

« FREDDY LA GRENOUILLE »

OU LA NOTION DE GROUPEMENTS EN CP

Hélène HILI

PIUFM à l'IUFM de Bretagne

Josiane RUELLAN – LE COAT

Maître Formatrice à l'IUFM de Bretagne

Nous présentons ici un travail à propos de l'apprentissage du système de numération décimale en cours préparatoire. Plus précisément, nous nous intéressons à la question suivante : comment amener les élèves de CP à la notion de groupements ?

Ce travail a été effectué par un groupe de formateurs du site de Saint-Brieuc de l'IUFM de Bretagne, dans le cadre du séminaire de didactique des mathématiques pour le premier degré de cet IUFM.

Nous savons que l'apprentissage de la numération chiffrée est délicat pour les élèves et que son démarrage en CP est déterminant pour leur réussite. Le point de départ de notre étude a été l'article de C. Aigoïn et V. Guebourg (2004), intitulé : « Du dénombrement terme à terme aux groupements réguliers : un pas nécessaire vers la compréhension de notre système de numération positionnelle ». Cet article fait état d'une expérimentation en classe de CP et met en avant la difficulté à atteindre l'objectif visé : amener aux groupements irréguliers, puis aux groupements réguliers par 10. L'article conclut sur le grand champ de recherches qui reste encore à explorer dans ce domaine et notamment la question de savoir « *dans quelle mesure les connaissances a priori des élèves sur les nombres (...) ne sont pas, elles-mêmes, un obstacle didactique à la construction de la numération et à la compréhension des fondements de notre système décimal ?* ». Nous avons travaillé dans un dispositif de formation de PE2 sur l'objectif du passage du dénombrement par comptage un par un aux groupements irréguliers à partir de la situation « Quadrillages » (Renaud, 1990). Cette situation ne nous avait pas satisfaites, car là aussi, il était apparu que la connaissance de la comptine avait constitué un obstacle à la mise en place de groupements pour dénombrer une collection.

Il nous apparaît fondamental de penser une situation initiale suffisamment déterminante pour permettre la compréhension des principes de notre numération.

Nous avons donc voulu approfondir cet aspect spécifique de la numération, la notion de groupement. À partir d'une idée originale de Gabriel Le Poche, nous avons élaboré une situation appelée « Freddy la grenouille ».

Dans cet article, nous allons présenter la séquence réalisée, et nous donnerons des éléments d'analyse a priori relatifs à cette séquence. Celle-ci est la première de la série de séquences consacrées à la numération en CP. Elle s'est déroulée sur quatre séances. Nous décrirons et analyserons ces séances. En conclusion, nous établirons le bilan de la séquence réalisée, en particulier en termes d'impact sur les apprentissages des élèves.

Présentation et analyse a priori de la situation

Il s'agit d'une situation de communication entre un binôme d'élèves et une marionnette manipulée par l'enseignant. La description complète de ce document est donnée en annexe 1.

La compétence visée dans cette séquence

Il s'agit ici de dénombrer une quantité en utilisant des procédés de groupements par dizaines.

L'objectif principal

Il se caractérise ainsi : passer d'une perception unité par unité d'une collection à une perception par groupements.

Tâche des élèves

Les élèves reçoivent une assiette en carton sur laquelle sont disposés des bougeoirs. Il s'agit de passer une commande écrite du nombre de bougies nécessaires en n'utilisant que les nombres de 1 à 9.

Matériel

Pour les élèves (qui travailleront en binômes pour la séance 1, puis individuellement lors de la séance 2), il faut prévoir le matériel suivant :

- Des gâteaux d'anniversaire (figurés par des assiettes en carton) sur lesquels sont disposés des bougeoirs (des perles maintenues par de la « pâte à fixer »). Sur certains gâteaux, les bougeoirs ne présentent pas de groupements, alors que sur d'autres, les bougeoirs sont regroupés de manière irrégulière (des groupements de 4 et de 2, de 7 et de 3, etc.) ;
- Des bons de commande.

Pour l'enseignant : une marionnette, et le nombre adéquat de bougies (soit des allumettes).



Photo 1 - Le matériel

Contraintes de la situation

La commande écrite est destinée à la marionnette, Freddy la grenouille. Freddy est sourde mais elle parle : elle ne sait interpréter que les nombres écrits de 1 à 9 et elle sait les lire à voix haute. Ainsi, lorsque le message écrit sur un bon de commande est : « 1 8 », la grenouille dit « un, huit » et donne une bougie puis huit bougies. Il est donc clair que la grenouille ne peut dénombrer que jusqu'à 9 car sinon il faudrait introduire une contrainte supplémentaire pour lui permettre de comprendre que « 1 2 », c'est « douze », et non « un, deux ». De plus, elle ne sait pas appréhender le 0, car quand on parle de groupement, cela implique de grouper au moins deux objets. Par contre, nous avons tout de même accepté le 1 en cours d'activité pour ne pas alourdir les contraintes.

Validation de l'activité

La tâche de l'élève est autovalidante : il constate effectivement son échec provisoire si, ayant ramené son lot de bougies au cours d'un unique voyage, il s'aperçoit qu'il y a des bougies en trop ou qu'il en manque.

En cas d'échec, l'élève doit tout rapporter à Freddy la grenouille et recommencer.

Variables didactiques

Il y a deux variables :

- Une variable numérique : le nombre de bougeoirs, entre 11 et 30, en fonction des compétences des élèves ;
- Et la disposition spatiale des bougeoirs : cette disposition peut, ou non, faire apparaître des groupements.

Procédures a priori pour l'émission des commandes

On peut recenser deux procédures correctes :

- Dénombrements par groupements irréguliers. Le message consiste alors en l'écriture du nombre d'éléments de chaque groupe ;
- Dénombrements par groupements réguliers. Ici, le message est une écriture itérée du nombre d'éléments de chaque groupe et des éléments isolés.

Et des procédures « fausses », basées sur le comptage un à un organisé. Dans ce cas, le message pourra être :

- Une écriture chiffrée exacte du nombre ;
- Une mauvaise interprétation de la contrainte « Freddy ne sait interpréter que les nombres écrits de 1 à 9 » : les élèves ne s'autorisent à écrire un message qu'avec des 9 car c'est le plus grand nombre que connaît Freddy ;
- Une suite de nombres de 1 à 9, au hasard, sans lien particulier avec le nombre de bougeoirs.

Quatre essais sont prévus sur la feuille de commande : il est attendu que les binômes puissent revenir sur leurs essais en fonction de chaque phase de réception. Ou ils savent se servir de leur essai et ils réajustent, ou bien ils reprennent la recherche du problème.

Dans cette situation, deux éléments nous ont semblé fondamentaux. « Freddy la grenouille » est une situation-problème et le domaine numérique est maîtrisé par tous les élèves. Revenons sur ces deux points.

« Freddy la grenouille », une situation-problème

La caractéristique « situation-problème » de la situation nous semble décisive. La construction des savoirs passe en effet par ces situations qui permettent à l'élève de se construire une conception correcte de la connaissance visée.

D'après les différentes définitions qui ont pu être données à ce terme (par exemple, dans Fénichel, Pauvert & Pfaff, 2004), il est mis en avant un certain nombre de caractéristiques effectivement identifiables dans la situation « Freddy la grenouille » :

- Le problème met en jeu la connaissance dont l'apprentissage est visé. La nécessité d'utiliser les groupements est une contrainte de la situation elle-même : Freddy la grenouille ne sait qu'interpréter les nombres écrits de 1 à 9 ;
- L'élève peut s'engager dans la situation : en effet, à cette période de l'année, tous les élèves savent dénombrer jusqu'à 30, et la situation de communication écrite a déjà été utilisée dans la classe ;
- L'élève peut prendre conscience de l'insuffisance de ses connaissances dans la mesure où cette situation va lui permettre de dépasser sa stratégie spontanée de dénombrement par comptage un par un. Le passage par « Freddy la grenouille » est déterminant ; la marionnette nous permet de rester dans le domaine numérique familier de tous les élèves. Les élèves peuvent admettre qu'une marionnette ne puisse interpréter les nombres que de 1 à 9, alors qu'il n'est pas envisageable d'accepter cela de l'enseignant. De plus, les élèves sont convaincus que Freddy la grenouille ne fait pas d'erreur car elle travaille à un niveau de compétence et à un niveau de raisonnement différents du leur. Ils sont donc en capacité de comprendre le raisonnement de Freddy la grenouille. Quand ils ont écrit sur leur bon de commande « 24 », Freddy dit à voix haute « deux » « quatre » et elle donne six bougies ;
- La validation est à la charge de l'élève : il vérifie expérimentalement qu'il a le nombre de bougies correspondant au nombre de bougeoirs, ou non ;
- Le problème doit pouvoir servir de référence pour la notion et la classe.

Le domaine numérique est maîtrisé par tous les élèves

Nous l'avons déjà signalé mais il nous semble intéressant d'y revenir.

Dans la situation « Quadrillages » (Renaud, 1990), les collections sont de l'ordre de 80 à 90 éléments. Ces collections sont rangées en lignes de 5 à 7 éléments : elles sont donc organisées et la maîtrise par certains élèves du dénombrement jusqu'aux environs de 100 constitue un frein à la mise en place des groupements.

Dans la situation décrite dans l'article de Aigoïn et Guebourg (2004), les collections sont aussi conséquentes, de 53 à 93, mais elles sont cette fois désorganisées, présentées en vrac. La mise en œuvre indique que ces collections s'adressent seulement à certains élèves de la classe ayant une maîtrise de la comptine jusqu'à 100. Mais alors que les élèves n'arrivent pas à dénombrer les collections, cela ne les amène pourtant pas à utiliser

des groupements de façon spontanée : c'est le maître, qui, dans une mise en commun, va faire émerger cette idée.

Dans la situation « Freddy la grenouille », le parti pris est d'évoluer dans le domaine numérique familier de l'élève et la situation est réalisée assez tôt dans l'année. De plus, en CP, l'utilisation d'une marionnette est encore partie intégrante de l'univers familier et scolaire des élèves. Cette situation va permettre d'atteindre l'objectif fixé en évitant de placer les élèves devant de grandes quantités qui font obstacle à la mise en place de groupements. La raison de faire des groupements avec ces nombres très petits n'est ici recevable que parce que l'on utilise la marionnette. Il n'a pas été spécifié dans la consigne de ne pas utiliser que des « 1 », ceci afin de ne pas alourdir les contraintes, mais cela peut conduire à éviter les groupements avec des messages du type « 1, 1, 1, ... » (autant de 1 que d'objets).

Séance 1 – Travail en binômes

Nous avons travaillé dans une classe de CP de 22 élèves de l'école de Louannec en novembre. Il s'agit d'une classe où les évaluations initiales de début septembre faisaient apparaître un ensemble hétérogène avec : élèves en difficulté, trois élèves en grande réussite.

Avant cette séquence, les élèves ont travaillé sur la suite des nombres jusqu'à 10, puis jusqu'à 19. Ils maîtrisent leurs représentations : collections homogènes ou hétérogènes, constellations de points, doigts, écritures chiffrées. Ils ont déjà été confrontés à différentes situations de commandes pour travailler le nombre comme mémoire d'une quantité. Ils ont comparé des quantités, des nombres. Ils n'ont pas encore abordé l'usage du signe « + ». Le manuel utilisé dans cette classe est Cap Maths CP, dont la programmation sera poursuivie dans la classe par la suite. Il s'agira alors d'amener les élèves à faire des groupements réguliers par dix dans de multiples activités et ce n'est qu'après que cette série d'activités soit devenue familière pour l'élève que sont institutionnalisés les groupements réguliers par dix. Lors de la première séance, 21 élèves étaient présents.

Structure de la séance

Phase d'appropriation

- Présentation de la tâche ;
- Réalisation de la tâche avec un gâteau à 6 bougies ;
- Présentation du bon de commande avec justification des quatre essais possibles pour 6 bougies ;
- Reformulation de la consigne par une élève.

Phase d'action : émission, réception et validation (cf. Annexe 2)

Les élèves travaillent en binômes. Tous les gâteaux ne comportent pas le même nombre de bougeoirs (15, 16, 17, 18, 19, 21, 23, 24, 25, 28).

- Premier essai :
 - Commande avec écriture chiffrée du nombre pour neuf binômes et un élève seul ;
 - Commande correcte « 9, 9, 3 » pour un binôme qui avait 21 bougeoirs.

- Deuxième essai :

- Commande identique au premier essai pour trois binômes ;
- Commande « 9 » pour deux binômes ;
- Commande au hasard pour quatre binômes avec deux nombres entre 1 et 9 ;
- Commande correcte « 9, 9 » pour un binôme qui avait 18 bougeoirs.

Huit essais ont été nécessaires pour la réussite des deux derniers binômes.

Mise en commun

L'enseignante demande aux élèves de se prononcer sur la difficulté de la tâche.

Deux exemples ont été évoqués, une commande de dix-huit bougies a été partiellement examinée et une commande de dix-sept bougies a été examinée en totalité.

Analyse a posteriori de la situation

Phase d'appropriation

L'exemple traité permet de s'assurer la compréhension globale de la consigne sans éliminer les difficultés de la tâche à accomplir. Un élève trouve le nombre de bougies nécessaires. Il écrit sa commande au tableau. Freddy la lit à haute voix et donne 6 bougies à l'élève. Ce moment permet aussi de prendre conscience de la validation de la tâche avec les deux critères : placement de toutes les bougies reçues et bougies en nombre suffisant.

Le droit à l'erreur est clairement affiché. Cela place l'élève en situation de défi : la tâche à accomplir est définie comme difficile et il est intéressant de noter que cette difficulté n'a pas posé problème aux élèves. Ces élèves sont habitués à ce que l'erreur ne soit pas sanctionnée.

Ainsi, le choix du « 6 » permet d'insister sur la validation sans donner d'indications sur la stratégie à adopter car il y a peu de chances que les élèves fassent des groupements avec six bougies. La recherche doit rester à la charge des élèves et par conséquent dans cette phase aucun élément de stratégie « gagnante » ne doit être dévoilée.

Phase d'action : émission, réception et validation

La phase d'appropriation s'est parfaitement déroulée. Devant la difficulté de la tâche, il était attendu que les binômes aient besoin de plusieurs essais, et pourtant, un groupe a réussi dès le premier essai.

Le deuxième essai met encore en évidence la déstabilisation des élèves. Pour les deux groupes qui ont commandé neuf bougies, il est apparu que cela correspond pour eux à la commande maximale en une seule fois : « une seule fois » a pu être interprété comme « un seul nombre ». Cela a aussi pu être renforcé par le choix du « 6 » dans la phase d'appropriation. Mais cette phase de déstabilisation, et ce temps pour comprendre la tâche, font partie de notre dispositif.

À partir de la troisième commande, nous avons pu constater que :

- L'information circulant de groupe en groupe, deux groupes ont identifié la procédure « 9, 9 » comme gagnante, alors que le nombre de bougeoirs qu'ils devaient prendre en compte était différent. Cette procédure correspondait à la commande d'un binôme qui avait 18 bougeoirs et a franchi l'obstacle dès

la deuxième commande avec « 9, 9 ». Cette diffusion n'avait pas été anticipée, mais elle n'a pas été préjudiciable à la situation car les binômes travaillaient avec des quantités différentes ;

- Certains groupes arrivaient à réajuster leur commande à partir d'une commande au hasard ;
- D'autres groupes ont mis plus de temps à réaliser que leurs essais pouvaient leur permettre d'aller vers la solution, et c'est le temps de pause imposé par l'enseignante qui leur a permis d'avancer. C'est le cas de Julie et Suzanne : elles ne parvenaient pas à ajuster leur commande, elles avaient 25 bougeoirs. Lors de la commande cinq, « 9, 9, 4 », elles ont constaté qu'il leur manquait trois bougies et sont revenues avec une commande six, « 9, 9, 3 ». L'enseignante leur rappelle ce qu'elles ont constaté lors de la commande précédente et leur demande si elles pensent qu'avec cette commande elles auront plus de bougies que la fois précédente. Elles repartent faire une commande sept, « 9, 9, 5 ». Elles restent près de l'enseignante pour vérifier.

« Enseignante : Alors ? Qu'est-ce qu'il se passe ? »

Julie : 7.

Et Julie écrit la commande huit « 9 9 7 ». »

Il apparaît ici clairement que c'est la juxtaposition du bon de commande et du gâteau incomplet et surtout la pause imposée par l'enseignante pour observer qui a permis à Julie de raisonner efficacement.

- L'organisation spatiale des bougeoirs n'a pas eu l'influence que nous pensions, cela a permis aux élèves de mieux se repérer pour dénombrer mais deux commandes seulement ont utilisé cette disposition, celle du groupe Tanguy – Dorothée pour 19 bougeoirs et celle de l'élève seul Lucas pour 23 bougeoirs.

« Pour la commande six, Tanguy et Dorothée ont écrit « 12348 ».

Enseignante : Comment avez-vous fait pour écrire cette commande ?

Tanguy hausse les épaules.

Enseignante : Qu'est-ce que tu as regardé pour faire ça ?

Tanguy : J'ai fait 1 2 ...

Enseignante : Est-ce que tu t'es occupé de ce que tu avais sur ton gâteau ?

Tanguy secoue la tête.

Enseignante : Eh bien non. Ce n'est pas au hasard qu'il faut faire. Il faut te servir de ce que tu as sur le gâteau.

Dorothée : Mais on n'arrive pas à compter.

Enseignante : Vous n'arrivez pas à compter ?

Dorothée : On compte deux fois...

Enseignante : Qu'est-ce que vous pourriez faire ?

Tanguy : Ah, je sais. Il faut compter d'abord (Tanguy montre un paquet de 4 bougeoirs sur son gâteau) et après il faut mettre 2 chacun.

Enseignante : Si tu veux. Parce que ce n'est pas au hasard, en écrivant n'importe quoi que vous allez y arriver.

Dorothée : Je sais qu'est-ce qu'on va faire.

Enseignante : Si vous voulez des bougies pour ces bougeoirs-là, il va vous en falloir combien ? (L'enseignante montre les 4 bougeoirs que Tanguy montrait précédemment.)

Tanguy : 4.

Enseignante : D'accord. Et puis après, on continue ?

(L'enseignante pose sa main sur 4 autres bougeoirs. Tanguy, qui soulève la main de l'enseignante :) *4 et puis après 3 et 4 encore et encore 4.*

Tanguy a, pendant toute cette phase, observé son gâteau et montré les bougeoirs qu'il prenait en compte. Pour ce faire il utilisait les groupements de bougeoirs réalisés sur l'assiette.

Enseignante : Allez écrire. »

Dorothée et Tanguy étaient vraiment déstabilisés. Ils avaient dix-neuf bougies à commander et après leur première commande « 1, 9 » ils ont commandé « 2, 6 », « 3, 0 », « 9, 9, 1, 2, 3, 3, 1 », « 6, 1, 8, 8, 1, 1, 1, 1 », « 1, 2, 3, 4, 8 ». La dernière commande était proche de la solution, mais Tanguy restait dans l'incapacité d'expliquer leur démarche, tandis que Dorothée manifestait le fait qu'ils avaient voulu revenir au cardinal de la collection. Ils ont eu des problèmes dans la somme alors que les groupements permettent de ne pas avoir recours au cardinal pour être assuré de sa démarche.

Mise en commun

Les élèves ont mis en évidence que, pour certains, c'est cette phase d'action qui leur a permis de réaliser que l'écriture canonique ne convient pas. L'écriture chiffrée de dix-neuf « 19 » par exemple ne peut pas être comprise ainsi par la marionnette, mais sera interprétée et lue « un, neuf ». Ce point n'a ensuite jamais posé problème dans la classe, aucun élève n'a interprété « 19 » comme « 1 plus 9 » : là encore, il faut prendre en compte le contexte dans lequel évoluent les élèves en ce début de CP et le rôle qu'ils attribuent à une marionnette.

Les élèves n'ont pas eu de difficulté à énumérer la quantité de bougies à commander. La difficulté résidait, pour eux, dans le fait de trouver un mode de communication de cette quantité avec la marionnette en respectant les contraintes données dans la consigne.

« Marion : (Elle a trouvé le travail difficile) On avait des bougeoirs et on en avait bien plus que la marionnette savait compter.

Amandine : Il fallait écrire des nombres que la marionnette savait lire. »

On retrouve bien dans cette situation, le constat formulé par Peltier : « (...) les manipulations ont trois fonctions : accumuler les expériences, être un support pour

l'anticipation, valider le résultat d'un raisonnement et par la suite le raisonnement lui-même. » (Peltier, 2000)

Dans le binôme qui a réussi la tâche au premier essai, Mélanie a repéré que beaucoup de binômes sont allés voir Freddy avec leur commande bien avant elle et François, mais que ces autres groupes n'ont pas trouvé une réponse correcte.

« Mélanie : (Elle explique pourquoi elle a trouvé le travail facile) Oui, parce que nous on a bien cherché, on a « 9 » « 9 » et après on a mis un « 3 » parce qu'on est restés un petit peu pour chercher et après j'ai demandé à François s'il était d'accord, et il était d'accord et on a fini notre gâteau. »

Ici, on voit le rôle de la narration d'un processus de recherche : cette narration va permettre aux autres élèves de démystifier la réussite immédiate en prenant en compte la dimension de réflexion nécessaire à toute activité mathématique.

La production de Louis n'utilise pas la disposition des bougeoirs sur l'assiette, mais indique une décomposition de « 17 », l'élève sait probablement bien compter de 3 en 3.

« Louis : (il explique sa commande pour dix-sept bougies) Mais je m'ai dit, tiens un 3 3 3 3 2, ça fait dix-sept.

Enseignante : Pourquoi on ne pouvait pas écrire « 17 » ? (le nombre est écrit au tableau)

Amandine : La marionnette sait pas compter.

Élèves : Alors la marionnette donne un « un » et un « sept ».

Enseignante : Ça fait combien ça ?

Élèves : Ça fait huit. »

Au cours de cette mise en commun, l'enseignante n'a pas pu insister sur l'intérêt d'utiliser les groupements apparents qui évitent d'avoir à cardinaliser la collection, puisque pour certains gâteaux, il n'y avait pas de groupements particuliers des bougeoirs. Ce manque est très gênant et doit donc être évité dans une future séance : tous les gâteaux doivent faire apparaître des groupements.

Cette séance ne permet pas de s'assurer que l'enjeu de la situation a été compris par chacun. Le terme de « paquet » a été utilisé une fois par l'enseignante, mais n'a pas été repris par les élèves.

Séance 2 – Travail individuel

Cette séance fait suite à la séance 1 (21 présents).

Structure de la séance

Phase d'appropriation

Rappel de la séance de la veille avec la reprise de l'exemple de « 17 », de la production du binôme de Mélanie pour « 21 » et celle du binôme de Tanguy pour « 19 » (voir l'annexe 2).

Phase d'action : émission, réception et validation

Les élèves travaillent individuellement. Tous les gâteaux ne comportent pas le même nombre de bougeoirs.

- Premier essai :

- Commande correcte pour neuf élèves dont Tanguy ;
- Commande incorrecte avec écriture canonique pour Amandine : 15 ;
- Commande incorrecte basée sur le hasard pour dix élèves ;
- Commande incorrecte utilisant les groupements de 3 pour Louis.

- Deuxième essai :

- Commande correcte pour six nouveaux élèves, dont Louis, qui a su réajuster son essai, il lui manquait une bougie au premier essai.

Cinq essais ont été nécessaires pour la réussite de tous.

Mise en commun

L'enseignante demande à nouveau aux élèves de se prononcer sur la difficulté de la tâche.

Deux exemples sont traités :

- En commun, 16 bougeoirs avec le matériel ;
- En individuel, sur l'ardoise, 10 bougeoirs sans matériel.

Dans le bilan de la séance, l'enseignante a mis l'accent sur la notion de groupement, mais sans pointer les procédures peu efficaces utilisant plusieurs fois le « 1 » : aucune procédure n'utilisait que le « 1 ».

Analyse a posteriori de la séance

Phase d'appropriation

Rappelons que cette phase prend ici la forme du bilan de la séance 1. Lors de ce bilan, aucun élève n'a fait apparaître le rôle des groupements sur son assiette. Dans cette phase, Tanguy est intervenu.

« Enseignante : Tanguy, quel était ton problème à toi au début ? Tu te souviens ?

Tanguy : Au début, eh ben, on n'arrivait pas à répondre. On avait dit dix-neuf. Alors on a mis « 1 » « 9 » et après on s'est trompés.

Enseignante : J'ai l'impression aussi que vous oubliez de regarder les bougeoirs qui étaient sur votre gâteau.

Tanguy : Et après on a regardé (Tanguy dessine des ronds sur sa table avec son doigt pour représenter les paquets) et on après on a mis 4 4 4 4 et après un 3 et là, ça a fait 19.

Enseignante : D'accord. Mais c'était en regardant les bougeoirs. Vous avez fait des paquets avec les bougeoirs ? C'est ça.

Dorothée : Oui. 3 et 4 et 4 et 4 et 4. »

L'enseignante reformule la procédure de Tanguy et utilise le terme de « paquet ». Il n'y a pas d'insistance particulière sur le terme, mais cette démarche doit permettre peu à peu à ce que tous les élèves jugent cette procédure pertinente.

Phase d'action : émission, réception et validation

Lors de la séance précédente, c'est Amandine qui a dit : « *Il fallait écrire des nombres que la marionnette savait lire* », et on remarque encore ici que cette prise de parole pertinente n'a pas garanti la maîtrise de la situation. Amandine a réussi en trois essais.

Louis reprend la stratégie précédente utilisant le nombre 3, mais il a eu un problème de comptage.

Tanguy utilise les paquets réalisés sur l'assiette. Mais Dorothée n'en tient absolument pas compte et ne réussit qu'au troisième essai avec la commande « 111111116 ».

Parmi les six élèves ayant réussi au deuxième essai, cinq ont réajusté leur premier essai, par exemple, ils sont passés :

- De « 9 9 3 » à « 9 9 4 » ;
- De « 3 3 3 3 3 3 3 3 » à « 3 3 3 3 3 3 3 1 ».

Pierre était en difficulté dans le travail individuel. L'enseignante a donc étayé sa recherche en lui suggérant de commander des petits paquets, alors qu'aucun groupement n'était apparent sur son gâteau. Cette notion de paquets est une nouvelle fois apportée à un élève en difficulté.

« (Pierre est toujours en échec après sa quatrième commande.)

Enseignante : Allez, montre-moi comment tu fais.

Pierre dénombre les 20 bougeoirs en les pointant du doigt.

Enseignante : Est-ce que Freddy sait compter jusqu'à 20 ?

Pierre : Non.

Enseignante : Non, alors qu'est-ce qu'il va falloir que tu fasses ?

Pierre reste muet.

Enseignante : Au lieu de lui commander 20, il va falloir que tu commandes des petits paquets. On va peut-être regarder les bougeoirs et faire des petits paquets avec les bougeoirs. (Et montrant le gâteau et les bougeoirs :) On pourrait regarder quels bougeoirs ? Vas-y.

Pierre hésitant et montrant un bougeoir : *Euh ! Lui...*

Sur le gâteau de Pierre, les groupements de bougeoirs ne sont pas très perceptibles. Marine arrive et présente à l'enseignante son gâteau avec des bougeoirs bien groupés. Pierre regarde et se met à compter.

Pierre (désignant un à un les bougeoirs qu'il compte) : 1, 2, 3.

Enseignante : Tu commandes pour ces trois-là.

Pierre (en montrant son bon de commande) : Je vais mettre 3 là. (Pierre écrit.)

Enseignante (elle cache avec la main les 3 bougeoirs désignés) : Ces trois-là, c'est fait. Ensuite...

Pierre (désignant les bougeoirs) : 1 2 3 4.

Pierre écrit, l'enseignante cache aussi les 4 bougeoirs. Pierre et l'enseignante continuent ainsi jusqu'à la fin de sa commande. »

Mise en commun

Certains élèves orientent la mise en commun vers l'utilisation du signe « + ». Cette situation permet en effet aussi de travailler l'introduction du signe additif, mais ce n'était pas l'objectif poursuivi ici. Cependant, si nous n'avons pas rejeté la proposition de ces élèves, nous ne l'avons pas non plus mise en avant. Le signe « + » a été utilisé, ou non, dans les écritures notées au tableau : si un élève utilisait le signe, sa réponse était acceptée mais si un élève ne l'utilisait pas, sa réponse était notée comme il la formulait.

Ici, c'est Pierre qui vient au tableau. Cette fois-ci, sur l'assiette, apparaissent six groupements par deux et un groupement par quatre. Pierre écrit « 2 2 4 2 2 4 », puis il utilise le signe « + » : « $2 + 2 + 4 + 2 + 2 + 4$ ».

Dans sa commande écrite apparaissent deux « 4 » car 2 et 2 faisant 4, il n'a pas eu besoin de détailler. L'exemple avec 16 bougeoirs est traité en collectif. Il utilise donc la procédure des paquets dégagée avec l'enseignante en fin de recherche.

De plus, il est intéressant de remarquer que les élèves n'ont pas parlé du cardinal de la collection. Seuls les groupements réalisés sur l'assiette ont été utilisés.

Dans l'exemple de 10 bougeoirs, les messages écrits obtenus sont :

- a. « 5 5 »
- b. « 5 + 5 »
- c. « 1 + 1 + 2 + 3 + 3 »
- d. « 2 + 2 + 2 + 2 + 2 2 + 2 + 1 + 2 + 1 + 2 »
- e. « $2 = 3 + 2 + 1$ »
- f. « 9 1 »
- g. « $5 + 5 = 10$ »
- h. « 1 + 0 + 3 + 3 + 9 + 9 + 5 + 4 + 0 + 1 + 1 + 9 »

On peut remarquer que le savoir se diffuse rapidement dans la classe, car beaucoup d'élèves s'approprient ce nouveau signe mais les productions *e* et *h* indiquent bien qu'il fallait dans cette séance se limiter à l'objectif fixé pour la séquence. Le signe « + » sera ensuite considéré en suivant la progression du manuel.

Le message *h* provient d'Émilie. Il est perçu immédiatement par l'ensemble de la classe comme étant incorrect, parce que la marionnette ne connaît pas le 0. Cinq élèves sont amenés à venir au tableau pour représenter la collection de doigts équivalente au nombre de bougies commandées. Cela doit permettre à Émilie de comprendre son erreur. À ce stade, on peut se demander si c'est l'absence de matériel ou l'introduction du signe « + » qui a perturbé Émilie.

Dans le bilan, c'est la notion de paquets qui a été institutionnalisée : « *Pour commander seize bougeoirs à Freddy, je peux lui faire la commande par paquets : « 2 2 4 2 2 4 ».* »

Il est intéressant de remarquer que c'est Pierre qui a accentué cette importance des paquets. Par son dispositif d'étayage auprès des élèves en difficulté, l'enseignante permet à ces élèves d'être actifs dans la démarche d'apprentissage et de diffuser le savoir nouveau.

Séance 3 – Évaluation « à chaud » (cf. Annexe 3)

Cette séance a lieu une semaine après la séance 1 (ici, 22 présents).

Structure de la séance

Première tâche

Il s'agit de conduire le même travail que précédemment, avec une nouvelle contrainte : une seule commande est possible.

Mise en commun intermédiaire

Deuxième tâche

Changement de contexte : il s'agit cette fois de commander des nez pour des clowns. Les clowns sont représentés sur fiche et les « gommettes-nez » ne sont pas disponibles.

Les clowns sont représentés de façon organisée en quatre rangées de 4 et une rangée de 3.

Analyse a posteriori de la séance

Première tâche

Cette phase a été mise en place pour permettre à l'élève absent aux séances 1 et 2 de comprendre la situation. On note : 15 réussites et 7 échecs, dont celui de l'élève absent aux deux séances précédentes. Allons un peu plus dans le détail :

- Mélanie, très performante jusque-là, a simplement fait une erreur d'étourderie.
- Laure demande toujours une bougie de plus. La récurrence de cette erreur n'a malheureusement pas été perçue pendant la séance et nous pouvons penser que l'élève avait un problème de comptage.
- Émilie est une élève en difficulté ; on retrouve une commande du même style qu'en fin de séance 2 : « 7 + 8 + 9 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 ».

L'absence de 0 montre un progrès, mais au niveau de la compréhension de la tâche, il y a encore des soucis : l'explication donnée en fin de séance 2 n'a pas suffi.

Dans les séances précédentes, elle n'avait pourtant pas ce genre de production. Lors de la séance 1, la production du binôme pour 16 bougies, après quatre essais était : « 6 1 1 8 ». Et lors de la séance 2, sa production individuelle pour 14 bougies, après trois essais, était : « 9 5 ». Il apparaît plus clairement maintenant que l'utilisation du signe « + » a perturbé Émilie et lui a fait perdre le fil de la tâche à accomplir. Nous insistons sur le fait que l'utilisation du signe « + » avait été autorisée, mais n'avait pas été institutionnalisée.

Cependant, pour permettre aux élèves en difficulté de ne pas perdre le fil de la tâche, nous pensons qu'une contrainte supplémentaire au travail sur fiche serait indispensable : matérialiser les groupements pour rendre explicite la connaissance

visée. Les élèves en difficulté ont besoin plus que les autres que l'on exhibe la connaissance visée.

Mise en commun intermédiaire

L'élève absent, qui a échoué pour réaliser sa commande, traite un exemple en collectif au tableau.

Au vu du nouvel échec d'Émilie, il a fallu dégager une stratégie pour réussir, et l'idée de matérialiser sur l'assiette les paquets de bougeoirs que l'on prenait en compte au fur et à mesure que l'on écrivait la commande est apparue.

Deuxième tâche

Nous notons : 18 réussites et 4 échecs. 13 élèves ont représenté des paquets.

Les quatre élèves qui ont échoué n'ont pas matérialisé de paquets. La mise en place d'outils, de méthodes pour réussir demande du temps pour ces élèves fragiles. La situation « Freddy la grenouille » aurait gagné à être proposée en groupe de besoin pour permettre aux élèves en difficulté de s'entraîner et de réussir. Ces séances se déroulent assez tôt dans l'année, en début de la deuxième période, ce qui laisse du temps avant de passer au groupement par 10.

Séance 4 – Évaluation différée (cf. Annexe 4)

Cette séance a lieu un peu plus d'un mois après la séance 1 (ici, 22 présents).

La tâche est la suivante : faire la commande des bougies pour 22 bougeoirs.

Aucun groupement n'est apparent et la situation est représentée sur papier.

Remarquons qu'à cette période de l'année, le signe « + » est installé et tous les élèves l'utilisent.

Analyse a posteriori de la séance

Nous notons 18 réussites et 4 échecs. En particulier :

- Tanguy ne matérialise pas de paquets mais les 17 autres élèves en réussite le font : leur commande les prend en compte ;
- Trois élèves en échec font aussi des paquets mais ne regroupent pas clairement certains bougeoirs. Ils n'ont pas assimilé le sens de ces paquets et leur production chiffrée est incohérente avec les paquets réalisés (voir la commande d'Amandine en Annexe 4) ;
- Émilie a encore eu le même type de production qu'en séance 3. C'est l'enseignante qui l'a débloquée (voir la commande d'Émilie en Annexe 4). Les échanges avec Émilie, consignés par l'enseignante, sont les suivants :

« Enseignante : Est-ce que ce que tu as écrit parle des paquets que tu as dessinés ?

Émilie : Non.

Et, dans la foulée, Émilie a produit une écriture correcte en se référant aux paquets qu'elle avait matérialisés. »

Conclusion

Dans la suite de la progression, les élèves ont travaillé avec Cap Maths CP sur le dénombrement en appui sur dix avec les collections de doigts et « Le grand Ziglotron ». Ces situations permettent d'accéder au groupement par dix et de comprendre notre système de numération. Au cours de la séquence « Le grand Ziglotron », les élèves ont spontanément évoqué « Freddy », ce qui indique la dimension de référence qu'a constituée la situation décrite pour cette classe.

Nous avons fait une évaluation l'année suivante en janvier, en CE1, sur l'ensemble des élèves de CE1 de l'école de Louannec. On retrouve les 22 élèves de CP précédemment observés et 11 autres élèves : on a 8 élèves qui étaient en CP/CE1 en 2005/2006. Ces élèves ont des facilités d'apprentissage. En CP, ils n'ont pas travaillé la situation « Freddy, la grenouille » et n'utilisaient pas le manuel Cap Maths. Et nous avons trois nouveaux élèves.

Il est apparu que les élèves observés en CP utilisent plus spontanément la matérialisation de paquets, lorsque cela peut être une aide, et qu'alors leur réussite en est favorisée. Bien sûr, ceci est une photographie très particulière étant donné le faible effectif.

- La situation a été reprise les deux années qui ont suivi avec d'autres modalités en fonction des bilans effectués ;
- La séance initiale a été faite en demi-classe pour éviter les problèmes d'« embouteillage » pour passer sa commande à Freddy ;
- Le matériel a été modifié : tous les gâteaux font apparaître des groupements ;
- Une consigne supplémentaire a été donnée autorisant explicitement le déplacement des bougeoirs sur le gâteau ;
- Des séances analogues ont été ajoutées pour les élèves en difficulté en groupe de besoin pour leur donner le temps et l'occasion de s'entraîner ;
- La matérialisation des groupements a été exigée sur les fiches.

Nous rappelons trois points forts de cette situation :

- Tous les élèves sont placés dans le domaine des nombres familiers, ce qui rend la tâche accessible. L'enseignant est dégagé des contraintes posées par les connaissances diverses de la comptine numérique ;
- Le matériel rend la situation concrète pour l'élève ;
- Tous les élèves ont construit des groupements et c'était la seule solution possible au problème, compte tenu d'une contrainte arbitraire liée aux compétences de la marionnette. Notre idée n'était pas d'amener les élèves à reconstruire le système de numération décimale, mais de se détacher du dénombrement par comptage un à un et d'approcher la notion de groupements : nous pensons que cette situation l'a permis.

« Freddy, la grenouille » nous semble une étape importante qui participe à la compréhension de notre numération chiffrée, par la mise en évidence du fait que la quantité d'objets d'une collection peut être évoquée par le biais de groupements d'objets qui la composent. Cependant, elle ne règle pas à elle seule toutes les difficultés que pose l'apprentissage de ce système.

Après avoir mis en œuvre et analysé cette situation, nous pouvons revenir à notre question de départ qui était de trouver une situation amenant la notion de groupement, puis les groupements par 10. Il apparaît que cette tâche est difficile à imposer si les nombres sont grands : elle risque d'engendrer de nombreuses erreurs, d'être difficilement gérable en classe. Dans le dispositif choisi, les nombres sont petits, les contraintes ont été comprises par les élèves, mais cette situation peut aussi conduire à l'utilisation d'une écriture additive. On peut alors penser qu'il est préférable que les groupements soient déjà organisés.

En ce qui concerne les groupements par 10, les recherches citées dans cet article tendraient à prouver que, là encore, il n'y a pas vraiment de chances de trouver une situation qui amènerait ces groupements à partir du seul problème de dénombrement des objets d'une collection.

Bibliographie

- RENAUD O. (1990) *Le problème et l'enseignement des mathématiques*. CRDP de Dijon.
- FÉNICHEL M., PAUVERT M. & PFAFF N. (2004) *Donner du sens aux mathématiques*. Tome 1, Bordas pédagogie.
- PELTIER ML. (2001) Le napperon un problème pour travailler la symétrie axiale. *Grand N* n°68, pp. 17-27.
- AIGOIN C., GUEBOURG V. (2004) Du dénombrement terme à terme aux groupements réguliers : un pas nécessaire vers la compréhension de notre système de numération positionnelle. *Grand N* n°73, pp. 49-65.

ANNEXE 1

« Freddy la grenouille »

Compétence : dénombrer une quantité en utilisant des procédés de groupements par dizaines.

Objectif : passer d'une perception unité par unité d'une collection à une perception par groupement.

Présentation de la situation : c'est une situation de communication entre un élève et une marionnette manipulée par l'enseignant.

Tâche de l'élève : l'élève reçoit une assiette en carton sur laquelle sont disposés des bougeoirs. Il s'agit de passer une commande écrite du nombre de bougies nécessaires en n'utilisant que les nombres de 1 à 9.

Contraintes de la situation : la commande écrite est destinée à une marionnette qui est sourde, mais parle, et qui ne sait qu'interpréter les nombres de 1 à 9.

Validation de l'activité : la tâche de l'élève est autovalidante. Il constate effectivement son échec provisoire si, ayant ramené son lot de bougies au cours d'un unique voyage, il s'aperçoit qu'il y a des bougies en trop ou qu'il en manque. En cas d'échec, l'élève doit tout ramener à la marionnette et recommencer.

Analyse de la tâche : pour une collection de 24 bougies, l'émetteur produit parfois l'écriture canonique « 24 », cela conduit à l'échec puisque la marionnette dit « deux, quatre » et donne 6 bougies. Les messages opérationnels sont donc du type « 6 9 4 5 » ou « 6.9.4.5 » ou « 6 et 9 et 4 et 5 » ou « 6 + 9 + 4 + 5 » (ce dernier message dépend de la connaissance ou non du signe « + » par la classe).

Variables didactiques :

- la variable numérique ;
- la disposition spatiale des bougeoirs ;
- la possibilité ou non de modifier la disposition spatiale initiale ;
- une bande numérique « utilisée par la marionnette », à disposition :

Déroulement prévu :

- **La phase d'appropriation de la tâche :** le choix d'un petit nombre ($n < 10$) permet à l'élève de comprendre la tâche demandée et à l'enseignant de vérifier que ses consignes ont été bien intégrées.
- **La situation problème - travail en binôme :** le problème, pour un nombre supérieur strictement à 10, n'est pas évident, mais l'élève peut s'engager dans la recherche. Remarquons que cette situation nécessite deux séances, puis une évaluation « à chaud » et une évaluation différée.
- **La phase d'institutionnalisation :** la connaissance à institutionnaliser est la suivante : « pour dénombrer une collection, il n'est pas nécessaire de compter un à un tous les éléments de la collection, on peut aussi dénombrer séparément autant de petits paquets que l'on veut. »

ANNEXE 2

Commande 1	99.3
Commande 2	
Commande 3	
Commande 4	

*Séance 1 - commande de
Mélanie et François*

Commande 1	18	Commande 5:	616 511 1
Commande 2	18	Commande 6	42348
Commande 3	30		44434
Commande 4	9912331		

*Séance 1 - commande de
Tanguy et Dorothée*

Commande 1	17
Commande 2	9
Commande 3	18
Commande 4	333332

*Séance 1 - commande
de Louis et Bastien*

ANNEXE 3

Évaluation « à chaud »

Activité « Les clowns » : il s'agit de commander les nez (gommettes) de 19 clowns représentés sur papier.

Date : *jeudi 10 novembre 2005*

Commande à la marionnette le nombre de gommettes nécessaires pour que tous les clowns aient un nez.

Ma commande : 991

Production de Jean

Date : *jeudi 10 novembre 2005*

Commande à la marionnette le nombre de gommettes nécessaires pour que tous les clowns aient un nez.

Ma commande : $2+2+2+2+2+0+0$

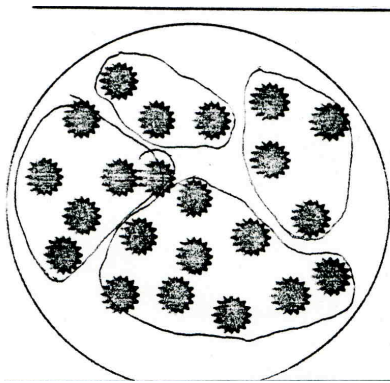
Production d'Antoine

ANNEXE 4

Évaluation différée

Consigne : « Commande à Freddy le nombre de bougies dont tu as besoin. Attention, Freddy ne sait lire que les nombres de 1 à 9. »

Commande de Julie



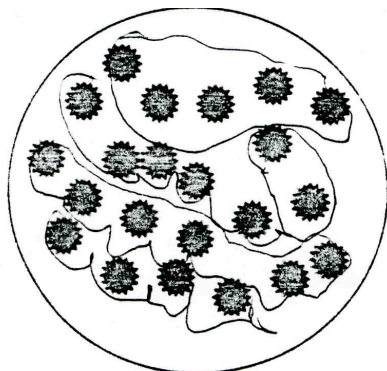
Ta commande à Freddy

$$3 + 4 + 9 + 8$$

$$6$$

L. Lien

Commande d'Amandine

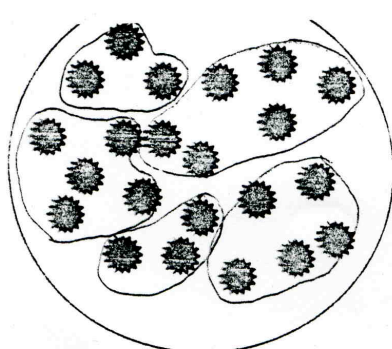


Ta commande à Freddy

$$1 + 2 + 3 + 4 + 2 + 1 + 2 + 1 + 4$$

Non !

Commande d'Émilie



Ta commande à Freddy

$$1 + 2 + 3 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 18$$

$$3 + 6 + 5 + 3 + 5$$

très bien après un mauvais départ.