour obtenir un côté du quadrilatère constituant le cadre et l'autre consiste à prolonger les contours des pièces A et C pour compléter un autre côté de ce même quadrilatère (Figure 31). Or, le premier tracé est d'un niveau de complexité supérieur au second puisqu'il ne s'agit plus ici de prolonger des traits mais de repérer des sommets éloignés comme les extrémités du segment à tracer.

Par ailleurs, elle n'a pas perçu le saut important qui existe entre les phases 2 et 3. L'utilisation du gabarit déchiré contraint en effet les élèves à organiser leurs actions sur le matériel : ils doivent commencer par prolonger des traits pour pouvoir ensuite placer le gabarit déchiré. Cela crée une rupture par rapport aux phases précédentes pour lesquelles le placement des gabarits précède la réalisation des tracés[10].

La séance se déroule sans écart majeur par rapport au projet de l'enseignante. Celle-ci observe les procédures des élèves et intervient auprès de certains.

Dès la fin de la séance, au cours d'un entretien à chaud avec les formateurs, Mme D. explique comment elle a préparé sa séance, précise ses choix et son analyse des difficultés rencontrées par certains de ses élèves.

Revenons justement sur son travail de préparation. Le document trouvé sur internet est issu d'une action-recherche menée par certains membres du groupe auprès de conseillers pédagogiques. Divers exemples de situations sont présentés et notamment des restaurations de figures vues comme surfaces. L'exemple choisi pour discuter de situations qu'on peut obtenir suivant les instruments dont on dispose est celui de la figure reprise par l'enseignante (Figure 29). Une liste d'activités pour la classe est ainsi établie en jouant sur les variables didactiques précédemment identifiées.

Pour préparer sa séance, Mme D. n'a pas utilisé cette liste. Elle a agrandi et reproduit sur bristol la figure modèle (en modifiant au passage l'ordre des lettres désignant les pièces) pour pouvoir tester plus facilement plusieurs activités possibles. Elle explique notamment au cours de l'entretien avoir envisagé une quatrième activité pour ensuite la rejeter car elle nécessitait la prise en compte d'alignements, ce que Mme D. jugeait trop difficile pour des élèves de CP.

Nous percevons ici un décalage entre le travail de préparation de l'enseignante et les informations fournies par le document. En effet, pour organiser le déroulement de la séance,

[10] Mme D. améliorera le document produit en ajoutant une phase intermédiaire.

celle-ci n'a pas eu besoin d'utiliser les exemples donnés, il lui a suffi de rechercher quelques idées d'activités possibles, adaptées à ses objectifs et de les organiser selon un niveau croissant de difficulté.

Si la liste des variables didactiques à utiliser constitue une aide indéniable, le travail de préparation consiste avant tout à sélectionner des activités possibles en fonction de sa classe, de ses objectifs. Le document utilisé fait un inventaire (non exhaustif mais néanmoins très riche) d'exemples d'activités possibles repérés non pas en fonction d'objectifs mais en fonction de variables didactiques. De plus, il faut souligner que les auteurs, voulant probablement montrer toute l'étendue des possibilités jouent, grâce aux variables didactiques, sur le niveau de complexité jusqu'à proposer des activités non adaptées à des élèves de cycle 2. Même s'ils mettent en garde le lecteur, il parait difficile pour un enseignant (en dehors de tout accompagnement) de repérer parmi ces exemples ceux qui sont adaptés au niveau de ses élèves et de les organiser selon une progression pertinente. Celui-ci est donc mis face à une liste de possibles très riche mais sans réels moyens de faire des choix.

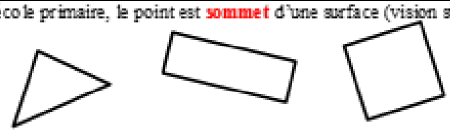
Progression sur la notion de cercle au CM1

Un autre moment de confrontation révélateur d'une certaine mise en tension entre formateurs et certains enseignants du groupe émerge lors d'une visite des formateurs dans la classe d'une des enseignantes de cycle 3. Dès leur arrivée, alors que la demande était de préparer et mettre en œuvre une séance en lien avec la formation suivie, celle-ci leur annonce très clairement qu'elle n'a pas utilisé le travail fait en formation. Elle a préparé une séance de géométrie sur le cercle, car, justifie-t-elle, « c'est une figure au programme du CM1 ». La séance présentée vise à réinvestir le lexique acquis précédemment dans des activités de description de figures. Au cours de l'entretien à chaud avec l'enseignante, celle-ci présente l'ensemble de sa progression et les formateurs constatent non seulement qu'elle a modifié sa progression suite à la formation suivie et, que, de plus, elle y a intégré des activités de restauration de figures. Décidant de s'appuyer sur le travail présenté par l'enseignante, les formateurs lui proposent alors de compléter sa progression en ajoutant une colonne à son tableau pour y indiquer au regard de chaque activité prévue « en quoi cela permet-il d'aborder la notion de cercle (*vision ligne, vision point*) ? ». L'enseignante transmettra quelques temps après un document dont nous reproduisons un extrait (Figure 33) et les formateurs l'aideront à compléter le document ainsi produit par un éclairage sur la notion de point. (Figure 34).

Progression sur le cercle : présentation des différentes étapes	Comment aborder la notion de point ?
Utiliser la définition du cercle	
Activité 1 : Avis de recherche (voir page 8) Cap Maths	Le cercle est un ensemble de points situés à égale distance d'un point appelé centre. Points situés à une distance donnée d'un point fixé

Figure 33

A l'école primaire, le point est **sommet** d'une surface (vision surface)



Puis, le point est **intersection de lignes** (vision ligne)

Au cours de cette séquence, on abordera

- le cercle (1D) comme ensemble de points,
- la zone à l'intérieur du cercle et celle à l'extérieur du cercle (2D) comme des ensembles de points
- la distinction entre le centre du cercle et les points du cercle
- le centre du cercle (point) comme l'intersection de deux diamètres
- le centre du cercle (point) comme milieu du diamètre (ligne)

Figure 34

Ainsi, les formateurs ont été amenés à modifier leur projet initial. Au lieu de fournir des situations à réinvestir en classe, les choix de cette enseignante les ont poussés à partir de ses pratiques usuelles pour lui donner dans un premier temps les moyens de mieux les analyser et dans un second temps des pistes pour les enrichir.

Notre analyse des échanges en termes de processus dialogique entre formateurs et enseignants nous conduit à souligner ici un renversement de stratégie chez les formateurs. La nécessité de répondre aux besoins (plus ou moins clairement) exprimés par les enseignants les contraint à questionner différemment les travaux de recherche sur lesquels ils s'appuient. Il ne leur suffit plus d'y puiser des exemples de situations à proposer aux enseignants mais il leur faut réinterroger les pratiques usuelles à la lumière des savoirs issus de la recherche. Le travail attendu par les formateurs de la part de l'enseignant se trouve lui-aussi modifié : il ne s'agit plus d'intégrer de nouvelles situations dans une progression existante mais de revisiter ses pratiques usuelles grâce aux savoirs rencontrés en formation.

Réaliser des assemblages par superposition au CP

Les productions évoquées dans les deux paragraphes précédents sont le fruit du travail de deux enseignantes aux démarches bien différentes. L'une cherche à s'approprier une situation produite par la recherche et parvient (en partie) à combler les manques de la ressource sur laquelle elle s'appuie, l'autre choisit de ne pas s'éloigner de sa progression mais réussit néanmoins à l'enrichir (partiellement) grâce notamment aux connaissances acquises en formation. Cependant, dans les deux cas, les échanges entre formateurs et enseignant à propos du document produit sont assez limités. Ce troisième document résulte d'un travail d'élaboration bien plus long, un peu chaotique, fait de tentatives, de retours en arrière et de choix souvent discutés, parfois approuvés pour ensuite être remis en question.

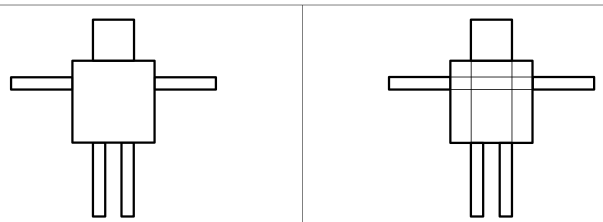
La conception de ce document est initiée dès la première séance de formation. Les enseignants de cycle 2 se mettent d'accord pour rédiger ensemble une progression commune s'appuyant sur celle implicitement indiquée dans le document remis par les formateurs mais en utilisant un matériel qu'ils jugent plus commode : les pièces d'un jeu de Tangram. Le travail de réflexion se poursuit lors des séances suivantes à travers le compte-rendu par ces mêmes enseignants des séances menées en classe. À cette occasion, l'une d'entre elles, Mme C., présente le travail mené dans sa classe (avec l'aide d'un conseiller pédagogique) et notamment le déroulement de sa première séance dont l'objectif annoncé est de *« passer de la juxtaposition à la superposition »*. Un jeu sur le nombre et le choix des pièces à disposition permet dans une première étape d'autoriser les élèves à reproduire la figure comme un assemblage par juxtaposition, puis dans une deuxième étape, les contraint à procéder par superposition. Le bilan de l'enseignante est très positif, même si elle souligne les limites de l'utilisation des pièces du Tangram.

L'année suivante, suite aux réserves exprimées, les enseignants choisissent de privilégier un autre matériel : la Moisson des formes[11].

Mme C. fournit un travail de préparation important mais un choix peu judicieux à propos des pièces mises à disposition[12] la conduit à remettre en question le travail effectué précédemment et à soulever une question déjà posée par les enseignants de cycle 2 : « pourquoi travailler la superposition ? »

Les formateurs relèvent rapidement le malentendu qui s'installe. Pour les enseignants, l'enjeu principal est d'amener les élèves à accepter de procéder par superposition de surfaces. Or, ce qui se joue ici ne peut se résumer à un simple changement de contrat didactique, il s'agit ici d'accompagner le changement de regard des élèves sur les figures. Les formateurs tentent alors de clarifier leurs attentes en s'appuyant directement sur un article issu de la recherche à laquelle ils se réfèrent. Ils présentent aux enseignants deux figures utilisées par Duval et Godin (2006) pour illustrer la différence entre un assemblage par juxtaposition et un assemblage par superposition. Mais, cela ne convainc pas les enseignants. Certes, les deux exemples seront repris par Mme C. lorsqu'elle rédige le compte rendu de son travail pour préciser que des assemblages par superposition seront réalisés *« afin de mettre en évidence certaines propriétés des figures et d'exercer la vision de lignes cachées »* (Figure 35) mais la question de la pertinence de ce type de situations est à nouveau posée et discutée au sein du groupe. Les formateurs avancent alors un autre argument en termes d'enjeux d'apprentissage : la superposition contraint les élèves à passer d'une *vision surface* à une *vision ligne*.

Nous nous sommes attachés à exercer le regard des élèves afin qu'ils passent d'une vision de surface à une vision des contours et des lignes de la figure. Dans cet objectif, nous avons mis en place des activités de reproduction de figures à partir de gabarits. Reproduction par juxtaposition puis par superposition afin de mettre en évidence certaines propriétés des figures et d'exercer la vision des lignes cachées.



Assemblage par juxtaposition

Le prolongement des traits inverse un assemblage par juxtaposition en assemblage par superposition

[11] Bettinelli B. (1995) : La moisson des formes : matériel et livret pédagogique, Aléas

[12] Mettre trop de pièces à disposition des élèves, diminue les contraintes portant sur le choix des figures. Comme le dit l'enseignante : il leur suffit de « combler les trous »

Figure 35

Pour mieux comprendre notre démarche

<u>Juxtaposer ou superposer ? Qu'est-ce que ça change ? Où est l'intérêt ?</u>

Réaliser des assemblages par **superposition** permet (comme la juxtaposition) de décomposer des figures en sous figures, mais de plus **cela nécessite de passer d'une vision 2D à une vision 1D**.

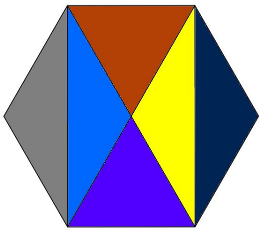
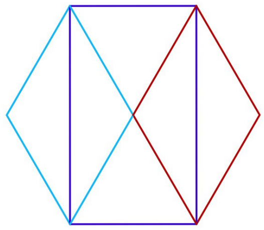
	
Ici, la figure est vue comme un assemblage par juxtaposition : on distingue 6 triangles (6 surfaces de couleurs différentes). L'élève peut rester dans une vision suface (2D).	Ici, la figure est vue comme un assemblage par superposition : on distingue 1 rectangle et 2 losanges (3 contours de couleurs différentes). Pour réussir à analyser de cette façon la figure, l'élève est obligé d'utiliser une vision contour (1D).

Figure 36

C'est alors que les formateurs présentent un extrait d'évaluation de CP/CE1 (Figure 37) issu d'un travail de l'IREM de Montpellier [13]

Reconnaissance de formes

Atelier 1

Consigne : colorie un carré, puis colorie un autre carré de taille différente.

Atelier 2

Consigne : colorie un rectangle, puis colorie un autre rectangle de taille différente.

Atelier 3

Consigne : colorie un rectangle, puis colorie un autre rectangle de taille différente.

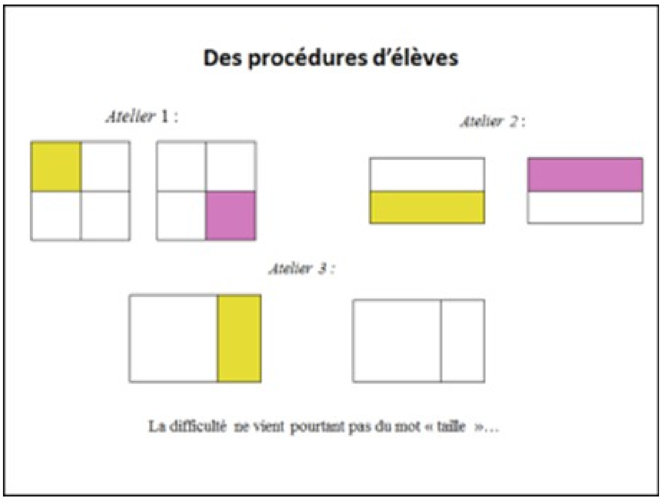


Figure 37

Les enseignants accueillent ce document avec intérêt. Ils y voient des difficultés déjà repérées chez leurs élèves et identifient un point commun entre nos propositions et les exemples présentés dans ce document : il s'agit d' « exercer le regard » des élèves. L'expression de cet objectif au travers duquel formateurs et enseignants se retrouvent est souvent repris et semble lever bien des « blocages ». Les enseignants sont davantage convaincue de l'intérêt de la réalisation

[13] Activités géométriques à l'école primaire : exemples de problèmes à résoudre, suggestions pour des outils d'évaluation diagnostique.

d'assemblages par superposition et une enseignante jusqu'alors peu impliquée dans le travail de production fait parvenir peu de temps après de nouvelles activités qu'elle a elle-même conçues à partir d'autres documents proposant des activités pour la classe plus proches des pratiques existantes.

Ainsi, notre analyse en termes de processus dialogique montre que les enseignants ont besoin d'exprimer un objectif qui leur permet de mettre en lien nos propositions, des difficultés déjà remarquées chez leurs élèves et des exemples de situations pour la classe plus proches de leurs pratiques usuelles. Néanmoins, il faut souligner que la justification des situations en termes d'accompagnement d'évolution du regard sur les figures que les formateurs tentent de faire accepter n'est pas reprise par les enseignants. D'ailleurs, lors du forum, certains justifieront leur travail en disant : « on travaille la superposition » sans autre explication, comme si la notion de superposition était un objectif en soi.

Situation de restauration en CM1

Mme S. a un cours double (CM1/CM2). C'est une enseignante reconnue par l'institution (elle est inscrite sur la liste des MAT[14]) et propose très régulièrement des activités de géométrie à ses élèves. Elle a participé à toutes les séances de formation et a déjà testé avec sa classe certaines activités issues des situations proposées par les formateurs. Au cours de la deuxième année du dispositif de formation, elle nous présente une activité de restauration de figure (Figure 38).

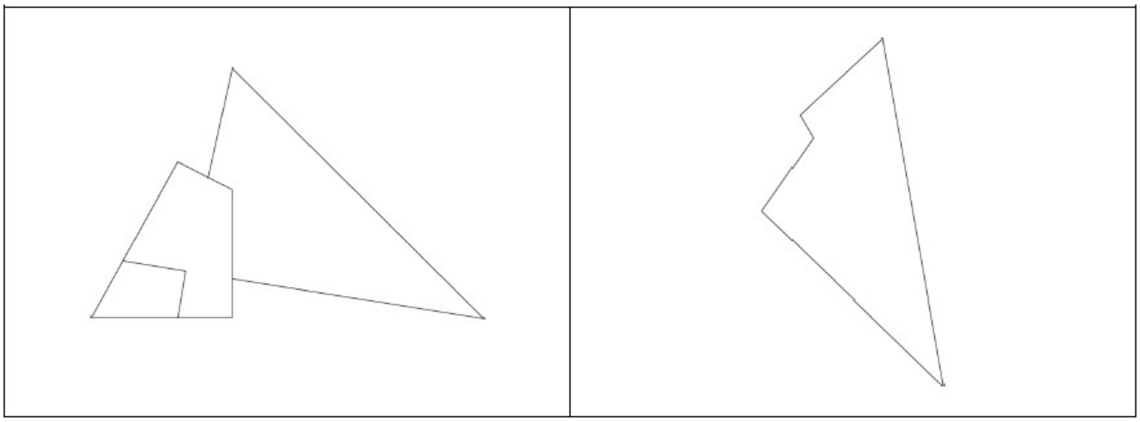
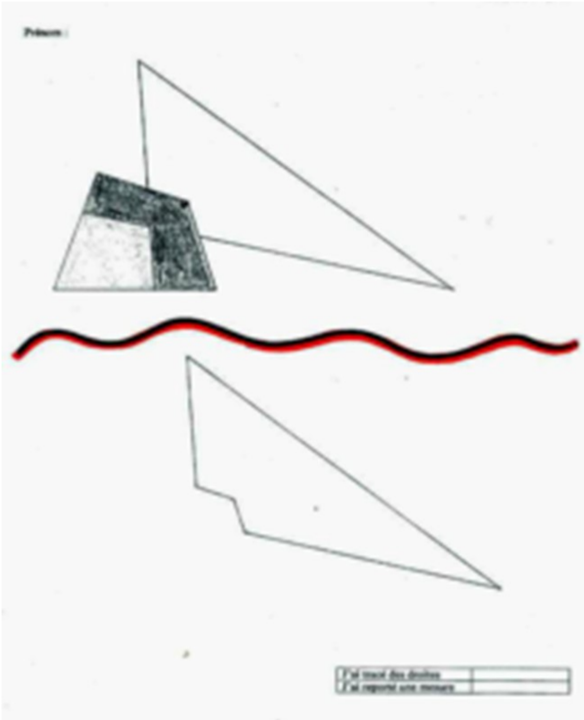


Figure 38 : figure et amorce choisies par Mme S.

Cette activité est issue d'un document[15] pour la formation rédigé par C. Reydy qui, elle-même, prend appui sur une situation de restauration de figure (Figure 39) souvent présentée par les membres du groupe de recherche pour illustrer leur approche de l'enseignement de la géométrie (Godin, Perrin-Glorian, 2009).

[14] Maître d'Accueil Temporaire, enseignant accueillant dans sa classe des étudiants en formation initiale.

[15] http://c.reydy.free.fr/jeux-maths-Bazas/Jeux-maths-C3-CReydy/Restauration-de-figures.pdf.



Restaurer la figure modèle à partir de l'amorce donnée

À disposition des élèves : une réglette non graduée dite « informable », une réglette non graduée (plastifiée) permettant de tracer des droites.

Les règles de coût : 0 point pour le tracé d'une droite sur la figure modèle ou l'analyse de la figure, via l'utilisation de la réglette « informable » ; 1 point pour le tracé d'une droite, avec la réglette plastifiée, pour compléter l'amorce ; 3 points pour un report de longueur.

Figure 39

Cette situation est particulièrement riche mais sa mise en œuvre sans précaution préalable présente certains écueils. C'est du moins ce que nous avons constaté dans la classe de Mme S[16]. Celle-ci, parce qu'elle a conscience des difficultés que ses élèves peu habitués à ce type de problèmes pourraient rencontrer, fait le choix de limiter ce qu'elle perçoit comme une prise de risque en prévoyant un guidage fort (Leclercq, Mangiante-Orsola, 2014).

Au lieu de laisser les élèves rechercher par eux-mêmes les alignements et points d'intersection utiles à la restauration de la figure, elle organise une analyse collective de la figure modèle, ce qui simplifie grandement la tâche de l'élève. Elle fournit, de plus, un tableau de deux colonnes « je vois », « je trace » destiné là encore à aider les élèves en prenant en charge (du moins du point de vue de Mme S.) le lien entre chaque propriété de la figure à identifier et une action à réaliser. Lors de la séance, la plupart des élèves ne parviennent pas à restaurer la figure tout en calculant le coût des instruments utilisés et l'enseignante peine à réguler l'activité des élèves, à les aider à faire évoluer leurs procédures. Elle termine la séance par une correction collective avec réalisation des tracés sur la figure affichée au tableau que chaque élève doit reproduire pas à pas sur sa fiche individuelle.

[16] Elle ne reprend pas exactement la même figure mais il s'agit encore pour les élèves de restaurer la figure modèle à partir d'une amorce. Comme dans la situation produite par la recherche, elle instaure un coût sur les instruments.

Nous retenons de cet exemple le décalage entre les priorités des chercheurs via leurs publications et celles de l'enseignante dans l'exercice de son métier. La situation initiale (celle présentée par les chercheurs dans leurs publications) est certes particulièrement significative de l'approche développée par les chercheurs (elle intègre les principaux résultats issus de la recherche) et, en outre, très riche du point de vue des apprentissages potentiels mais elle concentre dans une seule et même séance un certain nombre de difficultés pour l'enseignant désireux de la mettre en œuvre dans sa classe. Si, de plus, cet enseignant s'en inspire pour proposer pour la première fois une situation de restauration de figures à ses élèves et la modifie sans prendre les précautions suffisantes alors mener à bien la séance devient encore plus ardu.

Vers un monde commun ?

Reconsidérons à présent nos hypothèses à propos du processus dialogique et par voie de conséquence les questions associées à la double flèche de notre schéma (Figure 27).

Comment les formateurs/chercheurs peuvent rendre les situations produites par la recherche plus accessibles pour les enseignants ?

Au début de notre travail, nous faisions l'hypothèse que l'analyse de ce dispositif nous conduirait à adapter les situations produites par la recherche à l'enseignement ordinaire. Mais, l'analyse des moments de confrontation montre que de simples ajustements ne peuvent suffire et qu'il convient au préalable de réexaminer les résultats produits par le groupe du Nord-Pas-de-Calais. En effet, les difficultés d'appropriation de ces situations révèlent des besoins en termes de savoirs pour les enseignants qu'il convient d'identifier. Les moments de confrontation repérés au fil du dispositif révèlent ces besoins (non nécessairement formulés par les enseignants ou les formateurs). Nous avons cherché à les organiser :

Prendre en compte les prescriptions institutionnelles

- prendre en compte les contraintes institutionnelles et planifier le travail de la classe - tisser des liens entre situations et intitulés des programmes - identifier les enjeux d'apprentissage des situations.
- enrichir ses pratiques de l'enseignement de la géométrie - couvrir tout le programme - étudier les figures au programme - enrichir les pratiques existantes – provoquer un changement de regard et autres types de problèmes.

Concevoir et mettre en œuvre des activités pour la classe

- repérer les éléments fondamentaux des situations afin d'identifier leur marge de manœuvre - comprendre ce qui sous-tend la progression - s'approprier le jeu sur les instruments.
- organiser le travail de l'élève - faire des choix de situations - fixer des variables - percevoir les concepts en jeu dans les gestes à réaliser.
- maîtriser le choix des variables, le lien entre objectifs, actions ou gestes, repérer une progression ou une gradation des difficultés pour un geste donné.

Donner une finalité à la tâche prescrite via les formateurs et l'accepter

- identifier les objectifs visés - comprendre en quoi cela permet d'accompagner le changement de regard sur les figures - prendre conscience de la nécessité d'accompagner le changement de regard à partir des difficultés rencontrées par les élèves dans le cadre d'activités proches des pratiques existantes.

Figure 40

La liste ainsi obtenue (Figure 40) montre que ces besoins en termes de savoirs sont relatifs à différents niveaux des pratiques (global, local et micro) (Masselot, Robert 2007) et sont susceptibles de donner les moyens aux enseignants de faire des choix pensés allant dans le sens de l'amélioration des apprentissages des élèves tout en tenant compte des contraintes liées à l'exercice du métier.

Par voie de conséquence, il serait intéressant que la recherche réexamine les résultats produits et identifie en quoi tel ou tel savoir est susceptible de guider (ou non) l'action des enseignants dans le cadre de l'exercice de leur métier voire de modifier le savoir construit pour pouvoir faire sens pour les enseignants et l'adapter aux contraintes du métier.

Ainsi, la contribution des formateurs/chercheurs à la production de ressources (vue comme la construction d'un *monde commun*) ne peut se limiter à adapter des situations à l'enseignement ordinaire : tenir compte du *point de vue* des enseignants suppose aussi de réinterroger les savoirs produits dans le but de les reproblématiser.

Cette opérationnalisation ne va pas de soi et les formateurs ne sont pas à l'abri de dérives toujours possibles. Citons l'exemple du travail mené dans le cadre de notre dispositif à propos de la juxtaposition et la superposition de figures. Il est certes aidant pour les enseignants d'identifier et de formuler un objectif qui fait sens *(« exercer le regard»)* mais nous avons constaté que certains enseignants associaient à cet intitulé divers exercices qui ne s'inscrivaient pas dans une approche de la géométrie visant à accompagner le regard des élèves sur les figures, il s'agissait seulement d'exercices de discrimination visuelle. De même, pour certains enseignants *«travailler la superposition»* est devenu un objectif en soi. Travailler une notion supplémentaire semblait être un argument suffisant à leurs yeux. Il est donc nécessaire pour le formateur/chercheur de reproblématiser les résultats produits par la recherche tout en s'assurant de préserver une lisibilité suffisante des enjeux d'apprentissage.

Comment les enseignants peuvent-ils enrichir leurs pratiques à l'aide des situations produites par la recherche ?

Cette deuxième question se situe du côté des enseignants. Comment peuvent-ils contribuer via la production de ressources à la construction d'un *monde commun* ? Là encore, notre travail nous conduit à réexaminer cette question. Non seulement la mise en œuvre de situations produites par la recherche ne peut suffire à impacter durablement les pratiques comme l'avait déjà constaté le groupe mais l'analyse des moments de confrontation montre combien le besoin d'ancrage des situations dans les pratiques usuelles est prégnant chez les enseignants[17].

Il semble donc nécessaire pour les formateurs de questionner plus avant comment prendre appui sur les pratiques existantes. D'ailleurs, le travail mené sur la progression sur le cercle au CM2 nous conduit à envisager une alternative.

Au lieu de se limiter à des apports en termes d'exemples de situations, partir des progressions et des situations déjà utilisées par les enseignants pour les enrichir et les modifier dans le but de mieux accompagner les élèves dans les changements nécessaires de regard sur les figures. Il s'agirait alors de développer l'exercice d'une certaine vigilance didactique dans le domaine de l'enseignement de la géométrie (Pézard 2010, Butlen et *al.* 2012). Mais, là encore, il appartient à la recherche de s'emparer de cette question. Comment penser une intégration progressive des situations produites par le groupe dans les pratiques existantes et plus généralement comment articuler ces situations avec d'autres situations d'enseignement plus répandues dans les classes et

[17] D'ailleurs, les attentes des enseignants dépassent la simple mise en œuvre d'une situation produite par la recherche. Ils attendent davantage et notamment la proposition de progressions.

les manuels ?

Ainsi, étudier comment les enseignants peuvent réussir à s'approprier des situations suppose d'examiner aussi comment ils peuvent les intégrer à leurs pratiques usuelles ou encore comment ils peuvent enrichir leurs pratiques en intégrant de nouvelles connaissances et ainsi exercer une certaine vigilance didactique.

Pistes pour la formation

Ce travail nous conduit à dégager plusieurs axes de réflexion qui peuvent à terme devenir des pistes pour la formation.

S'appuyer sur les pratiques existantes

Tout au long du travail, les enseignants ont manifesté leur souhait de s'appuyer sur du matériel présent dans les classes ou des progressions déjà utilisées. Que ce soit à travers le recours aux pièces du Tangram, l'utilisation d'équerres cassées ou encore la progression sur le cercle de Mme M., les formateurs ont été amenés à s'adapter pour mieux s'appuyer sur les pratiques usuelles de ces enseignants. Au terme du dispositif, ce travail de « tricotage » entre les attentes institutionnelles véhiculées par les programmes et nos propositions apparait indispensable dès lors que l'on vise une évolution des pratiques qui aille au-delà de la simple mise en œuvre des quelques situations présentées.

Améliorer la lisibilité des objectifs d'apprentissage visés par l'approche développée par le groupe

Notre intention est de poursuivre notre travail en veillant à clarifier encore davantage notre démarche auprès des enseignants. Identifier plus finement les enjeux d'apprentissage leur permettrait de mettre en lien les situations proposées avec le contenu des programmes et les aiderait à mieux planifier leur enseignement. Cela éviterait en outre certains malentendus. « La superposition » n'est pas une finalité en soi, pas plus que la « restauration de figures » ou encore « le jeu avec coût sur les instruments ». Il est important de préciser aux enseignants qu'il ne s'agit pas nécessairement d'ajouter de nouvelles activités à leur progression habituelle mais d'enseigner la géométrie un peu autrement. La formation doit amener les enseignants à percevoir les enjeux au-delà des expressions employées : par exemple, les situations de restauration ne sont que le moyen d'accompagner les élèves dans le nécessaire changement de regard sur les figures.

Donner aux enseignants les moyens d'agir

Cependant, l'identification des enjeux ne peut suffire, il faut aussi que la formation donne aux enseignants les moyens d'agir. Il est important de prévoir un temps pour l'analyse des situations car les enseignants doivent pouvoir à terme identifier les actions élémentaires à effectuer sur le matériel pour les articuler avec les concepts géométriques en jeu et le langage. Ceci constitue une étape importante et leur donne les moyens de jouer sur les variables didactiques, de penser la progressivité des apprentissages ou encore de faire le lien entre les situations proposées et d'autres activités pour la classe issues de manuels ou autres documents pédagogiques.

Analyser les documents produits

À l'issue du dispositif, cinq documents ont été produits. Ils correspondent à des parcours de conception différents car même si plusieurs enseignants ont pu intervenir dans l'élaboration d'un même document, celui-ci fut à chaque fois initié et davantage pris en charge par une seule et même personne. Il en résulte des dynamiques différentes dues à des positionnements différents notamment vis-à-vis de la formation[18] et les documents ainsi produits sont plus ou moins conformes à la fois aux attentes des chercheurs et à celles des enseignants. Il nous semble important d'analyser les documents produits : peuvent-ils devenir des ressources pour d'autres enseignants ? Est-ce que les priorités de chacun ont été respectées ? Dans quelle mesure a-t-on tenu compte du point de vue des enseignants ? De celui des chercheurs/formateurs ? A-t-on un équilibre entre les deux, une simple juxtaposition d'éléments provenant des uns et des autres ou le document produit résulte-t-il d'un réel travail de rédaction en commun pour à terme devenir une ressource diffusable ?

Conclusion

Notre recherche est double : d'une part essayer d'identifier une approche de la géométrie à l'école primaire qui soit adaptée au développement des connaissances chez les élèves et qui permette d'envisager une progression cohérente de l'enseignement de la géométrie sur la scolarité obligatoire ; d'autre part étudier comment une telle progression peut s'adapter aux pratiques ordinaires des enseignants tout en leur donnant les moyens de les faire évoluer dans le sens de l'amélioration des apprentissages des élèves et aussi quel type de formation pourrait les y aider.

Nous avons centré notre effort sur le rapport à la figure à la fois comme objet matériel et comme représentant des relations entre objets géométriques immatériels ainsi que sur les concepts de droite et point. Nous avons identifié la situation de restauration de figure comme permettant, par un jeu sur ses variables didactiques, d'aider à la conceptualisation des notions de droite et point ainsi qu'à leurs relations (droite définie par deux points, point comme intersection de droites). Nous avons également travaillé avec des enseignants dans le cadre de la formation continue pour étudier les possibilités d'évolution de leurs pratiques. Les quelques exemples de moments de confrontation que nous avons présentés nous conduisent à reconsidérer nos intentions initiales et ouvrent des pistes pour la formation.

Il ne s'agit pas seulement pour le chercheur d'adapter des situations à l'enseignement ordinaire mais de réexaminer les résultats produits par la recherche selon un autre *point de vue*, celui des enseignants, afin de les reproblématiser pour un enrichissement des pratiques et une amélioration des apprentissages visés.

De même, il appartient aux enseignants de réinterroger leurs pratiques usuelles pour exercer une certaine vigilance didactique, apporter les ajustements nécessaires pour prendre en compte les enjeux d'apprentissage mis au jour par les formateurs/chercheurs et par la suite enrichir leurs pratiques par la mise en œuvre de situations issues de la recherche.

[18] Comme indiqué précédemment, chaque individu se positionne de manière singulière dans le *monde* auquel il seréfère. Par exemple, les documents produits par Mme D. et Mme. M sont révélateurs de positionnements très différents.

Références bibliographiques

BEGUIN, P. (2005). Concevoir pour les genèses professionnelles. Dans P. Rabardel et P. Pastré (Éd.), *Modèles du sujet pour la conception ; dialectiques, activités, développement* (pp. 31-52). Toulouse: Octarès.

BERTHELOT R., SALIN M-H. (1992). *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire*. Thèse de doctorat, Université Bordeaux I.

BERTHELOT R., SALIN M.H. (1994). L'enseignement de la géométrie à l'école primaire, *Grand N,* n°53, 39-56.

BERTHELOT R., SALIN M.H. (2000). L'enseignement de l'espace à l'école primaire, *Grand N,* n°65, 37-59.

BOSCH M., CHEVALLARD Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique. *Recherches en didactique des mathématiques,* 19/1, pp. 77-123.

BROUSSEAU G. (1998). *Théorie des situations didactiques (didactique des mathématiques 1970-1990),* textes rassemblés et préparés par Balacheff, N., Cooper, M., Sutherland, R. & Warfield, V. Grenoble : La Pensée sauvage.

BUTLEN, D., CHARLES−PEZARD, M., MASSELOT, P. (2012). Deux dimensions de l'activité du professeur des écoles exerçant dans des classes de milieux défavorisés : installer la paix scolaire, exercer une vigilance didactique » in actes du colloque «Espace Mathématique Francophone» Genève, Suisse.

CHARLES−PEZARD, M. (2010). «Installer la paix scolaire, exercer une vigilance didactique», Recherches en Didactique des mathématiques, Vol 30−2, Grenoble, La pensée sauvage, pp. 197−261.

CELI V. (2014). Que veut-on que les élèves de l'école primaire apprennent en géométrie ? *Actes du XLème colloque de la COPIRELEM, Nantes 2013,* pp. 15-19.

DEHAENE S. (1997). *La bosse des maths*. Paris : Odile Jacob.

DUVAL R. (1994). Les différents fonctionnements d'une figure dans une démarche géométrique. *Repères-IREM,* n°17, 121-138.

DUVAL R., GODIN M. (2006). Les changements de regard nécessaires sur les figures. *Grand N,* n°76, 7-27.

GODIN M., PERRIN-GLORIAN M.J. (2009). De la restauration de figures à la rédaction d'un programme de construction. Le problème de l'élève, le problème du maître. In COPIRELEM *Enseigner les mathématiques à l'école : où est le problème ? Actes du colloque de Bombannes, juin 2008,* CD-rom, Atelier A2.

KESKESSA B., PERRIN-GLORIAN M.J., DELPLACE J.R. (2007). Géométrie plane et figures au cycle 3. Une démarche pour élaborer des situations visant à favoriser une mobilité du regard sur les figures de géométrie. *Grand N,* n°79, 33-60.

LECLERCQ R., MANGIANTE-ORSOLA C. (2014). Etude d'un dispositif articulant production de ressources et formation continue en géométrie : quels effets sur les pratiques des enseignants ? *Actes du XLème colloque de la COPIRELEM, Nantes 2013*.

LABORDE C. (1982). *Langue naturelle et écriture symbolique. Deux codes en interaction dans l'enseignement mathématique*. Thèse de Doctorat d'État, Université J. Fourier, Grenoble.

MANGIANTE-ORSOLA C. (2012). Une étude de la cohérence en germe dans les pratiques de professeurs des écoles en formation initiale puis débutants. Recherches en Didactique des Mathématiques, vol 32/3.

MASSELOT P. & ROBERT A. (2007). Le rôle des organisateurs dans nos analyses didactiques de pratiques de professeurs enseignant les mathématiques, Recherche et formation, 56, 15-31.

OFFRE B., PERRIN-GLORIAN M.J., VERBAERE O. (2006) Usage des instruments et des propriétés géométriques en fin de CM2. *Petit x* n°72, 6-39 et *Grand N*, n°77, 7-34.

PERRIN-GLORIAN M.J., GODIN M. (2014). De la reproduction de figures géométriques avec des instruments vers leur caractérisation par des énoncés. *Math-école,* n° 222, 26-36.

PERRIN-GLORIAN M.J., MATHE A.-C., LECLERCQ R. (2013). Comment peut-on penser la continuité de l'enseignement de la géométrie de 6 a 15 ans ? Le jeu sur les supports et les instruments. *Repères-IREM,* n°90, 5-41.

PERRIN-GLORIAN M.-J. (2011). L'ingénierie didactique à l'interface de la recherche avec l'enseignement. In Margolinas C.et *al*. (Eds.) (pp. 57-78) E*n amont et en aval des ingénieries didactiques*. Grenoble : La pensée sauvage.

ROBOTTI E. (2008). Les rôles du langage dans la recherche d'une démonstration en géométrie plane. *Recherches en didactique des mathématiques,* n°28/2, pp. 183-217.

PETITFOUR E. (à paraître). Enseignement de la géométrie à des élèves en difficulté d'apprentissage : étude du processus d'accès à la géométrie d'élèves dyspraxiques en début de collège. *Communication à l'école d'été de didactique des mathématiques*, Nantes, août 2013.

ROBERT A., ROGALSKI J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche, *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies,* volume 2, n°4, 505-528.

SALIN M.H. (2014) Quelques remarques autour des finalités de l'enseignement de la géométrie à l'école primaire. *Actes du XLème colloque de la COPIRELEM, Nantes 2013,* pp. 33-43.

SOURY-LAVERGNE S. (2014). Les technologies pour la géométrie à l'école primaire. *Actes du XLème colloque de la COPIRELEM, Nantes 2013,* pp. 44-56.