L'ENSEIGNEMENT DE LA SYMÉTRIE EN LYCÉE PROFESSIONNEL : DES SIMILARITÉS AVEC DES PRATIQUES D'ENSEIGNANTS EN ZEP

Caroline BULF
IUFM d'Aquitaine, Université de Bordeaux, équipe E3D, LACES

Résumé. Cet article détaille une séance de mathématiques en lycée professionnel. Nous analysons *a priori* le projet global d'enseignement portant sur la symétrie axiale et la symétrie centrale. Puis, nous décrivons son déroulement effectif et les difficultés rencontrées par les élèves face à ce projet. Nous mettons en évidence des points de convergence entre l'analyse de la pratique de l'enseignant observée et celle d'enseignants en classes anciennement nommées ZEP, à travers les décalages observés entre le projet d'enseignement visé et son déroulement effectif. Les phénomènes didactiques décrits dans cet article peuvent également concerner l'enseignement de la symétrie (axiale et centrale) en classe de collège général.

Mots-clés. Pratiques des enseignants, symétrie axiale, symétrie centrale, enseignement professionnel, CAP, milieu et contrat didactique, analyse *a priori* de tâches.

1. Contexte et problématique de recherche sur la pratique d'un enseignant en CAP

1.1 L'enseignement des mathématiques en milieu professionnel

L'ambition originelle de cette recherche vient d'un travail mené auparavant sur les pratiques professionnelles des tailleurs de pierre et ébénistes (Bulf 2010). La recherche montre que lors de la réalisation de tâche de reproduction de motifs spécifiques, les symétries repérées orientent les gestes des artisans vers des répertoires de techniques relativement figés ; ces gestes peuvent provenir de résidus d'enseignement, d'une adaptation au contexte, d'un savoir ou savoir-faire de référence. La suite logique de ce travail m'a conduit à m'intéresser au parcours scolaire de ces professionnels à l'instar d'autres recherches comme Bessot & Laborde (2005) ; Straesser, (2007) ; Romo Vazquez (2009). Contrairement à Bessot et Laborde qui ont observé des élèves de BEP (Brevet d'Etude Professionnel) en atelier, la recherche porte ici sur l'analyse une séance de cours de mathématiques en classe.

1.2 Choix de l'objet d'étude et de l'institution observée

J'ai choisi de m'intéresser à la formation au CAP[1](Certificat d'Aptitude Professionnelle), trajectoire accessible pour des élèves dès la sortie du collège. Le CAP est une formation diplômante qui se fait en deux ans après la 3ème soit en formation initiale soit en apprentissage. Le choix du thème mathématique s'est imposé (la symétrie[2]) étant donnée la démarche initiale évoquée précédemment. De plus, de nombreux travaux (Grenier 1985 ; Denys & Grenier, 1986 ; Lima, 2006 ; Bulf 2008, 2011 ; Chesnais 2009) ont mis en évidence les difficultés existantes liées à cet objet d'enseignement au collège ; ces travaux seront exploités lors de l'analyse *a priori* des tâches proposées dans la séance et de l'analyse du déroulement effectif de celle-ci. En particulier nous reviendrons sur le travail de Chesnais

1 Dans la suite de l'article nous dirons « élèves ou enseignant en CAP » mais la séance que nous analysons se déroule en première année de CAP (la préparation au CAP se fait sur deux années en lycée professionnel)
2 Nous parlerons de « symétrie » en général car la séance observée traite à la fois de la symétrie axiale et de la symétrie centrale.

(2009) car l'auteure a analysé la pratique d'un enseignant en ZEP (Zone d'Éducation Prioritaire) sur la symétrie axiale et certains de ces résultats permettront d'éclairer notre réflexion (notamment du fait que les analyses sont également menées dans le cadre d'une analyse *a priori* des tâches au sens de Robert).

Les élèves de CAP pouvant sortir d'une Troisième générale, il est important de resituer le travail visé sur la symétrie (axiale et centrale) par les programmes[3] de collège. L'un des points forts travaillés au collège sur la symétrie axiale est le lien avec la médiatrice. Différentes méthodes de construction du symétrique d'un point à la règle et au compas sont travaillées en ce sens. Une définition possible et fréquemment rencontrée est « le symétrique d'un point P par rapport à une droite (d) est le point S tel que la droite (d) est la médiatrice du segment [PS]»[4]. L'étude des différentes propriétés associées à la symétrie (dont les propriétés de conservation) est clairement visée par les programmes. L'approche est similaire concernant la symétrie centrale.

Les programmes de CAP[5] n'exigent pas l'étude du lien entre la médiatrice et le symétrique d'un point (voir extrait annexe 1). Dans ces textes, on constate en effet une exigence portée sur la reconnaissance de droites parallèles et perpendiculaires à partir de figure codée, l'identification dans une figure donnée d'une droite comme axe de symétrie et l'identification dans une figure donnée d'un point comme centre de symétrie. Aucune justification n'est requise (car ce n'est le but) : « La droite est tracée, la justification n'est pas demandée ». La définition et les techniques de construction associées à la médiatrice sont, elles, pourtant bien présentes dans ce référentiel : « médiatrice d'un segment : construire à la règle et au compas la médiatrice d'un segment donné. Les tracés et constructions doivent rester apparents. »

Des activités sont proposées en guise d'exemple : « construction d'un logo d'entreprise par symétrie centrale ou orthogonale », « tracé de l'axe de symétrie d'une figure plane représentant un objet usuel (balle, raquette de tennis) ». On constate donc qu'une certaine marge de manœuvre est laissée à l'enseignant concernant la définition du symétrique d'un point à donner aux élèves et des méthodes de construction associées à celui-ci.

Par ailleurs, du fait que la symétrie soit un objet d'enseignement commun au CAP et au collège, l'étude décrite ici présente donc un intérêt au delà de son contexte d'origine qui est l'enseignement professionnel.

1.3 Cadre d'analyse et problématique

Dans un premier temps (partie 2 de l'article), une analyse du projet global de l'enseignant à partir de l'analyse *a priori* des tâches[6] proposées selon Robert (2003, 2004) sera menée. Nous nous attacherons particulièrement au « niveau de mise en fonctionnement des notions » en jeu au sens de Robert (2004 p. 54) dans l'analyse des tâches proposées aux élèves ; nous distinguerons « les applications immédiates, simples et isolées, des notions et les autres utilisations, qui demandent des adaptations » ou des intermédiaires (cela peut être par exemple l'ajout de points intermédiaires dans une tâche de construction en géométrie). Rappelons ce que l'auteur entend par applications simples et isolées :

> « Les applications simples et isolées qualifient des tâches pour lesquelles les mises en œuvre de propriétés mathématiques déjà rencontrées dans le cours sont :

3 BO n°6 du 28 août 2008.

4 Tirée ici du manuel de 6ème en ligne Sésamaths (manuel.sesamath.net, disponible à ce jour 09/2012).

5 BO n°8 du 25 Février 2010. Il n'existe pas de document d'accompagnement. En revanche il existe des ressources proposant des activités pour les enseignements professionnels (surtout Bac Professionnel) disponibles à ce jour (05/2012) sur Eduscol.

6 Nous renvoyons à la distinction faite entre tâche et activité donnée par Robert (2004, p.54) : « Nous utilisons le mot *tâche* pour désigner l'énoncé mathématique présenté aux élèves, avec les utilisations mathématiques qu'il peut induire et réservons le mot activité(s) à ce que les élèves pensent, font, disent, et ne font pas. »

- indiquées: les élèves savent ce qui est à utiliser,
- simples: les élèves n'ont pas à adapter les propriétés qu'ils ont écrites dans leur cours, il suffit de remplacer des données générales par des données particulières,
– et isolées: les élèves n'ont pas à articuler plusieurs aspects, ni à mettre en fonctionnement simultanément plusieurs propriétés, mêmes simples, ni à travailler successivement dans plusieurs domaines de travail. » (Robert 2003, p.67)

Dans un deuxième temps, une analyse de l'activité réelle des élèves (partie 3 de l'article) sera conduite à partir de l'observation filmée de certains élèves en phase de recherche (cinq élèves ont été filmés) et de leurs réponses à quelques questions posées à ce moment-là. Les interactions entre le professeur et les élèves seront également examinées lors des moments collectifs (passation de consigne, reformulation, aides ou corrections collectives). Des éléments complémentaires à l'analyse seront apportés ponctuellement grâce à un entretien mené auprès de l'enseignant après la séance.
Il a été établi que l'analyse des pratiques enseignantes relevait de facteurs multiples et complexes (Robert 2004), nous ne prétendons donc pas y parvenir à partir de ces différents temps d'analyse ; nous admettons cependant qu'ils fournissent des premiers éléments significatifs relevant de cette complexité.
Nous prendrons également appui sur certains concepts de la Théorie des Situations Didactiques (Brousseau 1998) ; en particulier nous aurons recours au concept de *milieu* qui comprend « tout ce qui agit sur l'élève ou sur ce quoi l'élève agit » (Ib. p.32). L'élève interagit avec un milieu, système antagoniste au sujet et générateur de rétroactions. Les analyses proposées seront principalement exprimées en termes de gestion et de constitution du milieu et en termes de contrat didactique pour traduire les écarts éventuels entre le projet d'enseignement initial et l'activité effective des élèves.

Enfin, les différentes analyses menées permettront de mettre en évidence, dans la quatrième et dernière partie de l'article, des points de convergence entre la pratique de l'enseignant en CAP analysée dans cet article et des pratiques d'enseignant en classes anciennement nommées ZEP. En effet, les élèves de CAP sont en général des élèves qui ont été en grande difficulté au collège (ici neuf sont issus de classe de type Troisième ODP3 et MDP6 - modules *découverte voie professionnelle*- ou SEGPA[7], les autres proviennent de Troisième générale). Sous quels aspects des projets d'enseignement d'un contenu commun (ici la symétrie) de deux institutions différentes (professionnel et ZEP) peuvent-ils avoir des proximités ? Pour cela, nous référerons aux travaux menés par Chesnais (2009) et Coulange (2007) qui ont observé et analysé (également en partie dans le cadre de l'analyse *a priori* des tâches au sens de Robert) des pratiques d'enseignants en ZEP notamment lors de l'enseignement de la symétrie axiale. L'intérêt de cet article sera donc de décrire et de caractériser la pratique de l'enseignant observé dans ce lycée professionnel et de présenter quelques similarités avec des pratiques d'enseignement en ZEP.

1.4 Contexte de l'observation

Plusieurs séances de mathématiques d'une classe préparatoire au CAP[8] ont été observées : quatre séances au total dont deux ont été filmées. Les élèves avaient entre 15 et 19 ans. La séance sur laquelle se base nos analyses dans cet article était une séance en classe entière de 2h. Elle a eu lieu le 05 décembre 2011 de 14h à 16h. Il s'agissait d'une observation naturaliste (je n'ai pas interféré sur les choix de l'enseignant quant à son projet d'enseignement). J'ai

7 Les classe ODP 3, MDP 6 et SEGPA sont des classes où les élèves accueillis sont en grandes difficultés scolaires et issus de milieu défavorisé.

8 Je tiens particulièrement à remercier C. et les élèves du CAP menuiserie et taille de pierre en première année du lycée de Blanquefort pour m'avoir accueilli dans leur classe durant l'année scolaire 2011-2012.

reçu l'autorisation de filmer cinq élèves, ce qui a permis de pouvoir les interroger plus particulièrement lors du déroulement de certaines tâches. La classe comportait ce jour-là 19 élèves (dont 10 préparent le CAP menuiserie-ébénisterie et 9 celui de taille de pierre). Précisons que le professeur n'est pas le même en cours de mathématiques et en atelier[9]. La répartition du volume horaire entre les deux est la suivante :

- 1,5h hebdomadaire d'enseignement en mathématiques par année
- 18h d'enseignement professionnel hebdomadaire (technologique et en atelier) par année
- 14 semaines de stage sur les deux ans (7 semaines en première année et 7 semaines en deuxième année de CAP). Les élèves disposent d'un livret de stage dans lequel figure le référentiel et doivent réaliser des tâches durant leur stage qui y correspondent.

Les analyses ont été menées à partir des vidéos, des transcriptions de tout le déroulement, des productions des élèves et de leurs commentaires.

1.5 Projet global de l'enseignant

Nous présentons sous forme de synopsis le projet global d'enseignement dédié à la symétrie (annexe 2) de l'enseignant observé. Des tâches sont proposées au fur et à mesure aux élèves en laissant un temps (variable) de recherche durant lequel l'enseignant circule dans la classe avant de procéder à une correction collective. Cet enseignant propose en général (quel que soit le contenu) une feuille de route qui recouvre les différentes tâches qu'auront à faire les élèves au cours des prochaines séances consacrées à l'objet d'enseignement mais aussi les moments de bilan et les traces écrites qui sont proposées sous forme de texte à trous ou à remettre dans le bon ordre. L'enseignant observé n'utilise pas de manuels, jugés d'après lui insatisfaisants.[10]

D'après l'entretien post-séance, le projet global de l'enseignant consiste, à partir de représentations (photographies de jardins *à la française*), à faire émerger les caractéristiques d'une figure symétrique. L'enseignant a confirmé qu'il se trouvait un peu démuni car selon lui les textes des programmes concernant la symétrie sont très lacunaires (cf. annexe 1 et paragraphe 1.2 ci-dessus).

2. Analyse *a priori* des tâches et activités potentielles des élèves

2.1 Analyse a priori des tâches de reconnaissance : des tâches simples et isolées, un milieu matériel au faible degré de rétroaction

Les tâches décrites ici portent sur la reconnaissance de « formes[11] », leur nomination à partir de photographies de jardins *à la française* (fig. 1 et 2 ci-dessous) et le repérage d'axes et de centre de symétrie (fig. 1, 2, 3 et 4). L'énoncé de la première tâche proposée (fig.1) était :

> *en utilisant l'image, surligner de même couleur les formes qui se répètent.*

L'énoncé de la deuxième tâche se décompose en plusieurs sous-tâches :

> *à partir des jardins, écrire le nom des formes photographiées*
> puis *tracer un axe de symétrie pour un des motifs représentés et surligner en rouge les motifs symétriques*
> et enfin *tracer un centre de symétrie pour le premier jardin et surligner les motifs symétriques.*

9 Les enseignants étant différents en atelier selon la formation : ébénisterie ou tailleur de pierre.

10 Ce travail a d'emblée des limites car il s'agit d'une étude de cas portée sur l'observation d'un enseignant dont sont retranscris ici en détail seulement quelques épisodes d'une des séances observées.

11 Nous réservons l'usage du terme « forme » pour les motifs présents sur une photographie et celui de «figure » pour évoquer leur représentation géométrique comme illustrée dans les figures 3 et 6 ou le tableau 1.

Figure 1. Première photographie de jardin à la française associée à la première tâche de reconnaissance de la feuille de route (figure de taille réduite en couleurs dans la version originale)

Figure 2. Deuxième photographie de jardin à la française proposée lors de la deuxième tâche de reconnaissance

L'objectif de l'enseignant, à travers la première tâche donnée (fig. 1) est de faire repérer des « formes qui se répètent ». On peut d'emblée remarquer l'ambiguïté portée par ce vocabulaire. Ces termes peuvent impliquer trois interprétations possibles du point de vue de l'élève : « formes isométriques » au sens mathématique (qui est ce qu'a en tête l'enseignant, d'après son entretien post-séance), « formes homothétiques » c'est-à-dire des formes qui présentent un rapport d'agrandissement ou de réduction entre elles et non pas un rapport de symétrie et « formes d'allure générale à peu près semblable, mais sans être semblables au sens mathématique », ce qui est le cas par exemple des formes imbriquées de la fig. 1 au premier plan (voir fig. 3 ci-dessous pour une représentation géométrique que nous avons reconstituée) qui ne sont ni sont ni isométriques ni homothétiques (car sinon il y aurait une déformation de la courbure or les deux arcs de cercle sont concentriques). Par conséquent, on peut s'attendre à ce que l'attention des élèves ne porte pas uniquement sur des formes symétriques.

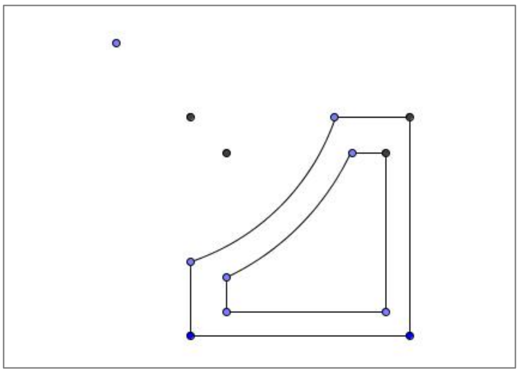


Figure 3. Représentation géométrique d'un motif du premier jardin.

Une variable didactique qui pourra influencer les élèves dans leur choix de « formes qui se répètent » est le type de projection dont le point de vue ici va avoir des effets sur les procédures des élèves. En effet, certaines formes au premier plan de la photographie sont des formes identiques à celles du deuxième plan dans la réalité mais le point de vue de la photographie implique une déformation de forme et de taille (les éléments au deuxième plan sont réduits et déformés) : par exemple, le cercle a l'allure d'une ellipse et le carré est un quadrilatère quelconque. Ainsi pour mener à bien la tâche (au sens de l'enseignant) il faut faire abstraction des effets de projection sinon aucune forme présente dans ces deux photographies ne permettrait de résoudre la tâche.

Une autre variable didactique à prendre en compte porte sur la nature des formes considérées. Il s'agit ici de traiter aussi bien des figures géométriques usuelles (cercle, rectangle, etc.) que des formes non conventionnelles. Pourtant, l'une des tâches consiste à « écrire le nom des formes photographiées ». Par conséquent, ce choix va impliquer un recours par les élèves d'un vocabulaire à la fois emprunté au discours commun (*cœur, formes arrondies*, *rond*, etc.) et au champ spécifique de la géométrie (*cercle, carré*, etc.).

La tâche suivante, portant sur la recherche d'axe de symétrie sur les photographies, est également porteuse d'ambiguïté car l'énoncé « surligner les motifs symétriques » ne permet pas de trancher entre la recherche de motif globalement invariant (fig.4-b par exemple ci-dessous) et la recherche de motifs symétriques l'un par rapport à l'autre (fig. 4-a ou 4-c par exemple ci-dessous).

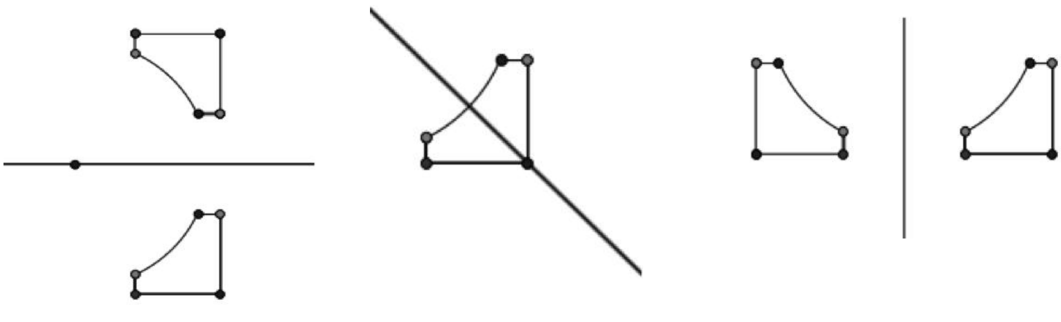


Fig.a Fig.b Fig.c

Figures 4. Diverses interprétations possibles de la recherche d'axe de symétrie à partir de la première photographie (fig.1)

De plus, les procédures des élèves dans la recherche d'axe de symétrie sont liées à ce qu'ils auront fait à la première tâche. Par conséquent, des élèves qui auront repéré des formes « qui se répètent » (voir fig. 5 ci-dessous par exemple) qui ne sont pas globalement invariantes ou qui ne sont pas symétriques par rapport à d'autres formes (mais qui peuvent être homothétiques ou dont l'allure générale peut paraître semblable à d'autres motifs) peuvent se retrouver en difficulté à cette étape.

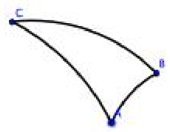


Figure 5. Représentation géométrique d'un motif du deuxième jardin (fig.2)

Le bilan de ces premières tâches de reconnaissance met en évidence un milieu au départ (photographies, choix des figures géométriques et formes non conventionnelles, termes de l'énoncé) prêtant à confusion et une tâche ambiguë qui aura des difficultés pour soutenir le projet de l'enseignant.
A la fin de la séance, sont proposées à nouveau des tâches de reconnaissance (après la tâche de construction examinée dans le paragraphe 2.2 de cet article). Les supports sont différents : il s'agit d'un dessin représentant un motif usuel en taille de pierre (fig. 6 ci-dessous) et des figures usuelles de géométrie (fig. 7 ci-dessous) hormis le coeur.

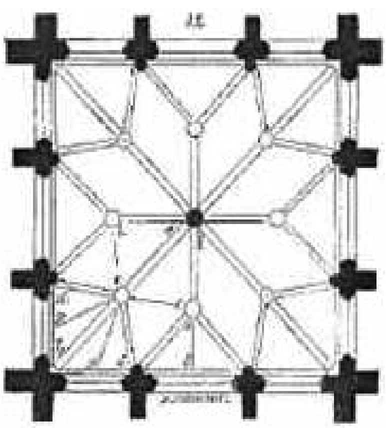
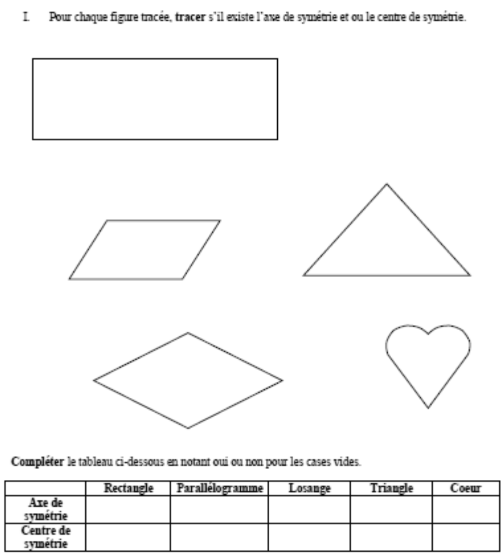


Figure 6. Support d'une tâche de reconnaissance d'axes de symétrie (fin de la feuille de route)



I. Pour chaque figure tracée, **tracer** s'il existe l'axe de symétrie et ou le centre de symétrie.

Compléter le tableau ci-dessous en notant oui ou non pour les cases vides.

	Rectangle	Parallélogramme	Losange	Triangle	Coeur
Axe de symétrie					
Centre de symétrie					

Figure 7. Support de la dernière tâche de reconnaissance d'axes et de centre de symétrie

L'énoncé de la tâche associée à la figure 6 est : *« noter les axes de symétrie dans la figure ».* L'énoncé de la tâche associée à la figure 7 est : *« pour chaque figure, tracer s'il existe l'axe de symétrie et ou le centre de symétrie »* puis *« compléter le tableau en notant oui ou non pour les cases vides ».*
Encore une fois le choix des termes prête à confusion : « noter » au lieu de « reconnaître et tracer » proposé avec la rosace s'inscrit plutôt dans le champ lexical de la vie courante tandis que les termes associés aux figues usuelles en géométrie correspondent eux plutôt au vocabulaire spécifique de la géométrie. Les dernières tâches proposées durant cette séance marquent ainsi un retour à des tâches simples et isolées (pas ou peu d'adaptations : application directe d'un savoir identifié dans l'énoncé). Dans la figure 6, il s'agit de reconnaître les axes de symétrie d'une figure inscrite dans un carré (sans tenir compte des petites lettres). Le choix de certaines variables orientera l'activité des élèves :
- axes de symétrie déjà pressentis (diagonales du carré et médiatrices des côtés) ;
- position prototypique du carré (les côtés sont parallèles au bord de la feuille) qui renforce donc le choix des axes pressentis (axes vertical et horizontal) ;
- les autres diagonales de la figure ne sont pas tracées (et ne sont pas des axes de symétrie).

Par conséquent une simple reconnaissance perceptive suffit ; le pliage peut valider (contrairement aux premières tâches de reconnaissance) les axes retenus.

Les figures proposées dans la dernière tâche (fig. 7) sont des figures géométriques usuelles (hormis le cœur) qui sont dans leur position prototypique. Tous les axes de symétrie sont verticaux ou horizontaux, ce qui va grandement faciliter la tâche de l'élève. On peut s'interroger sur le choix de ces figures déjà vues par les élèves au collège et sans doute moins complexes que celles qu'ils vont rencontrer en taille de pierre ou en ébénisterie (voir Bulf 2010). Pourtant, des erreurs peuvent être pressenties du fait du choix de la nature des figures. En effet, le parallélogramme n'a pas d'axe de symétrie mais les élèves peuvent raisonner par analogie (le parallélogramme ressemble au rectangle ou au carré) et considérer les diagonales ou les médiatrices des côtés comme des axes de symétrie. De même, pour le losange, les médiatrices des côtés peuvent être perçues par certains élèves comme des axes de symétrie. Le choix de la nature des figures incite également à faire des erreurs concernant le centre de symétrie : toutes les diagonales des figures proposées ici (rectangle, losange, parallélogramme) se coupent en un point qui est ici un centre de symétrie ; or la reconnaissance de ce point comme étant un centre de symétrie peut venir d'un théorème en acte qui peut s'avérer erroné (Bulf 2011) qui consiste à dire que les axes de symétrie d'une figure se coupent en un centre de symétrie. Or ici le choix des figures ne permettra pas de vérifier si un élève a recours à ce théorème en acte ou s'il raisonne correctement (en convoquant par exemple la caractérisation « O milieu entre un point et son image ») puisque les figures ont effectivement un centre de symétrie. Par exemple toujours dans le cas du parallélogramme, un élève peut très bien considérer les diagonales comme des axes de symétrie (ce qui est faux) et en déduire ainsi que le point d'intersection est bien un centre de symétrie (ce qui est vrai). Par ailleurs, on peut raisonnablement penser que ce théorème-en-acte pourra être renforcé par la phrase bilan : « pour chaque quadrilatère ayant un centre de symétrie, l'intersection des médiatrices/diagonales/bissectrices est le point O. »

Finalement, quelle que soit la tâche de reconnaissance étudiée dans cette feuille de route, le recours aux instruments de tracé (équerre ou compas) ou à des arguments mathématiques ne paraît pas nécessaire pour les résoudre. Une reconnaissance perceptive suffit en mesurant éventuellement les milieux de certains côtés (rectangle, triangle). On peut donc s'interroger sur l'intérêt de proposer autant de tâches (simples et isolées) de ce type en rupture avec la tâche de construction proposée dans cette même feuille de route qui est plus complexe et qui est l'objet du paragraphe suivant.

2.2 Analyse *a priori* de la tâche de construction: en rupture avec les tâches précédentes, tâche complexe avec de nombreuses adaptations

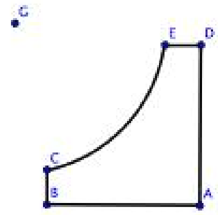


Figure 8. Support de la tâche de construction

L'énoncé proposé dans la feuille de route est : *« Le dessin représente une forme du jardin de la photo 1. A partir du dessin, représenter le jardin partie extérieure de la photo 1».* Cette tâche est proposée après les deux premières tâches de reconnaissance dont les supports étaient exclusivement les deux photographies (fig.1 et 2). Cet énoncé reste fortement contextualisé (par les termes employés : « dessin » « jardin ») alors qu'il s'agit cette fois d'une représentation géométrique (fig. 8).

Contrairement aux tâches précédentes de reconnaissance qui étaient simples et isolées, plusieurs niveaux d'adaptations (Robert 2004) sont ici nécessaires pour résoudre la tâche. En effet, c'est à l'élève de reconnaître les connaissances et techniques instrumentées parmi les techniques mathématiques scolaires anciennes du collège ou de la SEGPA : procédures analytiques ou semi-analytique (Lima 2006, p.50), conditions d'obtention de tracé d'un point par report de mesure, tracé de droites perpendiculaires, etc. Avant cela, différents niveaux d'adaptations sont encore nécessaires, parmi lesquels : anticiper qu'il y a trois figures à construire (afin que les quatre parties du jardin soient représentées) et déterminer les techniques de construction pour chacune de ces trois figures. Deux variables didactiques peuvent jouer sur les procédures des élèves : la position de la figure par rapport au bord de la feuille et les axes de symétrie (à construire) qui sont un axe horizontal et un axe vertical. Ces variables peuvent jouer sur le contrôle « à l'œil » des constructions (par exemple les droites tracées doivent être parallèles au bord de la feuille).

Les élèves peuvent d'abord s'engager dans la construction du symétrique de la figure géométrique par rapport au point G, à la suite de quoi la représentation du jardin doit être complétée. L'une des techniques de construction peut être de commencer par l'obtention des images des points A, B, C, D et E en appliquant des propriétés-en-acte du type « G milieu du segment formé par l'image d'un point et de son point-image » ou encore des propriétés-en-acte de conservation « la longueur de l'image d'un segment est la même que la longueur du motif initial ». On obtient ainsi l'image de ABCED par la symétrie centrale de centre G. Dans cette construction, certains choix sont plus économiques que d'autres : par exemple, il est plus économique de tracer d'abord A' image de A par symétrie de centre G puis, après avoir tracé (AG), de tracer le cercle de centre G et de rayon GC (=GE) et le cercle de centre G et de rayon GB (=GD). Les points images C', B', E' et D' s'obtiennent respectivement par report des longueurs AC, AB, AE et AD (à la règle graduée ou au compas). Pour poursuivre la construction (construire les deux autres parties du jardin), une adaptation délicate est l'initiative de désigner et construire les axes de symétrie nécessaires à la construction. L'élève doit donc prendre à sa charge le tracé d'un axe de symétrie vertical et d'un axe de symétrie horizontal. Pour cela, il faut tracer la perpendiculaire à la droite (AB) passant par G et la perpendiculaire à la droite (AD) passant par G. Ensuite, les points images s'obtiennent en traçant le symétrique de chaque point (procédure analytique, cf. Lima, 2006, p.50, qui consiste à tracer les droites perpendiculaires à l'axe de symétrie - vertical ou horizontal - passant respectivement par les points A, B, C, D et E puis à reporter la distance entre chacun de ces points et l'axe de l'autre côté de l'axe) ou bien en traçant le symétrique d'un des points puis en reportant la mesure de la longueur des segments qui composent la figure (procédure semi-analytique, op. cité).

Il existe d'autres procédures qui n'impliquent pas nécessairement le recours aux axes de symétrie. En effet, à partir du tracé de l'image de la figure ABCED par symétrie centrale de centre G, on peut construire un carré en prolongeant les droites (AB) et (AD) ainsi que les droites (A'B') et (A'D'). On obtient ainsi un carré dont deux des sommets (opposés) sont A et A'. On peut noter A^2 et A^3 les deux autres sommets. Puis en reportant les longueurs adéquates on obtient les points correspondants D^2 et D^3 ainsi que B^2 et B^3. En prolongeant les droites (B'C') et (D'E'), on peut également obtenir les points C^2, C^3 et E^2 et E^3 (en traçant le cercle de centre G et de rayon GC (ou GE) puis le cercle de centre G et de rayon GB – ou GD).

On peut également imaginer une construction en commençant par tracer le carré précédemment cité. Pour cela, il faut construire l'image A' de A par symétrie centrale de centre G puis construire la droite perpendiculaire à (AA') passant par G. On reporte ensuite la longueur GA de part et d'autre de cette droite et on obtient le carré de sommets A et A' et dont G est le point d'intersection des diagonales. On en déduit ensuite la construction des autres points images par report des mesures.
Finalement, quelle que soit la méthode de construction décrite ici, celle-ci est longue et nécessite de nombreuses adaptations (nombreux tracés de droites et de points intermédiaires). Il est sans doute important de préciser que les programmes de CAP ne font pas mention de ce type d'adaptations puisque généralement les tâches de construction citées en exemple ne laissent pas à l'initiative de l'élève la construction de l'axe de symétrie. Les techniques de construction liées à la symétrie axiale et à la symétrie centrale sont ici attendues pour résoudre la tâche mais vont-elles être mobilisées par l'élève et comment ? Compte tenu de la formation de ces élèves, ces techniques ont sans doute déjà été vues mais sont-elles pour autant disponibles ? Seront-elles injectées dans le milieu par le professeur sous forme de rappels en début de séance ? Par ailleurs, la résolution de la tâche dépendra de l'articulation faite avec les tâches précédentes durant le déroulement et des indications proposées par l'enseignant. Quels liens seront pris en charge par l'enseignant ? Des éléments de réponses à ces questions seront apportés dans les paragraphes consacrés à l'analyse du déroulement effectif (partie 3).

2.3 Bilan des analyses *a priori* du projet d'ensemble

Les tâches explorées dans le projet global de cette séance sont de deux types :

- des tâches de reconnaissance qui sont selon la classification de Robert (2003, 2004) de type simple et isolé, d'un niveau simple de réalisation ne nécessitant que peu de connaissances mathématiques mais dont le milieu objectif peut s'avérer piégeant (voir tâches fig. 7) ;
- une tâche de construction avec un niveau d'adaptation complexe. Bien que les techniques de construction soient vues durant leurs années de collège (général ou SEGPA) celles-ci ne sont pas toujours disponibles pour des élèves en difficulté durant leur précédent enseignement. De plus, ces tâches nécessitent un certain degré d'anticipation, de décontextualisation et d'organisation des techniques de tracé pour les résoudre (propriétés du carré, conditions d'obtention de tracé d'un point par report de mesure, tracé de droites perpendiculaires, etc.) qui dépassent parfois les attentes des programmes (par exemple le tracé des axes de symétrie se retrouve à la charge de l'élève).

Il semble donc que ce projet d'enseignement soit partagé d'un côté par des tâches d'un niveau simple et isolé et d'un autre côté, par des tâches de niveau plus complexe (avec beaucoup d'adaptations). Dans les deux cas, le milieu matériel constitué semble insuffisant pour espérer devenir un milieu objectif et voir vivre une mise en activité mathématique *a minima* des élèves. On s'interroge donc sur les moyens mis à disposition par l'enseignant pour contraindre le milieu afin que celui-ci soit enclin à une activité mathématique suffisante pour les élèves et pallier aux grands écarts entre les tâches proposées.

3. Comparaison de l'activité effective des élèves avec celle attendue et analyse des interventions de l'enseignant

3.1 Activités des élèves dans les tâches de reconnaissance : un décalage par rapport aux attentes de l'enseignant et un milieu faiblement aménagé

Durant la passation de consigne des premières tâches portant sur les photographies des jardins à la française (fig. 1 et 2 plus haut), l'enseignant répète à plusieurs reprises « on recherche les mêmes formes » ou « les figures qui se répètent ». L'énoncé n'est donc pas explicité davantage. Aussi, comme prévu *a priori*, les élèves ont subi les ambiguïtés de la tâche proposée. Le projet de l'enseignant est détourné compte tenu des variables didactiques évoquées dans l'analyse *a priori.*

Pour tous les moments collectifs, l'enseignant fait usage du TBI[12] (Tableau Blanc Interactif). Lors de la première mise en commun, l'enseignant évoque explicitement l'effet de projection qui ne conserve pas la forme mais l'enseignant n'explicite par l'ambiguïté des termes de l'énoncé « qui se répètent ». Il propose un repérage de formes symétriques de part et d'autre d'un axe (non encore tracé) et certains élèves ne comprennent donc pas pourquoi l'enseignant colorie de façon différente les formes emboîtées au premier plan de la première photographie (fig.1 et voir fig. 3 pour la représentation géométrique associée) car pour ces élèves, il s'agit de la « même » forme:

> *PROF: Là heu ADA tu écoutes // vous écoutez la question de SEB qui ne comprend pas pourquoi cette forme orange là je ne l'ai pas mis de la même couleur que la forme violette*
>
> *RAP: Ben c'est la même*
>
> *PROF:Ah*
>
> *RAP: C'est pas la même alors ?*
>
> *PROF: C'est une forme // qui est composée on va le voir de formes géométriques élémentaires qui sont différentes par les dimensions*

Dans l'extrait de séance ci-dessus, les élèves SEB et RAP sont dans un contrat qui porte sur des figures qui se répètent qui peuvent être soit symétriques, soit être homothétiques ou avoir l'air homothétiques alors que l'enseignant est dans un contrat qui comprend seulement les formes « isométriques » de la photographie. Le cas particulier du cercle n'est pas traité. Aucun élément de validation (ou aucun critère explicite pour vérifier que deux formes « se répètent ») n'est apporté durant ce moment collectif. Le pliage, par exemple aurait pu être évoqué pour vérifier que certaines formes sont superposables, or ici le support ne le permettant pas (le carré est devenu un quadrilatère quelconque éliminant toute tentative de pliage), ce critère ne validité ne peut être convoqué. Le recours à une représentation géométrique de certains éléments du jardin (du type de celles en fig. 3, 4 ou 5) aurait pu soutenir certains critères de validité et participer ainsi à l'aménagement du milieu.

Lors de la passation de consigne de la tâche suivante portant sur la reconnaissance d'axes et centres de symétrie (toujours à partir des photographies des jardins), l'enseignant fait lire la tâche par un élève puis la reformule en insistant sur la recherche des centres de symétrie :

12 Nous renvoyons à la thèse en cours de Train (à paraître) qui a étudié plus particulièrement les pratiques d'usage du TBI de ce même enseignant.

ART : Tracer un axe de symétrie pour un des motifs représentés et surligner en rouge les motifs symétriques.
PROF : Ok / et le deuxième ? Tracer un axe de symétrie pour le premier jardin et surligner les motifs symétriques // donc je vous demande pour les jardins de tracer les axes de symétrie et les centres de symétrie que vous voyez apparaître sur les photos des jardins.

Comme prévu *a priori*, les procédures des élèves à cette tâches vont être très différentes. Certains élèves ont tracé un axe de symétrie sur des formes qui sont globalement invariantes (voir fig.4-b par exemple). D'autres élèves vont eux tracer un axe de symétrie qui prend en compte plusieurs éléments d'une partie d'un jardin (voir par exemple fig. 4-a et 4-c). D'autres se retrouvent en difficultés pour les raisons déjà évoquées dans l'analyse *a priori.* De manière générale, d'après les propos des élèves recueillis durant la réalisation de la tâche, les justifications reposent sur des arguments perceptifs basés sur le fait d'avoir un motif partagé en deux :

TIM : J'ai pris la pointe ici jusqu'au milieu ici (montre le creux de l'arc de cercle)
HEL : Le milieu du truc donc c'est pour ça et là c'est pareil // on prend le milieu du cœur en fait et on trace

Ces propriétés font partie des propriétés communes entre la symétrie axiale et la symétrie centrale les plus convoquées par des élèves de collège en général (Bulf 2011).
Il est donc intéressant de voir maintenant comment l'enseignant s'est adapté à la variété des procédures des élèves pour faire évoluer la situation. Ainsi, lors du deuxième moment collectif portant sur la recherche et le tracé d'axes et de centre de symétrie sur les photographies des jardin (fig. 1 et 2), l'enseignant cherche à développer un contre-exemple dans le but d'évoquer la notion d'équidistance par rapport à un axe, mais cette propriété ne sera pas explicitée de manière opératoire (comment mesurer cette équidistance). Aucune autre propriété mathématique ne sera évoquée ni aucun moyen de validation :

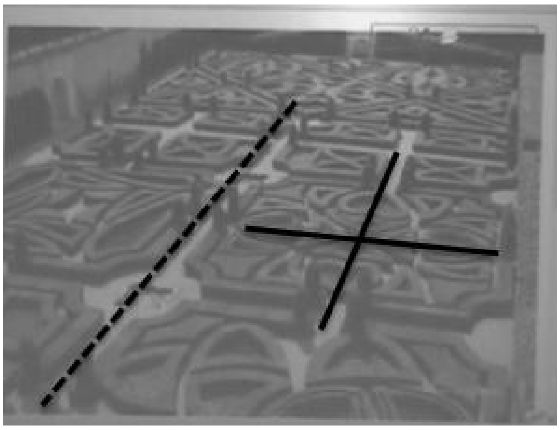


Figure 9. Capture d'écran du TBI lors de la correction collective sur les tracés d'axes de symétrie.

PROF : Alors pour les axes de symétrie // voilà donc ici on a les deux axes de symétrie par rapport à cette partie du jardin Ok. Le jardin est symétrique par rapport à un autre axe // quel est l'autre axe ?
PROF: Y a un axe de symétrie qu'on n'a pas (inaudible) et qu'on peut voir apparaître
PROF : Regardez (il trace un axe dans l'allée, en traits pointillés dans la figure 9).
ARC : Ca se ressemble pas monsieur
PROF : Attendez
ARC : Oui mais c'est pas du tout les mêmes figures
PROF : Oui mais attendez / ici / c'est bon ? Donc // vous regardez ? ARC répète ce que tu m'as dit qui est intéressant
ARC : C'est pas pareil /c'est pas les mêmes figures
PROF: Il partage effectivement le jardin en deux parties// le jardin ici il est partagé en deux parties qui sont symétriques par rapport à la distance mais par rapport effectivement au motif, les motifs ici ne sont pas symétriques (il fait des aller retour entre les deux parties) *D'accord (...) Vous notez les axes de symétrie sur la page1.*

Le choix de l'enseignant d'exhiber cet axe qui n'est pas un axe de symétrie est une tentative de ramener les élèves vers son projet de départ (qui rappelons-le consiste, à partir des « figures qui se répètent », à exhiber leur relation ou non de symétrie, par rapport à un axe). Il cherche donc un axe de symétrie entre des éléments du jardin qui ne sont pas isométriques mais qui sont pourtant à équidistance par rapport à un axe. Or comme cela a été mis en évidence précédemment les élèves n'ont pas répondu à la tâche comme l'attendait l'enseignant, par conséquent exhiber cet axe de symétrie n'a pas de sens pour eux car le critère évoqué (l'équidistance) n'est pas celui qu'ils ont dû mobiliser. Cette tentative d'aménagement du milieu reste donc vaine et l'écart persiste entre les attentes de l'enseignant et l'activité effective des élèves du fait en partie de la persistance d'un milieu non rétroactif. Un moyen pour l'enseignant de se saisir de cet écart pour aménager le milieu aurait été par exemple d'explorer les procédures de certains élèves. Lors de l'entretien post-séance avec l'enseignant, celui-ci me confiait qu'il avait au départ envisagé d'explorer les différentes procédures des élèves mais par manque de temps (liés à de nombreux problèmes de discipline[13]) il a passé cette étape.

Concernant la réalisation des autres tâches de reconnaissance (fig.6 et 7), les axes de symétrie pressentis ont généralement été bien repérés, comme prévu *a priori*. Les procédures correctes de tracer d'axes de symétrie évoquées par les élèves font état de procédures liées au pliage et aux repérages de points permettant d'obtenir le milieu :

> *CHER*[14]*: Comment vous faites pour trouver les axes ?*
> *LIN: Ben en fait il faut prendre la moitié, en gros, c'est toujours pareil, si on plie faut que ça fasse qu'une seule fois (*sur le document, ni lui ni sa voisine ne se sont trompés sur le parallélogramme).
> *CHER: D'accord* (je les vois mesurer) *donc pour trouver les axes // vous prenez les mesures à chaque fois ?*
> *LIN : Non, c'est pour que ce soit bon.*
> *CHER: Si vous prenez pas la mesure vous faites comment ?*
> *HEL (la voisine) : on relie les points qui peuvent aider à trouver le centre*
> *CHER: T'as un exemple ?*
> *HEL : Par exemple le cœur // t'as un point là / un point là* (elle mime, désigne les deux pointes du coeur et refait le tracé) *// On trace et ça donne l'axe de symétrie*
> *CHER: Et c'est vrai que tu n'as pas eu besoin de mesurer / D'accord Merci*

En revanche la réalisation de la dernière tâche de reconnaissance (fig.7) fait apparaître de nombreuses erreurs du type de celles évoquées dans l'analyse *a priori* (les résultats sont détaillés dans le tableau de l'annexe 3). 16 élèves sur 19 n'ont pas repéré le centre de symétrie du parallélogramme. En particulier aucun des élèves ayant pourtant su repérer que le parallélogramme n'avait pas d'axe de symétrie (c'est à dire aucun élève parmi dix) n'a su reconnaître que le parallélogramme avait pourtant un centre de symétrie. En revanche, les 3 élèves qui ont su répondre que le parallélogramme avait bien un centre de symétrie sont ceux qui avaient répondu que le parallélogramme avait des axes de symétrie. Ces résultats laissent donc à penser que cela vient d'un amalgame des connaissances entre la symétrie axiale et la symétrie centrale, déjà évoqué dans l'analyse *a priori* (voir partie 2). La mise en commun qui suit la résolution de ces dernières tâches de reconnaissance porte uniquement sur la reconnaissance correcte d'axes de symétrie de la rosace. Sont affichées au TBI les quatre axes de symétrie (pour la fig.6) avec une légende indiquant « axe de symétrie », l'enseignant n'explicite pas le moyen de valider la réponse. L'exercice de la figure 7 soulevant de nombreuses erreurs n'a pas fait l'objet d'une correction collective lors de cette séance. L'enseignant a relevé les productions afin d'y travailler à nouveau lors de la prochaine séance.

13 L'enseignant m'a confié que ces élèves-là n'étaient pas autorisés à manipuler les outils en salle d'atelier car les enseignants des enseignements professionnels jugeaient cela trop dangereux étant donnés les problèmes de discipline liés à ce groupe.

14 CHER est mis pour CHERCHEUR.

3.2 La tâche de construction : activité réelle fortement influencée par le contexte

Lors de la passation de consigne, l'enseignant livre les premiers pas de la construction attendue : construire l'image de la figure par symétrie centrale (malgré une confusion sur l'appellation du centre de symétrie qui est en fait le point G).

> *PROF : La consigne / tout le monde reconnaît ce motif là ? C'est un motif du jardin / un motif du jardin / le premier jardin // ce que je vous demande c'est en vous aidant de la photo pour avoir la représentation de tracer le symétrique de cette figure par rapport au point ici qui est le centre de symétrie O // donc vous tracez le symétrique de cette figure là en utilisant le centre O ici /// allez au travail //// vous tracez le symétrique en utilisant règle compas ou équerre / mais avec la règle ça suffit largement // Tracer le symétrique par rapport à ce point / Ce point-là / Tracer le symétrique*

L'enseignant suggère de n'utiliser que la règle graduée. Qu'est-ce qui est attendu par l'enseignant à ce moment-là ? L'analyse *a priori* (paragraphe 2.2) montre que les méthodes de construction attendues peuvent être longues et complexes (car demandent beaucoup d'anticipation et d'adaptation). Durant la réalisation effective de la tâche, les élèves se sont adaptés au contexte et ont été largement influencés par certaines variables didactiques. Les tracés des élèves (et leur contrôle) ont été faits à l'œil compte tenu de la position horizontale et verticale des axes de symétrie (à construire) et du positionnement du motif d'origine dont les côtés sont parallèles au bord de la feuille. Aussi, certains élèves ont commencé par tracer une droite verticale ou horizontale afin d'obtenir un repère de mesure :

> *CHER: Pourquoi tu as fait un axe ?* (il a tracé un axe horizontal passant par G, centre de symétrie indiqué dans l'énoncé)
> *VIO : Pour m'indiquer // je suis perdu après*
> *CHER: tu vas faire comment après ?*
> *VIO: Je vais reporter tous ces points là bas* (il montre de l'autre côté de l'axe. L'élève attrape son compas, pointe en G et fait reporter de l'autre côté de l'axe horizontal) *oui parce que moi je dis après je reporte avec ce point là (inaudible) et tout de l'autre côté* (il fait des va-et-vient avec le compas en rotation toujours sur la pointe en G)
> *CHER: Où ça de l'autre côté ? Tu me montres sur un point ?*
> Il prend un point (le point C) et trace un arc de cercle de l'autre côté de son axe horizontal.
> *CHER: C'est lequel le point ? C'est l'image de quel point ? Celui-là ?*
> *VIO: Maintenant je ferai pareil avec celui-là de l'autre côté* (il n'a pas déterminé le point image du point précédent, on obtient seulement un arc de cercle)

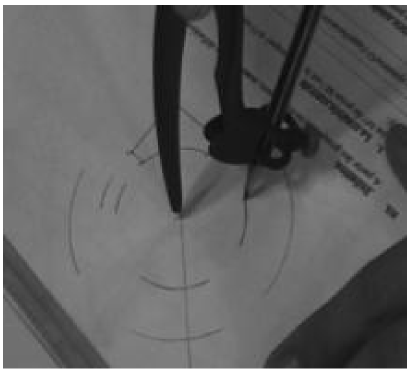


Figure 10. Extrait de production d'élève lors de la tâche de construction.

Cette amorce de technique (décrite en partie dans l'extrait ci-dessus) peut venir soit d'une réminiscence de savoir-faire du collège ou bien être la conséquence de l'aide individualisée apportée par l'enseignant. Les élèves focalisent leur attention sur le geste associé sans prendre en considération les conditions d'obtention d'un point image : un arc de cercle seul ne permet pas d'obtenir un point. Un prolongement de la droite passant par le point et le centre de symétrie est nécessaire ou bien un autre report de mesure. On obtient ainsi ce type de tracé inachevé (fig.10).

Par conséquent, ces élèves-là se retrouvent en difficulté pour terminer la construction. Ils s'adaptent alors à une procédure semi-analytique en reportant un point significatif puis en construisant approximativement l'angle droit avec l'équerre (en contrôlant les tracés par rapport aux bords de la feuille). TIM dans l'extrait ci-dessous aide son voisin et lui explique sa propre procédure : il pointe son doigt sur les points A et son image, prend son équerre, la place sur l'image du point A approximativement dans l'orientation attendue :

> *TIM : Tu prends ton équerre / t'appuies bien comme ça / tu fais un angle droit (inaudible) l'angle droit en fait ce sera celui-là // donc après quand ton truc il sera comme ça* (il veut dire quand les côtés de l'image de l'angle droit seront tracés) *tu prends les mesures* (avec son doigt il mime un écart) *tu fais ça et ça* (de part et d'autre des côtés de l'angle droit) *et voilà et puis t'auras plus qu'à prendre les mesures de là et là.*

On suppose que le décalage entre ce qui est attendu par l'enseignant et l'activité effective des élèves vient d'une part du choix des variables didactiques mais également de l'ambiguïté du contrat : s'agit-il de favoriser les repérages à vue (nécessaire dans leur formation) ? Ou bien s'agit-il de s'engager dans une construction technique avec des outils pilotés par des propriétés géométriques ?

3.3 Tentative d'aménagement du milieu et phase de validation incomplète

Durant la phase de recherche portant sur la tâche de construction, l'enseignant apporte une aide collective :

> *PROF : vous avez le point O* (il trace un point O au tableau blanc - à côté du TBI) *vous avez le point A* (il place le point A au tableau, puis trace la droite (OA) en prolongeant de l'autre côté du point O) *C'est bon ? Donc ici vous prenez la dimension / la longueur* (il mime avec la règle graduée au tableau) *et vous reportez et vous notez votre point A' // et vous faites pareil pour l'ensemble des points concernant la figure*
> *PROF : (en réponse à une question d'un élève): tu la fais passer par le point O // regarde // le symétrique du point A par rapport à O /// là / donc ça signifie quoi ? Que j'ai AO égale ///* (Il écrit au tableau AO=OA') *OA'/ d'accord*

On peut s'interroger sur le statut de cette trace écrite : s'agit-il d'une aide locale pour réaliser la tâche de la construction du motif ? S'agit-il d'une trace écrite décontextualisée (puisque le codage de la figure n'est pas repris) ? L'adaptabilité entre cet apport et l'activité amorcée des élèves est à la charge de l'élève. Tout se passe comme si le fait d'*exposer* visuellement ce tracé suffisait pour en comprendre le sens. L'enseignant cherche à indiquer une sous tâche à réaliser en premier, celle de la construction de ABCDE par symétrie centrale (alors que la recherche par l'élève pouvait prendre d'autres directions). L'étape durant laquelle la droite (OA) doit être tracée n'est pas commentée alors que c'est précisément cette étape (propriété d'alignement du centre de symétrie avec un point et son image) qui semble manquée aux élèves dans leur réalisation (fig.10).

Lors de la correction collective de cette tâche (qui a donc posé des difficultés pour beaucoup d'élèves), est affiché sur le TBI un repère orthogonal quadrillé sur lequel les points du motif sont tracés mais ne sont pas reliés (on ne reconnaît pas le motif dans sa globalité). Le support est ainsi très différent de celui sur lequel les élèves ont travaillé. Il s'agit d'un passage en force entre l'aspect global de la tâche et les procédures ponctuelles pour la résoudre. L'enseignant ne commente pas son usage du logiciel de géométrie dynamique ; il a pourtant utilisé la macro « construire l'image d'un point par symétrie centrale » pour obtenir le point D', ce qui ne correspond pas aux procédures possibles par les élèves. On peut référer directement à Straesser (2007, p.180) pour commenter cet épisode : « pour la situation actuelle, il faut ajouter que les boîtes noires modernes, ce sont les TIC, les technologies d'information et de communication ». En effet, la macro qui a permis la construction du symétrique d'un point peut être considérée comme la boîte noire qui n'est pas ouverte ici. Là encore des adaptations non évidentes pour les élèves (repère quadrillé alors qu'ils ont travaillé sur feuille blanche, macro de construction du logiciel) empêchent l'évolution du milieu matériel vers un milieu objectif car finalement les élèves n'ont pas de retour sur la validité de la procédure de construction (papier-crayon) par symétrie centrale qu'ils ont élaborée. On observe donc à nouveau une rupture de contrat didactique durant cette phase de validation : les critères de validité au sens de Margolinas (1992, p.135) ne sont pas explicités. Au TBI sont affichés seulement les points images. Suite à cela, l'enseignant engage les élèves sur la construction du symétrique par rapport à un axe vertical qu'il trace sur le TBI. L'enseignant évoque alors la médiatrice mais aucun rappel explicite de cet objet ne sera mené, ce qui implique qu'encore une fois les élèves ne peuvent s'en saisir pour valider leur propre procédure.

> *PROF : // vous tracez pour avoir les symétriques vous tracez ces segments là* (il trace tous les segments qui relient les points du motif et le point G)*// Allez, vous les tracez tous // maintenant.*
>
> *PROF: Je vais passer // Ne t'inquiète pas.*
>
> *PROF : Je vais allez sur la page précédente // pour ceux qui ont terminé de faire le symétrique par rapport à ce point // là vous tracez une droite ici* (droite horizontale qui passe par A, prolongement du côté de l'angle droit du motif)*// OK ?// là // vous tracez une droite qui passe par les /// ce segment là et après vous tracez une droite perpendiculaire à ce point // passant par là // D'accord // Ce point là //// vous tracez la perpendiculaire là // Allez-y.*
>
> P écrit au tableau blanc : *le symétrique du point A par rapport à l'axe D est le point A' pour lequel (D) est la médiatrice du segment.*
>
> *PROF: alors pour aide // Jessie // Pour relancer l'activité // Dans 5mn on passera à la suivante je relance // le symétrique du point A par rapport à l'axe D est le point A' pour lequel l'axe D est la médiatrice du segment [AA']// et c'est le symétrique du point A / tu l'appelles A'*

La finalisation de la construction du jardin ne sera pas prise en charge collectivement (du moins à cette séance).

3.4 Bilan sur l'analyse du déroulement effectif

Globalement, on constate une gestion difficile par l'enseignant des tâches mobilisant ici *a priori* des connaissances anciennes pour les élèves. Dans les conditions observées ici, le traitement par l'enseignant d'une photographie d'éléments « concrets » (démarche fréquente dans l'enseignement professionnel[15]) pour amener les élèves vers une représentation mathématique a généré de nombreux décalages entre l'activité attendue des élèves et leur activité effective. Des tentatives d'aménagement du milieu sont pourtant menées : l'ostension de certaines techniques (construction du symétrique d'un point par symétrie centrale) ou la proposition de contre-exemple (l'axe de symétrie qui n'en est pas un) mais dont la portée sera limitée compte tenu notamment d'importantes ruptures de contrat (par exemple lors de la première tâche, les élèves considèrent les formes des photographies qui sont soit isométriques, soit homothétiques ou presque homothétiques alors que l'enseignant ne considère que les formes isométriques ou encore lors de la tâche de construction les élèves ont développé des procédures de construction à « l'œil » ne correspondant pas aux attentes de l'enseignant). Les tentatives de régulation sont aussi nécessaires que difficiles étant donné le faible « degré » de rétroaction du milieu lié aux choix de certaines variables didactiques et à l'absence d'une représentation géométrique des photographies traitées. Il résulte de cette analyse une grande difficulté de gestion du milieu pour induire une activité mathématique *a minima* des élèves.

15 Nous invitons le lecteur à consulter les ressources disponibles sur le site Eduscol, et par exemple l'activité intitulée « porte de meuble ».

Il semble que le choix de certaines variables didactiques (type de projection, choix de formes non conventionnelles mêlées à des figures géométriques usuelles « déformées », support quadrillé alors que les élèves travaillent sur fond blanc, etc.) et l'usage de termes de la vie quotidienne participent au phénomène de « résistance » de l'aménagement du milieu. Cela renvoie au propos de Assude, Mercier et Sensévy (2007) sur « la dynamique des milieux » concernant la dévolution, la première de ces dynamiques :

> Une première dynamique tient à la dévolution d'un rapport adéquat au milieu puisque certaines potentialités du milieu sont investies par les élèves, sous le contrôle du contrat didactique qu'ils connaissent et supposent pérenne. La dévolution apparaît alors comme un processus complexe qui ne se réduit pas à l'engagement d'un sujet dans une tâche prescrite. Cette dévolution suppose, entre autres, un engagement du professeur dans le travail du savoir, notamment dans une analyse préalable qui lui permet de préciser les enjeux de la situation et, en particulier, un certain vocabulaire et/ou un système stable de notations. (op.cité p.249)

Cela pose des questions sur le rôle du professeur concernant l'aménagement du milieu dans ce contexte : quelles réactivations des connaissances anciennes ? A quel moment les injecter dans le milieu : au début, durant le déroulement sous forme d'aide individualisée, à la fin ? Quelles exploitations des procédures des élèves ?

4. Points de convergence entre l'analyse de la pratique d'un enseignant en CAP et des pratiques d'enseignants en ZEP

Précisons d'ores et déjà qu'il ne s'agit pas de dresser une comparaison entre les deux institutions car cela n'aurait qu'un intérêt limité. De fait, les institutions sont différentes[16] ; les scénarios évoqués et leur contenu mathématique sont donc différents (voir aussi paragraphe 1.2 en début d'article). Malgré ces différences évidentes, cette partie a pour ambition de mettre en évidence des points de convergence observés entre l'analyse de la pratique de l'enseignant observé ici en CAP et celles d'enseignants de ZEP observées et analysées dans Chesnais (2009) et Coulange (2007). Il faut bien sûr nuancer notre propos quant à ces points de convergence car la complexité des pratiques déjà évoquée (Robert 2004) implique qu'il existe de nombreuses autres composantes qui pourraient expliquer ces similitudes en dehors du facteur ZEP ou CAP car il va de soi que tous les enseignants de ZEP n'ont pas la même pratique, de même que tous les enseignants en CAP n'ont pas la même pratique.

4.1 Comparaison du projet global de l'enseignant observé en CAP avec ceux présentés dans des travaux sur des pratiques des enseignants en ZEP

Un premier constat peut être établi : la première approche de la symétrie en CAP correspond à une démarche similaire à celle repérée en ZEP (Chesnais 2009 p.128) qui est d'exploiter d'abord l'aspect Concept Quotidien (au sens de Vygotski 1934) de la symétrie à partir de photographies de la vie quotidienne ou d'éléments « concrets » voire « ludiques » (Coulange 2007 p.235). Cependant, ce type de démarche correspond également à un choix courant que l'on retrouve dans des scénarios de classes « ordinaires » (par exemple voir l'introduction de la symétrie axiale en Sixième dans Bulf 2008 p.220). Ce qui distingue ici le projet d'enseignement observé en CAP est qu'il s'agit d'une part de connaissances anciennes pour les élèves et d'autre part le choix de certaines variables didactiques (type de projection, type de support différent entre le moment individuel de recherche et la phase collective, etc.) a

16 Par exemple, la charge horaire est radicalement différente : 1,5h par semaine en CAP la première année *vs* 4h par semaine en Sixième et 4h30 ou 3h30 en Cinquième selon que l'élève choisit ou pas l'itinéraire découverte. De plus, si l'on qualifiait de lacunaire les attentes décrites par les programmes de CAP consacrés à la symétrie, l'on pourrait au contraire qualifier de plus explicites celle des programmes de Sixième (consacrés à la symétrie axiale) et de Cinquième (consacrés à la symétrie centrale et la symétrie axiale).

généré une certaine forme de « résistance »[17] à l'élaboration du contrat didactique visé par l'enseignant.

Un deuxième point de convergence porte sur la nature des tâches proposées. On constate dans les deux différents types de scénarios examinés (en ZEP et en CAP) des tâches très découpées, simples et isolées qui seront très majoritairement travaillées à travers une « exécution répétée de consignes » (Chesnais 2009 p.299). Dans la classe de ZEP étudiée par Chesnais, l'enseignant se focalise sur des tâches de reconnaissance et de construction instrumentée (règle, équerre, compas) par symétrie axiale. Dans les deux scénarios (ZEP et CAP), les tâches fondées sur un travail de nature perceptive relèvent de niveaux d'enseignement inférieurs (Ib. p.136-138) et le jeu insuffisant sur les variables didactiques va provoquer un travail insuffisant dans le champ conceptuel de la symétrie voire renforcer certaines conceptions erronées (voir plus haut les erreurs des élèves dans l'exercice de la figure 7). Chesnais (p.133) exhibe quelques variables didactiques qui sont insuffisamment travaillées : « la technique sur quadrillage est limitée aux axes horizontaux et verticaux (…) peu de figures découpées avec l'axe et la place des figures par rapport à l'axe », ce qui est également le cas dans le scénario observé ici en CAP (figures prototypiques, directions horizontale et verticale privilégiées, etc.).

Un autre point de convergence remarquable concerne l'articulation des tâches proposées. Dans le scénario observé en CAP, on constate une faible cohérence entre les tâches, voire une véritable rupture entre celles de reconnaissance et de construction. Coulange (2007) relève cela lors de l'examen de scénario de jeunes enseignants en ZEP : « Serge a construit son thème d'étude en juxtaposant les types de tâches sans lien apparent » (op. cité p.231).

4.2 Des difficultés communes du point de vue du contenu (en géométrie)

De manière générale, aucune des tâches proposées (en CAP ou en ZEP) ne vise un raisonnement déductif (Chesnais 2009 p.134) alors que les programmes de collège ont clairement cette volonté (mais pas ceux du CAP). Ceci explique peut-être que, dans ces deux contextes, le lien n'est pas clairement établi avec la médiatrice (Ibidem p.138). De manière plus générale, mais en lien avec ce phénomène, on constate une réelle difficulté commune à penser l'articulation entre les paradigmes GI et GII (Houdement et Kuzniak 1998-99) :

> […] ces deux jeunes enseignants semblent de manière générale sous-estimer les difficultés relatives aux obstacles de la géométrie dessinée, et à l'entrée dans une géométrie plus théorique, au début du collège. Tous deux effectuent ainsi fréquemment des dessins à main levée au tableau (comme si le rapport entre ces dessins avec ceux représentés sur leur feuille allaient de soi pour les élèves), représentant des figures dans des positions prototypiques (verticales et horizontales) (…). (Coulange 2007, pp. 236-237)

En effet, dans le projet d'enseignement et son déroulement analysés ici, tout se passe comme si la correspondance entre une photographie d'un élément du jardin (ou le schéma d'une rosace) et sa modélisation mathématique était évidente (voir par exemple l'apport collectif mené par l'enseignant à partir d'un dessin à main levé ou le recours à un support quadrillé lors de la correction collective de la tâche de construction, paragraphe 3.3 de l'article).

Par ailleurs, nous avons relevé des difficultés de dévolution des tâches du fait d'employer des termes de la vie quotidienne (« semblable », « noter », « qui se répètent », « dessin », etc.) qui n'appartiennent pas au champ spécifique de la géométrie. L'enseignant confiait dans l'entretien post-séance qu'il utilisait sciemment un vocabulaire de la vie quotidienne car sinon « ses élèves ne rentraient pas dans la tâche ». Ce genre de phénomène a également été repéré

17 Sensévy (2011) parle de facteurs qui peuvent générer une « résistance » face à la volonté de l'enseignant de créer un nouveau contrat à partir de tâches qui traitent de connaissance ancienne.

dans les travaux sur les ZEP (Butlen ou Chappet-Pariès cités par Chesnais 2009 p.411 et p.415) du fait du milieu social défavorisé dont sont issus un nombre important d'élèves :

> […] une des manières qu'ont les enseignants de ZEP de gérer ce problème [le problème des pratiques argumentatives] semble être de mobiliser plus volontiers le vocabulaire courant dans la classe, d'éviter notamment le vocabulaire spécifique (mathématique) comme nous l'avons constaté chez Denis, ce qui recoupe les résultats de Chappet-Pariès. (Ib. p.415)

4.3 Des similitudes sur la gestion des déroulements en CAP et ZEP

Cette difficulté à assurer la « première dynamique des milieux » au sens de Assude, Mercier et Sensévy (2007) (paragraphe 3.4 de l'article) est-elle commune aux autres déroulements observés en ZEP ? Quelles sont les stratégies d'aménagement du milieu matériel dans ce contexte ? L'une des stratégies d'aménagement du milieu développée par certains enseignants en ZEP semblerait être une algorithmisation des tâches mais qui a ses limites :

> Nous pensons cependant que l'algorithmisation des procédures est possible pour des tâches de construction relativement élémentaires, mais non pour des tâches plus élaborées, telles que les tâches de preuve et certaines tâches de construction qui relèvent d'une logique GII. Cela aurait pour conséquence que des objectifs d'apprentissages plus ambitieux en ZEP imposerait une modification des pratiques de Denis, qu'il s'agisse du scénario, qu'il conviendrait d'adapter à ces objectifs, ou des déroulements. (Chesnais 2009, p.300).

Dans les deux contextes d'étude (ZEP et CAP), les élèves sont actifs : ils sont mis en phase de recherche et participent durant la phase collective. Cependant, lors des corrections collectives, on constate une façon de faire à rapprocher de ce que Chesnais a observé :

> Les épisodes de correction ne sont donc pas – ou très rarement – l'occasion de relever les erreurs possibles, ou d'identifier les connaissances qu'il fallait mobiliser pour réaliser la tâche ni les conditions d'application de connaissances… Les corrections consistent simplement à traiter la tâche (Ib. p.185).

Cette gestion des phases collectives, en CAP et en ZEP, peut venir en partie de la difficulté de la part des enseignants de percevoir l'écart entre ce qui est attendu et les difficultés éprouvées par les élèves lors de la réalisation des tâches (voir les décalages lors de la correction collective des premières tâches de reconnaissance, paragraphe 3.1, ou les décalages lors de la réalisation de tâches de construction, paragraphes 3.2 et 3.3). Un décalage de nature similaire (portant sur le passage des points aux figures) est à relever entre la séance de CAP (lors de la tâche de construction) et celle d'un enseignant en ZEP :

> (…) Quoiqu'il en soit, bien qu'observés par l'enseignant, ces difficultés sont masquées par son projet local d'enseignement, centré sur le passage *des points aux figures*. D'où une intervention en situation didactique qui paraît décalée par rapport à l'activité réelle des élèves, évoquant des difficultés ne correspondant pas aux difficultés effectives de la plupart des enfants (Coulange 2007, p. 234).

Du point de vue de l'institutionnalisation, un même type de rapprochement effectué par Coulange dans sa recherche avec les résultats de Peltier-Barbier, Butlen, Masselot, Ngono, Pezard, Robert et Vergnès (2004) quant aux caractéristiques des pratiques enseignantes en ZEP dans le premier degré, peut être opéré concernant le manque d'explicitation lors des phases de validation (paragraphes 3.1 et 3.3) :

> l'individualisation du travail des élèves, l'absence de phase de synthèse et d'institutionnalisation (qui rend les savoirs en jeu implicites, voire invisibles). (Coulange 2007 p. 238).

La partie III intitulé *définition* (document 11 ci-dessous) sous forme de texte à reconstituer s'apparente davantage à un marqueur de fin de séance afin de recentrer l'attention des élèves plutôt qu'à un processus de décontextualisation du savoir :

III. Définition
A partir des groupes de mots suivants, **construire** la définition de

1. La symétrie centrale

Le point M' / du point M /est le symétrique / si O est / par rapport à O / le milieu du segment [MM'].

……
……

centre de symétrie / O s'appelle / alors.

……

2. La symétrie axiale

Le symétrique d'un point M/ du segment [MM'] / par rapport à une droite (d) / tel que (d) soit la médiatrice / est un point M'.

……
……

Document 11. Texte à trous à compléter en guise de phase de conclusion.

Ces définitions sont plaquées et leur lien avec les activités précédentes ignorées, les notations ne sont d'ailleurs pas reprises. La façon dont les élèves ont à leur charge ce travail est révélatrice du statut particulier de cette trace écrite.

> *P : on s'arrête là. On finit la leçon.* (P affiche à nouveau le document de TD au TBI). *Donc on s'arrête là. On reprendra la semaine prochaine. Vous notez les définitions de la symétrie. Retourne-toi. Tu te retournes complètement. La déf... Pour le moment ce n'est pas l'heure. Il reste 1/2h. Je vous demande de noter la définition de la symétrie centrale avec le groupe de mots que vous avez ici. Vous le faites, vous écrivez au crayon à papier.*
> *P : vous écrivez les définitions du grand 3. Vous recomposez la phrase.* (P passe dans les rangs.) *Sébastien, tu viens écrire la définition. Sébastien écrit : le point M' est le symétrique du point M par rapport à O si O est le milieu du segment [MM'].*
> *P : et tu finis en dessous la 2ème phrase … L'élève écrit alors O s'appelle centre de symétrie.*
> *P : voilà. Vous notez ce qu'a noté Sébastien.* P écrit ensuite au tableau à la suite le symétrique d'un point M
> *E: monsieur « alors O s'appelle centre de symétrie » et « O s'appelle alors centre de symétrie », c'est pareil !*
> *P: oui. Y a aucun problème. Pourquoi tu me poses cette question alors que tout est écrit en toutes lettres dans la phrase qui est décomposée. D'accord ?* P reprend sa phrase écrite ... *par rapport à une droite (d) est un point M' tel que (d) soit la médiatrice du segment [MM']. Allez.* P passe dans les rangs à nouveau.
> *P : une fois que vous avez noté les définitions, vous allez à la page 4 et vous faites l'exercice d'application.*

On peut donc s'interroger sur l'intérêt de ce type de trace écrite : pourquoi des bouts de phrase à remettre dans l'ordre ? Pourquoi en fin de séance alors qu'il s'agit de connaissances anciennes des élèves (nécessaires par ailleurs pour faire les tâches précédentes) ? D'après l'entretien avec cet enseignant, ce type de format (polycopié pré-rempli dans lequel on laisse souvent des « trous » à remplir) est fréquemment utilisé dans les enseignements professionnels afin de « donner un cadre » pour ces élèves qui sont, d'après les propos de cet enseignant, très souvent en grande difficulté à l'écrit.

5. Conclusion générale

Limites de notre propos

Il s'agit maintenant de nuancer notre propos quant à ces points de convergence entre la pratique d'un enseignant en CAP (au cours d'une seule séance observée, ce qui lui confère donc qu'une portée limitée) et celle d'enseignants en ZEP. Chesnais (2009, p.408) conclut que

> Ce qui est déterminant en termes d'activités possibles des élèves en classe est d'une part l'organisation globale du scénario (ordre des contenus, objectifs, articulation cours-exercices prévue, gestion *a priori*) et la variété des tâches, d'autre part les déroulements effectifs (…).

On constate bien dans la séance observée certaines incohérences du point de vue du projet global et du choix des tâches. Par ailleurs, je n'ai pas eu accès aux aides individuelles de l'enseignant auprès des élèves et n'ai pas rapporté ici l'analyse de la suite de cette séance, ce qui aurait sans doute permis de nuancer certains choix faits par l'enseignant (ainsi, il a décidé lors de la séance suivante de reprendre en détails les techniques de construction instrumentées du symétrique d'un point par symétrie centrale et axiale et de revenir également sur la définition et la construction de la médiatrice).
Aussi d'après cette étude de cas en CAP (et dans les limites qu'implique une étude de cas) un certain nombre de phénomènes didactiques ont été observés et décrits. Nombre de ces phénomènes sont à rapprocher de ceux observés également en ZEP aussi bien du point de vue du projet global d'enseignement, que l'enseignant tente de baser sur une approche « culturelle » pouvant parler aux élèves, que du déroulement ; l'origine de ces similitudes resterait maintenant à étudier.

Bilan de l'étude : des phénomènes didactiques observés
Malgré l'effort de la part de l'enseignant de choisir un contexte approprié (rosace, jardin à la française), on observe un milieu matériel de départ insuffisant pour devenir un milieu objectif et espérer voir vivre une mise en activité mathématique *a minima* des élèves. Ceux-ci se retrouvent à résoudre des tâches uniquement grâce à leurs connaissances résiduelles du collège et par adaptation au contexte immédiat. Il en résulte des décalages importants entre l'activité réelle des élèves et celle attendue par l'enseignant. Le choix des tâches et surtout des variables didactiques est tel que les interventions de l'enseignant ne semblent pas suffisantes pour réduire cet écart et construire un milieu suffisant pour l'émergence des procédures visées par l'enseignant. Le « milieu » en jeu n'est peut-être pas assez distinct de l'ancien (celui du collège ou SEGPA) pour créer un « nouveau contrat » propre à l'ambition de ces classes préparatoires au CAP. D'après Sensévy (2011), une certaine mise à distance (équilibre) avec un milieu déjà connu doit être opérée afin que les élèves puissent s'inscrire dans le « bon » et « nouveau » contrat et n'essaient pas de convoquer (mal) l'ancien, ce qui est le cas ici puisque les élèves puisent dans leurs souvenirs liés à la symétrie et la contingence pour résoudre la tâche. Des pistes sont envisageables comme la modification de certaines variables didactiques, la reconfiguration géométrique des supports initiaux, l'exposition en amont de certaines connaissances ou techniques nécessaires, l'exploitation des procédures des élèves.

D'autres questions et perspectives
Une question que l'on peut aussi étudier pour améliorer le déroulement de « classe ordinaire » est celle du rôle des interactions langagières lors des phases d'action. En effet certains effets didactiques ont été sans doute liés aux termes employés. Nous proposons d'aller plus loin : dans Bulf, Mathé, Mithalal & Wozniak (2012, à paraître) nous montrons que le modèle de la structuration du milieu permet de pointer différentes fonctions didactiques du langage dans le déroulement d'une situation de classe ordinaire portant sur la symétrie centrale.

> Il devient alors possible d'identifier les décalages entre les positions énonciatives des élèves et du professeur, sources de difficultés qui ne sont pas portées par les rétroactions émanant du milieu, mais aussi sources d'évolutions artificielles de la situation. Ainsi, le milieu étant mal organisé dans la situation étudiée, l'activité s'appuie sur une forte négociation relative à son sens. Le décalage entre la position du professeur et la position des élèves fonctionne alternativement comme un frein au bon déroulement de la situation – du point de vue de l'élève – ou comme moyen pour l'enseignant de la faire avancer artificiellement.

D'autres facteurs seraient à prendre en compte pour analyser plus finement encore la pratique

de cet enseignant. Robert (2004, p.56) décrit des pratiques à travers cinq composantes : *composante cognitive, composante médiative, composante personnelle, composante institutionnelle* et *composante sociale*. Notre travail ici a tenté seulement d'explorer certains aspects des composantes cognitive et médiative (il aurait fallu prendre en compte de nombres autres éléments en dehors de cette séance pour rendre compte des autres composantes). Nous avons essayé ici de mettre en évidence que les difficultés rencontrées par l'enseignant au cours de cette séance pouvaient venir en partie de certains choix opérés. L'une des pistes qu'il nous paraît important d'explorer par la suite est de mesurer plus précisément l'influence des contraintes portées par l'institution concernant la transmission et la diffusion de savoir déjà rencontré par l'élève dans son parcours, comme ici la symétrie axiale et la symétrie centrale. Les programmes affichent un certain flou sur la symétrie (voir paragraphe 1.2) : la médiatrice n'est pas évoquée dans la partie consacrée à la symétrie, alors que celle-ci apparaît pourtant indépendamment comme un objet de savoir visé. Pourquoi le lien n'est-il pas explicitement mentionné (contrairement aux programmes des collèges) ? Plus généralement, si le référentiel institutionnel se veut moins exigeant au regard des contenus mathématiques, *quid* de ces contenus à exploiter effectivement en classe ? Et plus largement, quelle(s) ambition(s) pour former ces futurs professionnels ? Est-ce que cela doit impliquer que les savoirs qui sont presque tous en reprise d'étude doivent être seulement *revisités* dans un contexte qui se dit plus « professionnel » mais qui n'est en fait qu'un habillage et ne peut donc à terme qu'impliquer un renforcement de fausses règles d'action (comme celles observées ici qui sont liées à l'amalgame entre symétrie axiale et symétrie centrale), ou une fragilisation de connaissances mal construites (comme celle de la médiatrice qui d'après nos observations lors de la séance suivante n'évoquait finalement rien pour eux…) ? Est-ce que cela veut dire que c'est lors de la pratique en atelier que les élèves vont forger leur savoir-faire ?
Le travail de Bessot et Laborde (2005) montre pourtant qu'un savoir mathématique peut être perdu entre l'enseignement des mathématiques et l'atelier. Qu'en est-il dans les autres lieux de formation tels que chez les compagnons par exemple dont l'organisation et la méthode de transmission des savoirs géométriques sont toute autres (Assegond 2002) ? Quelle transposition des savoirs géométriques ? Derrière un certain mimétisme qui est derrière les stratégies de formation dans le compagnonnage, va-t-on observer également une « perdition » des contenus mathématiques ?
Ainsi, étant donnés les phénomènes didactiques que nous avons cherché à mettre en lumière (et dont l'intérêt peut dépasser le contexte de l'enseignement professionnel ou les ZEP) nous espérons que cet article pourra être une source de réflexion pertinente pour les enseignants débutants en lycée professionnel ou dans un contexte plus général, et que, par les nombreuses questions qu'il suscite, il pourra être aussi à la source de nouvelles recherches portant sur l'enseignement des mathématiques en contexte professionnel.

Références

ASSEGOND C. (2002) *Socialisation du savoir, socialisation du regard. Les usages techniques et sociaux du savoir géométrique et de la stéréotomie chez les compagnons tailleurs de pierre*, thèse de Doctorat, Université François Rabelais de Tours.

ASSUDE T., MERCIER A., SENSEVY G. (2007) L'action didactique du professeur dans la dynamique des milieux, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 27/2, 221-252.

BESSOT A., LABORDE C. (2005) Vers une modélisation d'une géométrie en acte dans les activités de lecture – tracé du bâtiment, *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques,* Irem Paris 7, 39-76 (disponible sur hal.archives-ouvertes.fr).

BROUSSEAU G. (1998) *Théorie des situations didactiques*, Grenoble : la Pensée Sauvage.

BULF C., MATHE A.-C., MITHALAL J., WOZNIAK F. (2012 à paraître) *Le langage en classe de mathématiques : regards croisés en TSD et TAD* in Bronner A., Bulf C., Castela C., Georget J.-P., Larguier M., Pedemonte B., Pressiat A., Roditi E. (Ed) (2012 à paraître) *Questions vives en didactique des mathématiques : problèmes de la profession d'enseignant, rôle du langage*, Grenoble : la Pensée Sauvage.

BULF C. (2011) Les effets de l'enseignement de la symétrie axiale sur celui de la symétrie centrale : une étude de cas en France, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 31/1, 51-77.

BULF C. (2010) Le rôle de la symétrie dans la nature du travail géométrique des tailleurs de pierre et ébénistes, *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 15, 119-146.

BULF (2008) *Étude des effets de la symétrie axiale sur la conceptualisation des isométries planes et sur la nature du travail géométrique au collège*, thèse de Doctorat, Université Paris Diderot (disponible sur tel.archives-ouvertes.fr).

CHESNAIS A. (2009*) L'enseignement de la symétrie axiale en sixième dans des contextes différents : les pratiques de deux enseignants et les activités des élèves*, thèse de Doctorat, Université Paris Diderot (disponible sur tel.archives-ouvertes.fr).

COULANGE L. (2007) Etude des pratiques de professeurs de mathématiques "néo-titulaires" dans des collèges de zones d'éducation prioritaire, *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques 2006*, IREM Paris 7, 215-243.

DENYS B., GRENIER D. (1986) Symétrie orthogonale : des élèves français et japonais face à une même tâche de construction, *Petit x*, 12, 33-56.

GRENIER D. (1985) Quelques aspects de la symétrie orthogonale pour des élèves de classes de 4ème et 3ème, *Petit x*, 7, 57-69.

HOUDEMENT C., KUZNIAK A. (1998-99) Géométrie et paradigmes géométriques, *Petit x,* 51, 5-21.

LIMA I. (2006) *De la modélisation de connaissances des élèves aux décisions didactiques des professeurs – Étude didactique dans le cas de la symétrie orthogonale*. Thèse de Doctorat, université Joseph Fourier, Grenoble I (disponible sur tel.archives-ouvertes.fr).

MARGOLINAS C. (1995) *La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a posteriori des situations* in Margolinas C. (1995) *Les débats de didactique des mathématiques*, 89-102, Grenoble : La Pensée Sauvage.

MARGOLINAS C. (1992). Eléments pour l'analyse du rôle du maître: les phases de conclusion *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12(1), 113-158 (disponible sur hal.archives-ouvertes.fr).

MAUREL M., SACKUR S. (2002) *La presqu'île, introduction aux fonctions à deux variables en DEUG, analyse en termes de structuration du milieu d'une situation en classe ordinaire*, in Dorier J.L., Artaud M., Berthelot R., Floris R. (eds) (2002) *Actes de la XIème École d'Été de Didactique des Mathématiques*, Grenoble : la Pensée Sauvage.

PELTIER-BARBIER M.-L. (Ed.), BUTLEN D., MASSELOT P., NGONO B., PEZARD M., ROBERT A., VERGNES D. (2004) *Dur pour les élèves, Dur pour les enseignants, Dur d'enseigner en ZEP*, Grenoble : la Pensée Sauvage.

ROBERT A. (2005) Deux exemples d'activités en formation des enseignants de mathématiques du second degré, *Petit x*, 67, 63-76.

ROBERT A. (2004) Une analyse de séance de mathématiques au collège, à partir d'une vidéo filmée en classe. La question des alternatives dans les pratiques d'enseignants. Perspectives en formation d'enseignants. *Petit x*, 65, 52-79.

ROBERT A. (2003) Tâches mathématiques et activités des élèves. Une discussion sur le jeu des adaptations introduites au démarrage des exercices cherchés en classe de Collège. *Petit x*, 62, 61-71.

ROMO VAZQUEZ A. (2009) *La formation mathématique des futurs ingénieurs*. Thèse de Doctorat, université Paris Diderot (disponible sur tel.archives-ouvertes.fr).

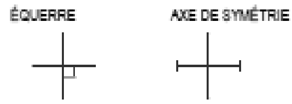
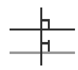
SENSEVY G. (2011) *Le sens du savoir*, Bruxelles : De Boeck.

STRAESSER R. (2007) *À propos de la transition du secondaire vers le monde du travail*, in : ROUCHIER A., BLOCH I. (Ed.) *Perspectives en didactique des Mathématiques, Actes de la XIIIème École d'Été de Didactique des Mathématiques* (2007), Grenoble : la Pensée Sauvage, 177-186.

TRAIN G. (à paraître) *L'usage des tableaux blancs interactifs : le cas de la classe de mathématiques (titre provisoire)*, thèse de doctorat, Université Paris Diderot.

VYGOTSKI L. (1934) *Pensée et Langage*, Paris : La dispute (édition 1997).

Annexe 1. Extraits des programmes des classes préparatoires au certificat d'aptitude professionnel (BO n°8 du 25 Février 2010)

Domaines de connaissances	Capacités	Evaluat Conditions
Symétrie centrale **Symétrie orthogonale**	¤ Construire l'image d'une figure simple par :	Les figures à prendre en compte sont constituées de quatre segments au plus, d'un cercle ou de deux arcs de cercle.
	- symétrie centrale,	Le centre de la symétrie est donné.
	- symétrie orthogonale par rapport à une droite.	La droite est donnée.
	¤ Identifier dans une figure donnée : - la perpendicularité de deux droites,	L'exigence porte sur la reconnaissance et l'utilisation de l'une, au moins, des figures suivantes : 
	- le parallélisme de deux droites.	
Axe de symétrie	¤ Identifier dans une figure donnée une droite comme axe de symétrie.	La droite est tracée, la justification n'est pas demandée.
Centre de symétrie	¤ Identifier dans une figure donnée un point comme centre de symétrie.	Le point est placé, la justification n'est pas demandée.
Polygones usuels	¤ Identifier dans une figure donnée :	La situation est donnée sous la forme d'une figure, cotée ou non, et les côtés du polygone à identifier sont tracés. Le polygone à identifier est isolé ou non. La justification se fait par l'une des propriétés suivantes :
	- un triangle isocèle,	- deux côtés de même longueur, - deux angles de même mesure, - existence d'un axe de symétrie.
	- un triangle équilatéral,	- trois côtés de même longueur, - trois angles de même mesure ;
	- un triangle rectangle,	- un angle du triangle est droit, - le triangle est inscrit dans un cercle, et son hypoténuse en est un diamètre ;
	- un rectangle,	- quadrilatère ayant trois angles droits, - propriétés des diagonales ;

Annexe 2. Synopsis du projet global d'enseignement de la symétrie dans la classe de CAP observée

Séances précédentes	*Deux séances observées (enregistrées mais non filmées) le 07/11/11 et le 14/11/11. Il s'agit des premières séances de géométrie de l'année.* *Objectifs : réactiver le vocabulaire de géométrie (des figures planes, des solides, formules du périmètre, de l'aire ; patrons d'un solide ; cylindre de révolution ; cône de révolution). La symétrie n'est pas évoquée.*
Séance du 05/12/11 (filmée)	*Premières minutes : entrée dans la classe ; annonce du programme du cours : « on continue la géométrie mais on va se concentrer sur la symétrie » ; distribution du document de travail.*
14h : 1ères tâches	*A partir des deux premières photographies (figure 1 et 2 dans l'article)* *- « repérer les formes qui se répètent sur une photographie de jardin »* *- « surligner d'une même couleur les formes qui se répètent »* *- « écrire le nom des formes photographiées »*
14h20	*Première correction collective*
14h25 : *2ème tâche*	*Toujours à partir des deux premières photographies :* • *« tracer un axe de symétrie pour un des motifs représentés et surligner en rouge les motifs symétriques »* • *« tracer un centre de symétrie pour le premier jardin et surligner les motifs symétriques »*
	Mise en commun et corrections collectives
14h45 : *3ème tâche*	*Il s'agit d'une tâche de construction : « représenter le jardin partie extérieure de la photo 1 » (figure 6)*
	Éléments de corrections collectives
15h environ	*Pause*
15h15	*Éléments de corrections collectives*
15h35 : *4ème tâche*	*Il s'agit d'un retour à des tâches de reconnaissance d'axes symétrie (figure 4) : « noter les axes de symétrie dans la figure »*
15h40 jusqu'à la fin (15h50) : 5ème tâche	*Il s'agit d'une tâche de reconnaissance d'axes et de centres de symétrie : « tracer s'il existe l'axe de symétrie et/ou le centre de symétrie » à partir de figures géométriques usuelles (figure 5)*
Séance suivante le 09/01/12 (filmée)	*Poursuite de la feuille de route sur la symétrie, correction des exercices inachevés de la séance précédente.* *Tâche de construction du symétrique d'un trapèze (plus simple que la précédente ici analysée)* *Tâche de reconnaissance d'axes et de centres de symétrie à partir d'une photo de rosace.* *Tâche de reproduction d'une figure (représentation de la rosace de la précédente photo).*

Annexe 3. Productions des élèves (19 copies) à la dernière tâche de reconnaissance à partir de figures usuelles.

	Rectangle	***Parallélogramme***	***Triangle***	***Losange***	***coeur***
*Reconnaissance correcte de la présence ou de l'absence d'**axes de symétrie***	15	10	16	16	18
*Reconnaissance erronée d'**axes de symétrie***	3	**8**	1	1	0
pas de réponse	1	1	2	2	1
Total	**19**	**19**	**19**	**19**	**19**
*Reconnaissance correcte de la présence ou de l'absence de **centre de symétrie***	15	3	11	15	13
*Reconnaissance erronée de la présence ou de l'absence d'un **centre de symétrie***	0	**12**	3	0	1
pas de réponse	4	4	5	4	5
Total	**19**	**19**	**19**	**19**	**19**