JOUONS AVEC DES FRACTIONS

Joële TRÉMÈJE
PIUFM-IUFM Célestin Freinet - NICE

Claire WINDER
PIUFM, IUFM de Nice

Henry DAVIO
PEMF, École Marie Curie - Draguignan

Denise ROSSO
PEMF, École Marie Curie – Draguignan

Les erreurs d'élèves repérées dans les évaluations nationales d'entrée en 6ème sont à l'origine de notre travail. En effet, chaque année, dans les exercices destinés à évaluer la compétence « *passer, pour un nombre décimal, d'une écriture fractionnaire (fraction décimale) à une écriture à virgule (et réciproquement)* », nous retrouvons fréquemment chez les élèves, l'égalité $\frac{13}{10} = 13{,}10$.

Nous situons l'origine de ce type d'erreur à deux niveaux :

- la maîtrise insuffisante du concept de fraction, ce qui engendre des difficultés à concevoir la signification de la partie entière et des parties fractionnaires d'une fraction ;
- l'utilisation insuffisante des équivalences entre les différentes écritures d'une fraction, en amont du travail sur les nombres décimaux.

Autrement dit, nous pensons que c'est en travaillant le sens et les différentes écritures d'une fraction que l'on pourra accéder plus facilement à l'écriture décimale comme codage d'une somme d'entier et de fractions décimales inférieures à l'unité. C'est pourquoi nous avons créé le « Jeu des fractions ».

Il s'agit d'un jeu évolutif permettant aux élèves de fréquenter soit des fractions usuelles (sixièmes, huitièmes, mais aussi tiers, quarts, demis), soit des fractions décimales. Avec ce jeu, ils vont apprendre à utiliser des équivalences de fractions et à décomposer une fraction sous forme de la somme d'un entier et d'une fraction inférieure à un. Le dispositif a été expérimenté dans plusieurs classes, du CM1 à la sixième.

Cet article débute par un état des lieux dans le domaine de la connaissance des fractions et des nombres décimaux (concept, programmes, activités existantes) et reflète ainsi la démarche adoptée dans notre travail. Nous présentons ensuite les raisons qui ont dicté nos choix pédagogiques. Puis, nous détaillons le dispositif utilisé en procédant

Grand N n° 84, 2009, pp. 47-75

à une analyse didactique. Enfin, nous avons choisi de présenter et d'analyser le compte-rendu d'une expérimentation dans une classe de CM1.

Le point sur les fractions et les décimaux

Pour expliciter nos choix didactiques, il est indispensable d'aborder au préalable les différentes significations d'une fraction. Les travaux sur lesquels nous nous sommes basés sont notamment issus des recherches de l'équipe de l'IREM de Rennes. La présentation qui en est faite est celle proposée dans la brochure signalée dans la bibliographie.

La lecture des instructions officielles sous cet éclairage nous permet ensuite de préciser les objets mathématiques sur lesquels nous allons travailler.

Enfin, l'état des lieux de la progression sur les fractions et les décimaux dans certains manuels nous conduit à définir le cadre dans lequel nous décidons de les aborder.

Le concept de fraction

Un nombre rationnel permet de rendre compte d'opérations mentales très diverses : parts, proportion, rapport, division, etc.

La "fraction" $\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{b}}$ comme « a b-ièmes »

Il s'agit d'un partage d'une unité, suivi d'une multiplication : $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$.

Le nombre a est sans dimension et il opère sur $\frac{1}{b}$, où b fait référence à une grandeur ou à sa mesure. Cette signification est facilitée par la lecture orale en usage : $\frac{2}{3}$ est habituellement lu « 2 tiers », $\frac{7}{10}$ est lu « 7 dixièmes ».

La "fraction" $\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{b}}$ comme « a divisé par b », comme le nombre b fois plus petit que a

$$\frac{a}{b} \times b = a$$

Le nombre a renvoie à une grandeur ou à sa mesure, alors que b est sans dimension : la fraction renvoie donc à une grandeur de même nature que a.

La lecture orale de $\frac{2}{3}$ comme « 2 divisé par 3 » est très peu utilisée.

Cette signification du rationnel privilégie les écritures suivantes : $2 \div 3 = \frac{2}{3}$ et $\frac{2}{3} \times 3 = 2$.

La "fraction" $\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{b}}$ comme « notation fonctionnelle » (ou composition d'opérateurs)

$$x \to (\frac{a}{b}) \times x$$

Les nombres *a* et *b* renvoient à des grandeurs de natures différentes ou de même nature. La fraction désigne :

- soit une proportion (qui permet souvent de définir une grandeur quotient comme la vitesse, un rendement, etc.), et se lit le plus souvent « *a pour b* » ;

- soit un rapport (qui est un nombre sans dimension), par exemple dans le cadre d'un agrandissement.

$\frac{a}{b}$ est ainsi l'abréviation de la fonction « *multiplier par a sur b* », également lue « *multiplier par a diviser par b* », qui est la fonction composée des deux fonctions $mult_a$ et div_b .

Les instructions officielles

Dans les programmes 2008 de l'école primaire, le travail sur les nombres décimaux et les fractions est simplement présenté sous forme d'une liste des différents points à aborder :

> *« - fractions simples et décimales : écriture, encadrement entre deux nombres entiers consécutifs, écriture comme somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1, somme de deux fractions décimales ou de deux fractions de même dénominateur ;*
> *- nombres décimaux : désignations orales et écritures chiffrées, valeur des chiffres en fonction de leur position, passage de l'écriture à virgule à une écriture fractionnaire et inversement, comparaison et rangement, repérage sur une droite graduée ; valeur approchée d'un décimal à l'unité près, au dixième près, au centième près. »*
> (B.O n°3, 19 juin 2008, p. 23)

C'est dans les programmes 2007 et 2002, que nous trouvons une explication concernant les objectifs à atteindre en fin de cycle 3 dans ce domaine sensible :

> « *Au cycle 3, les élèves mettent en place une première maîtrise des fractions et des nombres décimaux : compréhension de leurs écritures, mise en relation des écritures à virgule avec des sommes de fractions décimales…*
> *Les fractions sont essentiellement introduites, au cycle 3, pour donner du sens aux nombres décimaux.* » (B.O n°5, 12 avril 2007, p. 137)

Les nombres décimaux doivent ainsi être présentés comme codage d'une fraction décimale, comme sur l'exemple suivant :

$$\frac{258}{100} = 2 + \frac{58}{100} = 2+ \frac{5}{10} + \frac{8}{100} = 2{,}58.$$

De plus, « *outre les fractions décimales, les fractions utilisées ont un dénominateur compris entre 2 et 5 (ou des puissances de ces nombres comme 4, 8, 16, 9, 25)* »[1].

Nous avons alors convenu de définir trois familles de fractions sur lesquelles nous allions travailler :

- les fractions du type $\frac{a}{2^n}$ comme $\frac{3}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{6}{8}$, etc. ;
- les fractions du type $\frac{a}{3n}$ comme $\frac{4}{3}$, $\frac{5}{6}$, etc. ;
- les fractions décimales.

[1] Voir MEN (2002) Documents d'application des programmes, Mathématiques, cycle 3, Scéren CNDP, p. 21.

Par ailleurs, « *au cycle 3* […] *la fraction est introduite en référence au partage d'une unité, le dénominateur indiquant la nature du partage et le numérateur le nombre de parts considérées* » ($\frac{3}{4}$ lu « trois quarts » est compris comme trois fois un quart)[2].

À l'école primaire, la fraction $\frac{a}{b}$ est donc vue uniquement comme « *a b-ièmes* ». C'est seulement au collège, notamment en sixième, que « *la signification de l'écriture fractionnaire est étendue à la fraction considérée comme quotient* »[3]. En outre, « *les fractions, puis les nombres décimaux, apparaissent comme de nouveaux nombres introduits pour pallier l'insuffisance des nombres entiers, notamment pour mesurer des longueurs, des aires, et repérer des points sur une demi-droite graduée* »[4].

Dans notre dispositif, conformément aux programmes, les fractions du type $\frac{a}{2^n}$ et $\frac{a}{3n}$, ainsi que les fractions décimales , seront considérées selon **la « *vision a b-ièmes* » dans le cadre de la mesure des grandeurs**.

Dans les manuels

Pour mieux cerner les insuffisances potentielles des progressions proposées par les enseignants dans le domaine des fractions et des décimaux, nous avons étudié celles de quelques ouvrages qui suivent les lignes directrices des programmes 2002. Ceux-ci, plus ou moins récents, proviennent de différents éditeurs[5].

Dans les premières activités proposées dans ces manuels en CM1, les fractions permettent de pallier l'insuffisance des entiers pour résoudre des problèmes de **mesure de longueurs**. En revanche, le travail dans le cadre de la mesure des aires n'y est pas systématiquement approfondi[6].

Nous avons alors décidé de créer une activité dans le cadre de la mesure des aires.

Nos choix pédagogiques

Ce sont encore les documents d'application des programmes 2002 qui ont contribué à définir nos pistes de travail. La place de la manipulation dans le travail mathématique y est très bien définie : « *Le travail mathématique est évidemment un travail de l'esprit. Mais celui-ci, en particulier à l'école élémentaire, s'exerce souvent à partir de questions posées sur des objets ou des expériences …* ».

---

[2] Voir MEN (2002) Documents d'accompagnement des programmes, Mathématiques, Articulation école-collège, Scéren CNDP.

[3] Ibid.

[4] Ibid.

[5] *Euromaths* CM1-CM2 chez Hatier (2006/2007), *Diagonale* CM1-CM2 chez Nathan (2003/2004), *Cap Maths* CM1-CM2 chez Hatier (2003/2004), *Pour comprendre les maths* CM1-CM2 chez Hachette (2004/2005), *Apprentissages numériques et résolution de problèmes* CM1-CM2 de l'équipe ERMEL chez Hatier (1997).

[6] Dans ERMEL notamment, c'est seulement au CM2, alors que l'écriture décimale a déjà été présentée aux élèves, que les fractions sont présentées dans le cadre de la mesure des aires à travers une activité intitulée « *Ça n'a pas l'aire juste* ». Cette activité se décompose en deux parties reposant sur deux problèmes différents. Dans la première, il s'agit de trouver des manières de partager un rectangle en 2 ou 4 parties de même aire (le partage est à faire). Dans la seconde, un partage est donné et il s'agit de prouver s'il est composé de parties de même aire ou non.

Bien que les travaux existants accordent une place importante à la manipulation (par exemple, « *Bande unité* » dans ERMEL), nous avons jugé pertinent de proposer également une **activité manipulatoire**, dans le cadre de la mesure des aires.

Les programmes de l'école élémentaire 2007 précisent que « *la résolution de problèmes est au centre des activités mathématiques* » et que « *les situations sur lesquelles portent les problèmes proposés peuvent être issues* » entre autres « *de jeux* ». En effet, selon Brougère[7], le jeu est un lieu où l'enfant décide ; il permet l'implication du joueur, place l'enfant dans une situation où il peut essayer quelque chose sans risque, et favorise la communication.

Pour ces différentes raisons, nous avons décidé de créer **un jeu** qui vérifie les critères définis par Brougère. Nous avons notamment veillé à respecter le « *critère de frivolité* »[8], en essayant d'éviter l'activité mathématique déguisée.

Présentation du jeu des fractions

Nombre de joueurs

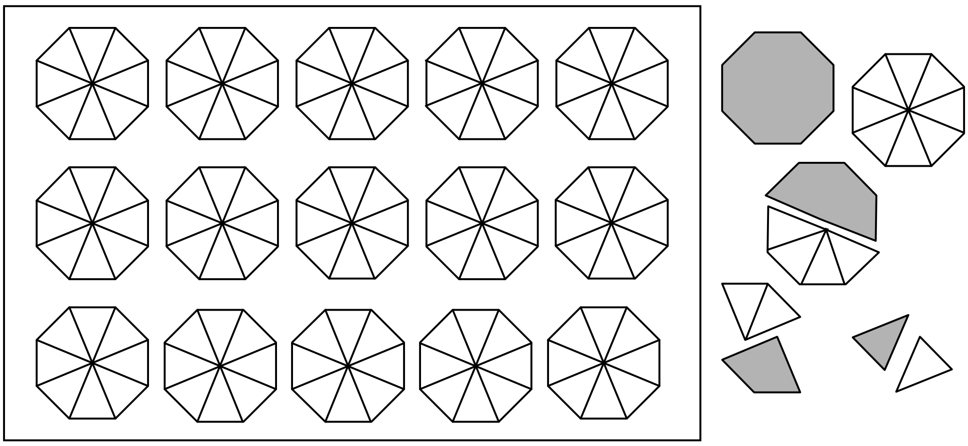
Ce jeu oppose deux équipes de deux joueurs.

Présentation du matériel

Ce jeu est composé[9] :

- D'un plan de jeu sur lequel sont représentées quinze figures géométriques identiques partagées en 6, 8 ou 10 parts égales (différents plateaux sont présentés dans la partie suivante) ;

- De pièces réversibles bicolores (une couleur par équipe) constituées de différents nombres de parts, la plus grande de ces pièces correspondant à la figure géométrique de base du plateau ; le découpage en parts égales de chaque pièce apparaît sur une des deux faces ;



Document n°1 - Un plan de jeu avec des octogones partagés en huit parts égales et les différentes pièces bicolores

[7] Voir BROUGÈRE G. (1995), ROYE L. & MAURIN C. (2002) et Annexe III.
[8] Cinquième critère de Brougère (voir Annexe III).
[9] Le matériel utilisé dans ce jeu est précisément décrit et illustré dans les annexes I et II.

- De deux tas de cartes de couleurs différentes fournies au début de chaque partie par l'enseignant (dans certaines versions, trois tas de cartes sont mis à disposition des élèves) ; sur chacune de ces cartes est inscrite une fraction[10] ;

$\frac{7}{8}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{11}{8}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{6}{4}$

Document n°2 - Quelques cartes de différentes couleurs du jeu des huitièmes

- De quelques cartes vierges ;
- D'une feuille de score.

	Points	Bonus	
1ère manche			
2ème manche			
3ème manche			
TOTAL			SCORE FINAL

Document n°3 - La feuille de score

Principe du jeu

Il s'agit de recouvrir le plan de jeu avec des pièces de sa couleur en fonction des tirages des cartes.

Le choix des pièces est laissé au libre arbitre de chaque joueur[11].

Par exemple : si le tirage donne $\frac{9}{8}$, le joueur peut choisir neuf pièces « un huitième », ou deux pièces « quatre huitièmes » et une pièce « un huitième », ou une pièce « un » et une pièce « un huitième », …

Déroulement du jeu

Chaque partie de jeu se déroule en trois manches de la façon suivante :

• **Début de la partie** : chaque équipe tire une carte. Celle qui obtient la plus grande fraction choisit sa couleur de pièces et commence.

• À tour de rôle, chaque équipe tire une carte de chaque couleur et place les cartes devant elle (elle les conserve jusqu'à la fin de la partie). En fonction du tirage, les joueurs doivent poser sur le plan de jeu le plus possible de pièces entières.
Toute pièce posée ne peut être déplacée.

• **Fin d'une manche** : une manche s'achève dès qu'une équipe tire deux cartes dont la somme est égale ou supérieure à la fraction manquante pour finir de remplir le plan

[10] Voir le paragraphe « Différents niveaux de jeu ».
[11] Ainsi, le second critère de Brougère (1995) est vérifié (voir Annexe III).

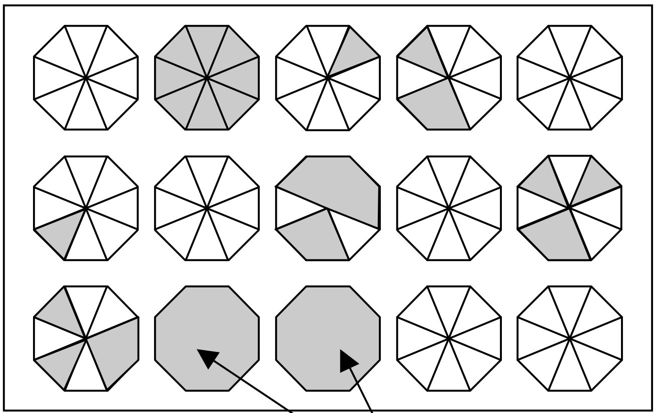
de jeu. Si le tirage est supérieur à la fraction attendue, les joueurs échangent les deux cartes tirées contre une seule carte vierge sur laquelle ils inscrivent cette fraction.
Attention, les deux cartes inutiles doivent être remises dans la pioche !

• **Calcul du score** : chaque équipe doit compléter sa feuille de score[12] en inscrivant séparément le nombre de points correspondant au plateau de jeu (première colonne) et le nombre de points de bonus (deuxième colonne).

- Calcul des points correspondant au plateau de jeu : une figure entièrement recouverte vaut 1 point ; un huitième de figure recouverte vaut $\frac{1}{8}$ point ; une demi-figure recouverte vaut $\frac{4}{8}$, soit $\frac{1}{2}$ point etc.

- Calcul des bonus : 2 points de bonus sont accordés pour chaque figure recouverte d'une seule pièce.

Exemple :



Équipe « grise »	Points *(sur le plateau)*	Bonus
Manche 1	$3+\frac{19}{8}=5+\frac{3}{8}$ points	$2\times 2=4$ points

Document n°4 - Un exemple de fin de manche

• **Fin de la partie** : à la fin de la partie, les élèves doivent ajouter tous les points obtenus dans chacune des deux colonnes, puis calculer le score final. L'équipe vainqueur de la partie est celle qui a totalisé le plus de points à la fin des trois manches.

Une règle qui évolue

La règle ci-dessus propose 2 points de bonus pour chaque figure du plan de jeu recouverte d'une seule pièce, permettant ainsi d'inciter l'élève à décomposer une fraction sous forme de la somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1. Toutefois, il apparaît que cette règle occulte toute stratégie chez les joueurs, risquant ainsi d'entraîner un manque de motivation des élèves.

Nous avons alors cherché à améliorer le dispositif en proposant la modification suivante : il s'agit de bonifier les formes recouvertes de pièces d'une même couleur. Chacun peut

[12] Pour respecter le critère de frivolité défini par Brougère (1995), on ne demande pas aux élèves d'écrire le traitement des résultats des différents tirages de chaque partie.

en effet contrer l'adversaire en l'empêchant de remplir une forme avec seulement des pièces de sa couleur[13]. Cette modification n'intervient pas sur le niveau de difficulté mathématique du jeu, mais uniquement sur le plan stratégique. Pour éviter de complexifier inutilement la situation et permettre une meilleure appropriation du jeu, elle pourra être proposée dans un deuxième temps seulement.

Analyse du dispositif

Dans cette partie, nous explicitons les raisons pédagogiques et didactiques qui ont dicté nos choix.

Les pièces bicolores

Nous avons fait le choix de pièces réversibles bicolores, plutôt que de pièces distinctes dévolues à chaque équipe, afin de limiter le matériel.

Le découpage en parts égales de chaque pièce n'apparaît que sur une seule des deux faces[14] : il s'agit d'illustrer certaines égalités entre fractions (« *on voit que 1 demi et 4 huitièmes, c'est pareil* »).

Le rôle des cartes

Le tirage des fractions s'effectue à partir de cartes que les joueurs doivent conserver jusqu'à la fin de la manche. Ce dispositif permet la validation en fin de partie[15] et garantit un réel travail mathématique.

Dans un premier temps, l'extraction de la partie entière à chaque tour de jeu relève avant tout du comptage (directement sur le plateau). Mais en fin de manche, pour **valider** le résultat obtenu en comptant les points sur le plateau, l'élève est amené à **calculer** avec les écritures fractionnaires figurant sur les cartes. Il doit alors établir un lien entre les deux écritures.

D'autre part, pour que la validation soit possible, il est indispensable de respecter la contrainte relative à la fin de chaque manche : le dernier tirage doit être remplacé par une seule carte vierge sur laquelle le joueur inscrit la fraction nécessaire et suffisante pour finir de remplir le plan de jeu. Ainsi, le total des points lus sur le plateau sera le même que le total des points calculé à l'aide des cartes.

Le comptage des points

Lors du comptage des points, on passe de fractions de surfaces manipulées pendant le jeu à des nombres sans « représentation matérielle ». Le travail sur les écritures numériques à partir de la feuille de score permet ainsi le passage à une première forme de décontextualisation[16].

La bonification de 2 points accordée aux joueurs en fin de manche pour chaque pièce entière posée est l'un des éléments clés de notre dispositif. Au cours du jeu, elle a pour rôle d'inciter l'élève à extraire la partie entière de la fraction. En fin de jeu, si l'élève n'a pas

[13] L'utilisation de cette stratégie est spontanée chez les enfants dès lors que le jeu est compris.
[14] Voir les Annexes I et II pour le détail du matériel.
[15] Ce même dispositif avec un tirage au moyen de dés portant des fractions ne permettrait pas la validation en fin de manche.
[16] « *Ce n'est pas la manipulation qui constitue l'activité mathématique mais les questions qu'elle suggère* » (MEN, 2002, p. 10).

exprimé sa réponse sous la forme attendue sur sa feuille de score (par exemple en écrivant $\frac{87}{10}$ au lieu de $8+\frac{7}{10}$), on peut penser qu'au moment du comptage des points, il transformera l'écriture fractionnaire pour pouvoir ajouter ce bonus.

Les points de bonus ne correspondent pas à des mesures d'aire. Nous pensons que leur prise en compte favorise le passage du cadre des grandeurs au cadre numérique.

Trois variantes

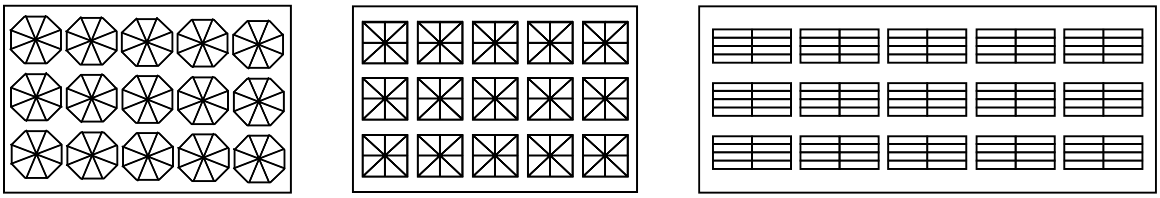
Comme souligné précédemment, nous avons envisagé trois familles de fractions sur lesquelles nous voulons faire travailler les élèves : les fractions du type $\frac{a}{2^n}$, les fractions du type $\frac{a}{3n}$ et les fractions décimales.

Chacune de ces familles correspond à un partage particulier des formes géométriques, ce qui nous a amenés à proposer trois variantes du jeu : le « jeu des huitièmes », le « jeu des dixièmes » et le « jeu des sixièmes ».

D'autre part, pour éviter une représentation prototypique de la fraction qui pourrait faire obstacle à sa conceptualisation, les formes géométriques représentées sont différentes selon les plateaux (voir les documents 5, 6 et 7 ci-dessous).

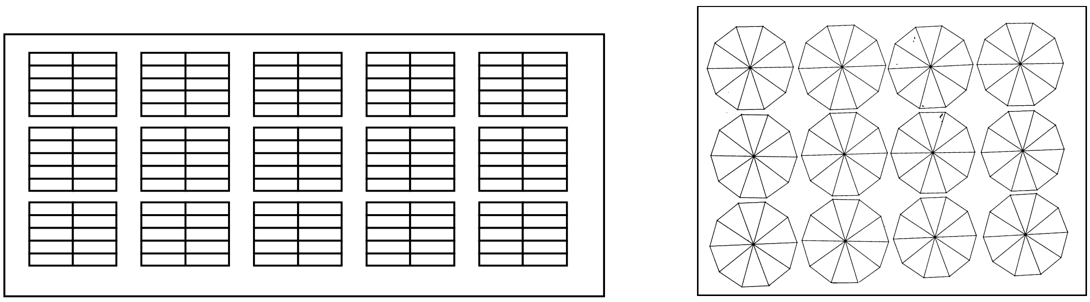
En fonction des variantes du jeu, nous proposons les plateaux composés des formes suivantes :

- Pour le « jeu des huitièmes » : formes carrées, rectangulaires ou octogonales, partagées en huit ;



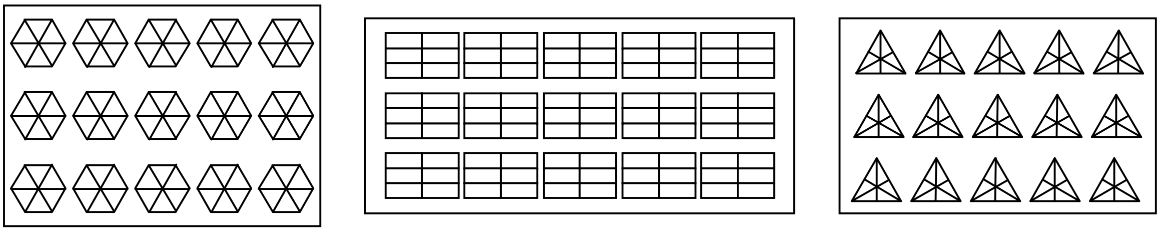
Document n°5 - Les différents plateaux du « jeu des huitièmes »

- Pour le « jeu des dixièmes » : rectangles ou décagones partagés en dix;



Document n°6 - Les plateaux du « jeu des dixièmes »

- Pour le « jeu des sixièmes » : formes triangulaires (triangles équilatéraux), rectangulaires ou hexagonales partagées en six.



Document n°7 - Les plateaux du « jeu des sixièmes »

Les pièces correspondantes spécifiques à chaque plateau de chaque version sont présentées dans l'annexe I.

Bien que la règle du jeu soit la même pour les différentes versions, des documents présentant le matériel utilisé dans chaque cas ont été créés. Un exemple de règle du jeu proposée aux élèves est donné en annexe II.

Un jeu évolutif

Les trois variantes du jeu, ainsi que le choix des cartes mises à la disposition des élèves pour chacune de ces variantes, permettent de travailler différentes compétences.

Après les avoir mises en évidence dans les différents niveaux de jeu, nous proposons des pistes d'exploitation du cycle 3 à la sixième.

Différents niveaux de jeu

Quelle que soit la variante choisie, les cartes rouges et vertes comportent des fractions de même dénominateur (8, 10 ou 6 selon la variante), les cartes jaunes comportent uniquement les fractions $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{2}$et $\frac{3}{2}$, et les cartes bleues comportent des fractions de dénominateurs respectifs 4 (pour le « jeu des huitièmes »), 5 (pour le « jeu des dixièmes ») et 3 (« pour le jeu des sixièmes ») qui sont diviseurs de 8, 10 ou 6.

Le choix des fractions proposées sur les cartes est tel que les tirages de cartes de couleurs différentes (deux ou trois couleurs) conduisent le plus souvent à une fraction supérieure à l'unité. Rappelons qu'il s'agit d'amener les élèves à extraire la partie entière d'une fraction.

D'autre part, en proposant des fractions de dénominateurs différents de 8, 10 ou 6, nous amenons les élèves à utiliser des équivalences de fractions.
Certes, on ne trouve pas dans le programme du cycle 3 de compétence relative aux écritures fractionnaires équivalentes : c'est en 6$^{\text{ème}}$ que l'élève doit être capable de reconnaître dans des cas simples que deux écritures fractionnaires différentes sont celles d'un même nombre. Toutefois, certaines égalités comme $\frac{1}{2}=\frac{2}{4}$ ou $\frac{3}{4}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$, ont été perçues par les élèves dès les situations d'introduction des fractions, dans le cadre des mesures de longueurs. C'est pourquoi, une fois le jeu connu des élèves, il peut être intéressant de fréquenter des égalités de fractions, en proposant aux élèves des calculs avec des fractions de dénominateurs différents.

Ces égalités sont ainsi utilisées avec l'aide du support visuel représenté par les pièces du jeu (on « voit » les $\frac{4}{8}$ dans le $\frac{1}{2}$!). Il ne s'agit pas, bien sûr, à ce niveau de l'apprentissage d'établir l'égalité $\frac{a}{b} = \frac{ka}{kb}$.

Nous avons ainsi pu définir plusieurs niveaux de jeu, correspondant à des niveaux de difficultés mathématiques croissantes. Le tableau ci-après (document n°8) établit les compétences spécifiques travaillées pour chaque niveau.

Pistes d'exploitation

Les différents supports (plateaux, pièces, cartes) prévus permettent d'envisager plusieurs variantes pour ce jeu qui pourra d'ailleurs être utilisé dans plusieurs types de situations : apprentissage, réinvestissement, entraînement, remédiation.

<table>
<tr><th>Niveau</th><th>Cartes utilisées</th><th>Compétences spécifiques travaillées</th></tr>
<tr><td>Niveau 1</td><td>cartes rouges
cartes vertes</td><td>- savoir calculer la somme de fractions de même dénominateur

- extraire la partie entière et la partie fractionnaire d'une fraction supérieure à un</td></tr>
<tr><td>Niveau 2</td><td>cartes rouges
cartes jaunes</td><td rowspan="5">- utiliser des fractions équivalentes pour calculer des sommes de fractions

- extraire la partie entière et la partie fractionnaire d'une fraction supérieure à un</td></tr>
<tr><td>Niveau 3</td><td>cartes rouges
cartes vertes
cartes jaunes</td></tr>
<tr><td>Niveau 4</td><td>cartes rouges
cartes bleues</td></tr>
<tr><td>Niveau 5</td><td>cartes rouges
cartes vertes
cartes bleues</td></tr>
<tr><td>Niveau 6</td><td>cartes rouges
cartes bleues
cartes jaunes</td></tr>
</table>

Document n°8 - Compétences spécifiques travaillées pour chaque niveau

Les fractions de type $\frac{a}{2^n}$ correspondent à des partages en deux successifs. Ce sont donc celles que les enfants s'approprient le plus facilement. Ce fait, corroboré par nos différentes expérimentations, nous a conduits à proposer le « jeu des huitièmes » en début de progression. En revanche la fréquentation des fractions de type $\frac{a}{3n}$, moins pertinente à ce moment-là, se justifie dans des situations de réinvestissement. C'est pourquoi le « jeu des sixièmes » doit être proposé après le « jeu des dixièmes ».

Les tableaux ci-dessous proposent différents dispositifs, en fonction des objectifs visés et du niveau de classe :

<table>
<tr><th colspan="3">APPRENTISSAGE</th></tr>
<tr><th>Objectifs spécifiques</th><th>Dispositif</th><th>Niveau de classe</th></tr>
<tr><td>- Utiliser des fractions inférieures et supérieures à 1
- Effectuer des calculs avec des fractions
- Écrire une fraction sous forme de somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1</td><td>Le « jeu des huitièmes », niveau 1</td><td>CM1</td></tr>
<tr><td>- Utiliser l'écriture décimale
- Calculer la somme de nombres</td><td>Le « jeu des dixièmes », niveau 1</td><td>CM1</td></tr>
<tr><td>- Utiliser des fractions équivalentes</td><td>Le « jeu des huitièmes », niveaux 2 à 6</td><td>CM2</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">RÉINVESTISSEMENT</th></tr>
<tr><th>Objectifs spécifiques</th><th>Dispositif</th><th>Niveau de classe</th></tr>
<tr><td rowspan="2">- Utiliser des fractions inférieures et supérieures à 1
- Effectuer des calculs avec des fractions
- Écrire une fraction sous forme de somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1</td><td>Le « jeu des dixièmes », niveau 1</td><td>CM1
CM2</td></tr>
<tr><td>Le « jeu des huitièmes », « le jeu des dixièmes » et le « jeu des sixièmes », niveau 1, en parallèle</td><td>CM2</td></tr>
<tr><td>- Utiliser l'écriture décimale
- Calculer la somme de nombres décimaux</td><td>Le « jeu des dixièmes », niveau 1</td><td>CM2
remédiation en 6ème</td></tr>
<tr><td>- Utiliser des fractions équivalentes</td><td>Le « jeu des huitièmes », « le jeu des dixièmes » et le « jeu des sixièmes » en parallèle, niveaux 2 à 6</td><td>CM2
6ème</td></tr>
</table>

Les dernières expérimentations en CM1

Au cours de trois années d'expérimentations dans différentes classes de CM1, CM2 et sixième[17] (2003 / 2004 ; 2004 / 2005 ; 2005 / 2006), nous avons veillé à noter les réactions de chacun pour mieux en mesurer l'impact sur les élèves en termes d'acquisition de compétences contextualisées. Trois modes d'observation ont pu être utilisés : présence d'un adulte, témoin, enregistrement vidéo et « feuille de score ». Nous avons ainsi abouti à la version du jeu présentée dans cet article.

Cette dernière version a pu être expérimentée à plusieurs reprises en 2006 / 2007 dans des classes de CM1 et de CM2 avec les fractions du type $\frac{a}{8}$ et $\frac{a}{10}$, en appliquant la règle 1, niveau 1. L'expérimentation que nous détaillons ici s'est déroulée dans la classe de CM1 de Joëlle Davio, PE à l'école primaire des Arcs-sur-Argens (83) au cours des périodes 4 et 5 de l'année 2006 / 2007.

Cette enseignante utilise habituellement le manuel *Euromaths* CM1. Dans ce manuel, le travail sur les différentes écritures d'une fraction, ainsi que le passage de la fraction décimale à l'écriture décimale, s'appuie essentiellement sur le repérage de points sur la droite graduée. L'introduction des fractions par la mesure de longueurs de segments à l'aide d'une bande unité est donc totalement justifiée. En revanche, nous pensons que le cadre des mesures d'aires est insuffisamment exploité notamment pour comprendre la décomposition d'une fraction en somme d'un entier et d'une fraction inférieure à un. C'est pourquoi nous avons construit ensemble la progression présentée ci-dessous[18], dans laquelle le jeu des fractions intervient à plusieurs reprises :

- introduction dans le cadre des mesures de longueur ;
- passage aux mesures d'aires ;
- décomposition d'une fraction en somme d'un entier et d'une fraction inférieure à un : le « jeu des huitièmes » (situation d'apprentissage) ;
- fractions décimales ;
- repérages sur la droite graduée ;
- écriture décimale : le « jeu des dixièmes » (situation de réinvestissement).

Les deux séances avec le « jeu des huitièmes »

L'organisation adoptée dans les deux séances est la même : des groupes de 4 élèves, composés de deux équipes de deux qui s'affrontent.

Première séance : appropriation

Dans un premier temps les élèves se sont familiarisés avec les différents composants du jeu (plateau, pièces, cartes). Puis, une règle pour deux élèves a été distribuée.

La lecture ayant représenté un exercice difficile pour les enfants, le temps prévu pour la séance ne leur a permis de réaliser qu'une manche. Il est donc nécessaire de prévoir un aménagement de la partie pour la séance d'appropriation du jeu.

[17] Le « jeu des sixièmes » avait été proposé aux élèves selon une règle moins élaborée. Elle n'a pas été expérimentée avec la dernière règle du jeu. Il en est de même pour l'utilisation du jeu dans les niveaux 2 à 6.
[18] Voir annexe IV.

Le comptage des points a été effectué seulement à partir des pièces disposées sur le plateau. Même si l'activité des élèves relève à ce moment-là du comptage plutôt que du calcul, cette étape semble indispensable pour permettre l'appropriation du jeu par tous les enfants.

L'analyse des feuilles de score fait apparaître différentes écritures.

Exemple 1 : $\frac{92}{8}$ puis $11 + \frac{4}{8}$.

Exemple 2 : $9 + \frac{17}{8}$ puis $11 + \frac{1}{8}$.

Exemple 3 : directement $9 + \frac{3}{8}$.

Ainsi, lors de cette phase d'écriture, les enfants ont été nécessairement amenés à utiliser les écritures fractionnaires mais, pour beaucoup d'élèves, à ce stade de l'apprentissage, c'est une réorganisation des pièces du jeu éparpillées sur le plateau (et non un calcul) qui a permis d'aboutir à l'extraction de la partie entière de la fraction.

Deuxième séance

La règle ayant été rappelée rapidement par les élèves, la séance a permis à chaque groupe de réaliser une partie en trois manches.

Les différents essais de stratégie imaginés par les élèves font apparaître des modifications d'objectifs en cours de partie (« avancer » dans le jeu ou bloquer l'adversaire). On a alors pu constater une forme d'entraide entre deux équipes adverses, le plaisir de « bien jouer » occultant l'intérêt personnel.

À la fin de chaque manche, lors du comptage des points, pour faire évoluer les procédures des élèves du comptage au calcul, l'enseignante a précisé la double tâche de chaque équipe. Il s'agit d'une part de compter ses points sur le plateau, et, d'autre part, de vérifier le total obtenu par l'équipe adverse à l'aide des cartes conservées tout au long de la manche. Ainsi, chaque élève effectue à un moment donné un réel travail sur les écritures fractionnaires.

Lorsque le calcul avec les cartes ne correspond pas aux points sur le plateau, la manche est annulée. Cette clause permet en effet de mettre l'accent sur la nécessité pour chacun d'être vigilant à chaque tour de jeu, qu'il s'agisse de lui ou de l'adversaire. On voit ici tout l'intérêt du travail de groupe en tant qu'organisation destinée à provoquer des échanges entre les enfants dans le but d'aider chacun à acquérir les compétences visées.

L'analyse des feuilles de jeu des six groupes a permis de constater que la plupart des élèves avaient produit deux écritures (par exemple : $\frac{63}{8} = 7 + \frac{7}{8}$), avec toutefois quelques erreurs de calcul dues à une mauvaise maîtrise des tables de multiplication.

Lors du comptage des points en fin de partie, certaines écritures que l'on pourrait qualifier de « non minimales », comme $5 + \frac{13}{8}$ par exemple, sont apparues mais ont été transformées avec l'étayage de l'enseignant.

La séance avec le « jeu des dixièmes »

Phase d'entraînement

Dans un premier temps, l'activité proposée avec cette nouvelle version du jeu peut être considérée comme un réinvestissement des deux séances précédentes.

La mise en activité des élèves a été rapide, la règle ayant été mémorisée, du moins dans les grandes lignes. C'est seulement en fin de manche que l'étayage du maître a été nécessaire, pour le respect de la contrainte liée à la carte vierge échangée contre les dernières cartes tirées. Il sera donc utile de prévoir, lorsque les parties seront suffisamment avancées dans chaque groupe, un temps de rappel des contraintes à respecter à la fin d'une manche.

Le total des points à la fin de la manche a été directement lu sur le plateau.

Sur 12 équipes :

- Quatre équipes ont écrit la réponse en utilisant les deux écritures : Exemple : $\frac{47}{10} = 4 + \frac{7}{10}$
- Sept équipes ont utilisé seulement la décomposition sous forme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 ;
- Une équipe a procédé en deux étapes, guidée par l'enseignante : Exemple : $4 + \frac{11}{10} = 5 + \frac{1}{10}$.

Au cours de la partie, trois groupes ont vu une de leurs manches annulée, en raison de la non correspondance entre le total des points sur le plateau et le total des cartes. Il semble que ce problème soit dû à une erreur dans la manipulation des cartes en fin de manche (cartes non rendues en échange de la carte vierge). Par contre, l'extraction de la partie entière a toujours été correctement réalisée.

En fin de partie, le calcul du total a entraîné de nouveaux échanges effectués assez naturellement par la plupart des élèves, qui se sont d'ailleurs référés au matériel pour justifier leur calcul.

	Points	Bonus	
1ère manche	$\frac{47}{10} = 4 + \frac{7}{10}$	8	
2ème manche	$\frac{70}{10} = 7$ [illegible]	10	
3ème manche	$\frac{54}{10} = 5 + \frac{4}{10}$	8	
TOTAL	$16 + \frac{11}{10}$	26	SCORE FINAL $44 + \frac{1}{10}$

Document n° 9 - Feuille de score réalisée lors de la séance 3

Phase de synthèse

De façon à organiser une phase de synthèse avec les élèves, l'enseignante a proposé un travail individuel. Après avoir représenté au tableau une feuille de jeu fictive avec les résultats de trois manches sous la forme $\frac{a}{10}$, elle a demandé aux élèves de la reproduire sur leur cahier de brouillon et de la compléter en extrayant la partie entière de chaque fraction. Une mise en commun a permis de valider les réponses en faisant référence au matériel lorsque le besoin s'en faisait sentir. Certains élèves ont exprimé leur score à l'aide de nombres décimaux. L'enseignante a mis à profit le dispositif pour gérer les erreurs dues à un traitement séparé de la partie entière et de la partie décimale (par exemple : 6,7 + 5,8 + 6,3 = 17,18).

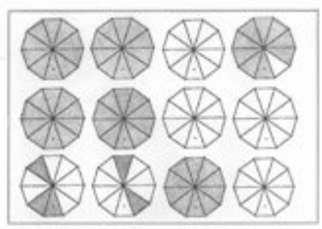
Évaluation

À la fin de la progression, l'enseignante a proposé aux élèves une évaluation papier, sous forme de jeu interrompu.

Présentation de l'évaluation

L'expression des points pour chaque manche (les trois premières lignes de chaque tableau) permet d'évaluer la capacité des élèves à extraire la partie entière d'une fraction. Le calcul du score final permet de savoir si les élèves ont perçu la partie entière de la fraction comme un nombre entier.

Le document n°10 ci-après présente une partie. La consigne est la suivante : « *Fais le compte des points de la troisième manche pour les noirs et pour les blancs afin de compléter les deux feuilles de score et détermine l'équipe qui a gagné.* »



Feuille de score des blancs

	Points	Bonus	
1ère manche	$\frac{53}{10}$ =	8	
2ème manche	$\frac{69}{10}$ =	10	
3ème manche		4	
Total			Score final

Feuille de score des noirs

	Points	Bonus	
1ère manche	$\frac{67}{10}$ =	8	
2ème manche	$\frac{51}{10}$ =	6	
3ème manche		8	
Total			Score final

Document n° 10 – Une partie serrée !
Feuille d'évaluation

Des éléments d'analyse

Expression des points correspondants à chaque manche

Une analyse des résultats fournis permet de constater que sur les 23 élèves présents, 19 savent extraire la partie entière d'une fraction :

- 15 élèves expriment la fraction décimale sous forme d'un entier et d'une fraction décimale inférieure à 1 ;
- 4 élèves utilisent directement l'écriture décimale ;
- 1 élève propose les deux écritures (décimale et somme d'un entier et d'une fraction).

Le support matériel (plateau, formes géométriques variées et manipulables) semble avoir joué son rôle. Un élève, Florian (voir document n°11) procède même probablement à une réorganisation mentale des pièces de façon à reconstituer une forme entière. En effet, lorsqu'il comptabilise les points de l'équipe noire à la troisième manche, il écrit :

$5+1+\frac{4}{10}$, puis transforme cette écriture en $\frac{64}{10}$.

Si le matériel joue ici un rôle prégnant, on peut en revanche supposer que la transformation de cette écriture en une fraction décimale (inutile dans le cadre du jeu) est nécessairement le fruit d'un véritable travail « mathématique ».

Feuille de score des noirs

	Points	Bonus	Score final
$1^{ère}$ manche	$\frac{67}{10} = 6 + \frac{7}{10}$	8	
$2^{ème}$ manche	$\frac{51}{10} = 5 + \frac{1}{10}$	6	
$3^{ème}$ manche	$5+1+\frac{4}{10} = \frac{64}{10}$	8	
Total	$\frac{67}{10}+\frac{51}{10}+\frac{64}{10}=\frac{182}{10}$	22	$\frac{182}{10}+22$ [illegible]

Document n° 11 - Extrait de l'évaluation de Florian

Calcul du score final

- Trois élèves (comme Jonathan, document n°12) ajoutent séparément les parties entières et les dixièmes. En revanche, aucun des trois n'effectue l'échange 10 contre 1 pour exprimer le résultat sous forme d'un entier et dune fraction inférieure à l'unité. Mais le choix des nombres proposés ($38+\frac{18}{10}$ et $39+\frac{12}{10}$) rend inutile cette étape pour conclure à la victoire des noirs !

Feuille de score des blancs

	Points	Bonus	
1ère manche	$\frac{53}{10} = 5 + \frac{3}{10}$	8	
2ème manche	$\frac{69}{10} = 6 + \frac{9}{10}$	10	
3ème manche	$\frac{56}{10} = 5 + \frac{6}{10}$	4	Score final
Total	$16 + \frac{18}{10}$	22	$38 + \frac{18}{10}$

Feuille de score des noirs

	Points	Bonus	
1ère manche	$\frac{67}{10} = 6 + \frac{7}{10}$	8	
2ème manche	$\frac{51}{10} = 5 + \frac{1}{10}$	6	
3ème manche	$\frac{64}{10} = 6 + \frac{4}{10}$	8	Score final
Total	$17 + \frac{12}{10}$	22	$39 + \frac{12}{10}$

Document n° 12 - Évaluation de Jonathan

- Deux élèves (voir Éric, document n°13) transforment le bonus en fraction décimale $\frac{220}{10}$ pour l'ajouter à $\frac{182}{10}$. Dans leur cas, le bonus ne joue pas le rôle attendu d'incitateur à la décomposition de $\frac{182}{10}$ en $18 + \frac{2}{10}$.

Feuille de score des noirs

	Points	Bonus	
1ère manche	$\frac{67}{10} = 6 + \frac{7}{10}$	8	
2ème manche	$\frac{51}{10} = 5 + \frac{1}{10}$	6	
3ème manche	$\frac{64}{10} = 6 + \frac{4}{10}$	8	Score final
Total	$\frac{182}{10} = 18 + \frac{2}{10}$	22	$\frac{402}{10} = 40 + \frac{2}{10}$

Document n° 13 - Extrait de l'évaluation d'Éric

- Neuf élèves (comme Claire, document n°14) ont su additionner $\frac{67}{10}$, $\frac{51}{10}$ et $\frac{64}{10}$ puis exprimer le total sous la forme attendue ($\frac{182}{10} = 18 + \frac{2}{10}$), mais n'ont pas distingué partie entière et partie fractionnaire décimale lors du calcul du score final : ils obtiennent $\frac{204}{10}$ en ajoutant les 22 points de bonus à 182 (dixièmes).

Feuille de score des noirs

	Points	Bonus	
1ère manche	$\frac{67}{10} = 6 + \frac{7}{10}$	8	
2ème manche	$\frac{51}{10} = 5 + \frac{1}{10}$	6	
3ème manche	$\frac{64}{10} = 6 + \frac{4}{10}$	8	
Total	$\frac{182}{10} = 18 + \frac{2}{10}$	22	Score final $\frac{204}{10}$

Document n° 14 - Extrait de l'évaluation de Claire

- Trois élèves (dont Cannelle, document n°15) gèrent correctement l'addition d'un entier et d'un nombre décimal ; en revanche la somme de nombres décimaux n'est pas maîtrisée à ce stade de l'apprentissage.

Cannelle Feuille de score des blancs Lundi 25 Juin

	Points	Bonus	
1ère manche	$\frac{53}{10} = 5,3$	8	
2ème manche	$\frac{69}{10} = 6,9$	10	
3ème manche	$\frac{55}{10} = 5,5$	4	
Total	16,17	22	Score final 38,17

$$\begin{array}{r} 22,00 \\ +\ 16,17 \\ \hline 38,17 \end{array}$$

Document n° 15 - Extrait de l'évaluation de Cannelle

Conclusion

Lors des différentes expérimentations en cycle 3, les enseignants ont pu constater une acquisition plus rapide de la compétence « *savoir extraire la partie entière d'une fraction* ».

Par ailleurs, l'impact sur la compréhension des nombres décimaux a été constaté par exemple lors d'activités de remédiation proposées en classe de sixième. À ce niveau, le dispositif permet de revenir efficacement sur les erreurs récurrentes liées à une conception erronée des nombres décimaux.

L'objectif poursuivi consistait à consolider les **pré-requis** nécessaires à une bonne compréhension et une bonne utilisation des nombres décimaux.

Nous avons constaté que ce dispositif permet d'améliorer chez les élèves la compréhension du concept de fraction par le biais d'images mentales. Il aide ainsi l'élève à comprendre le codage utilisé dans l'écriture décimale d'un nombre.

En ce qui concerne l'effet du jeu pour les élèves :

- Le jeu a permis aux élèves de réellement s'approprier le problème, donnant ainsi plus de sens à l'apprentissage.
- Le jeu a favorisé les interactions entre élèves (organisation par équipes de deux).
- Le jeu a permis aux élèves de s'entraîner et de consolider leurs connaissances d'une manière agréable.

En ce qui concerne l'effet du jeu pour l'enseignant :

- Le jeu lui a donné rapidement des indications sur les connaissances des élèves : connaissances acquises, connaissances en cours d'acquisition.
- Le jeu a servi de support aux médiations de l'enseignant.

Enfin, cette situation de référence peut s'insérer à différents moments de la progression, du CM1 à la sixième[19]. Les versions successives du jeu des fractions (niveau 1) ont toujours été utilisées efficacement dans les différents niveaux de classe. Les pistes d'exploitation (apprentissage, entraînement, remédiation), évoquées dans l'article en sont une illustration.

Ainsi, nous pensons que le jeu des fractions « dans tous ses états » peut s'avérer être un outil pour les enseignants dans le domaine de l'apprentissage des fractions et des nombres décimaux.

[19] « *Les concepts se construisent à l'occasion d'actions* », mais « *une seule situation ne suffit pas pour construire un concept* », « *des situations de renforcement permettent d'acquérir la familiarité souhaitée* » (DOUADY R. & PERRIN-GLORIAN M.-J., 1986).

Bbibliographie

BROUGÈRE G. (1995) *Jeu et éducation*. L'Harmattan.

BROUSSEAU G. (1986) *Le jeu et l'enseignement des mathématiques*. Allocution au 59ème congrès AGIEM, juin 1986, Bordeaux, doc. ronéo, 11 pages.

DOUADY R. & PERRIN-GLORIAN M.-J. (1986) *Liaison école-collège : nombres décimaux*. IREM de Paris 7.

ERMEL (1997) *Apprentissages numériques et résolution de problèmes CM1*. Hatier Pédagogie.

ERMEL (1999) *Apprentissages numériques et résolution de problèmes CM2*. Hatier Pédagogie.

IREM DE RENNES (2002) *De l'écriture fractionnaire à la multiplication des décimaux*. Liaison cycle 3 - 6ème.

PELTIER M.L., BRIAND J., NGONO B., VERGNES D. (2006) *Euro maths CM1*. Paris : Éditions Hatier.

PETIT S. (2005) Entretien avec Gilles Brougère. *JDI* n°9, 18-19.

RODRIGUEZ A. (1993) Mathématiques : jouez le jeu. *JDI oct 1993*, 49-63.

ROYE L. & MAURIN C. (2002) Le jeu au service des apprentissages. *Actes du XXIXème colloque COPIRELEM*, pp. 214-224. IREM des Pays de Loire.

MEN (2002) *Documents d'accompagnement des programmes, Mathématiques, Articulation école-collège*. Scéren CNDP.

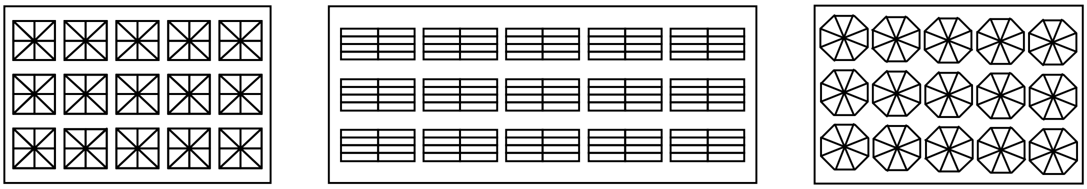
MEN (2002) *Documents d'application des programmes, Mathématiques, cycle 3*. Scéren CNDP.

ANNEXE I

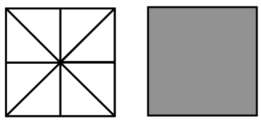
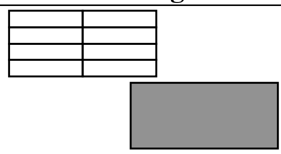
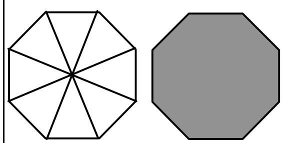
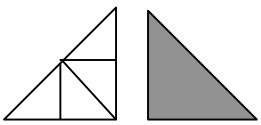
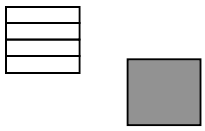
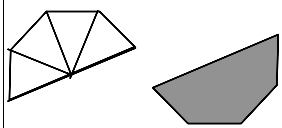
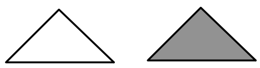
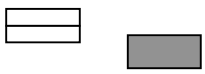
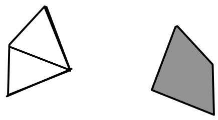
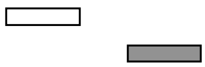
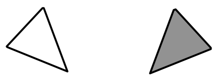
Les différentes pièces bicolores et les jeux de cartes

Le jeu des huitièmes

Les différents plateaux



Les différentes pièces bicolores

Nombres de pièces	**Pièces (recto-verso) suivant le support**		
	Carrés	**Rectangles**	**Octogones réguliers**
14 pièces « 1 »			
8 pièces « $\frac{1}{2}$ »			
16 pièces « $\frac{1}{4}$ »			
24 pièces « $\frac{1}{8}$ »			

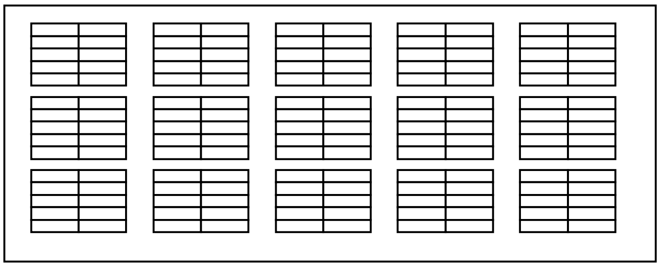
Les cartes de couleur

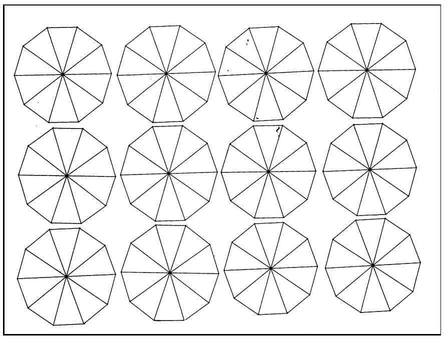
* 32 cartes rouges :
- fractions de 1/8 à 4/8 en 2 exemplaires ;
- fractions de 5/8 à 10/8 en 4 exemplaires ;

* 32 cartes vertes : fractions de 7/8 à 14/8 en 4 exemplaires ;
* 33 cartes jaunes : fractions 1/2, 2/2, 3/2 en 11 exemplaires ;
* 30 cartes bleues : fractions 1/4, 2/4, 3/4, 4/4, 5/4, 6/4 en 5 exemplaires ;
* des cartes vierges.

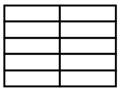
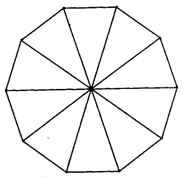
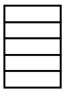
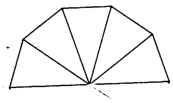
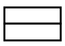
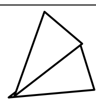
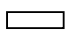
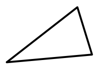
Le jeu des dixièmes

Les différents plateaux





Les pièces bicolores

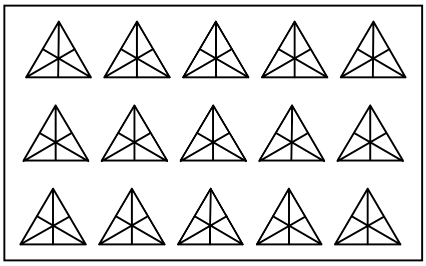
Nombres de pièces	**Pièces (recto) suivant le support**	
	Rectangles	**Décagones réguliers**
12 pièces « 1 »		
10 pièces « $\frac{5}{10}$ »		
12 pièces « $\frac{2}{10}$ »		
* 16 pièces « $\frac{1}{10}$ »		

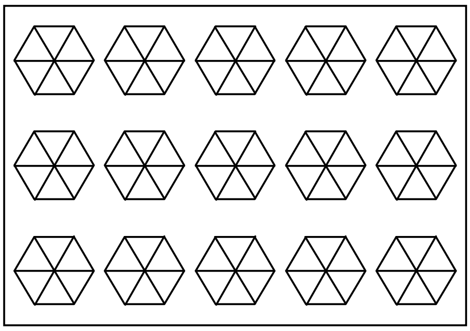
Les cartes de couleur :

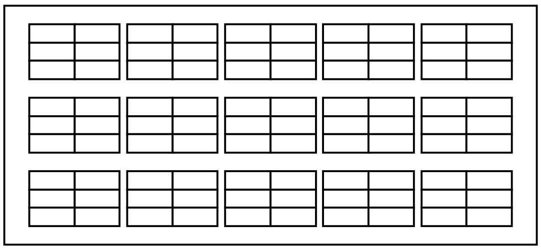
* 12 cartes rouges : fractions de 1/10 à 12/10 en 1 exemplaire
* 12 cartes vertes : fractions de 9/10 à 14/10 en 2 exemplaires;
* 12 cartes jaunes : fractions 1/2, 2/2, 3/2 en 4 exemplaires ;
* 12 cartes bleues : fractions 1/5, 2/5, 3/5, 4/5, 5/5, 6/5 en 2 exemplaires.

Le jeu des sixièmes

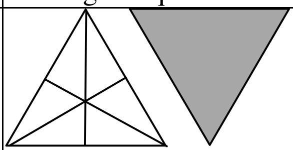
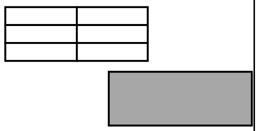
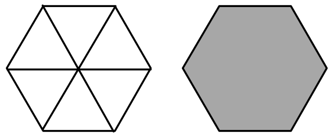
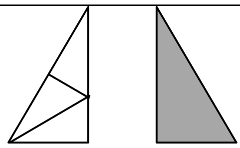
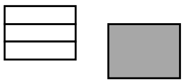
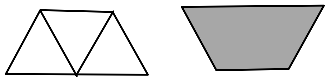
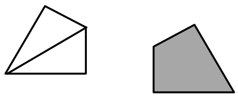
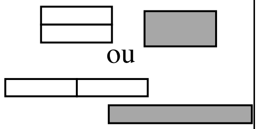
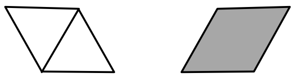
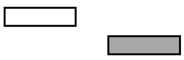
Les différents plateaux







Les différentes pièces bicolores

Nombres de pièces	Pièces (recto-verso) suivant le support		
	Triangles équilatéraux	Rectangles	Hexagones réguliers
15 pièces « 1 »			
8 pièces « $\frac{1}{2}$ »			
12 pièces « $\frac{1}{3}$ »			
18 pièces « $\frac{1}{6}$ »			

Les cartes de couleur :

* 12 cartes rouges : fractions de 1/10 à 12/10 en 1 exemplaire
* 12 cartes vertes : fractions de 9/10 à 14/10 en 2 exemplaires;
* 12 cartes jaunes : fractions 1/2, 2/2, 3/2 en 4 exemplaires ;
* 12 cartes bleues : fractions 1/5, 2/5, 3/5, 4/5, 5/5, 6/5 en 2 exemplaires.

ANNEXE II - Le jeu des huitièmes

Règle du jeu avec les formes octogonales

Remarque : *Les règles des jeux des huitièmes avec d'autres formes, les règles des jeux des sixièmes et des dixièmes sont identiques. On remplacera simplement l'exemple en l'adaptant au support utilisé.*

- ***Nombre de joueurs*** : 2 (ou 2 équipes)

- ***Matériel*** :

- un plan de jeu
- des pièces réversibles bicolores
- des cartes de couleur
- une feuille de score

- ***Principe du jeu***

Recouvrir le plan de jeu avec des pièces de sa couleur en fonction des tirages des cartes.

- ***Déroulement du jeu***

• Une partie se joue en trois manches.

• Début de la partie : chaque équipe tire une carte rouge. Celle qui obtient la plus grande fraction choisit sa couleur de pièces et commence.

• À tour de rôle, chaque équipe tire une carte dans chaque sabot et place les cartes devant elle pour les conserver jusqu'à la fin de la partie. En fonction du tirage, les joueurs doivent poser sur le plan de jeu le plus possible de pièces entières. Toute pièce posée ne peut être déplacée.

• Une manche s'achève dès qu'une équipe obtient un tirage permettant de finir de remplir le plan de jeu. Si le tirage est supérieur à la fraction attendue, les joueurs échangent les deux cartes tirées contre une carte vierge sur laquelle ils inscrivent cette fraction.

• Chaque équipe complète alors sa feuille de score (voir ci-dessous).

• L'équipe vainqueur de la partie est celle qui a totalisé le plus de points à la fin des trois manches.

- ***Comptage des points :***

- Une figure entièrement recouverte vaut 1 point

- Bonification : chaque figure recouverte d'une seule pièce rapporte <u>2 points de bonus</u>.

- Bonification supplémentaire (à rajouter si on utilise la règle modifiée) : chaque figure recouverte par plusieurs pièces, toutes de la même couleur, rapporte <u>1 point de bonus</u>.

ANNEXE III

Les traits caractéristiques du jeu selon Brougère (1995)

Cinq critères permettent d'analyser les situations concrètes pour déterminer en quoi elles relèvent ou non du jeu.

- 1er critère : la présence du second degré

> « *Le jeu est une mutation de sens, de la réalité : les choses y deviennent autres… Une simple histoire permet une mise en scène qui peut installer un jeu, espace spécifique où les activités vont avoir une autre valeur.* »

- 2ème critère : la décision du joueur

Pour qu'il y ait vraiment communication et interprétation, il faut qu'il y ait « *décision de la part des joueurs, décision d'entrer dans le jeu mais aussi de le construire suivant des modalités particulières […] Le jeu apparaît comme une succession de décisions du joueur […] La décision peut résulter d'une élaboration collective qui suppose négociation et parfois acceptation de la décision de l'autre, ce qui est encore décidé.* »

- 3ème critère : la règle

> « *Il n'y a pas de jeu sans règle. Mais il faut bien voir que la règle n'est pas la loi ni même la règle sociale qui s'impose de l'extérieur. Une règle de jeu n'a de valeur que si elle est acceptée par les joueurs et ne vaut que pendant le jeu. Elle peut être transformée par accord des joueurs.* »

- 4ème critère : l'incertitude

> « *Le jeu n'attache pas une importance excessive aux résultats. L'activité ludique se caractérise par une articulation très lâche entre la fin et les moyens. Ce qui ne veut pas dire que les enfants ne tendent pas vers un but quand ils jouent et qu'ils ne mettent pas certains moyens en œuvre pour l'atteindre mais il est fréquent qu'ils modifient leurs objectifs en cours de partie pour s'adapter à de nouveaux moyens et vice versa.* »

- 5ème critère : la frivolité

> « *Dans le jeu, la gravité des conséquences que comportent les erreurs ou les échecs se trouve atténuée. Au fond, le jeu est une activité très sérieuse, mais qui n'a pas de conséquences frustrantes pour l'enfant. Il s'agit en un mot d'une activité entreprise pour elle-même et non pas pour autrui […] Si le jeu permet d'expérimenter, et peut-être d'apprendre, c'est parce qu'il s'oppose au sérieux, parce qu'il est du côté du frivole, du futile. Et en conséquence, on peut lui trouver un sérieux dérivé, au second degré, mais qui doit rester caché à l'enfant au risque de détruire la valeur de son jeu. Mais là se trouve le paradoxe : le sérieux risque de chasser la frivolité du jeu et en conséquence son intérêt spécifique.* »

ANNEXE IV – Des fractions aux nombres décimaux

Progression adoptée dans la classe de CM1 de M^{me} DAVIO à partir du manuel *Euromaths* CM1 et de *ERMEL* CM1

Séance 1 : Fractions et partages de longueurs (situation introductrice ERMEL)

Objectifs :

- *S'approprier le codage fractionnaire lors du partage d'une unité de longueur par pliage ;*
- *Utiliser ce codage pour résoudre un problème de mesurage.*

Type de séance : apprentissage.

Dispositif : situation émetteur-récepteur par binômes.

Séance 2 : Fractions et partages de longueurs (exercices Euromaths – étape 64)

Objectifs :

- *Les mêmes que ci-dessus ;*
- *Utiliser en actes des équivalences de fractions (2/4 =1/2 mais aussi 3/2 = 1 + 1/2)*

Type de séance : synthèse et entraînement.

Dispositif : exercices de mesurages et de constructions de segments.

Séance 3 : Fractions et partages d'aires

Objectifs :

- *Transposer les connaissances acquises dans le cadre de la mesure des longueurs ;*
- *S'assurer des prérequis nécessaires au bon déroulement du jeu des fractions.*

Type de séance : réinvestissement.

Dispositif : résolution de problèmes de partages de gâteaux.

Séance 4 : Écriture d'une fraction sous forme de la somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1

Objectif principal : *savoir décomposer une fraction sous forme de la somme d'un entier et d'une fraction inférieure à un.*

Objectifs spécifiques :

- *Savoir calculer la somme de fractions de même dénominateur ;*
- *Extraire la partie entière et la partie fractionnaire d'une fraction supérieure à un.*

Type de séance : apprentissage.

Dispositif : le jeu des fractions, version huitièmes selon la règle n°1 (séance d'appropriation du jeu).

Séance 5 : Fractions et partages d'aires (Euromaths - étape 71)

Objectif : *Mesurer l'aire de différentes surfaces à l'aide de fractions, par report ou partage d'une surface dont l'aire est choisie pour unité.*

Type de séance : entraînement.

Dispositif : exercices de mesurages et de constructions de surfaces avec utilisation des différentes écritures d'une fraction.

Séance 6 : Écriture d'une fraction sous forme de la somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1

Objectifs : *voir séance 4.*

Type de séance : entraînement.

Dispositif : le jeu des fractions, version huitièmes selon la règle 1.

Séance 7 : Fractions décimales (Euromaths - étape 65)

Objectif principal : *se familiariser avec les dixièmes*

Objectif spécifique : *découvrir et utiliser un moyen simple permettant le partage équitable d'un segment.*

Type de séance : apprentissage.

Dispositif : mesurage et construction de segments avec utilisation d'écritures fractionnaires du type a/10 ; a/5, l'unité ayant été partagée à l'aide de la machine à partager les segments.

Séance 8 : Fractions et repérage sur la droite graduée (Euromaths - étape 75)

Objectif principal : *placer des fractions sur la droite numérique.*

Objectifs spécifiques :

- *Encadrer des fractions par deux nombres entiers consécutifs ;*
- *Intercaler une fraction entre deux nombres entiers consécutifs ;*
- *Écrire une fraction sous forme de la somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1.*

Type de séance : apprentissage.

Dispositif : travail sur la droite numérique.

Séance 9 : Fractions décimales et repérage (Euromaths - étape 76)

Objectifs :

- *Comprendre que l'unité peut être partagée successivement en 10, 100, 1000 ;*
- *Décomposer une fraction décimale sous forme d'un entier et de fractions inférieures à 1.*

Type de séance : apprentissage.

Dispositif : travail sur la droite numérique à l'aide du papier millimétré.

Séance 10 : Écriture décimale (Euromaths - étape 81)

Objectif *: se familiariser avec la convention d'écriture des nombres décimaux.*

Type de séance : apprentissage.

Dispositif : exercices de codage et décodage.

Séance 11 : Écriture d'une fraction décimale sous forme de la somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1

Objectifs :

- les mêmes que séances 4 et 6 ;

- utiliser l'écriture décimale pour calculer.

Type de séance : apprentissage (réinvestissement ? au sens où il s'agit seulement de transposition du travail fait avec les écritures fractionnaires).

Dispositif : le jeu des fractions, version dixièmes selon la règle n°1 avec niveau 1.