

UN PHÉNOMÈNE D'OUBLI AU DÉBUT DU COLLÈGE CHEZ LES ÉLÈVES MIGRANTS : SOURCE DE DIFFICULTÉ POUR LES APPRENTISSAGES ?

Karine Millon-Fauré

UMR P3 ADEF-Université de Provence, INRP

Résumé : Les élèves migrants rencontrent davantage de difficultés dans l'apprentissage des mathématiques que leurs camarades nés en France. A partir d'expérimentations menées auprès d'élèves nouvellement arrivés en France, nous verrons que le réinvestissement des connaissances antérieures est rarement effectué avec succès. En nous appuyant sur des considérations théoriques, nous chercherons à expliquer ce phénomène (ce qui nous amènera à nous demander de quelle manière les conditions institutionnelles influencent l'apprentissage et le réinvestissement des connaissances) et à proposer quelques pistes d'interventions.

Mots-clés : didactique des mathématiques ; élèves migrants ; techniques opératoires ; institution ; contrat didactique ; ostensifs ; langue

Introduction

Depuis les années 70, l'arrivée massive d'élèves migrants sur le sol français (appelés Enfants Nouvellement Arrivés en France ou ENAF par l'administration rectorale) conduit autorités et enseignants à s'interroger sur la mise en place de dispositifs pour faciliter leur intégration scolaire. Ainsi verront le jour des structures spécifiques, comme les CLIS¹, les CLIN², les CLA³, puis divers dispositifs ouverts ou semi-ouverts, pour lesquels l'intégration dans une classe ordinaire s'accompagne de cours spécifiques. Pourtant, les résultats ne sont pas au rendez-vous : les élèves migrants réussissent mal leur scolarité en France. Ils sont bien plus nombreux à sortir de l'école sans aucune qualification, comme le montre le tableau 1 suivant (source INSEE).

Ces résultats n'étonnent pas le professeur de terrain, car les difficultés scolaires des élèves migrants sont visibles à tous les stades de la scolarité. Ainsi, Nathalie Francols⁴, directrice et maîtresse CLIN à l'école élémentaire Jean Jaurès, à Oullins, nous décrit les difficultés scolaires rencontrées par ses élèves.

¹ La **Classe d'intégration scolaire** (ou CLIS), vise à scolariser des élèves de l'école primaire en grande difficulté, afin qu'ils suivent totalement ou partiellement un cursus scolaire ordinaire.

² Une **Classe d'initiation pour non-francophones** (ou CLIN) est une classe de l'école élémentaire réservée aux élèves non-francophones qui viennent d'arriver en France.

³ Une **Classe d'accueil** (CLA) est un cours de français langue seconde (FLS), au sein d'un collège de l'Éducation nationale.

⁴ <http://www.edufle.net/Classe-d-initiation-CLIN-CRI>

Proportion d'élèves non diplômés

	Parmi les élèves migrants	Parmi les élèves non migrants
2003	51,4 %	24,7 %
2004	49,8 %	24,8 %
2005	47,2 %	23 %
2006	46,2 %	21,6 %
2007	44,7 %	20,3 %

Tableau 1. *Elèves non diplômés à la sortie de l'école selon qu'ils sont migrants ou non migrants (source INSEE)*

Dans cette école, où le quart des élèves sont issus de CLIN, les taux de redoublement, tout comme les résultats aux évaluations nationales de CE1 et de CM2 montrent que, pour les élèves migrants, la scolarité dans le pays d'accueil est source de difficultés multiples et variées. Pourtant les efforts de cette institutrice pour faciliter l'intégration en classe ordinaire de ces élèves et aplanir les difficultés langagières sont indéniables. A contrario, son témoignage montre également que certains élèves migrants parviennent à s'intégrer au système éducatif français à une vitesse spectaculaire. Elle nous cite notamment le cas d'une élève de six ans, totalement non francophone lors de son arrivée en France qui, quatre mois plus tard, intégrait une classe ordinaire de CP où elle se retrouva même première de la classe !

Cependant les cas d'élèves migrants en réussite scolaire restent rares et contrastent avec les trop nombreux échecs rencontrés par leurs camarades, ce qui nous amène à nous interroger sur les raisons des grandes difficultés que nous observons chez beaucoup de ces élèves. Nous chercherons donc ici à comprendre certains des phénomènes didactiques qui peuvent expliquer les écarts dans les cursus scolaires des élèves migrants et des élèves ordinaires.

1. La problématique

Ces échecs scolaires peuvent avoir diverses origines : phénomènes d'ordre psychologique (traumatisme dû à l'abandon du pays d'origine, perte de repères culturels...), socio-économique (conditions de vie précaires pour certains d'entre eux...), langagier (difficulté dans la compréhension des énoncés ou dans la production de réponses)... Toutefois, nous nous restreindrons ici à une unique discipline, les mathématiques, et à un aspect très spécifique du problème : le réinvestissement des connaissances scolaires antérieures.

1.1 Importance des connaissances antérieures

A son arrivée dans le pays d'accueil, un élève migrant ne peut reprendre l'intégralité du cursus scolaire qu'un enfant né en France a suivi depuis la maternelle et qui lui a permis d'acquérir peu à peu tous les savoirs nécessaires à sa construction personnelle et à sa réussite scolaire. L'institution attend de l'élève migrant qu'il parvienne rapidement à suivre dans une classe ordinaire, sans avoir profité des enseignements qui y mènent habituellement. Or il apparaît clairement impossible pour lui de reconstruire en quelques mois les connaissances qui nécessitent généralement plusieurs années de travail, surtout lorsqu'il arrive en France assez tardivement.

Regardons le cas des mathématiques et plus précisément du calcul posé. Le travail des techniques élémentaires de calcul (mental, posé ou instrumenté) figure dans les instructions officielles

concernant le programme de sixième⁵ (« La maîtrise des différents moyens de calcul doit devenir suffisante pour ne pas faire obstacle à la résolution de problèmes »). Mais les algorithmes opératoires que cela nécessite ont été travaillés durant toute l'école primaire! Impossible pour un élève migrant de onze ans de reprendre toute la longue construction qui a permis aux élèves nés en France d'acquérir ces techniques. Il est préférable qu'il s'appuie sur les connaissances acquises dans son pays d'origine qu'elles diffèrent ou non de celles enseignées dans le pays d'accueil.

D'ailleurs, même lorsque l'élève dispose pour produire l'attendu, à la fois des savoirs enseignés dans le pays d'accueil et de leurs homologues dans le pays d'origine, il sera souvent plus judicieux d'utiliser ces derniers. Imaginons, par exemple, le cas où l'on demanderait à un français 'how many cars are there in the street?'. Il est fort probable que la personne interrogée commencera d'abord par compter dans sa langue maternelle avant de traduire le résultat en anglais (faites vous-même l'expérience). Tout simplement parce que les connaissances antérieures étant plus rapidement mobilisables, cette stratégie s'avère plus efficace (plus grande rapidité, moindre coût et risque d'erreurs plus faible) que celle qui consisterait à égrener 'one two three...' et ce même si la personne connaît le lexique des nombres en anglais. Il faudra attendre qu'il ait une aisance dans la numération quasiment équivalente dans chacune des deux langues, pour que l'interlocuteur choisisse spontanément la langue anglaise, afin d'éviter la traduction finale.

De même, pour un élève migrant, la stratégie la plus efficace à son arrivée dans son pays d'accueil sera le réinvestissement de ses connaissances antérieures, même si cela lui demande ensuite une adaptation de la réponse trouvée au formalisme imposé par l'interlocuteur. Il faudra attendre que les acquis dans le pays d'origine soient suffisamment solides pour qu'il puisse éviter le passage par les connaissances antérieures et effectuer toute la réflexion dans le format imposé par le pays d'accueil. Cette étape peut être plus ou moins longue selon les individus, mais se priver des savoirs acquis dans le pays d'origine, avant de réellement maîtriser les savoirs institutionnalisés dans le pays d'accueil rendrait l'élève incapable de réaliser même les tâches mathématiques les plus élémentaires.

1.2 Un réinvestissement problématique

Les enseignants de mathématiques en charge des élèves migrants se plaignent du très faible niveau de leur public et ont souvent l'impression de devoir reprendre avec eux, même les savoirs les plus élémentaires, comme si ces élèves arrivaient vierges de toute connaissance.

Pourtant, la plupart des élèves migrants disent avoir suivi une scolarité normale dans leur pays d'origine. Même si l'école commence généralement plus tard qu'en France (l'école maternelle est une caractéristique française peu répandue), les quelques cinq ou six années passées en classe dans l'équivalent de notre école primaire devraient leur avoir permis d'acquérir un bagage conséquent en mathématiques.

Certes, les programmes ne sont pas forcément identiques d'un pays à l'autre et il est possible que les élèves migrants n'aient pas été confrontés à toutes les situations travaillées par leurs camarades nés en France. Mais certains types de tâches figurent, dans la plupart des pays, parmi les objectifs d'enseignement des premières années de scolarisation, comme notamment l'acquisition d'algorithmes opératoires. Ces réflexions interrogent sur le réinvestissement par les élèves migrants de leurs connaissances antérieures, processus qui est, nous l'avons vu, fortement souhaitable pour la réussite dans le pays d'accueil. Que deviennent ces savoirs acquis dans le pays d'origine ? Quels obstacles freinent leur réinvestissement lors de la scolarisation dans le pays d'accueil ?

⁵ Bulletin officiel spécial n° 6 du 28 août 2008

2. Des outils théoriques pour questionner le transfert de connaissances enseignées

Nous allons tout d'abord étudier certains éclairages théoriques pour faire avancer notre problématique.

2.1 Des contrats didactiques différents

Le premier paramètre qui risque d'entraver le réinvestissement des savoirs antérieurs par les élèves migrants concerne le changement de contrat didactique entre le pays d'origine et le pays d'accueil. Par contrat didactique (Brousseau, 1998), nous entendons l'ensemble des règles, souvent tacites, qui fixent les positions de l'enseignant et des élèves au sein de la classe. L'adaptation à ces conventions qui régulent les activités des actants nécessite une longue construction. Schubauer (1988) insiste sur le rôle que joue le contrat didactique dans le travail de l'élève: « ce sont des mécanismes à la fois cognitifs et sociaux qui sont à l'œuvre lorsque les individus construisent leurs connaissances » et sur la nécessité de respecter les contraintes en vigueur dans la Classe pour pouvoir scolairement y réussir. C'est pour cette raison que certains enseignants ont mis en place des séances dont l'objectif premier concerne non pas des apprentissages disciplinaires mais la (re-)construction de rapports idoines aux tâches scolaires (Leutenaggar, 2000).

Or en changeant de pays, des différences plus ou moins marquées apparaissent dans la vision que professeurs et élèves ont de l'enseignement : ainsi un élève habitué aux cours magistraux attendra de l'enseignant qu'il lui livre le savoir finalisé et ne s'autorisera pas à participer à sa construction ou à proposer des stratégies personnelles. Il se trouvera en décalage par rapport à ses camarades et aux attentes de son professeur et ne pourra pleinement profiter de ce nouvel enseignement. L'élève migrant devrait donc apprendre un nouveau système de règles et de normes pour entrer en adéquation avec le rôle que l'on attend maintenant de lui.

La chose n'est pas si simple car le respect d'un contrat didactique antérieur continue de marquer l'élève, même lorsque qu'il a été remplacé par un autre. Schubauer explique :

"en tant que « générateur de sens et de pratiques », le contrat didactique prend place à l'intérieur des individus qui y sont soumis et peut étendre sa législation au-delà des frontières de l'Institution qui l'a créé. Ce qui veut dire qu'il intervient souvent comme élément constitutif de la pensée chez les individus qui en interprètent les lois et qui transportent avec eux dans d'autres circonstances les constructions opérées en son sein, les dispositions structurantes qu'il comporte. Chaque individu entre dans la relation régie par le contrat didactique avec les « habitus » construits au travers de multiples autres contrats sociaux et didactiques" (Schubauer-Leoni, 1988).

Cette citation souligne la difficulté à se débarrasser des « habitus » construits lors du (des) contrat(s) précédent(s), et ce d'autant plus que l'élève migrant peut tout aussi bien ne pas percevoir le changement nécessaire : les attentes spécifiques au nouveau contrat didactique, naturelles pour ceux (enseignants et élèves) qui ont toujours baigné dans un même système éducatif, restent tacites et peuvent s'avérer délicates à saisir pour un individu habitué à d'autres normes. La rapidité d'adaptation fluctuera d'un élève à l'autre : 'la trajectoire individuelle et sociale de chacun prédispose inégalement les individus à « faire de l'ordre » dans les différents « champs de significations »' (Schubauer-Leoni, 1988). La situation se complique encore, lorsqu'un élève, non scolarisé antérieurement, ne s'est jusqu'alors construit qu'au travers de contrats sociaux, sans jamais avoir été confronté à des contrats didactiques. En effet, il aura d'autant plus de difficultés à percevoir, comprendre puis se conformer à ces conventions spécifiques aux activités scolaires et parfois profondément différentes de celles en vigueur en dehors de l'école.

2.2 Des pratiques institutionnelles différentes

Tout comme le contrat didactique, d'autres paramètres (la langue de scolarisation, les techniques de résolution utilisées, ou les ostensifs ⁶...) peuvent varier d'une institution à l'autre (et a fortiori d'un pays à l'autre). Or ces pratiques institutionnelles marquent le savoir ce qui rend toute restitution dans un autre cadre délicat.

Prenons l'exemple de la langue. Plusieurs études (Abedi et al., 1998; Abedi et al., 2000; Hofstetter, 2003) ont montré que l'adéquation de la langue d'instruction avec la langue d'évaluation augmentait les résultats en mathématiques des élèves migrants : ainsi parmi les élèves d'origine espagnole, ayant appris l'anglais, ceux qui ont suivi les cours de mathématiques en espagnol, obtiennent de meilleurs résultats au test rédigé en espagnol, qu'à sa traduction en anglais, alors que la tendance inverse s'observe pour ceux qui ont suivi les cours de mathématiques en anglais, et ce même sur des problèmes de type calculatoire.

De même le choix d'un ostensif peut faciliter ou au contraire entraver la mise en place d'une technique : l'écriture $7^{1/4} \times 7^{1/3}$ s'avère plus facile à simplifier que l'écriture $\sqrt[4]{7} \times \sqrt[3]{7}$ ainsi que la mobilisation pour l'élève des connaissances apprises, d'une part parce que l'on ne pense pas de la même manière en fonction des ostensifs que l'on utilise, ensuite parce que les ostensifs jouent un rôle dans la restitution des savoirs préalablement mémorisés. Un élève migrant risque de ne pas réussir à mettre en place les techniques de résolution apprises dans son pays d'origine si l'on modifie les ostensifs. Or, d'un pays à l'autre, des variations importantes apparaissent, lors de la comparaison des registres d'ostensifs utilisés dans les différents systèmes éducatifs, ou même dans les différentes communautés savantes. Ainsi le choix de gestes, de symboles ou d'écritures, qui paraissent parfaitement naturels au sein d'une Institution donnée, peuvent s'avérer totalement inusités, voire porteurs d'une signification différente, au sein d'une autre : l'écriture $2\frac{1}{3}$ sera interprétée comme une addition par un anglais, et comme une multiplication par un français ; utilisation du point et de la virgule pour l'écriture décimale dans le système anglo-saxon et le système français (sept unités et cinq dixièmes s'écrit 7,5 ou 7.5)...

Les pratiques institutionnelles (langue, ostensifs...) n'ont de sens que dans l'Institution où elles vivent. L'acquisition de connaissances se trouve profondément marquée par l'Institution dans laquelle s'est effectuée cette construction et toute restitution dans un autre cadre s'avèrera difficilement réalisable. Comment faire alors pour utiliser une connaissance apprise dans une Institution dans un autre cadre institutionnel ? Est-il possible de transférer une connaissance d'une Institution à l'autre ? Il faudrait pour cela que l'élève parvienne à débarrasser cette connaissance de son empreinte institutionnelle d'origine, ce qui nécessite une bonne compréhension du concept sous-jacent. Mais une connaissance ne peut vivre en dehors d'une Institution qui lui confère un format utilisable. La convertir directement dans le format de l'Institution d'accueil nécessite une maîtrise de cette dernière, qui fait généralement défaut aux élèves migrants à leur arrivée. En attendant d'être familiarisé avec ces nouvelles conventions, l'idéal serait donc de trouver un format hybride, facilement manipulable par l'élève, dans lequel pourraient être converties à la fois les connaissances acquises dans le pays d'origine et celles découvertes dans le pays d'accueil. Sous ces conditions, l'élève migrant pourrait peut-être utiliser conjointement des savoirs issus d'Institutions différentes.

⁶ 'Nous parlerons d'*objet ostensif* – du latin *ostendere*, “ montrer, présenter avec insistance ” – pour nous référer à tout objet ayant une nature sensible, une certaine matérialité, et qui, de ce fait, acquiert pour le sujet humain une réalité perceptible.' Chevallard et Bosch (1999)

Ces éléments théoriques nous montrent que le transfert des connaissances apprises dans le pays d'origine, afin de pouvoir les réutiliser dans le pays d'accueil, ne constitue pas un processus évident. Nous formulerons donc les hypothèses suivantes :

- Hypothèse 1 : Certains élèves migrants ne parviennent pas à réinvestir les savoirs mathématiques acquis dans leur pays d'origine lors de leur apprentissage des mathématiques dans leur pays d'accueil.
- Hypothèse 2 : On retrouve des traces des phénomènes décrits ci-dessus : oublis dus à des difficultés d'adaptation au contrat didactique ou plus généralement aux pratiques institutionnelles du pays d'accueil.
- Hypothèse 3 : Malgré ces difficultés, certains élèves parviennent à manipuler à la fois des techniques apprises dans leur pays d'origine et les techniques apprises dans le pays d'accueil.

3. La Méthodologie

Nous cherchons ici à observer les phénomènes de transfert de techniques opératoires apprises dans le pays d'origine.

3.1 Le public choisi

Nous nous intéresserons à des élèves migrants ayant effectué une partie de leur scolarité dans un pays étranger. Nous cherchons également des élèves qui auraient acquis dans leur pays d'origine un bagage scolaire conséquent, à transférer dans leur pays d'accueil. Nous nous intéresserons par conséquent, à des collégiens scolarisés en 6^{ème} ou 5^{ème}. Notre expérimentation se déroule à Marseille, première ville d'accueil de l'immigration algérienne, dans un des collèges accueillant le plus d'enfants migrants : le collège Edgar Quinet. Dans cet établissement, la plupart des élèves migrants sont originaires du Maghreb (Maroc, Tunisie mais surtout Algérie), même si l'on trouve également d'autres nationalités (Comores, Turquie, pays asiatiques, pays de l'Est...). Ce collège a fait le choix de regrouper les élèves non pas en fonction de leur date d'arrivée en France, comme cela se fait souvent puisque l'appellation ENAF s'applique théoriquement à des élèves arrivés en France depuis moins de un an, mais uniquement en fonction de leur capacité d'adaptation au système scolaire français. En effet, les possibilités d'intégration dans notre système éducatif varient beaucoup d'un élève migrant à l'autre, indépendamment de la durée de leur séjour dans le pays d'accueil ou de leur maîtrise de la langue à leur arrivée. Dans cet établissement, il a donc été décidé d'accueillir dans ce dispositif tous les élèves n'étant pas encore en mesure d'intégrer une classe ordinaire. Ainsi se côtoient des élèves qui viennent à peine d'arriver en France et d'autres qui y résident depuis déjà plusieurs années mais qui n'ont pas encore réussi à acquérir les bases indispensables à la poursuite de leur scolarité en dehors de ce dispositif. Nous respecterons ce choix et nous interrogerons donc tous les élèves migrants accueillis dans ces classes.

3.2 Conditions sur les savoirs choisis

Pour mieux repérer ces phénomènes de transfert, nous nous intéressons à l'apparition dans l'activité mathématique en France de particularismes provenant du pays d'origine. En effet, les techniques spécifiques au pays d'origine s'avèrent plus faciles à repérer dans les productions d'élèves que celles similaires aux procédés utilisés en France et sont représentatives de tous les transferts opérés : ne connaissant pas a priori les techniques conformes aux méthodes françaises, les élèves migrants auront le même comportement avec toutes les connaissances apprises antérieurement. Si les élèves

migrants n'hésitent pas à réutiliser les spécificités culturelles acquises dans leur pays d'origine, cela prouvera qu'ils parviennent facilement à transférer des connaissances. Dans le cas contraire, on peut penser que ce transfert s'avère plus délicat et l'on aura une explication plausible à leurs difficultés persistantes. L'observation des techniques spécifiques au pays d'origine constitue donc un dispositif grossissant nous permettant d'estimer le réinvestissement de toutes les connaissances acquises.

Pour atteindre cet objectif, nous cherchons un type de tâche (au sens de la théorie anthropologique) pour lequel :

- d'une part, les difficultés langagières des élèves ne constitueraient pas un trop lourd handicap. Arrivés récemment en France, beaucoup de ces élèves en effet ne maîtrisent pas le français. On privilégiera donc les informations données sous forme symbolique, qui à défaut d'être un langage parfaitement universel, se révèle plus accessible pour des non francophones qu'une consigne donnée sous forme textuelle.
- d'autre part, les techniques de résolution diffèreraient d'un pays à l'autre, afin de distinguer les techniques apprises avant leur départ, de celles qu'ils ont pu acquérir en France.

3.3 Le format de l'épreuve

Ces contraintes nous conduisent donc à choisir comme types de tâches des opérations arithmétiques élémentaires posées : les exercices de géométrie et la résolution de problèmes requerraient trop de compétences langagières et le calcul mental ou à la machine rendrait plus difficile la mise en évidence de techniques particulières. Par ailleurs, il s'avère que ce type de tâche figure aux programmes des premières années de scolarisation de quasiment tous les pays. Nos élèves migrants ont donc forcément rencontré des techniques de résolution dans leur pays d'origine.

Enfin, les techniques opératoires peuvent différer d'un pays à l'autre. Girodet (1996) recense, dans son ouvrage, un nombre impressionnant de dispositifs opératoires utilisés pour effectuer une multiplication ou une division. Plusieurs sont toujours en vigueur dans certains pays. Citons quelques algorithmes que nous sommes susceptibles de voir apparaître dans notre expérimentation, au vu des origines de nos élèves.

La multiplication *per gelosia*

Comme la grande majorité des élèves migrants de cet établissement sont d'origine maghrébine, nous nous attendons à observer les pratiques utilisées dans les pays du Maghreb, à savoir notamment la multiplication *per gelosia* (également appelée multiplication par parallélogrammes, multiplication échiquienne ou multiplication arabe). Il s'agit d'une technique de multiplication qui se pratiquait au Moyen Âge en Chine, en Inde, chez les Arabes aussi bien qu'en Occident.

Méthode « classique » en France

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 9 \ 6 \ 7 \\
 \times \ 8 \ 5 \\
 \hline
 4 \ 8 \ 3 \ 5 \\
 7 \ 7 \ 3 \ 6 \\
 \hline
 8 \ 2 \ 1 \ 9 \ 5
 \end{array}
 \end{array}$$

Méthode *per gelosia*

		9	6	7	
		1+7	2+4	5	
8		2	8	6	8
	2	4	3	3	
		5	0	5	5
		1	9	5	

Le nom de « multiplication *per gelosia* » provient de la structure des diagonales qui rappelle les lamelles équipant certaines fenêtres orientales appelées « jalousies ».

Dans cette multiplication, qui se présente sous forme de tableau, on voit que les deux facteurs sont placés sur la première ligne et la dernière colonne à droite. On remplit alors chaque cellule en effectuant les produits partiels des deux chiffres correspondants et en plaçant les deux chiffres du résultat de part et d'autre de la diagonale. On réalise alors les sommes le long des diagonales, en commençant par celle qui se trouve en bas à droite. Si le résultat est strictement supérieur à 9, la retenue est comptabilisée dans la diagonale suivante. On lit enfin le résultat dans la première colonne à gauche, puis la dernière ligne.

Cette technique opératoire est parfois présentée à l'école primaire française. L'intérêt de son enseignement a d'ailleurs été souligné par Brousseau (2010). Nous en reparlerons à la fin de cet article.

Cette technique est surtout enseignée dans les pays du Maghreb comme l'Algérie où elle constitue une variante à la technique occidentale. Il est difficile d'estimer la proportion d'enseignants qui présentent cet algorithme opératoire et l'importance qu'ils accordent à chacune des deux techniques. Quoiqu'il en soit, il semble que la multiplication *per gelosia* était un peu plus enseignée dans les années 1995-2005 (années qui correspondent à la scolarisation des élèves puisque l'expérimentation a eu lieu en 2005) qu'aujourd'hui.

La « bilatéralité »

Ce phénomène a été décrit par Abdeljaouad (2004). Il ne s'agit pas véritablement d'un algorithme opératoire mais d'une variante dans l'écriture en ligne de l'opération. Dès 1972, l'arabisation de l'enseignement dans les pays du Maghreb commence, prenant diverses formes. Ainsi, en Algérie, l'intégralité des cours, s'effectue en arabe et le français adopte le statut d'une langue étrangère. Ceci aura de lourdes conséquences en mathématiques, où les expressions symboliques se lisent désormais de droite à gauche (sens de lecture de la langue arabe) : on écrira donc $849 = 376 - 1225$, là où les occidentaux écrivent $1225 - 376 = 849$. Ce principe complique l'adaptation des élèves migrants, car il les oblige à passer d'un sens de lecture à l'autre, ce qui provoque plusieurs types de difficultés :

➤ Tout d'abord, contrairement à ce que l'on pourrait croire les expressions mathématiques ont effectivement un sens de lecture. Si l'on regarde l'égalité « $2x^2 + 8x = 2x(x + 4)$ », d'un point de vue purement mathématique il est équivalent de dire que « $2x^2 + 8x$ est égal à $2x(x + 4)$ » ou que « $2x(x + 4)$ est égal à $2x^2 + 8x$ ». Pourtant d'un point de vue pédagogique, par exemple pour faire comprendre ce qu'est une factorisation, il est très important de lire cette égalité « dans le bon sens » (c'est-à-dire $2x^2 + 8x$ est égal à $2x(x + 4)$). L'égalité acquiert en quelque sorte un sens de lecture. De même, une suite d'égalité correspond souvent à une succession de transformations d'une écriture mathématique. Pour comprendre le cheminement mathématique, il faut clairement identifier le point de départ et d'arrivée. Un élève qui inconsciemment lit une suite d'égalités dans le mauvais sens ne comprendra plus rien à l'exercice.

➤ Par ailleurs, l'ordre des nombres dans un calcul revêt une importance évidente pour toutes les opérations non commutatives : le calcul de « 1225 moins 376 » ne donne clairement pas le même résultat que le calcul de « 376 moins 1225 ». Le phénomène est plus flagrant encore pour les divisions où le diviseur et le dividende ont un rôle profondément dissymétrique.

Les chiffres arabes anciens

La numération admet également quelques variantes d'un pays à l'autre. Ainsi, dans la civilisation musulmane, d'autres signes ont précédé les chiffres « arabes occidentaux » tels que nous les connaissons aujourd'hui (voir les correspondances ci-dessous⁷) :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠

Si les pays du Maghreb n'utilisent plus aujourd'hui que les tracés modernes, les pays du Moyen Orient continuent eux à manipuler les deux systèmes et les élèves originaires de ces contrées recourent généralement plus aisément aux chiffres « arabes anciens » ou « hindis ».

La division « chinoise »

Dans cet algorithme opératoire, la disposition des nombres est totalement différente de la nôtre : le diviseur se place à gauche du dividende et le quotient au-dessus.

Méthode utilisée en France

$$\begin{array}{r}
 435 \quad | \quad 5 \\
 - 40 \\
 \hline
 35 \\
 - 35 \\
 \hline
 0
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 \hline
 87 \\
 \hline
 \end{array}$$

Méthode proposée en Chine

$$\begin{array}{r}
 87 \\
 5 \overline{) 435} \\
 \underline{40} \\
 35 \\
 \underline{35} \\
 0
 \end{array}$$

La multiplication « germanique »

Cette méthode est généralement développée dans les pays germaniques et diffère de la nôtre sur plusieurs points.

Méthode utilisée en France

$$723 \times 68 = 49164$$

$$\begin{array}{r}
 723 \\
 \times 68 \\
 \hline
 5784 \\
 43380 \\
 \hline
 49164
 \end{array}$$

Méthode proposée

$$723 \times 68 = 49164$$

$$\begin{array}{r}
 4338 \\
 \times 68 \\
 \hline
 5784 \\
 \hline
 49164
 \end{array}$$

On remarque que les résultats intermédiaires sont dans l'ordre inverse par rapport à la méthode française et que l'opération n'est pas réellement posée : les facteurs 723 et 68 sont simplement écrit

⁷ http://fr.wikipedia.org/wiki/Chiffres_arabes

dans l'opération en ligne (ils se servent de l'écriture en ligne pour placer leurs chiffres de manière adéquate : le premier résultat correspondant à la multiplication par 6, le « 8 », est placé sous le 6).

3.4 Une analyse a priori

Nous allons essayer de provoquer des phénomènes de transfert de connaissances antérieures en demandant aux élèves de lister toutes les techniques apprises pour effectuer une opération, afin de voir s'ils auront également recours aux procédés appris dans le pays d'origine et non réutilisés dans l'enseignement français. Deux classes de 6^e et une de 5^e accueillant toutes une forte proportion d'élèves migrants ont participé à cette expérimentation.

Voici le déroulement de la séance et l'analyse a priori.

➤ **1^{ère} phase :** Le professeur écrit l'énoncé au tableau:

« Poser les opérations suivantes : 1) $315 + 627$

2) $537 - 354$

3) 632×53 »

Les enfants doivent les résoudre par la méthode de leur choix sur une feuille. Il est précisé aux élèves que le travail ne sera pas noté, afin de minimiser l'influence du contrat didactique. L'objectif est de voir à quelle méthode les élèves auront, spontanément, recours.

On s'attend ici à voir apparaître une grande variété de techniques opératoires, mais comme ces élèves ont déjà été scolarisés depuis au moins quelques mois en France, ils ont certainement déjà rencontré les techniques occidentales et ils chercheront probablement à proposer tout d'abord ce type de méthodes, afin de répondre à l'idée qu'ils se font du contrat didactique : lorsqu'un enseignant français pose une question, mieux vaut répondre en utilisant une méthode française.

➤ **2^{ème} phase :** Le professeur demande aux élèves de chercher pour chaque opération une autre façon de la poser.

La consigne consistant ici à trouver des manières différentes d'effectuer un même calcul, les élèves ne devraient plus hésiter à proposer les techniques apprises dans leur pays d'origine. Vu la très grande proportion d'élèves d'origine maghrébine dans notre public, nous nous attendons notamment à voir apparaître la 'multiplication per gelosia'.

➤ **3^{ème} phase :** Les feuilles ayant été relevées (afin que les élèves ne soient pas tentés d'effacer leurs propositions pour recopier 'la' bonne solution du tableau), les opérations sont corrigées au tableau par un élève sous le contrôle du reste de la classe. Les différentes méthodes sont analysées et comparées.

Légitimer les différentes techniques présentées par les élèves représente un double enjeu : du point de vue de l'enseignement, ceci permet de conforter les élèves dans le réinvestissement de leurs acquis antérieurs et du point de vue de notre expérimentation, ceci poussera les élèves à nous faire part de tous les particularismes dont ils pourraient se souvenir. Toutefois, prouver l'équivalence entre les différentes techniques opératoires représente un travail, certes intéressant, mais long et délicat, surtout pour des élèves ayant des difficultés langagières. Nous

nous contenterons donc de montrer l'égalité des résultats obtenus, puis d'affirmer la validité des méthodes.

➤ **4^{ème} phase :** Si aucun élève ne l'a proposée, le professeur pose la multiplication selon la méthode 'per gelosia', sans parler de l'origine de ce procédé. Les élèves sont invités à lever le doigt s'ils reconnaissent cette méthode. Ceux qui s'en sentent capables sont priés de terminer l'opération au tableau, afin de contrôler l'acuité de leurs souvenirs.

Il s'agit de voir si des élèves qui n'auraient pas spontanément pensé ou osé utiliser les techniques travaillées dans leur pays d'origine, sont tout de même capables de mobiliser ces connaissances, lorsqu'on le leur demande explicitement.

➤ **5^{ème} phase :** la discussion s'élargit pour s'étendre à toutes les différences existant entre l'enseignement des mathématiques en France et des mathématiques dans leur pays d'origine. Par ce biais, les élèves sont amenés à s'expliquer sur leur façon de réinvestir les connaissances acquises dans leur pays d'origine et sur les facteurs freinant leur réussite scolaire dans cette discipline.

Ici, l'on s'attend à trouver des réponses de nature très diverses : concernant aussi bien les techniques ou les ostensifs utilisés, que les différences de contrat didactique, les difficultés langagières...

3.5 Les questionnaires individuels

Nous nous sommes demandé si un paramètre ne risquait pas de fausser notre expérimentation : peut-être, en classe entière, certains élèves n'oseraient-ils pas prendre la parole, ou proposer des techniques personnelles, de peur d'être stigmatisés par leurs camarades. Nous avons donc voulu compléter notre première expérimentation par un questionnaire individuel.

Les difficultés en lecture et écriture de nombreux élèves nouvellement arrivés en France ne nous permettent pas de nous contenter d'un questionnaire écrit. Chaque élève devra donc être interrogé individuellement et oralement par un professeur qui consignera lui-même les réponses par écrit. Cette méthode offre de plus l'avantage de pouvoir ré expliquer en détail une question, si l'on voit que l'élève ne l'a pas comprise, ou d'insister sur un point particulièrement intéressant. Toutefois, les difficultés en français de certains élèves interrogés représentent parfois un handicap insurmontable, et pour quatre élèves nous avons dû appeler en renfort un camarade pour jouer les interprètes.

Les élèves de deux classes de cinquièmes accueillant de nombreux élèves migrants (qui n'avaient pas participé à l'expérimentation précédente) ont été interrogés : une classe de seize élèves, parmi lesquels douze élèves migrants dont huit sont d'origine maghrébine et une classe de dix-sept élèves parmi lesquels quatorze élèves migrants dont onze sont d'origine maghrébine.

Nous leur avons alors posé les questions suivantes :

- 1) est-ce que, dans leur pays d'origine ils effectuaient les calculs d'une autre manière qu'ici ?
- 2) est-ce qu'ils avaient relevé d'autres différences entre les mathématiques travaillées dans les deux pays ?
- 3) est-ce qu'ils avaient parfois réutilisé en France une méthode spécifique à leur pays d'origine ?
- 4) est-ce qu'ils avaient eu des difficultés en mathématiques en arrivant en France ? Pourquoi ?

4. Les résultats

Ces expérimentations ont eu lieu en 2005 et 2006. Les observations obtenues lors des expérimentations en classe entière ou lors des questionnaires individuels sont sensiblement équivalentes. Nous regrouperons donc tous les résultats obtenus.

Voici tout d'abord un rapide aperçu des pays d'origine de tous les élèves ayant participé à cette expérimentation : sur l'ensemble des cinq classes, quarante-deux élèves avaient effectué une partie de leur scolarité dans les pays du Maghreb, six élèves dans les pays de l'Est, deux élèves en Chine, un élève en Guinée et quatre à Mayotte (ou Comores).

4.1 Phénomènes d'oubli

Sur toutes ces classes, quasiment aucun élève n'a eu recours à des algorithmes opératoires appris dans son pays d'origine, même lorsque l'on a demandé de proposer des techniques différentes. Stephan, un petit arménien est le seul élève dans toute l'expérimentation à utiliser spontanément une technique différente de celles employées dans le pays d'accueil : il pose sa soustraction en écrivant les retenues à côté de l'opération au lieu de les placer à l'intérieur (nous en reparlerons un peu plus loin).

Malgré l'important effectif des élèves ayant commencé leur scolarité dans un pays arabe (quarante-deux élèves), aucun n'a spontanément recours à la multiplication per gelosia. Beaucoup affirment ne l'avoir jamais rencontrée. Est-ce vrai ou l'ont-ils oubliée ? Seuls treize élèves (parmi lesquels neuf ENAF et quatre ex-ENAF arrivés en France depuis moins de trois ans) reconnaissent tout de même cette technique lorsque je la leur présente. Toutefois, ils ont bien des difficultés à l'appliquer à leur tour. Moins de la moitié (cinq sur treize) y parviennent réellement. Tous disent avoir appris et utilisé les deux algorithmes opératoires avant leur départ, mais apparemment la méthode de prédilection dans le pays d'origine différait d'un élève à l'autre. Comment expliquer alors qu'aucun de ces élèves n'ait jamais réutilisé la méthode per gelosia une fois arrivé en France, même lorsqu'il s'agissait là de la technique qu'ils employaient le plus fréquemment dans leur pays d'origine ?

Un élève d'origine algérienne nous signale également que dans les calculs en ligne, il écrivait les chiffres de droite à gauche (les chiffres des unités complètement à gauche, puis celui des dizaines etc...). La disposition de tous les chiffres correspond donc à une symétrie-miroir par rapport à la nôtre. Deux autres élèves ont effectivement confirmé ce fait.

Méthode occidentale

$$723 - 68 = 655$$

Méthode proposée

$$556 = 86 - 327$$

Nous reconnaissons là le phénomène de bilatéralité précédemment décrit même si l'on remarque que l'écriture décrite ici diffère un peu de la convention précédemment exposée, puisque les chiffres, à l'intérieur du nombre, se lisent eux-aussi de droite à gauche. Il s'agit là, certainement, d'une confusion dans les souvenirs des élèves.

Abdeljaouad (2004) relève les difficultés que rencontrent la plupart des élèves tunisiens lorsqu'en cours de scolarité, ils doivent passer d'un système de lecture à l'autre. Pourtant, lorsque je demande aux trois élèves interrogés s'ils ont essayé ce procédé en France ou s'ils n'ont pas eu trop de mal à s'adapter à ce nouveau sens de l'écriture, tous répondent par la négative. Cette fois, le problème est plus flagrant encore qu'en ce qui concerne la multiplication per gelosia : en effet, si ces élèves avaient, avant leur départ, appris les deux méthodes pour poser une multiplication, ils n'avaient par

contre toujours travaillé qu'avec un seul sens d'écriture, différent de celui utilisé dans le pays d'accueil. Pourtant aucun élève n'a jamais utilisé en France le sens de lecture employé en Algérie, ni même interrogé un enseignant à ce sujet ! Pourquoi cela ? Pourquoi ces élèves n'ont-ils jamais présenté à l'enseignant leur propre manière de faire au lieu de chercher immédiatement à se conformer à cette nouvelle convention ? Lorsqu'on les interroge à ce sujet, la plupart se contente de répéter 'j'ai oublié' sans paraître y attacher une grande importance. C'est donc en nous appuyant sur les apports théoriques apportés en début d'analyse que nous essaierons de trouver des éléments de réponse.

4.2 Phénomènes dus à un changement dans les contrats didactiques

Certains phénomènes observés lors de cette expérimentation nous montrent dans quelle mesure les différences de contrat didactique entre le pays d'origine et le pays d'accueil peuvent compliquer le transfert des savoirs.

Ainsi lorsque Stephan en corrigeant la soustraction, écrit ses retenues dans un coin du tableau au lieu de les placer dans l'opération, Yacine, ex-ENAF originaire d'Algérie, réagit immédiatement « C'est faux, il a oublié la retenue ». Je lui fais remarquer que Stephan a trouvé le bon résultat, qu'il a juste écrit sa retenue à un autre endroit. « Oui, mais c'est pas comme ça qu'il faut la poser » réplique Yacine. Il faut alors que je lui explique que Stephan n'a pas exactement les mêmes habitudes que le reste de la classe car, en Arménie, on pose les opérations légèrement différemment, mais que les deux méthodes sont justes. Yacine paraît moyennement convaincu. Il s'agit pourtant là d'une très légère variation par rapport à la méthode communément admise et l'équivalence des techniques apparaît clairement. Mais cela ne suffit pas pour valider la solution. Pour cet élève, la réponse doit nécessairement être parfaitement identique à celle proposée par l'enseignant.

Par ailleurs lorsque je demande aux élèves qui ont reconnu la multiplication per gelosia s'ils ont essayé cette méthode, une fois arrivés en France, ils répondent tous immédiatement par la négative, y compris ceux qui connaissent et parviennent toujours à utiliser cet algorithme. Plusieurs disent qu'ils ont eu peur que le maître ne les gronde.

Ces deux événements sont révélateurs d'un même phénomène d'inadaptation au contrat didactique français. En effet, dans de nombreux pays, l'enseignement s'effectue essentiellement sous forme de cours magistraux et la représentation que chacun se fait du rôle de l'enseignant et de l'élève diffère de celle habituellement en vigueur en France. L'enseignant est supposé présenter le savoir parfaitement abouti et attend de l'élève qu'il soit en mesure de le restituer à l'identique. Ceci implique pour les élèves, tout d'abord l'existence d'une réponse valide unique pour une question donnée, ensuite la nécessité de donner la réponse de l'enseignant. Il est donc difficile d'admettre, pour ces élèves, qu'il puisse y avoir plusieurs méthodes justes, pour résoudre un problème. L'objectif n'est pas, selon eux, d'apporter une réponse à la question de l'enseignant, mais d'être capables de lui restituer SA réponse. Ils sont à la recherche de LA bonne réponse et se sentent rapidement perdus si la rédaction diffère de leurs habitudes, surtout lorsqu'il s'agit d'élèves en difficulté. Une fois arrivés en France, ces représentations persistent. Comme les règles du contrat didactique restent généralement tacites et s'acquièrent peu à peu, par frayage, généralement dès la maternelle ou au début de l'école primaire, les élèves qui arrivent en cours de scolarité ont bien du mal à réaliser des différences par rapport au contrat auxquels ils étaient habitués. A partir de là, on peut comprendre que lorsqu'un professeur, en France, propose une méthode différente de celle apprise dans leur pays d'origine, les élèves pensent immédiatement que leurs connaissances antérieures sont erronées et n'essaient plus du tout de les transférer, s'appliquant au contraire à

reproduire la technique de l'enseignant. Cela signifie également qu'ils risquent de s'interdire des constructions personnelles ou toute forme d'initiative, stratégies pourtant vivement encouragées dans l'école française.

4.3 Phénomènes dus à un changement dans les pratiques institutionnelles

✓ Les techniques

Le changement dans les techniques utilisées peut également freiner le réinvestissement des savoirs antérieurs. En effet, lorsque l'on compare certains algorithmes opératoires, on peut penser que l'aisance dans la manipulation de l'une de ces techniques ne se transfère pas spontanément dans le maniement d'une autre. Si on impose à un élève migrant un certain algorithme opératoire (ou si lui-même s'interdit le recours à des pratiques différentes de celles présentées), il risque de se trouver incapable de résoudre un type de tâche qu'il aurait pu traiter dans son pays d'origine. Ainsi, l'enseignant nous signale qu'une élève, n'ayant quitté la Chine que depuis quelques mois, est actuellement incapable de réaliser la division 'occidentale', alors qu'elle excelle dans l'utilisation de la division 'chinoise'. C'est toutefois le seul cas de ce genre que nous pourrions relever. Ceci surprend car, parmi les élèves migrants d'origine maghrébine, certains nous disent avoir davantage manipulé la multiplication per gelosia ou l'écriture de droite à gauche dans leur pays d'origine. Mais il semble qu'ils se soient immédiatement interdit le recours à ces spécificités. On peut penser que ce changement brutal dans les pratiques a dû, au moins dans les premiers temps, entraver, voire même peut-être empêcher leur résolution de problèmes. Ils n'en font pourtant pas état.

✓ Les programmes

Pour comprendre cela, regardons de plus près l'Institution qui encadre l'enseignement des mathématiques. Que ce soit en ce qui concerne les techniques opératoires ou le sens d'écriture, il est très difficile pour un élève d'oser proposer ses propres pratiques, surtout au collège. En effet, si à l'école primaire, les instructions officielles incitent les professeurs des écoles à présenter à leurs élèves plusieurs algorithmes opératoires, cette préoccupation n'intervient pas dans les programmes du collège. Les algorithmes opératoires ayant été étudiés à l'école primaire, l'objectif est, en sixième, de les utiliser de manière efficace pour résoudre des problèmes. Les enseignants du secondaire n'ont suivi aucune formation concernant ces divers algorithmes opératoires et ne les connaissent généralement pas. Ils se contentent de s'assurer que les techniques traditionnelles sont maîtrisées, sans laisser l'espace nécessaire à l'introduction par les élèves de certaines particularités dont ils ne soupçonnent pas l'existence et qu'ils risquent même d'ignorer si elles se présentent. Au collège, ces savoirs sont hors champ institutionnel. Dans ces conditions, l'élève ne peut prendre seul la responsabilité de l'y introduire. Seul l'enseignant pourrait jouer ce rôle, s'il avait été sensibilisé à cette problématique. Ceci vient s'ajouter aux effets, précédemment décrits, résultant de la méprise des élèves concernant le contrat didactique : Yacine, arrivé en France au début du collège, n'a pas eu l'occasion de découvrir à l'école primaire l'existence de divers algorithmes opératoires pour effectuer une même opération et rejette toute technique différente de celle présentée en classe, car il pense qu'il ne peut y avoir qu'une seule solution valide.

✓ La langue

Que ce soit lors de l'expérimentation en classe entière ou lors des entretiens individuels, les seules difficultés signalées spontanément par les élèves relèvent des problèmes de langue : difficultés pour comprendre une consigne (orale ou écrite) ou pour répondre à une question. Même dans cette discipline où la maîtrise de la langue pourrait paraître moins indispensable, les élèves considèrent leurs difficultés langagières comme le premier frein à leur activité mathématique.

De plus, nous avons vu que les savoirs étaient conditionnés par l'Institution dans laquelle ils apparaissaient. Comme pour les autres pratiques institutionnelles, la langue marque donc les savoirs. Autrement dit, même en imaginant qu'ils maîtrisent la langue du pays d'accueil, les élèves auront des difficultés à réutiliser, pour résoudre un problème énoncé en français, les savoirs appris dans leur langue d'origine. Cet aller-retour d'une langue à l'autre est d'autant plus délicat qu'il risque d'allonger le temps de réflexion des élèves, et peut-être d'augmenter les risques d'erreurs. Ceci peut expliquer certaines réticences des élèves migrants à réutiliser des connaissances apprises dans leur pays d'origine pour traiter un problème rédigé dans la langue du pays d'accueil.

4.4 Transfert d'une institution à l'autre

Reprenons le cas de Baylé, cette petite chinoise qui utilisait exclusivement la 'division chinoise' pour calculer des quotients. Son enseignant nous apprend qu'elle avait spontanément employé cet algorithme la première fois qu'il avait demandé à la classe ce type d'opération. Cette élève parvient tout de même à partir des opérations présentées sous une autre forme au tableau à évaluer l'exactitude de ses calculs. Quelques mois à peine après son arrivée, elle parvient donc déjà à effectuer un certain transfert d'une institution à l'autre.

Lors des questionnaires individuels, Tian Tian, une autre chinoise arrivée en France depuis un an, nous parle également de cette technique lorsqu'on lui demande les techniques opératoires qui diffèrent entre le pays d'accueil et le pays d'origine. Lorsque je lui demande de poser une division, elle utilise sans aucune hésitation (et sans aucune erreur) la méthode occidentale. Je lui demande alors comment elle posait les divisions en Chine. Elle commence avec difficulté à poser la division chinoise, hésite quelque peu, mais finit par arriver, seule, au résultat exact.

Nous avons également parlé du cas de Stephan, qui effectuait les soustractions en plaçant les retenues à côté de l'opération et non à l'intérieur. Il s'agit nécessairement là d'une habitude prise dans son pays d'origine car il ne fréquente l'école française que depuis quelques mois et son professeur de mathématiques n'a utilisé en classe que la présentation occidentale 'traditionnelle'. Là encore, cet élève parvient à effectuer une certaine correspondance entre les pratiques en vigueur dans deux institutions différentes. En effet, en début d'année, la classe avait, lors de la résolution de problèmes, réactivé tous les mécanismes opératoires et l'enseignante avait lourdement insisté sur le rôle des retenues. Stephan n'avait alors fait aucune remarque. Il a visiblement compris l'équivalence des techniques et a conservé ses habitudes. On notera d'ailleurs que c'est lui, qui lors de l'expérimentation, demande à effectuer la correction au tableau, ce qui montre sa confiance dans sa technique opératoire.

Enfin, lors des entretiens individuels, Zolt, qui a quitté la Hongrie depuis trois ans, affirme tout d'abord qu'il n'a pas vu de différences entre les mathématiques enseignées en France et celles enseignées dans son pays d'origine. Il se reprend au dernier moment et ajoute d'un ton détaché « Ah si, sauf pour les multipliés ». Je lui demande alors de me poser une multiplication comme il l'a apprise en Hongrie et après quelques hésitations, il y parvient. Il s'agit de la multiplication 'germanique' précédemment évoquée. Je demande alors à Zolt s'il a déjà utilisé cette méthode en France, il me répond par la négative. Lorsque je lui en demande la raison, il me dit juste qu'il ne sait pas. Apparemment, il avait également appris la méthode occidentale avant de venir, et il parvient parfaitement à la suivre. De même, cinq élèves d'origine maghrébine, sont effectivement capables d'effectuer une multiplication per gelosia. Ils maîtrisent également l'algorithme correspondant à la multiplication 'occidentale'. Ces deux derniers cas sont légèrement différents des précédents puisque ces élèves avaient appris les deux algorithmes dans leur institution d'origine. Mais nous voyons qu'ils sont toujours en mesure de les réutiliser tous deux dans l'institution d'accueil.

Ces exemples nous montrent que certains élèves parviennent à utiliser conjointement des connaissances provenant d'institutions différentes. Toutefois, ces cas restent assez isolés.

5. Limites de l'expérimentation

Nous venons de voir que le changement dans les pratiques institutionnelles entrave, chez les élèves migrants, le réinvestissement de connaissances antérieures. Il convient toutefois de noter qu'il ne s'agit pas du seul paramètre qui puisse expliquer les difficultés de transfert des savoirs acquis dans le pays d'origine.

5.1 La volonté d'intégration

Lorsque je demande aux élèves pour quelles raisons ils n'ont pas réutilisé, une fois arrivés en France, les méthodes spécifiques apprises dans leur pays d'origine, plusieurs élèves évoquent la peur du regard des autres. 'Ils vont se moquer de nous, sinon', disent-ils en parlant de leurs camarades. En effet, la première préoccupation de ces élèves migrants est souvent de ne pas se faire remarquer afin de réussir au plus vite à s'intégrer dans leur nouvelle classe. Se distinguer des autres en affichant ses particularités expose au risque de se retrouver exclus du groupe, car différent. Seule une incitation extérieure peut les amener à considérer leurs différences non comme un handicap mais comme une richesse pour la Classe et donc à oser les présenter.

Réciproquement, lors de cette expérimentation, nous avons également assisté au phénomène inverse. Deux élèves d'origine algérienne, mais arrivés très jeunes en France, affichent un grand intérêt pour la technique de la multiplication per gelosia. Alors qu'ils ne connaissaient jusqu'alors que la méthode 'occidentale', ils essaient de comprendre ce nouvel algorithme, affirmant qu'il est beaucoup plus simple. A ma grande surprise, Yacine, qui ne fait pourtant pas partie ni des meilleurs élèves, ni des élèves les plus motivés, prend spontanément un papier en me disant qu'il veut apprendre à la faire. Il essaie d'abord tout seul, fait quelques erreurs que je corrige, puis reprend, cette fois-ci sans faute. Cet engouement de certains élèves, pourtant généralement peu assidus, pour cette méthode propre à leur pays d'origine montre la nécessité pour eux de voir leur culture maternelle reconnue et pourrait constituer une voie à exploiter pour remotiver certaines classes. On notera d'ailleurs que les élèves les plus intéressés sont ceux qui résident en France depuis plusieurs années. On peut se demander si alors que les ENAF cherchent plutôt à s'intégrer dans la société française en gommant leurs particularismes culturels, certains élèves, ayant quitté leur pays d'origine depuis plus longtemps (notamment ceux de la deuxième génération) ne cherchent pas à retrouver certaines traces de 'leur' culture. Peut-être ces élèves, déçus de n'avoir pu s'intégrer dans la culture de leur pays d'accueil, cherchent-ils à se raccrocher à une culture qui n'est pas (ou n'est plus) la leur et qu'ils idéalisent sans vraiment la connaître.

5.2 Savoirs effectivement maîtrisés avant leur départ

Afin de mieux comprendre les phénomènes que cette étude a révélés, il serait intéressant de connaître la maîtrise effective des savoirs considérés avant l'immigration afin de mieux cerner l'ampleur de cet oubli. La comparaison des programmes et des pratiques institutionnelles des classes fréquentées par les élèves migrants avant leur arrivée, avec ceux en vigueur en France, pourrait apporter des éléments d'informations. Cependant il faudrait compléter cette étude en analysant les contenus réellement assimilés qui diffèrent parfois largement des prescriptions institutionnelles. Pour cela, il faudrait être en mesure de questionner les élèves sur les algorithmes

opératoires, avant leur départ, puis après quelques mois de résidence dans le pays d'accueil. Ceci nous permettrait de comparer, pour un élève donné, le réinvestissement des connaissances et donc de mieux cerner les phénomènes d'oubli, mais cette entreprise s'avère difficile à mettre en place.

5.3 La durée du séjour en France

Nous avons pu constater lors de ces expérimentations que l'oubli des connaissances acquises dans le pays d'origine augmentait rapidement avec la durée de séjour dans le pays d'accueil. Rares sont les élèves qui au-delà de deux années de résidence en France conservaient quelques traces des techniques travaillées avant leur départ. Ceci montre que le temps de scolarisation en France est un paramètre important dans ce phénomène d'oubli et que le réinvestissement des connaissances antérieures ne peut se faire que dans les premiers mois qui suivent leur arrivée.

5.4 L'ergonomie des techniques

Il nous faut également parler d'un aspect qui a pu augmenter les phénomènes d'oubli observés ici : il s'agit de l'importance de l'ergonomie d'une technique. En effet, plus on devient expert en mathématiques, moins on a besoin d'informations ostensives : un jeune enfant devra écrire toutes les retenues dans ses opérations pour soulager sa mémoire pendant ce procédé encore délicat pour lui, alors qu'avec l'expérience cette nécessité disparaîtra. Dans les expressions algébriques, les collégiens apprendront peu à peu à se passer de certains signes opératoires... On s'oriente donc en mathématiques vers les techniques les plus sobres en informations ostensives, vers les techniques les plus ergonomiques. Lorsque l'on observe la multiplication per gelosia, l'on voit que l'intérêt essentiel de cette pratique est de soulager la mémoire, puisque les retenues des multiplications partielles sont écrites dans le tableau au lieu d'être mémorisées par le sujet. Mais pour une personne experte n'ayant pas besoin d'un tel appui, la multiplication utilisée traditionnellement en France peut apparaître moins contraignante car elle ne nécessite pas la construction préalable d'un tableau. Les trois autres techniques opératoires (la division chinoise, la soustraction sans retenue, et la multiplication germanique) correspondent à des procédés experts, tout aussi ergonomiques (voire davantage) que les techniques utilisées traditionnellement en France. On peut donc se demander si la « faible » ergonomie de la multiplication per gelosia n'explique pas en partie l'oubli plus important de cette technique par rapport aux autres. Pour mesurer l'influence de ce phénomène sur la mémorisation, il conviendrait, par exemple, de reproduire notre expérimentation avec des élèves du même âge, ayant passé toute leur scolarité en Algérie afin de voir s'ils se souviennent mieux (ou non) de la multiplication per gelosia.

6. Conclusion

6.1 Discussions concernant nos trois hypothèses

Cette expérimentation accrédite notre première hypothèse selon laquelle les élèves migrants interrogés réutilisent peu, une fois en France, les spécificités culturelles apprises dans leur pays d'origine. Or l'étude du réinvestissement des techniques spécifiques au pays d'origine constitue un dispositif grossissant pour le transfert de l'ensemble des techniques apprises antérieurement. Ceci signifie que les élèves migrants ne réutilisent généralement que les connaissances présentées par leur nouvel enseignant, dans leur pays d'accueil, sans pouvoir s'appuyer sur leurs acquis antérieurs, ce qui réduit considérablement leur capacité de résolution.

Nous avons pu constater que, d'une part l'oubli des pratiques antérieures est particulièrement rapide et que d'autre part, même lorsque les élèves se souviennent de ces enseignements, ils ne les

réemploient quasiment pas dans le pays d'accueil. Ce phénomène est notamment dû à un changement dans les pratiques institutionnelles. En effet, ces élèves soit n'osent pas (à cause notamment d'une mauvaise interprétation du contrat didactique du pays d'accueil), soit ne parviennent pas (changement d'ostensifs, de langue, de techniques...) à réinvestir les connaissances apprises avant leur départ : une connaissance est marquée par l'Institution qui l'a portée et les élèves ont effectivement des difficultés à la réutiliser dans un autre cadre. Nous pouvons donc parler *d'oubli institutionnel*.

Toutefois, notre expérimentation montre également que certains élèves parviennent à réinvestir leurs acquis antérieurs malgré le changement de cadre institutionnel, et réussissent dans le même temps à comprendre, voire à ré-exploiter les algorithmes propres aux pays d'accueil. Ceci montre que le réinvestissement des savoirs spécifiques au pays d'origine n'empêche pas l'apprentissage des savoirs présentés dans le pays d'accueil. Ces élèves ont réussi à traduire des connaissances provenant d'institutions distinctes dans un format hybride qui permet de les utiliser conjointement. On voit ainsi certains élèves migrants, qui éprouvent le besoin de traduire pour eux-mêmes dans leur langue d'origine certains termes techniques au milieu d'une définition dans la langue seconde ou dans un texte, une phrase complète jugée particulièrement délicate. D'autres conserveront leurs anciennes techniques opératoires qu'ils mêleront à des techniques nouvellement apprises.

Pour être réellement efficient, le cadre se doit d'être personnel et évolutif, afin de s'adapter, à tout moment aux besoins de l'élève : si à son arrivée, l'élève migrant ressent très certainement la nécessité de traduire la plupart des informations données dans le format utilisé dans l'institution d'origine, peu à peu au fil des apprentissages, certaines pratiques institutionnelles du pays d'accueil deviendront plus familières et ne nécessiteront plus de transfert pour être appréhendables. Par conséquent, ce cadre ne peut être élaboré que par lui et pour lui. L'élève migrant doit s'ériger en *Institution de Transition*.

Ce métissage des formats qui permet à l'élève d'opérer en douceur la transition entre les deux institutions, avant une intégration complète au nouveau système éducatif, durera plus ou moins longtemps en fonction des individus et de l'ampleur des adaptations nécessaires. Dès que, pour un type de tâches donné, la manipulation directe des informations dans l'institution d'accueil deviendra plus efficiente (du point de vue du temps et des efforts exigés ainsi que du risque d'erreurs encouru) que le transfert dans l'Institution de Transition, suivi du traitement dans ce nouveau cadre, cette dernière stratégie sera abandonnée. Par conséquent, au fil des apprentissages dans le pays d'accueil, les recours à cette Institution de Transition devraient se raréfier : l'élève transfèrera ses connaissances antérieures dans l'Institution d'accueil afin de les rendre parfaitement compatibles avec celles découvertes après son immigration. Signalons toutefois que certains continueront, même après des années de scolarisation dans le pays d'accueil, à recourir à une Institution de Transition pour des types de tâches donnés : ainsi, certains adultes, ayant pourtant immigré très jeunes, continuent à effectuer leurs calculs mentaux dans leur langue d'origine et ce malgré leur parfaite maîtrise de la langue seconde. En effet, leur habileté concernant ces pratiques élémentaires dans le format de l'institution d'origine rend cette pratique plus performante que le traitement de la tâche dans l'institution du pays d'accueil. Quoiqu'il en soit, il semble important que l'élève puisse transférer à son rythme ses connaissances d'une institution à l'autre : s'il se sent contraint de n'utiliser que l'institution d'accueil, il risque de ne plus pouvoir recourir à ses connaissances antérieures.

6.2 Des pistes pour l'intégration des ENAF...

Nous venons de voir que pour mobiliser une connaissance dans un cadre institutionnel différent de celui de sa construction, une conversion s'avérait indispensable. Or tous les élèves migrants ne parviennent pas à réaliser ce transfert et leurs acquis antérieurs disparaissent alors, victimes de ce que nous avons nommé un oubli institutionnel. Pour que l'opération réussisse, il convient de créer un espace propre, distinct à la fois de l'Institution d'origine et de l'Institution d'accueil, mais dans lequel des spécificités de l'une et de l'autre cohabiteront : une Institution de Transition.

Cependant, créer cette Institution de Transition s'avère une tâche longue et complexe, dans laquelle l'élève en quête d'une intégration rapide dans le pays d'accueil risque de ne pas oser se lancer. Certes, lui seul est en mesure de créer et de faire évoluer cette Institution, mais il a peu de chances d'y parvenir sans aide extérieure. De quelle manière les enseignants pourraient-ils accompagner ce transfert ? Il faut souligner le fait que les enseignants, qui n'ont reçu aucune formation à ce sujet, ignorent généralement les difficultés qu'un élève nouvellement arrivé en France peut rencontrer pour transférer ses connaissances antérieures. Partageant souvent l'idée selon laquelle les mathématiques constituent une science universelle, ils ne se doutent pas que les élèves migrants ont pu travailler les mathématiques sous une autre forme et des difficultés que peut représenter pour eux le transfert. Par conséquent, ils ne pensent généralement pas à inciter les élèves migrants à utiliser d'autres techniques ou ne se montreront pas spécialement attentifs aux éventuelles tentatives de l'un d'entre eux. Une des premières étapes serait donc de sensibiliser les enseignants confrontés à ce type de public, aux difficultés de leurs élèves et ce quelque soit la discipline enseignée.

Il convient ensuite de créer pour l'élève le temps et l'espace nécessaire à ce transfert. Il est important que les élèves s'autorisent le recours à leurs acquis antérieurs, même lorsque ces derniers sont spécifiques à l'Institution d'origine. L'enseignant doit donc officiellement reconnaître l'intérêt de ces savoirs, sans quoi les élèves risquent de les considérer comme obsolètes et de les oublier immédiatement. Doit-il pour autant considérer comme valides une réponse exacte sur le plan mathématique mais formulée dans un format non recevable dans le pays d'accueil ? Lors de son arrivée, le réinvestissement des connaissances antérieures nous paraissant plus important que l'apprentissage des techniques françaises, nous pensons que l'élève doit se sentir autorisé à utiliser sa culture maternelle aussi souvent que nécessaire. Mais l'objectif à long terme est d'amener l'élève vers une formulation compatible avec l'institution d'accueil. En effet, l'activité mathématique, notamment lors des phases d'apprentissage et d'évaluation, nécessite une certaine communication, écrite ou orale, avec l'enseignant et les pairs et donc une adhésion au langage commun. Le transfert vers une autre institution ne doit donc être que temporaire, ou cantonné au discours personnel de l'élève (par exemple pour la langue). Pour faciliter l'apprentissage des nouvelles pratiques institutionnelles, l'enseignant pourra présenter le nouveau modèle à l'élève et mettre en évidence le parallèle qui existe entre les deux techniques : l'élève pourra alors, lorsqu'il s'en sentira capable, tenter de transférer son savoir dans cette nouvelle méthode. Toutefois, cela nécessitera pour l'enseignant, une connaissance étendue de plusieurs techniques, afin de pouvoir en éprouver la validité (il doit être en mesure de reprendre l'élève qui utiliserait de manière partiellement erronée une technique spécifique à son pays d'origine) et en montrer l'équivalence.

On pourrait également imaginer la mise en place d'ateliers en dehors des séances de cours, pour que la Classe ait le temps et la légitimité d'analyser l'équivalence des pratiques institutionnelles (ostensifs...) utilisées dans les différents pays. Cette reconnaissance officielle de pratiques différentes de celles habituellement utilisées en classe pourra inciter l'élève migrant à proposer ses propres spécificités.

6.3 ... qui peuvent profiter à toute la classe

Le fait d'étudier différentes techniques opératoires est bénéfique non seulement pour l'élève migrant mais également pour ses camarades car la comparaison, pour une même opération, de différents algorithmes, permet de dégager les invariants, de mieux comprendre les mécanismes.

Ainsi, il y a plus de deux siècles, Condorcet proposait déjà aux instituteurs d'enseigner entre une et trois techniques de soustraction. Aujourd'hui encore, un manuel scolaire canadien, destiné aux élèves de fin de cycle primaire, présente trois techniques d'addition et trois techniques de soustraction - dont l'addition française et la soustraction anglaise. Le but des auteurs est de bien dissocier les différences culturelles et les propriétés communes à l'addition et à la soustraction dans une numération de position à base dix. Le choix de la technique est ensuite laissé aux apprenants. En France, les programmes 2008 de l'école primaire incitent également les enseignants à présenter à leurs classes plusieurs algorithmes opératoires et la multiplication per gelosia figure sur plusieurs manuels (ERMEL⁸...).

Ainsi Bouchard et Cortier (2007) rapportent un épisode où un enfant turc, confronté à l'opération $978 \times 4\ 837$, effectue une multiplication per gelosia. L'institutrice tire parti « inter culturellement » de cette situation en demandant à l'enfant d'expliquer sa méthode à tous les élèves. Il s'agit là d'une activité particulièrement riche sur le plan culturel (puisqu'elle permet la reconnaissance des diversités culturelles et institutionnalise leur validité pour résoudre un problème mathématique en français) et sur le plan mathématique : la comparaison de cette multiplication posée selon la méthode arabe et occidentale peut permettre une discussion intéressante sur la prise en compte des retenues ou l'alignement des chiffres dans les résultats intermédiaires.

Brousseau (2010) présente même cet algorithme comme une alternative intéressante à la méthode habituellement utilisée en France. Une analyse théorique montre en effet que si le nombre de 'boucles' (étape correspondant à la multiplication d'un chiffre du multiplicande par un chiffre du multiplicateur) demeure le même, d'autres avantages apparaissent :

- dans la multiplication traditionnelle, l'élève doit mémoriser en plus des deux chiffres qu'il est en train de multiplier, leur position (pour savoir quelle multiplication il devra ensuite effectuer) et l'éventuelle retenue à ajouter. Dans la multiplication per gelosia, les multiplications sont indépendantes et peuvent être abordées dans n'importe quel ordre. De plus, les retenues sont écrites dans le tableau (ce qui facilite la vérification des calculs) et ne sont pas réutilisées dans la multiplication suivante.
- sa mémoire étant déchargée de ces tâches, l'élève pourra se concentrer sur la multiplication partielle. Au cas où le résultat ne lui apparaîtrait pas évident, il pourra prendre le temps de se réciter les tables ou de le retrouver par un autre procédé sans crainte d'oublier dans cette recherche des informations indispensables. Cet exercice améliore donc l'acquisition par les élèves des tables de multiplication.
- les risques d'erreurs dans l'alignement des chiffres à ajouter lors de l'addition finale sont minimes (puisqu'il suffit de suivre les diagonales) alors qu'il est courant de voir les élèves oublier de décaler les résultats intermédiaires dans la méthode occidentale traditionnelle. En particulier, le nombre de chiffres du résultat (qui donne un premier ordre de grandeur grossier) découle mécaniquement de la construction du tableau.

D'un autre côté, la multiplication per gelosia nécessite une construction préliminaire un peu longue

⁸ Manuel pour l'enseignement des mathématiques à l'école primaire ; responsable : J.DOUAIRE ; avec le partenariat de l'INRP

et l'addition finale s'avère un peu plus complexe puisqu'il faut en plus tenir compte des retenues des multiplications partielles. La technique la plus ergonomique dépend donc du degré d'expertise de chacun. Globalement, le coût d'apprentissage est plus faible pour la multiplication per gelosia que pour la multiplication traditionnelle (puisque pour un néophyte, il y a moins de risque d'erreurs dans la première que dans la seconde), alors que la tendance s'inverse si l'on regarde le coût de mise en œuvre pour un expert : la multiplication traditionnelle est plus rapide à réaliser. La multiplication per gelosia constitue donc un algorithme intéressant pour les élèves non experts, notamment pour ceux, souvent nombreux, qui ne maîtrisent pas leurs tables.

Cette analyse théorique se trouve confirmée par les résultats d'une étude expérimentale. En effet, Brousseau nous apprend que dans les nombreuses classes où cette expérimentation s'est déroulée, l'enseignement de cet algorithme s'est accompagné d'une amélioration du taux de réussite des multiplications sans pour autant ralentir la vitesse d'exécution, tout particulièrement chez les élèves moyens et faibles. Par ailleurs, les compétences développées lors de l'acquisition de cet algorithme peuvent facilement être transférées lors de l'apprentissage de la méthode traditionnelle, ce qui, sous certaines conditions, peut permettre au professeur de consacrer moins de temps à l'enseignement de la multiplication.

6.4 Réticences persistantes

L'étude de diverses pratiques pour traiter un même type de tâches pourrait donc constituer un atout d'une part pour l'élève migrant puisque cela légitimerait l'utilisation de ses acquis antérieurs, mais également pour ses condisciples nés en France. Cependant, cette ouverture vers la culture d'origine des élèves migrants n'est guère encouragée par l'institution. Ainsi, si l'apprentissage des langues étrangères est fortement encouragé pour la plupart des élèves, l'usage de la langue maternelle est généralement considéré pour les enfants migrants comme un frein à l'apprentissage de la langue seconde. Les enseignants, porteurs de ces valeurs, inciteront donc souvent leurs élèves à abandonner définitivement leur langue maternelle à l'école, mais parfois également en dehors de l'école. Confrontés au rejet de leur langue et contraint de n'utiliser à présent que le français, les élèves risquent de rejeter d'un coup toute leur culture d'origine, y compris leurs connaissances scolaires, pour mieux s'intégrer dans leur pays d'accueil.

Pourtant, d'autres solutions existent. Certaines écoles américaines ont au contraire décidé de dispenser une partie des cours dans la langue d'origine, afin d'une part de conserver la maîtrise de cette langue, d'autre part de faciliter le réinvestissement des acquis scolaires et l'entrée dans le nouveau système éducatif. Diverses études (Thomas & Collier, 2001) ont montré qu'à la longue, cela facilitait pour les élèves, les progressions disciplinaires sans pour autant ralentir leurs apprentissages de la langue seconde. En France, certaines expériences d'éveil aux langues ont été menées dans des dispositifs d'accueil, où les élèves comparent les langues présentes dans la classe, afin d'en étudier les différences et les invariants et d'améliorer ainsi leur maîtrise du français.

Quelle que soit la méthode retenue, il serait bon que les enseignants cherchent à accompagner chez les élèves migrants le transfert des connaissances d'une institution à l'autre, transfert qui n'est, comme nous venons de le voir, généralement pas spontané et qui s'avère pourtant indispensable à la réussite scolaire dans le pays d'accueil.

Bibliographie

ABDELJAOUAD M. (2004) La bilatéralité dans le discours mathématique : une contrainte institutionnelle en Tunisie. *Petit x* 64, 36-59.

- ABEDI J., LORD C., & HOFSTETTER C. (1998) Impact of selected background variables on students' NAEP math performance. *CSE Tech. Rep. Los Angeles: UCLA Center for the Study of Evaluation/National Center for Research on Evaluation, Standards, and Student Testing* 478.
- ABEDI J., LORD C., HOFSTETTER C. & BAKER E. (2000) Impact of accommodation strategies on English language learners' test performance. *Educational Measurement : Issues and Practice* 19(3) 16–26.
- BOUCHARD R. & CORTIER C. (2007) Cultures scolaires et enseignement-apprentissage du FLS en milieu français pour élèves allophones : le cas des mathématiques. *Lucchini S. & Maravelaki A. Langue scolaire, diversité linguistique et interculturalité, EME/Inter Communications* 113-130.
- BROUSSEAU G. (1998) *Théorie des situations didactiques*, La Pensée Sauvage.
- BROUSSEAU G. (2010) Le calcul humain des multiplications et des divisions de nombres naturels. *Gand N* 85, 13-41.
- CHEVALLARD Y. & BOSCH M. (1999) Ostensifs et sensibilité aux ostensifs dans l'activité mathématique. *Recherches en didactique des mathématiques* 19/1, 77-123.
- GIRODET M.A. (1996) *L'influence des cultures sur les pratiques quotidiennes de calcul*. Credif Essais.
- HOFSTETTER C. (2003) Contextual and Mathematics accommodation test effects for english-language learners. *Applied measurement in education* 16/2 159–188.
- LEUTENEGGER F. (2000) Construction d'une "clinique" pour le didactique. Une étude des phénomènes temporels de l'enseignement. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 20/2 209-250.
- SCHUBAUER-LEONI M. (1988) Le contrat didactique : une construction théorique et une connaissance pratique. *Interactions Didactiques* 9 67-81.
- THOMAS W. & COLLIER V. (2001) *A national study of school effectiveness for language minority students' long-term academic achievement* Center for Research on Education, Diversity & Excellence (CREDE).