

## **COURRIER DES LECTEURS**

### **ORDRE DE GRANDEUR D'UN RESULTAT**

#### **applications dans la vie courante**

N.d.l.R. Nous rencontrons souvent, parmi nos collègues, de fortes réticences à rédiger et publier le résultat d'études ou d'expériences conduites en classe. crainte, pudeur ou timidité. Les raisons sont diverses et nous les regrettons car c'est bien l'objectif de «petit x» que de faire partager ces tentatives ou ces témoignages. Nous nous réjouissons, malgré l'anonymat auquel elle a tenu, que M.T.B... ait accepté que nous publions le compte rendu du travail quelle a réalisé.

Dans le premier numéro de «petit x» (1983), un ensemble d'activités à propos de l'estimation avait été présenté pour la classe de CPPN\*.

Le texte que nous présentons ici relate une expérience faite dans une classe de sixième de 22 élèves de l'académie de Grenoble à partir de ces activités.

**Les élèves ne paraissent pas gênés par des réponses irréelles : la fiction cela existe et c'est parfois utile. Aussi peut-on se demander si les enfants de 11 ou 12 ans ont une idée précise des nombres de la vie courante.**

J'ai exploité les tableaux de «petit x», et voilà le bilan que je peux en présenter pour une classe de sixième de 22 élèves. Il s'agit d'un collège rural d'environ 220 élèves, les réponses données sont individuelles, mais les enfants pouvaient échanger avec leurs voisins.

\* Cf. aussi le fascicule «Activités mathématiques en CPPN» publié par l'I.R.E.M. de Grenoble.

Il y a trois types de tâches :

I – Choisir des estimations de prix parmi trois propositions, pour des produits courants par exemple un kilo de farine, un litre de lait...

Voici les questions posées :

1 kg de farine	1 F	3 F	10 F	50 F
1 douzaine d'œufs	0,50 F	3 F	7 F	12 F
1 litre de lait	1 F	3 F	20 F	30 F
1 kg de beef	1 F	2 F	50 F	100 F
Equipement en chaises et tables d'une salle pour 24 élèves	30 F	500 F	5 000 F	50 000 F
Prix d'un litre d'essence	0,50 F	1 F	4 F	10 F
Prix de l'essence pour faire 100 km en 2CV	1 F	3 F	20 F	100 F
Un beefsteack haché	1 F	2 F	4 F	8 F

Et voici quelques réponses :

1 kg de farine	22 bonnes réponses
1 douzaine d'œufs	22 bonnes réponses
1 litre de lait	22 bonnes réponses
1 kg de beef	21 bonnes réponses
Equipement de chaises et tables d'une salle de classe de 24 élèves	17 bonnes réponses
1 litre d'essence	18 bonnes réponses
essence pour faire 100 km en 2 CV	3 bonnes réponses
un beef haché	9 bonnes réponses

Ces résultats nous conduisent à faire plusieurs remarques :

- Les fins de phrases sont souvent négligées «...haché», «...en 2 chevaux» et d'une manière générale la lecture des informations contenues dans les énoncés reste superficielle, ceci explique probablement les deux derniers scores particulièrement mauvais.

- Les enfants rattachent très peu les différentes questions entre elles comme le beef et le beef haché ou le prix d'un litre d'essence et le prix de 100 km en 2 CV.

■ L'idée répandue «l'essence est chère» ou «la viande est chère» semble influencer fortement les enfants qui surestiment ces coûts. L'influence de l'entourage, des médias, marquent les élèves au détriment de la logique. Comment y remédier ? Fait-on assez distinguer ce qui est objectif de tout le subjectif qui nous envahit ?

2 – Indiquer des ordres de grandeur de la longueur, du volume, etc. d'objets familiers. En effectuant éventuellement un calcul rapide de tête.

Voici les questions posées :

- Hauteur d'une maison de 1 étage.
- Hauteur d'une maison de 5 étages.
- Hauteur d'une tour de 20 étages.
- Nombre de semaines dans l'année.
- Surface d'un appartement de 4 pièces.
- Nombre d'élèves dans le collège.
- Volume d'eau dans la piscine de la commune.
- Longueur de la salle de classe.
- Dimensions de la cour du collège.
- Volume d'une baignoire.
- Volume d'un seau.
- Dimensions d'une voiture.

Et voici quelques réponses d'élèves :

Hauteur d'une maison de 1 étage	15 réponses raisonnables
Hauteur d'une maisons de 5 étages	15 réponses raisonnables
hauteur d'une tour de 20 étages	5 réponses raisonnables

On peut remarquer à ce sujet, que les enfants donnent une estimation assez bonne pour des hauteurs faibles, mais dès que la taille des nombres devient importante, ils semblent perturbés et leur estimation est mise en défaut.

Nombre de semaines dans un an ?      11 réponses exactes

Une moitié seulement des enfants sait qu'il y a 52 semaines dans un an ! Pour la plupart des autres un ordre de grandeur correct est donné : 50, 49 et, avec un petit calcul, 48 (comme 12 mois de 4 semaines). Mais 24 semaines apparaît une fois, et un enfant ne sait pas répondre.

Longueur de la classe	bonne réussite
Dimensions de la cour du collège	Le plus souvent seule la longueur est donnée et il n'y a que 6 réponses acceptables

Volume d'une baignoire	4 réponses acceptables seulement
Volume d'un seau	6 réponses acceptables
Dimension d'une voiture	20 réponses acceptables

Ici surgissent des erreurs d'unité surtout en ce qui concerne les volumes. Ces difficultés font apparaître des incohérences, par exemple : sur une même feuille, 5 l pour le volume d'une baignoire et aussi 5 l pour le volume d'un seau.

On remarque ici aussi que pour les objets familiers, comme la voiture, et pour les unités de longueur les erreurs sont moins fréquentes.

On a l'impression que les enfants accordent peu d'importance à l'unité dans laquelle s'exprime une mesure. Comment y remédier ?

3 — Un travail plus abstrait sur les nombres avec recherche de l'ordre de grandeur d'un produit.

A — Un premier travail a été fait sur la notion d'ordre de grandeur d'un produit avec des opérations du genre :

$21 \times 39$  est environ  $20 \times 40$  ou 80  
 $375 \times 2\,084$  est environ  $400 \times 2\,000$  ou 800 000  
 $24,6 \times 325$  est environ  $20 \times 300$  ou 6 000  
 $285,2 \times 587,3$  est environ  $300 \times 600$  ou 180 000.

Mais ensuite à la question suivante :

2 643,51

X 21,43 «est gros comme» : 50 000 ; 5 000 ; 500 000 ; 5 000 000.

Plus d'un tiers des enfants est en échec.

Si les nombres sont plus petits comme dans  $43,12 \times 31,42$  les échecs sont moins importants (4 sur 22).

Il semble aussi qu'un travail un peu systématique comme celui proposé dans «petit x» à propos de la recherche d'un ordre de grandeur, permette aux enfants de progresser puisqu'à la question :  $2\,683,722 \times 3\,254,528$  on obtient un nombre important de réussites (17 sur 22) dans la recherche de l'ordre de grandeur.

Il reste une difficulté (12 échecs sur 22) quand l'un des nombres se termine par zéro et que l'autre a une virgule comme dans l'exemple suivant :  $7\,230 \times 45,2$ . Le zéro est alors négligé.

B – Un deuxième travail a permis de faire réfléchir les enfants sur l'ordre de grandeur d'un produit quand l'un des facteurs est plus petit que 1.

Un enfant de sixième est supposé avoir acquis la multiplication par un nombre supérieur à 1 : le résultat est toujours plus grand que le nombre donné. A-t-il acquis la notion suivante si utile pour les problèmes d'échelles : multiplier par un nombre inférieur à 1 diminue le nombre initial ?

Dans cette tâche on fait étudier systématiquement aux enfants le produit d'un même nombre par un autre nombre supérieur à 1 puis compris entre 0 et 1. Il s'agit alors d'observer si le produit est plus grand ou plus petit que le premier nombre. On utilise dans cette activité une machine à calculer, l'objectif étant de faire de nombreuses opérations pour observer l'ordre de grandeur du produit.

L'échec est important, il apparaît que 10% seulement des élèves comprennent le sens d'une multiplication par un nombre plus petit que 1 comme 0,5 ou 0,8. Dès que le chiffre des unités est zéro, un enfant propose 0 comme résultat par exemple pour l'opération :  $220 \times 0,5$  ou  $220 \times 0,4$ .

Ces multiplications ne sont pas maîtrisées en sixième alors que le chapitre des échelles est déjà traité. Cela me laisse à réfléchir et me fera changer de nombres pour les exemples de multiplication dans D en sixième.

Je pensais qu'il y avait des difficultés pour trouver l'ordre de grandeur d'un tel produit mais pas de cette taille. Le calcul systématique de telles multiplications semble s'imposer.

M.T.B...  
Collège de...