

A PROPOS DES LOIS DE COMPOSITION AU C.P.

Le comité de rédaction

La seule loi de composition classiquement rencontrée au C.P. est l'addition. Commencer par cette loi présente un certain nombre d'inconvénients : en particulier, l'addition est définie dans l'ensemble des naturels que les enfants n'appréhendent pas globalement puisqu'il est infini ; de plus, dans ce cas, on ne peut construire que des tables partielles, ce qui cache le fait que l'addition est une loi de composition dans $\mathbb{N}$.

Pour pallier ces inconvénients, il est souhaitable d'étudier au préalable des lois de composition sur des ensembles finis. En effet, se placer dans un ensemble fini que les enfants peuvent eux-mêmes construire, dans le cas d'exemples non numériques, permet de mieux dominer la situation et de faire apparaître différentes représentations de la loi ; en particulier, les enfants commencent à se familiariser à la construction puis à l'observation et à l'utilisation d'une table. De plus, par des exemples non numériques, on évite une définition trop abstraite du composé de deux éléments, la règle de composition pouvant être liée à une manipulation.

Dans les pages qui suivent, figure le compte rendu de trois séances de mathématique qui se sont déroulées dans un cours préparatoire de l'école Jules Ferry de Voiron au cours de la première quinzaine d'avril 1975.

Lors de la première séance, les enfants construisent un ensemble de huit éléments, il s'agit essentiellement d'un exercice de combinatoire. Au cours de la deuxième séance, une loi de composition est définie sur cet ensemble, l'étude de cette loi ne commence qu'à la troisième séance. Cette étude peut paraître compliquée puisqu'elle conduit à la construction d'une table de 64 cases ; sans doute ce choix a-t-il été fait par la maîtresse parce que l'exercice de dénombrement de la 1ère séance aurait perdu de son intérêt en limitant le nombre d'éléments de l'ensemble.

COMPTE-RENDU DES TROIS SEANCES (par Georges REVOL, R.P.P. à Voiron).

1ère SEANCE.

Travail de combinatoire débouchant sur des activités de rangement et de désignation.

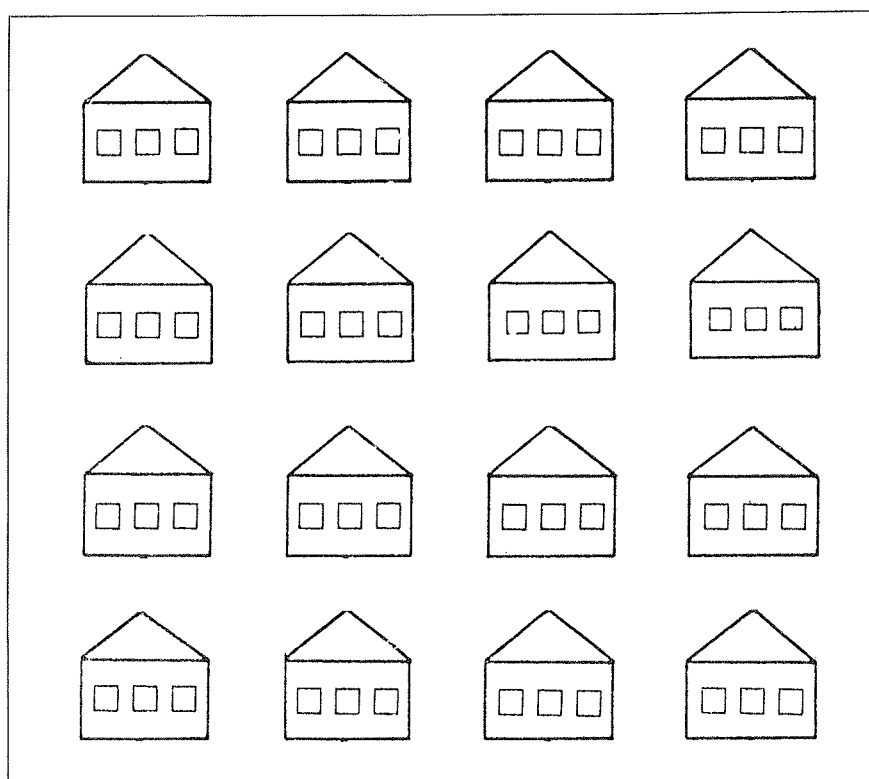
Matériel.

La maîtresse distribue à chaque élève une feuille photocopiée sur papier transparent portant une douzaine de maisons à trois volets.

Déroulement.

■ La maîtresse demande aux élèves de construire le maximum de maisons différentes en respectant la règle suivante : une maison peut avoir zéro volet fermé, un volet fermé, deux volets fermés, trois volets fermés.

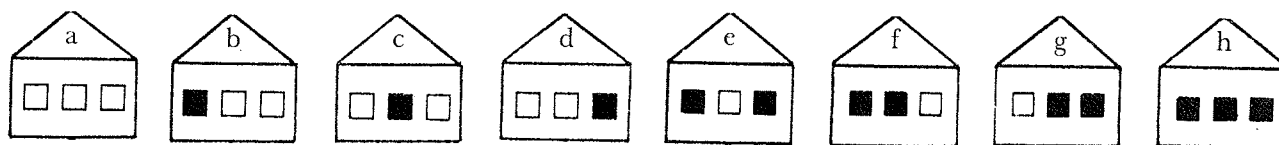
On convient de fermer un volet en le coloriant (utiliser un feutre de couleur vive).



■ Huit maisons différentes sont trouvées.

■ La maîtresse demande aux élèves de ranger ces maisons. Plusieurs ordres sont proposés. La maîtresse choisit arbitrairement l'un de ces rangements et l'on

convient ensemble des signes servant à désigner les maisons (signes choisis : a, b, c, d, e, f, g, h).



■ Les maisons sont découpées.

Remarque.

En cette période de l'année, la recherche des différentes solutions, le rangement et la désignation des maisons sont réussis par 23 élèves sur 25.

2ème SEANCE.

Définition d'une loi de composition dans l'ensemble des maisons construites précédemment.

Matériel.

Chaque enfant dispose sur son bureau d'une feuille de maisons non coloriées ainsi que des maisons coloriées et découpées lors de la 1ère séance.

Manipulation.

1) On pose une maison sur une autre maison, par exemple, la maison c sur la maison d et l'on reproduit sur une maison non coloriée la maison ainsi obtenue. On constate ensuite que cette maison faisait partie du lot des maisons déjà constituées ; (maison g).

2) On pose ainsi maison sur maison et l'on constate chaque fois que la maison obtenue fait partie des maisons déjà constituées (loi interne). Les premières fois on dessine sur une maison non coloriée la nouvelle maison et l'on recherche si on a déjà cette maison ; ensuite on pose telle maison sur telle maison et les élèves écrivent sur leur ardoise le signe de la maison obtenue.

3) «Peut-on poser «a» sur «a» ? ».

Certains élèves proposent de dessiner une nouvelle maison «a» pour d'autres, sans manipulation, il est évident que «ça fait «a».

3ème SEANCE.

Etude plus systématique de la loi de composition définie lors de la 2ème séance.

Matériel.

Chaque enfant a sur son bureau, le jeu des huit maisons construites lors de la première séance. La maîtresse leur distribue une feuille sur laquelle est photocopié le tableau cartésien représenté ci-dessous.

Déroulement.

■ Chaque enfant colorie les volets des maisons représentées dans les entrées du tableau en se référant à son propre jeu de maisons.

■ Lorsque les entrées du tableaux sont coloriées correctement l'activité de la séance précédente est reprise collectivement dans le but de remplir la ligne de la maison a :

— Un enfant pose a sur h et dit «ça fait trois volets fermés, c'est comme h».

— Tout le monde dessine la maison obtenue dans la case correspondante.

— «Comment s'appelle cette maison ? » demande la maîtresse.

— «h, par ce que c'est celle qui a trois volets fermés» répond un enfant.

— On recommence avec les maisons a et g puis avec a et f. Les enfants voient rapidement «qu'on obtient toujours l'autre maison». On entend des «c'est facile».

— La reproduction des maisons dans les cases du tableau est longue, la maîtresse demande aux enfants de trouver un moyen plus rapide pour remplir les cases. Certains proposent de remplacer les dessins des maisons par les lettres correspondantes. Cette proposition est retenue malgré les protestations d'une minorité qui dit «on n'y verra plus rien».

■ La deuxième ligne du tableau est remplie collectivement : on manipule et on écrit la lettre désignant la maison obtenue dans la case correspondante.

■ Ensuite les enfants complètent le tableau.

— La plupart des enfants continuent de remplir les cases vides ligne par ligne.

— Un seul s'aperçoit que «b sur d et d sur b, c'est la même chose» mais il n'utilisera pas sa remarque par la suite.

— Quelques erreurs sont faites au moment du passage de la maison obtenue par manipulation à l'écriture de la lettre dans la case.

— On entend Renaud répéter à chaque fois qu'il transcrit un résultat «c sur b est égal à f», «d sur e est égal à e»,... puis s'exclamer tout à coup : «y a un plus fort» et il remplit alors d'un seul coup, sans manipulation les cinq cases encore vides de la colonne de la maison h.

■ Lorsqu'environ un tiers des enfants a rempli toutes les cases, les autres faisant de plus en plus d'erreurs par fatigue, la maîtresse affiche un grand tableau qu'elle a rempli au préalable. Elle demande aux enfants de l'observer et de faire des remarques. Certains enfants signalent que «lorsqu'on pose une autre maison sur a on a toujours l'autre maison», Renaud fait part de sa remarque sur «le plus fort», mais les enfants sont las et le tableau a trop de cases pour être appréhendé globalement par de si jeunes enfants, personne ne voit la commutativité de la loi. Il faudra que la maîtresse fasse refaire des manipulations pour que les enfants remarquent cette propriété.

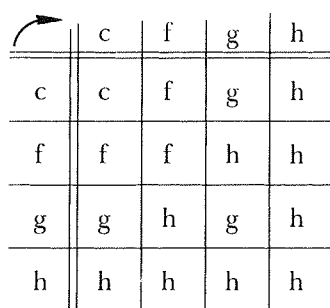
Remarques.

Au cours de cette 3ème séance, le grand nombre de maisons a imposé à la maîtresse une attitude directive (tableau tout prêt distribué, remplissage systématique ligne par ligne). Tout en conservant les huit maisons, pour ne pas appauvrir la deuxième séance et ne pas faire perdre tout intérêt à la première, on pourrait envisager, lors de la dernière séance, de n'étudier la loi que dans l'ensemble des maisons ayant, par exemple, le volet du milieu fermé.

Ainsi les enfants pourraient plus facilement :

- Découvrir seuls toutes les manipulations possibles.
- Trouver un moyen de les noter.
- Organiser tous les résultats dans un tableau qu'ils sont capables d'élaborer eux-mêmes. A cette période de l'année le tableau orienté à double entrée est un outil suffisamment familier pour qu'ils associent chaque couple de maisons à une case du tableau.

Les enfants obtiendraient alors le tableau suivant :



	c	f	g	h
c	c	f	g	h
f	f	f	h	h
g	g	h	g	h
h	h	h	h	h

Les propriétés de la loi

- commutativité ;
 - existence d'un élément neutre c ;
 - existence d'un élément absorbant h ;
- leur apparaîtraient peut-être plus facilement.