MATHS À MODELER
PAVAGES PAR DES DOMINOS

Sylvain GRAVIER et Charles PAYAN
Chercheurs CNRS
Marie-Neige COLLIARD
Professeur des Écoles

Il existe dans la recherche actuelle des problèmes non résolus facile d'accès qui peuvent permettre, dès les niveaux élémentaires, d'entrer dans une **démarche mathématique**. Partant de ce constat, voilà quelques années que nous (chercheurs en mathématiques) proposons en classe et au grand public des activités issues de problèmes de recherche.

Cette expérience montre que l'on peut **faire des mathématiques** à partir de **vrais problèmes de la recherche**. L'organisation des ateliers « Maths à Modeler » est calquée sur la pratique des chercheurs en mathématiques. Cette pratique s'inscrit dans le long terme, et nous proposons, à travers ces ateliers, des modalités permettant un compromis entre cette nécessité de durée et les contraintes dues au fonctionnement de la classe.

À travers des fiches « Maths à Modeler », telles celle présentée dans cet article, nous proposons de mettre à disposition des enseignants certaines de ces situations. Ces dernières ont été mises en place à différents niveaux et ont fait l'objet d'une analyse didactique fine permettant de préciser les modalités de fonctionnement en classe ainsi que les **apprentissages induits**.

Mise en place d'un atelier « Maths à Modeler »

Nous organisons l'atelier autour de **4 à 7 séances** (selon les disponibilités) d'une heure chacune. Il est souhaitable que les séances ne soient pas trop éloignées, une séance par semaine nous semble un bon rythme.

Pour un meilleur suivi de l'activité, un **cahier de liaison** par groupe permet de conserver une mémoire sur l'avancée de la recherche d'une séance à l'autre. Ceci peut se faire sous formes de textes, dessins, schémas, ... Il peut prendre la forme de feuilles individuelles distribuées aux élèves et rassemblées dans un cahier. De plus, en fin de séance, un moment consacré à sa retranscription sur le cahier oblige le groupe à faire un **retour sur l'activité** : déterminer ce qui est important.

L'échange de points de vue, d'arguments, de questions est une phase essentielle dans la résolution de problèmes : preuve et réfutation, conjecture et contre-exemple.

Grand N n° 82, 2008, pp. 53 à 68

Afin de favoriser l'échange, on privilégie un **travail de groupes**. L'expérience montre que la taille souhaitable des groupes varie de 3 à 5.

Caractéristiques d'une situation « Maths à Modeler »

Reproduire la **démarche mathématique** du chercheur en classe est l'objectif principal d'un atelier « Maths à Modeler ». Des caractéristiques d'une telle activité sont :

- **Expérimentation** : c'est pourquoi les situations « Maths à Modeler » sont présentées sous forme de jeux matériels permettant la manipulation des objets ainsi que l'appropriation du problème.

- **Modélisation :** l'utilisation du cahier de liaison favorise le changement de **représentations** (écriture, dessin, …) et peut induire une activité de modélisation (changement de la question, recul par rapport au support matériel, ...).

- **Conjecture :** les différentes expérimentations des élèves amènent ceux-ci à énoncer des résultats « probables » (ce que nous appelons **conjecture**). Un jeu d'essais/erreurs permet d'en réfuter certains (**contre-exemples**).

- **Preuve :** les résultats qui « résistent » au jeu d'essais/erreurs vont nécessiter, après des échanges contradictoires au sein du groupe, un travail logique de validation ou d'invalidation (un jeu de « pari » est souvent un bon moyen d'introduire le doute, moteur d'une activité de preuve).

L'enseignant guide la conduite des séances mais n'est pas le garant de la validité des résultats. Celle-ci se dégage à l'intérieur du groupe au cours de la recherche : un résultat faux est souvent aussi fertile qu'un vrai, une question peut être aussi importante qu'une réponse.

Chronologie d'un atelier « Maths à Modeler »

Il est souhaitable que l'enseignant, avant de proposer une telle activité à ses élèves, et avant même de lire la suite de cette « fiche », se mette lui-même en situation de recherche face à ce type de problème. Il ne s'agit pas de résoudre le problème, mais de se poser des questions, de formuler ses propres conjectures, de tenter de les prouver ou de les réfuter, de rebondir sur de nouvelles questions … *Vos difficultés, vos idées, auront sans doute un lien avec celles de vos élèves.*

Nous proposons, à titre indicatif, une modalité d'enchaînement des séances que nous pratiquons :

- Séance I : **familiarisation et appropriation du problème** : le problème est présenté sous une forme suffisamment simple pour se l'approprier à partir de la manipulation du jeu. Il reste suffisamment complexe pour ne pas être résolu sur le cas particulier proposé.

- Séances II-III : **vers une simplification et premiers résultats** : le problème est alors posé dans une situation plus simple. Il peut être résolu par essais/erreurs et permet d'aboutir aux premières conjectures et à certaines preuves.

- Séances IV-V : **vers une généralisation** : nous pouvons retourner sur la situation initiale (séance I) ou aborder des situations intermédiaires ou aller au-delà ...

- Séance VI-VII : **mise en commun des résultats et des questions** : peut aboutir à la réalisation d'un poster ou la mise en forme d'un exposé (séminaire) présenté à un large public. Ces dernières séances participent à la validation de l'ensemble de l'activité.

Nous rappelons qu'il convient que garder 5-10 minutes en fin de séance pour faire un bilan. À l'occasion de ce bilan, on peut évoquer ce qu'il serait souhaitable de faire la séance suivante.

Il est souhaitable que le poster ou l'exposé puisse être présenté à un public plus large que la classe (parents d'élève, autres classes, ...). Une autre façon de valoriser ce travail (pour les élèves et l'enseignant) est de faire jouer un plus large public à l'occasion de la fête de l'école ou la fête de la science.

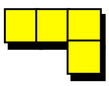
Compétences relatives à l'activité

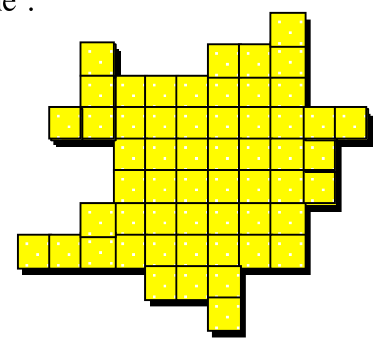
À titre indicatif, nous avions relevé, dans le programme officiel de 2002, quelques compétences en adéquation avec l'activité « Maths à Modeler ». Nous soutenons l'importance de travailler ces compétences, et ce dans le cadre de la loi d'orientation et de programme pour l'avenir de l'École du 23 avril 2005. Nous retenons ainsi :

- **Des compétences Mathématiques :** élaborer une démarche originale à partir d'un véritable problème de recherche, développer le raisonnement mathématique, réinvestir des connaissances mathématiques.
- **Des compétences liées au traitement de l'information :** sélectionner les informations utiles et les organiser, trouver les étapes essentielles de la résolution, savoir utiliser des documents.
- **Des compétences orales :** communiquer ses démarches, justifier son point de vue, chercher à convaincre, expliquer aux autres, participer au débat.
- **Des compétences relatives à « apprendre à vivre et travailler ensemble » :** se répartir les tâches, prendre des responsabilités au sein du groupe, considérer ses pairs comme partenaires.

Pavage : présentation de la situation

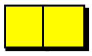
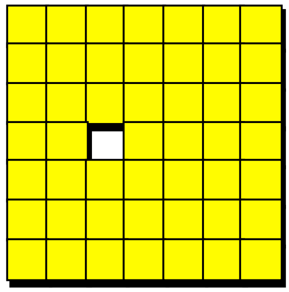
La situation proposée s'inscrit dans une problématique de recherche professionnelle où de nombreuses questions, apparemment élémentaires, restent sans réponse : est-il possible de paver une forme donnée par un « pavé » de base. Même lorsque la forme à paver et le pavé de base sont constitués de carrés juxtaposés tous identiques (polyminos) ce problème reste d'actualité dans le monde de la recherche[1].





Nous nous intéresserons dans cette activité au problème de pavage d'un polymino par des **dominos**. On propose au départ d'essayer de paver des polyminos carrés (ou des rectangles) comportant un nombre pair ou impair de « cases ». Puis on cherche à paver un polymino carré privé d'une case.

[1] Voir par exemple : NIVAT M. ET ALII (1991) Actes des Journées Polyominos et Pavages, Juin 1991.

Cette situation a été expérimentée à différents niveaux : du primaire à la formation des enseignants. Les stratégies de résolution, les difficultés rencontrées lors de différentes expérimentations sont assez proches quelque soit le niveau. On retrouve même chez de très jeunes enfants, des démarches d'entrée dans le problème qui ne sont pas très éloignées de celles du chercheur professionnel : expérimentation sur des cas simples, formulation de conjectures et, mais plus rarement, tentatives de modélisation et de structuration.

Séance I - Familiarisation et appropriation du problème

Étape 1

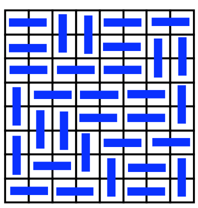
Objectifs : Se familiariser avec le problème en vue de se l'approprier. Déterminer des premières représentations (transcrites) du problème. Généraliser le problème.

Matériel

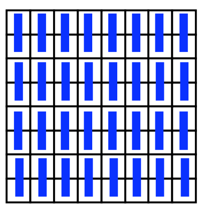
- Un rectangle 8 × 8 et au moins 32 dominos par groupe.
- Un cahier de liaison.
- Règles, stylos et feutres.

Déroulement de l'activité (durée totale : 30 minutes environ)

- Les enfants sont par groupes de 3 à 5. Distribution à chaque groupe du support et des dominos. Question : peut-on paver toute la surface du rectangle avec des dominos ?
- Laisser 10-15 minutes de recherche. Les élèves trouvent facilement une solution, cette durée assure que l'ensemble du groupe participe à la recherche de solution. De plus, cela permet de passer d'une solution quelconque à un pavage généralisable :

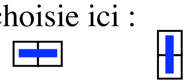


Une **solution quelconque**



Une **solution généralisable** : *on peut ajouter autant de colonnes que l'on souhaite. On peut alors suggérer d'étudier les rectangles dont l'un des côtés est pair…*

- On propose ensuite au groupe de rédiger leurs premiers résultats. On propose une discussion autour du choix de la représentation du pavage. En effet, si on noircit les cases couvertes par les dominos on obtient un rectangle noir où l'on ne repère plus les dominos. La discussion porte sur la résolution de ce problème de représentation. Si aucune solution n'est trouvée (en 5-10 minutes), l'enseignant pourra proposer la représentation choisie ici :

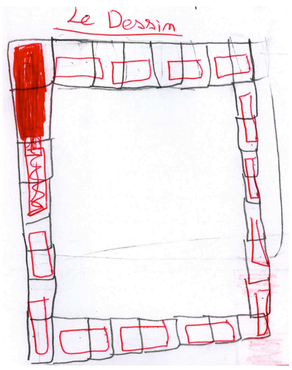


- Il faut compter entre 5 et 10 minutes, pour la rédaction sous forme de dessins et/ou phrases. Par exemple, la généralisation peut se décrire de la façon suivante :

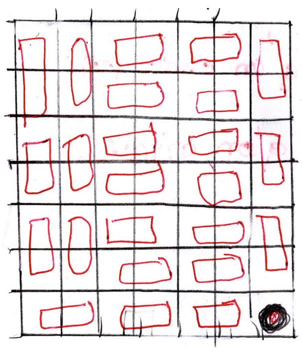
  « *On répète la première colonne de ce pavage sur toutes les colonnes…* »

Avertissements

- Afin de représenter le pavage, les élèves peuvent oublier le rectangle pavé, ils ne s'intéressent plus qu'aux dominos formant le pavage. Une confusion apparaît alors entre cases du rectangle et domino.
- Dessiner une grille peut apparaître comme une difficulté :



Dans le première représentation, l'élève dessine la grille cases par cases.
Dans la seconde, il partage en lignes et colonnes.



L'enseignant pourra distribuer aux élèves des feuilles quadrillées.

Étape 2

Objectifs : Prendre conscience que pour montrer une impossibilité, on a besoin d'une preuve autre que des échecs successifs. Introduction de la propriété de la conservation de l'aire. Mise en évidence du concept de parité (nombres pairs et impairs).

Matériel

- Un rectangle 7 × 7, un petit carré et au moins 25 dominos par groupe.

Déroulement de l'activité (durée totale : environ 25 minutes)

- Les enfants sont par groupes de 3 à 5. Distribution à chaque groupe du support 7 × 7 et des dominos (ne pas distribuer tout de suite).

  Même question : peut-on paver toute la surface du rectangle avec des dominos ?

- Laisser 5-10 minutes de recherche. Les élèves n'arrivent pas à paver toute la surface : « *Il reste un carré !* ». L'enseignant relance : « *Essaie autrement* ». Ce jeu de relance et d'essais infructueux peut durer une dizaine de minutes. L'objectif est de montrer aux élèves que **le fait de ne pas y arriver ne signifie pas que c'est impossible**.
  On se questionne alors sur une preuve de l'impossibilité : « *Pourquoi n'y*

arrive-t-on pas ? ».
Il faut compter à nouveau 5 à 10 minutes pour faire émerger les premiers arguments de preuve et aboutir à un consensus.

L'argument de la **conservation de l'aire** peut s'exprimer par : « *Il y aura toujours un carré non couvert quoi que l'on fasse* ». L'argument de **parité** apparaît même plus souvent : « *le rectangle 7 × 7 a 49 carrés. 49 est un nombre impair. Or le domino recouvre 2 carrés, un ensemble de dominos recouvre un nombre pair de carrés.* »
D'ailleurs, on peut faire remarquer que les tentatives de pavage du rectangle 7 × 7 montrent que le nombre de carrés de ce rectangle est impair SANS avoir à le connaître. En effet, on recouvre tout ce rectangle sauf 1 carré, avec des dominos.

- Consacrer 5 à 10 minutes pour la rédaction de la preuve dans le cahier de liaison.
- Une fois la phase précédente achevée pour chaque groupe, l'enseignant distribue le ■. La question devient : « *Peut-on mettre le* ■ *à un autre endroit du rectangle 7 × 7 et paver le reste avec des dominos ?* ».
- Cette question sera poursuivie à la séance suivante.

Avertissements

- La non-assimilation des notions, telles que la parité (qu'est-ce qu'un nombre pair ou impair) et la conservation de l'aire, est à l'origine de difficultés pour exprimer une preuve d'impossibilité. En insistant sur la propriété « *un domino recouvre 2 carrés* », un pavage par des dominos donne une représentation « matérielle » de ce qu'est un nombre pair.

Séance II-III - Vers une simplification et premiers résultats

Étape 1

Objectifs : Récapituler les résultats obtenus la séance précédente. Mettre en évidence la nécessité de preuve de l'impossibilité de paver ce qui nous amène à simplifier le problème et passer à l'étape suivante.

Matériel

- Un rectangle 7 × 7, un petit carré ■ et au moins 25 dominos □□ par groupe.
- Un cahier de liaison.
- Règles, stylos et feutres.

Déroulement de l'activité (durée totale : entre 30 et 50 minutes)

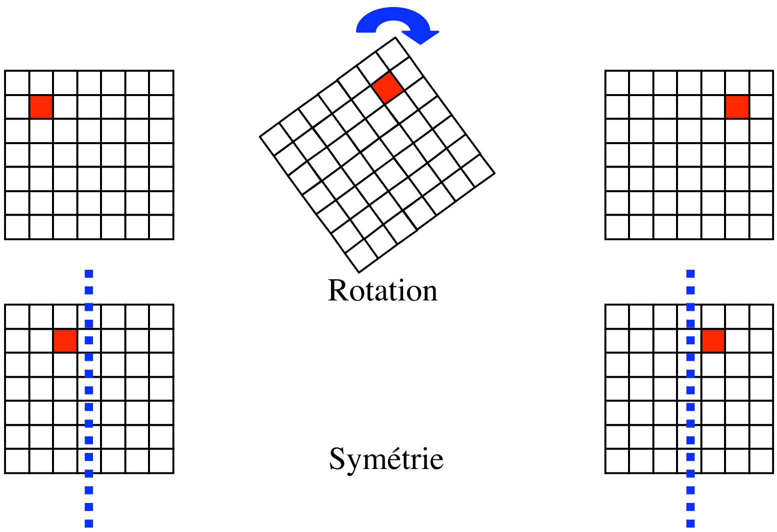
- On récapitule, en quelques minutes, la séance précédente sous forme d'une interaction verbale. On rappelle, notamment, la question de recherche : « *Peut-on paver le 7 × 7 avec des dominos ?* »
- Les élèves reprennent le support 7 × 7 et retrouvent, assez rapidement, le fait d'impossibilité de paver et donc la nécessité de rajouter le ■. On suggère de placer le ■ sur d'autres positions et de voir s'il est possible de paver. Au fur et à mesure des essais, ils représentent, par X, sur leur cahier de liaison, les positions du ■ pour lesquelles ils ont réussi à paver. Pour d'autres positions, ils n'y arrivent pas : on leur suggère de les noter par **?**. On leur demande également de transcrire,

avec leurs mots, cette codification afin d'être capable de réinterpréter ces traces ultérieurement. Il est important d'accorder au moins 20 minutes à cette phase expérimentale.

- Afin de mettre en évidence la nécessité de preuve, on interroge les élèves sur la signification du ?. Il est **essentiel**, à ce moment-là, de distinguer entre « *Je n'y arrive pas* », ce que signifie réellement le ?, et « *C'est impossible* », ce qui nécessite une preuve. Pour faire apparaître le doute et maintenir la motivation chez l'élève, on peut laisser entendre que l'on y arrive et, pourquoi pas, parier.
- Pour aborder la preuve d'impossibilité (justification du « *C'est impossible* »), on propose de passer à l'étape suivante basée sur un rectangle 3 × 3 (certains élèves l'auront éventuellement demandé).

Avertissements

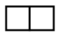
Lors de la représentation du statut (X, ?) des positions, on peut suggérer l'utilisation des symétries et rotations pour marquer d'autres positions **sans avoir à essayer de paver**.



Étape 2

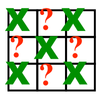
Objectifs : Proposer une première simplification. Aborder des preuves d'impossibilité de pavage (par forçage).

Matériel

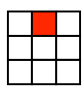
- Un rectangle 3 × 3, un petit carré  et au moins 5 dominos  par groupe.

Déroulement de l'activité (durée totale : 20 minutes environ)

- Dans un premier temps, les élèves pavent (très rapidement) le rectangle 3 × 3 pour les cas où c'est possible et repèrent les cas où ils n'y arrivent pas.

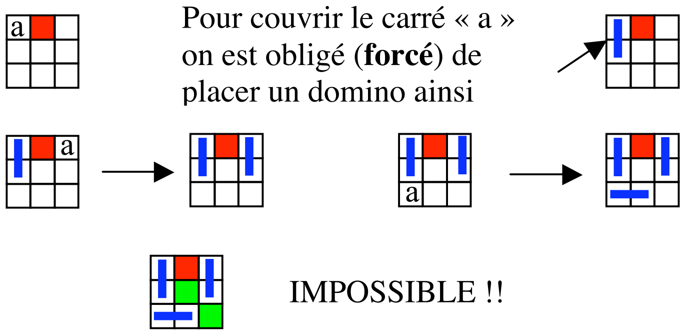


- Ils notent ces résultats sur leur cahier de liaison.
- Comment être sûr, maintenant, que, dans les positions où l'on n'y arrive pas (?), le pavage est effectivement impossible : « *Es-tu sûr que dans ce cas, on ne peut pas paver ?* ». Les élèves essayent d'autres manières de paver et



affirment que « *C'est impossible* ».

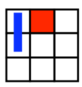
- Il faut alors les faire accéder à une preuve. On propose ici une preuve par forçages qui peut être approchée par les élèves :



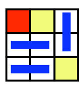
- Un travail de formulation est ensuite nécessaire et devra être repris à l'étape suivante.

Avertissements

La question « *Pourquoi c'est impossible ?* », permettant de questionner l'aspect preuve, peut apparaître artificielle pour les élèves, car la petite taille du support peut suffire à se convaincre de l'impossibilité. Il est donc important de travailler sur le rôle et la formulation de la preuve : « *Ce n'est pas par **hasard** que l'on place ce domino* ».



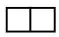
Par exemple, si on joue « *au hasard* », on peut échouer, même dans des cas favorables :



Étape 3

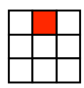
Objectifs : Approfondir les résultats obtenus l'étape précédente. Et surtout formuler les premières preuves obtenues.

Matériel

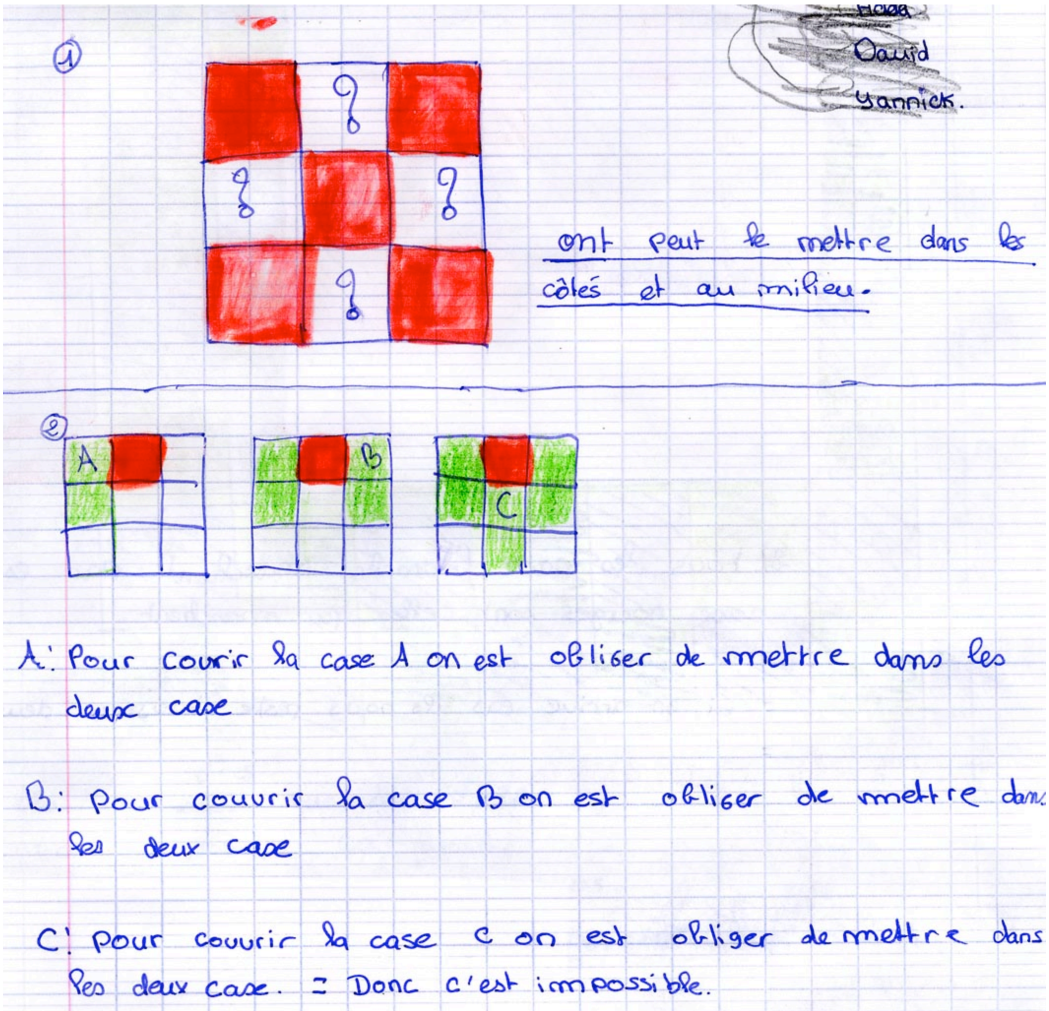
- Un rectangle 3 × 3, un petit carré  et au moins 5 dominos  par groupe.

Déroulement de l'activité (durée totale : 10 à 20 minutes)

- Les élèves restent 5 à 10 minutes afin de se réapproprier la preuve de l'impossibilité. Ensuite, l'enseignant passe dans chaque groupe et leur demande de formuler oralement les raisons de l'impossibilité : « *Pourquoi est-ce impossible ?* »



- L'enseignant réitère cette interrogation, jusqu'à ce que l'argument de forçage soit assimilé.
- Il est nécessaire de consacrer 5 à 10 minutes pour la rédaction (écriture et dessin) de la preuve. Par exemple, une rédaction similaire à la preuve donnée à l'étape 2 est acceptable :



Avertissement

Lors de la rédaction, les élèves confondent souvent correction des phrases et validité des arguments. La validité des arguments est la plus importante dans cette activité, et on peut laisser une grande liberté sur le choix des termes employés.

Séance IV-V - Vers une généralisation

Étape 1

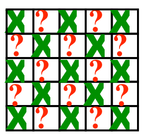
Objectifs : Proposer une première généralisation. Réinvestir la preuve du forçage et l'utilisation de la symétrie. Aboutir aux premières conjectures dans le cas général.

Matériel

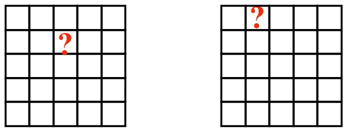
- Deux rectangles 5 × 5, un petit carré et au moins 15 dominos par groupe.
- Un cahier de liaison.
- Règles, stylos et feutres.

Déroulement de l'activité (durée totale : 30 minutes environ)

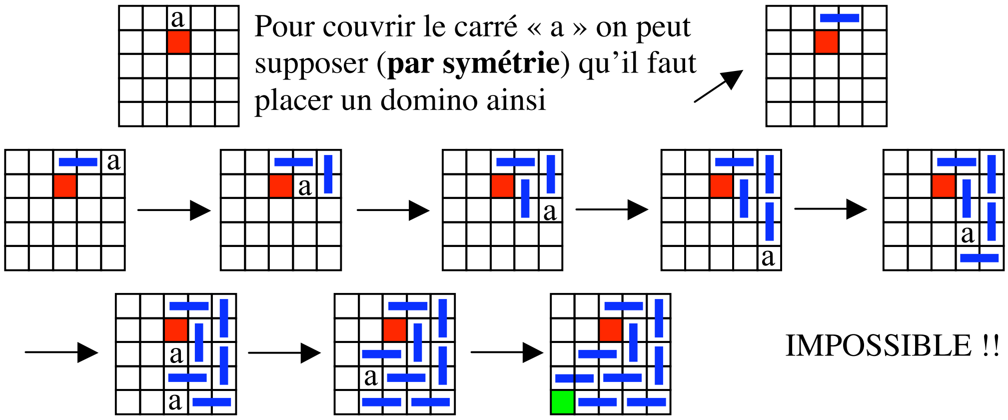
- En début de séance, on distribue un seul rectangle avec 13 dominos.



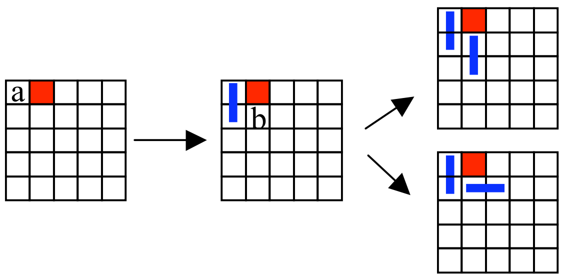
- Dans un premier temps, ils pavent le rectangle 5 × 5 pour les cas où c'est possible et repèrent les cas où ils n'y arrivent pas.
- Ils notent ces résultats sur leur cahier de liaison.
- Par des arguments de symétrie, on peut voir qu'en fait, il n'y a que les deux types de **?** suivants :



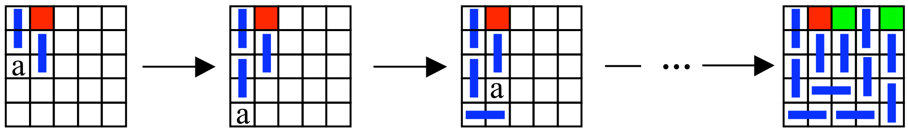
- Comment être sûr, maintenant, que dans les positions où l'on n'y arrive pas (**?**), le pavage est effectivement impossible : « *Es-tu sûr que dans ce cas, on ne peut pas paver ?* » Les élèves peuvent essayer d'adopter une approche similaire à la preuve effectuée pour le carré 3 × 3. Dans le premier cas, la technique est directement applicable :

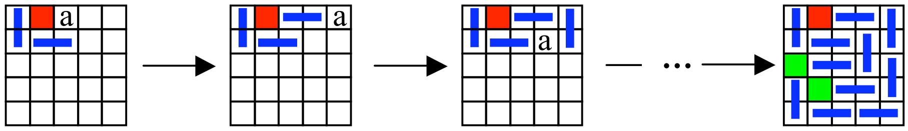


Par contre, dans le second cas, la technique de forçage nécessite d'étudier plusieurs sous cas. De plus, le choix de « b » ne s'impose pas a priori.



- On distribue alors le second rectangle 5 × 5 avec un ou deux nouveaux dominos afin de représenter matériellement ces deux cas. Pour chacun de ces cas, on termine la preuve par forçage :

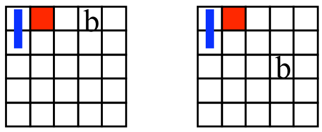
1er cas :  IMPOSSIBLE !

2ème cas :  IMPOSSIBLE !

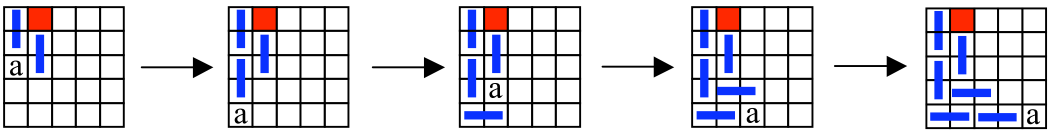
- Le travail de formulation peut se faire uniquement oralement. On s'aperçoit que la technique de forçage est plus fastidieuse. Bien sûr, l'enseignant est libre de consacrer du temps à la formulation écrite.

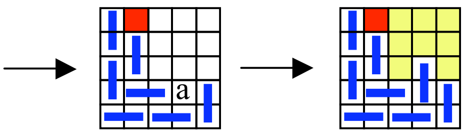
Avertissements

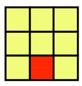
- Dans notre présentation, la position du carré « b » a été choisie pour réduire le nombre de cas à étudier. D'autres positions nécessitent d'examiner 3 ou 4 cas :

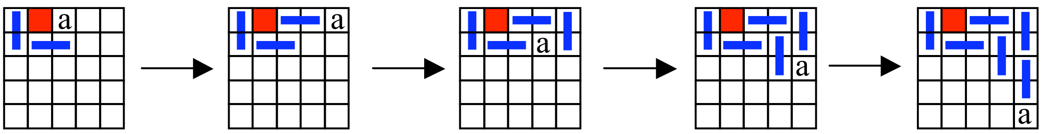


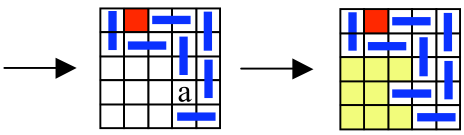
- En fait, on peut raccourcir la preuve par forçage en utilisant le résultat sur le 3 × 3, ce qui constitue un **réinvestissement du travail** précédant :

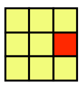




Il reste à paver  IMPOSSIBLE !

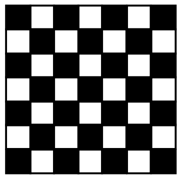




Il reste à paver  IMPOSSIBLE !

Étape 2

Objectifs : Retour au problème général. Adopter une autre stratégie de preuve en investissant la représentation choisie.



Matériel

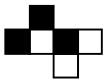
- Un rectangle 7 × 7 **bicoloré**, un petit carré et au moins 25 dominos par groupe.

Déroulement de l'activité (durée totale : entre 20 et 40 minutes)

- Dans un premier temps (15 minutes), ils pavent le rectangle 7 × 7 pour les cas où c'est possible et repèrent les cas où ils n'y arrivent pas. Ils peuvent essayer de **réinvestir** la preuve par forçage mis en place pour le 3 × 3 et le 5 × 5. Rapidement, on se rend compte que le nombre de cas à explorer devient très grand (pour pouvoir étudier tous les cas, il faudrait distribuer trop de rectangles 7 × 7). Une discussion collective peut s'établir qui devrait aboutir à l'abandon de cette technique.
- Les élèves pourront observer que, lorsqu'ils n'arrivent pas à paver le carré, est sur une case blanche et ils recouvrent toutes les cases sauf deux noires. L'enseignant leur suggère de vérifier expérimentalement cette affirmation en plaçant sur d'autres cases blanches : « *Êtes-vous sûrs qu'il reste toujours deux cases noires ?* ».
  Les élèves notent leurs observations.
- « *Comment investir cette remarque en vue d'obtenir une preuve de l'impossibilité de paver ?* » Que recouvre un domino ? La première réponse est « *deux cases* ». Sur le rectangle bicolore, on obtient plus d'informations : « *une case noire et une case blanche* ». Même si cette remarque peut sembler évidente, elle est cruciale pour la suite et n'est pas observée immédiatement. On suggère à l'enseignant d'interroger les élèves pour qu'ils la découvrent par eux-mêmes : *« Que recouvre un domino ? »* On peut terminer la preuve, en utilisant cette remarque : un domino recouvre une case noire et une case blanche, deux dominos recouvrent deux cases noires et deux cases blanches, etc. Ainsi, un domaine couvert par des dominos possèdent autant de cases blanches que noires. Cela donne une **condition nécessaire** pour qu'un domaine soit pavable par des dominos. Un domaine ayant autant de cases blanches que noires est dit **équilibré**. Le rectangle 7 × 7 a 25 cases noires et 24 blanches. Si l'on place le sur une case blanche, il reste donc 25 noires et 23 blanches. D'après la condition précédente, on ne peut donc pas le paver avec des dominos.
- Maintenant, lorsque le est sur une case noire, alors il reste 24 cases noires et 24 cases blanches. Il faut faire très attention, car la condition nécessaire décrite auparavant ne garantit pas que ce soit pavable. Cependant, pour les rectangles privés d'une case, cette condition est aussi suffisante, mais nécessite une autre preuve que nous n'expliquons pas ici.

Avertissements

Cette situation peut amener l'enseignant à discuter avec ses élèves sur l'aspect **condition nécessaire** (il faut) et **condition suffisante** (il suffit). L'enseignant peut illustrer cette discussion à l'aide de la condition d'équilibre d'un domaine. En effet, on a vu que cette condition est **nécessaire** pour que le domaine soit pavable par des dominos. Il peut alors suggérer aux élèves de fabriquer un « morceau » de grille ayant autant de cases noires que de blanches mais pourtant non pavable par des dominos. Cela montre que la condition d'équilibre d'un domaine n'est pas **suffisante** pour garantir le pavage de celui-ci par des dominos. Voici un petit exemple[2] :



Séance VI-VII - Mise en commun des résultats

Ces séances ont pour objectifs de récapituler les résultats obtenus ainsi que les approches abordées lors des séances précédentes. Ces dernières séances participent à la validation de l'ensemble de l'activité, on peut proposer aux élèves la réalisation d'un poster ou la mise en forme d'un exposé (séminaire) présenté à un large public, faire jouer les parents d'élèves lors de la fête de l'école ...
Voici un bref récapitulatif des apprentissages abordés :

Apprentissages de la démarche scientifique

- Expérimentation ;
- Modélisation et représentation ;
- Nécessité de preuve (différence entre « *je ne sais pas faire* » et « *c'est impossible* »), conjecture ;
- Techniques de preuve par **forçage** et **étude de cas** ;
- Généralisation ;
- Condition nécessaire ;
- Condition suffisante.

Apprentissages notionnels

- Conservation de l'aire ;
- Parité ;
- Symétrie (et rotation).

Conclusion

Pour préparer un exposé, deux séances sont vraiment nécessaires : une première pour faire un brouillon des transparents et une seconde pour faire une répétition et finaliser l'exposé. Une répétition devant d'autres élèves permet d'identifier les insuffisances de l'exposé.

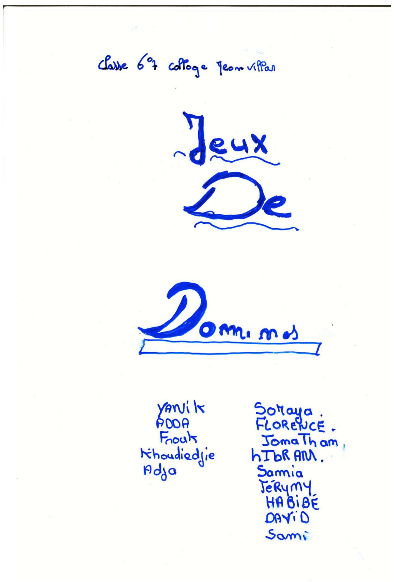
Demander aux élèves d'expliquer leur travail durant ces séances est particulièrement intéressant, car ils ne sont pas souvent amenés à effectuer ce genre d'exercice. On peut noter que, souvent, lorsqu'on demande aux élèves de décrire le problème sur lequel ils ont cherché, ceux-ci donnent la méthode de résolution. Il apparaît donc une confusion entre « résolution » et « problème ». Il est important alors de faire la distinction entre ces deux aspects fondamentaux de l'activité de recherche.
Cette situation, « pavages par des dominos », offre de réelles potentialités pour engager les élèves dans une démarche de recherche. Maintenant, à vous de jouer !

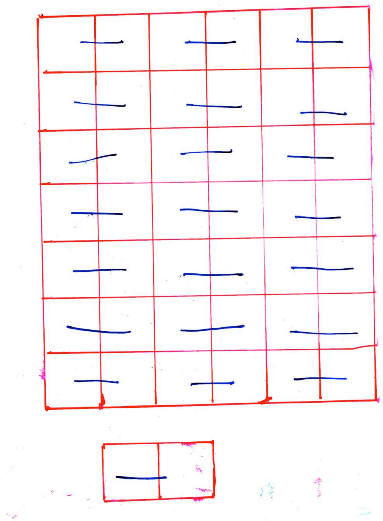
[2] Par forçage, on vérifie que ce « morceau » n'est pas pavable par des dominos.

ANNEXE

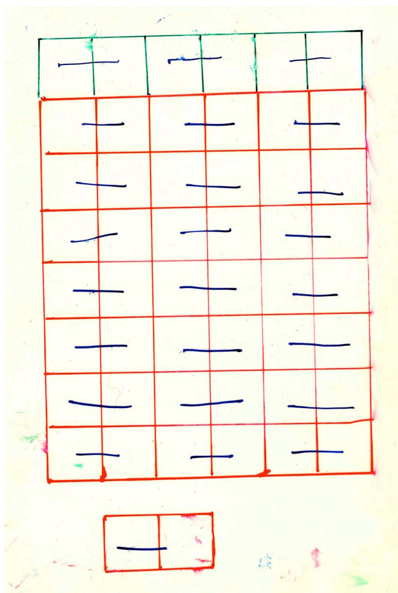
On donne ici comme exemple une série de transparents qui ont fait l'objet d'un séminaire « Maths à Modeler – junior » :

Présentation de l'activité

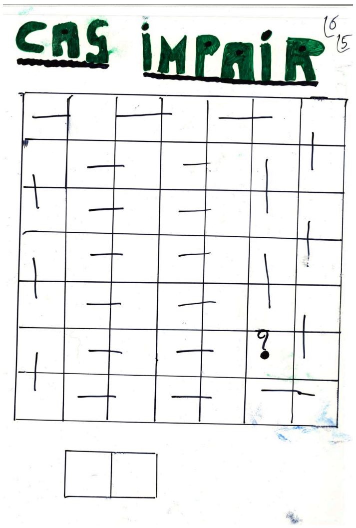


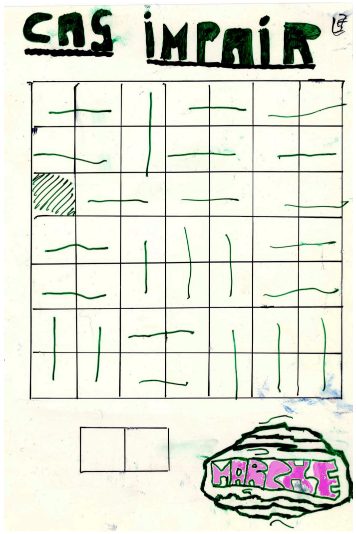


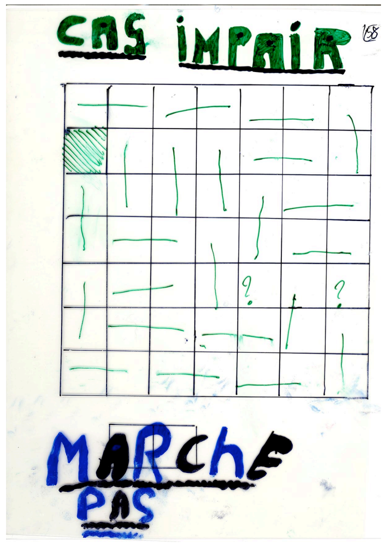
Premier résultat



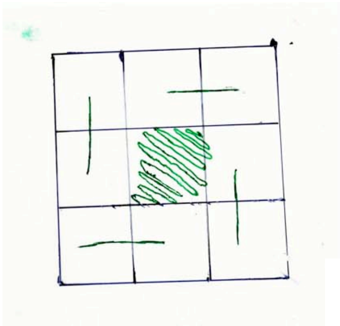
Identification du problème

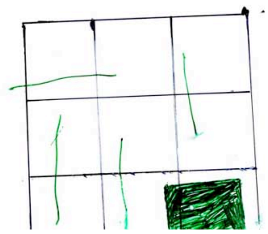


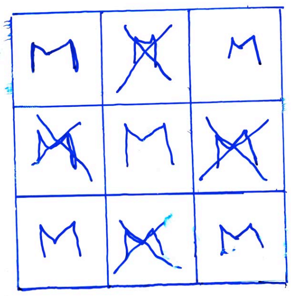


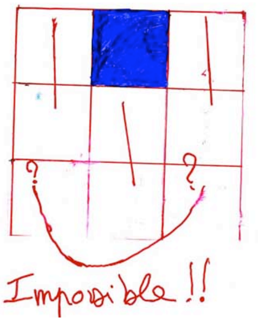


Vers une simplification et les premières preuves

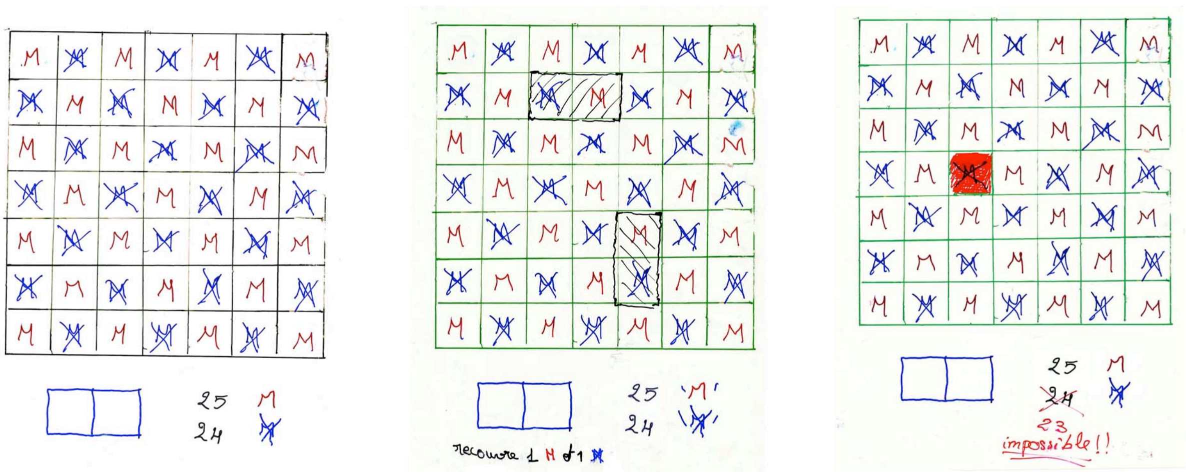








Généralisation



Conclusion

Conclusion

- Quand on enlève un M ça marche (?)
- Quand on enlève un ~~M~~ ça marche pas!
- Que se passe-t-il pour d'autres formes?

à vous de jouer...