ACTIVITÉ … Multiplication par 11

Valentina CELI
Université Bordeaux IV – IUFM d'Aquitaine

Dans un ancien ouvrage* consacré au calcul rapide, nous avons trouvé une méthode pour multiplier par 11 un nombre de deux chiffres. Voici l'extrait en question :

> Il faut distinguer deux cas.
> *1^e^ cas. La somme des deux chiffres qui forment le facteur différent de 11 ne dépasse pas 9.*
> Additionner ces deux chiffres et placer au milieu des deux la somme trouvée.
> Par exemple, pour 17 × 11, on additionne 1 et 7, ce qui fait 8. On écrit le 8 entre le 1 et le 7. Le produit cherché est 187.
>
> *2^e^ cas. La somme des deux chiffres qui forment le facteur différent de 11 est au moins égale à 10.*
> Additionner ces deux chiffres et placer au milieu des deux l'unité de la somme trouvée, puis augmenter de 100 le nombre ainsi formé.
> Par exemple, pour 84 × 11, on additionne 8 et 4, ce qui fait 12. On écrit le 2 entre le 8 et le 4 et on obtient 824, on ajoute ensuite 100.
> Le produit cherché est 924.

1. En utilisant une méthode de ton choix, vérifie que
   – le produit de 17 × 11 est bien 187
   – le produit de 84 × 11 est bien 924.
2. Justifie de façon générale la méthode décrite ci-dessus.
3. Pour quelles valeurs du facteur différent de 11, a-t-on un produit de quatre chiffres ?

* Martel F. (1907), *Procédés de calcul rapide*, Librairie Armand Colin, Paris, p. 63

ACTIVITÉ … Multiplication par 11 – *Éléments de solution*

Valentina CELI
Université Bordeaux IV – IUFM d'Aquitaine

En recourant à des techniques de calcul réfléchi et mémorisé, on obtient :

$17 \times 11 = 17 \times (10 + 1) = 170 + 17 = 187$

$84 \times 11 = (80 + 4) \times 11 = 880 + 44 = 924.$

On peut autrement effectuer les calculs en recourant à une technique de calcul posé.

Dans le calcul à effectuer, un facteur est 11 et l'autre est $\overline{ab} = 10\,a + b$, avec $1 \leq a \leq 9$ et $0 \leq b \leq 9$.

$11 \times \overline{ab} = (10 + 1) \times (10\,a + b) = 100\,a + 10\,b + 10\,a + b = 100\,a + 10\,(a + b) + b.$

Deux cas se présentent.

cas 1. Si $a + b \leq 9$, alors le produit $11 \times \overline{ab}$ obtenu est un nombre à trois chiffres dont :

- le chiffre des unités correspond à b ;
- le chiffre des dizaines correspond à $a + b$;
- le chiffre des centaines correspond à a.

cas 2. Si $a + b \geq 10$, alors $a + b$ est un nombre à deux chiffres égal au plus à 18. Puisque, dans le produit, il est au rang des dizaines, il faut reporter 10 dizaines – soit une centaine – au rang des centaines. Donc :

- le chiffre des unités correspond à b ;
- le chiffre des dizaines correspond au chiffre des unités de la somme $a + b$;
- le nombre des centaines correspond à $a + 1$.

Si $a + b \geq 10$ et $a = 9$, le produit sera un nombre à quatre chiffres, notamment le chiffre des milliers est égal à 1 et le chiffre des centaines est égal à 0.

Il faut donc que le facteur différent de 11 soit l'un des nombres entiers suivants : 91, 92, 93, …, 99.