

ACTIVITÉ ... Multiplier deux nombres de deux chiffres

Valentina CELI
Université de Bordeaux IV – IUFM d'Aquitaine

Problème 1

À travers un exemple, on vous propose ici une procédure de calcul *rapide* pour déterminer le produit de deux nombres entiers compris entre 10 et 19 :

Pour calculer le produit de 12 par 17, on procède ainsi :
 - on ajoute à 12 le nombre représenté par le chiffre des unités de l'autre facteur, à savoir $12 + 7 = 19$;
 - on multiplie le résultat obtenu 19 par 10 et on obtient ainsi 190 ;
 - on ajoute à 190 le produit des nombres représentés par les chiffres des unités des deux facteurs, soit $190 + 2 \times 7 = 204$.
 Le produit cherché est alors 204.

- (a) Sauriez-vous prouver de façon générale la validité de cette procédure ?
- (b) Trouvez une procédure de calcul *rapide* lorsque la somme des nombres représentés par les chiffres des unités des deux facteurs est égale à 10.
- (c) De quelle manière peut-on adapter la procédure décrite ci-dessus lorsque les deux facteurs sont compris entre 20 et 29 ?

Problème 2

À travers un exemple, on vous propose une procédure de calcul *rapide* pour déterminer le produit de deux nombres entiers, l'un compris entre 10 et 19 et l'autre entre 20 et 29 :

Pour calculer le produit de 17 par 24, on procède ainsi :
 - on ajoute à 24 le double du nombre représenté par le chiffre des unités de l'autre facteur, soit $24 + 2 \times 7 = 38$;
 - on multiplie le résultat obtenu 38 par 10 et on obtient ainsi 380 ;
 - on ajoute à 380 le produit des nombres représentés par les chiffres des unités de deux facteurs, à savoir $380 + 7 \times 4 = 408$.
 Le produit cherché est alors 408.

- (a) Sauriez-vous prouver de façon générale la validité de cette procédure ?
- (b) Trouvez une procédure de calcul *rapide* lorsque la somme des nombres représentés par les chiffres des unités des deux facteurs est égale à 10.
- (c) Trouvez une procédure de calcul *rapide* lorsque la somme des nombres représentés par les chiffres des unités des deux facteurs est égale à 20.

Problème 3

Sauriez-vous trouver une procédure de calcul *rapide* pour déterminer le produit de deux nombres entiers, l'un compris entre 10 et 19 et l'autre entre 31 et 99 ?

ACTIVITÉ ... multiplier deux nombres de deux chiffres

Quelques éléments de réponse

Valentina CELI

Université de Bordeaux IV – IUFM d'Aquitaine

Soit M et N les deux nombres à multiplier. M et N étant à deux chiffres, on les indique ainsi :

$$M = 10a + b \text{ et } N = 10d + c.$$

On a donc :

$$M \times N = (10a + b) \times (10d + c) = 100ad + 10bd + 10ac + bc.$$

◆ Si $a = d = 1$

$M \times N = 100 + 10b + 10c + bc = 10 \times [(10 + b) + c] + bc$. On en déduit la règle générale suivante :

Pour multiplier deux nombres compris entre 10 et 19, on procède ainsi :

- on ajoute à l'un des deux facteurs le nombre représenté par le chiffre des unités de l'autre facteur ;
- on multiplie ce résultat par **10** ;
- on ajoute au nombre obtenu le produit des nombres représentés par les chiffres des unités des deux facteurs.

◆ Si $a = d = 1$ et $b + c = 10$

$M \times N = 10 \times [10 + (b + c)] + bc = 10 \times 20 + bc = 200 + bc$. On en déduit la règle générale suivante :

Pour multiplier deux nombres compris entre 10 et 19 et tels que la somme des nombres représentés par leurs chiffres des unités est égale à 10, on ajoute à 200 le produit des nombres représentés par les chiffres des unités des deux facteurs.

◆ Si $a = d = 2$

$M \times N = 400 + 20b + 20c + bc = 20 \times [(20 + b) + c] + bc$. On en déduit la règle générale suivante :

Pour multiplier deux nombres compris entre 20 et 29, on procède ainsi :

- on ajoute à l'un des deux facteurs le nombre représenté par le chiffre des unités de l'autre facteur ;
- on multiplie ce résultat par **20** ;
- on ajoute au nombre obtenu le produit des nombres représentés par les chiffres des unités des deux facteurs.

Remarques. Dans ce cas, on modifie la règle à la deuxième étape où on multiplie par 20 et non pas par 10.

Si $c + b = 10$, le produit cherché s'obtient en ajoutant à 600 le produit des nombres représentés par les chiffres des unités des deux facteurs.

◆ **Si $a = 1$ et $d = 2$ (donc $M < N$)**

$$M \times N = (10 + b) \times (20 + c) = 200 + 20b + 10c + bc = 10 \times [(20 + c) + 2b] + bc.$$

On en déduit la règle générale suivante :

Pour multiplier deux nombres, l'un compris entre 10 et 19 et l'autre entre 20 et 29, on procède ainsi :

- on ajoute au facteur le plus grand le double du nombre représenté par le chiffre des unités de l'autre facteur (le plus petit) ;
- on multiplie ce résultat par 10 ;
- on ajoute au nombre obtenu le produit des nombres représentés par les chiffres des unités des deux facteurs.

Remarques. La première étape de la règle pourrait être décrite ainsi : « On multiplie le nombre de dizaines du plus grand facteur par le nombre représenté par le chiffre des unités de l'autre facteur (le plus petit). On ajoute ensuite au produit obtenu le plus grand des deux facteurs ... ». De cette façon la règle demeure aussi valable dans le cas où $a = 1$ et $3 \leq d \leq 9$ (cf. plus loin).

Si $c+2b = 10$, le produit cherché s'obtient en ajoutant à 300 le produit des nombres représentés par les chiffres des unités des deux facteurs. Cette règle est valable pour les couple suivants : (11 ; 28), (12 ; 26), (13 ; 24) ; (14 ; 22), (15 ; 20).

Si $c+2b = 20$, le produit cherché s'obtient en ajoutant à 400 le produit des nombres représentés par les chiffres des unités des deux facteurs. Cette règle est valable pour les couples suivants : (16 ; 28), (17 ; 26), (18 ; 24), (19 ; 22).

◆ **Si $a = 1$ et $3 \leq d \leq 9$**

$$M \times N = (10a + b) \times (10d + c) = 100d + 10bd + 10c + bc = 10 \times [(10d + c) + bd] + bc.$$

On en déduit la règle générale suivante :

Pour multiplier deux nombres, l'un compris entre 10 et 19 et l'autre entre 31 et 99, on procède ainsi :

- on multiplie le nombre de dizaines du plus grand facteur par le nombre représenté par l'unité de l'autre facteur (le plus petit) ;
- on ajoute à ce produit le plus grand des facteurs et on multiplie le résultat par 10 ;
- on ajoute au nombre obtenu le produit des nombres représentés par les chiffres des unités des deux facteurs.