JEU DE TÂCHES : UN MODE D'INTERACTIONS POUR FAVORISER LES EXPLORATIONS ET LES EXPÉRIENCES MATHÉMATIQUES DANS L'ENSEIGNEMENT SPÉCIALISÉ

Jean-Michel FAVRE[1]
Institut de Pédagogie Spécialisée, HEP-Vd, Lausanne & groupe ddmes, Rolle

Il y a une dizaine d'années, nous avons créé au sein de l'IFRES[2] à Lausanne un groupe de recherche : le groupe « ddmes »[3]. Dès son origine, ce groupe s'est donné pour tâche d'étudier des questions de didactique des mathématiques dans le contexte spécifique de l'enseignement spécialisé (Es). Dans la tradition des situations mathématiques de Gérard Charrière (Service de la Recherche Pédagogique, Genève et groupe TFL, Lausanne) et en référence aux travaux de François Conne concernant la distinction savoir et connaissance (Conne, 1992), nous nous sommes particulièrement intéressés au pilotage et au développement de situations mathématiques dans le cadre d'entretiens que nous menons auprès d'élèves d'une institution d'enseignement spécialisé vaudoise : l'institution Pré-de-Vert[4], à Rolle (Suisse).

En raison notamment de l'importance prise par l'échec dans l'Es (Favre, 2003 ; Conne, Favre & Giroux, 2006), nos pratiques d'enseignement et de recherche antérieures nous avaient en effet appris que ce pilotage n'allait pas de soi. Nous avions remarqué que nous ne pouvions que rarement nous appuyer, comme cela se fait de manière classique à l'école ordinaire (Éo), sur les réussites des élèves aux tâches qui leur étaient soumises. De plus, il était souvent difficile d'obtenir des indications sur ce que les élèves savaient et apprenaient en les interrogeant directement à ce propos, voire à recueillir des traces susceptibles de nous en informer.

Nous avons, de fait, été conduits à chercher des voies alternatives qui permettent d'aller à la rencontre des élèves, tout en essayant d'enrichir et dynamiser l'échange didactique.

[1] Je remercie ici Christian Cange, François Conne, Luca Del Notaro, Philippe Depommier, Céline Maréchal, Claire Lise Saudan et André Scheibler, membres du groupe « ddmes », pour le travail que nous avons mené ensemble et dont cet article cherche à relater, sans trop le dénaturer, l'une des facettes.

[2] IFRES signifiait alors : Institut de Formation et de Recherche pour l'Enseignement Spécialisé. Dès 2001, cet institut a rejoint la HEP-Vd et a changé de dénomination. On le désigne désormais à l'aide des lettres IPS, selon la nouvelle appellation d'Institut de Pédagogie Spécialisée qu'on lui a donnée.

[3] « ddmes » signifie « didactique des mathématiques de l'enseignement spécialisé ». Pour une présentation du groupe et de ses premiers travaux, on peut se référer à Conne et *al*. (2003).

[4] Pour une présentation de l'institution Pré-de-Vert, on peut se référer à Cange (2003).

Grand N n° 82, 2008, pp. 9 à 30

Nous nous sommes ainsi interrogés sur ce qui pourrait favoriser l'émergence de restitutions indirectes - c'est-à-dire des restitutions qui ne constituent pas des réponses à des demandes directes de l'expérimentateur - et comment nous pourrions effectuer des tentatives de relances qui, utilisant certains effets de surprise, ne reposeraient pas uniquement sur la graduation des réussites.

Tout au long de ces années de recherche, nous avons progressivement mis au point un mode d'interactions original pour mener des entretiens avec des élèves de l'Es, qui vise à faire cas de ce qu'ils produisent, et cela même quand ces productions divergent passablement d'avec celles qui sont en principe attendues. Au sein du groupe « ddmes », nous en sommes venus à désigner par « *jeu de tâches* » ce mode d'interactions spécifique.

Dans cet article, nous visons à présenter en quoi consiste un *jeu de tâches*, une présentation que nous actualiserons et illustrerons par l'examen d'une forme que nous avons particulièrement étudiée : la croix régulière ou croix grecque[5].

Activités des manuels de l'école ordinaire (Éo) et problèmes d'enseignement dans l'enseignement spécialisé (Es)

Dans le cadre du groupe « ddmes », nous envisageons les activités figurant dans les manuels scolaires de mathématiques comme autant de réponses apportées à des « problèmes d'enseignement ». Il s'agit en effet de doter les enseignants de l'Éo de moyens appropriés, susceptibles de leur permettre de conduire un enseignement des savoirs figurant dans les programmes. Dans certaines activités, le savoir visé par telle activité est bien explicite, mais parfois, il est plus difficile à cerner, plus diffus. Ce deuxième cas de figure est particulièrement fréquent dans le cas des activités de géométrie à l'œuvre dans l'enseignement primaire.

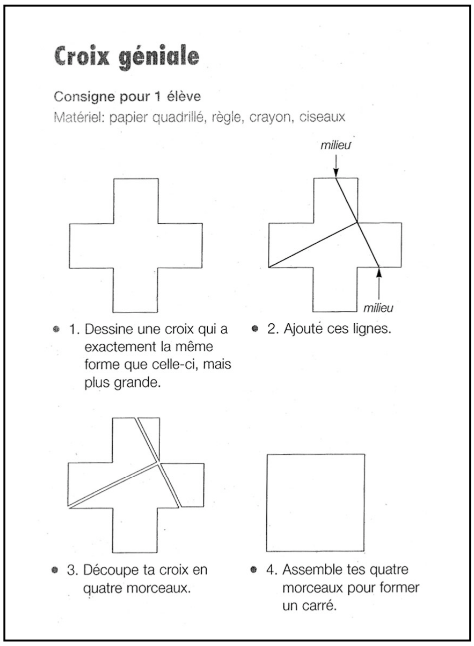


Figure n°1. Activité « Croix géniale » (Danalet et *al.*, 1998a, p. 73)

[5] S'agissant d'un article dont les auteurs sont suisses, nous préciserons que la croix blanche figurant sur le drapeau national, n'est pas, contrairement à ce que d'aucuns pensent, une croix régulière. Définies par l'Assemblée Fédérale en 1889, les dimensions des deux bras de la croix blanche posée sur fond rouge sont égaux entre eux, mais 1/6 plus longs que larges.

Ainsi en est-il, par exemple, de l'activité « Croix géniale » (cf. figure n°1) qui est proposée en Suisse romande aux élèves de 3ème année primaire[6]. Les commentaires des auteurs disent à son propos que « *Dans "Croix géniale", les élèves sont amenés à reproduire précisément une figure afin de pouvoir la découper selon un plan.* » (Danalet & *al.*, 1998b, p. 219), ce qui tend à faire penser que l'objectif d'une telle activité vise plutôt au développement d'un savoir faire – reproduire et découper précisément une figure selon un plan – que de participer à la rencontre ou à l'appropriation d'un savoir spécifique.

En examinant cette activité[7], on observe qu'elle se compose de deux tâches distinctes, à savoir : d'une part, la confection d'une croix-puzzle selon une marche à suivre imagée ; puis, d'autre part, la transformation de cette croix-puzzle en un carré-puzzle qui, en principe, devrait rendre manifeste le « génie » de cette croix (et indirectement celui de l'auteur de la découpe) à se laisser quadrer. On remarque également que ces deux tâches sont liées, dans la mesure où la quadrature de la croix n'est rendue possible qu'au cas où la première tâche est bien réussie, c'est-à-dire quand la confection des pièces du puzzle est réalisée de manière suffisamment précise. Dans le cas contraire en effet, toute tentative de vouloir transformer la croix-puzzle en un carré-puzzle est réduite à néant, sans que l'on ne puisse par ailleurs juger si l'impossibilité tient à la réalisation inadéquate des pièces ou à la proposition de découpe qui serait erronée. La réussite de la première tâche est donc tout à la fois nécessaire à la réussite de la seconde et à la possibilité que cette seconde tâche vienne valider, comme le souhaitent expressément les auteurs (cf. Annexe), la précision du dessin et du découpage.

En proposant l'activité « Croix géniale », telle qu'elle figure dans les manuels à des élèves de l'Es, nous avons pu apprécier combien la confection de la croix-puzzle n'allait pas de soi (cf. figure n°2). La réalisation de la croix-puzzle suppose en effet que la reproduction agrandie de la croix soit parfaitement correcte, que le tracé des lignes de découpe soit exact et que le découpage des quatre morceaux de croix soit franc et rectiligne. Outre des compétences motrices pour réaliser le dessin et le découpage, cette tâche convoque un certain nombre de connaissances de la croix (angles droits, isométrie des côtés, …) qui permettent d'en contrôler la bonne facture.

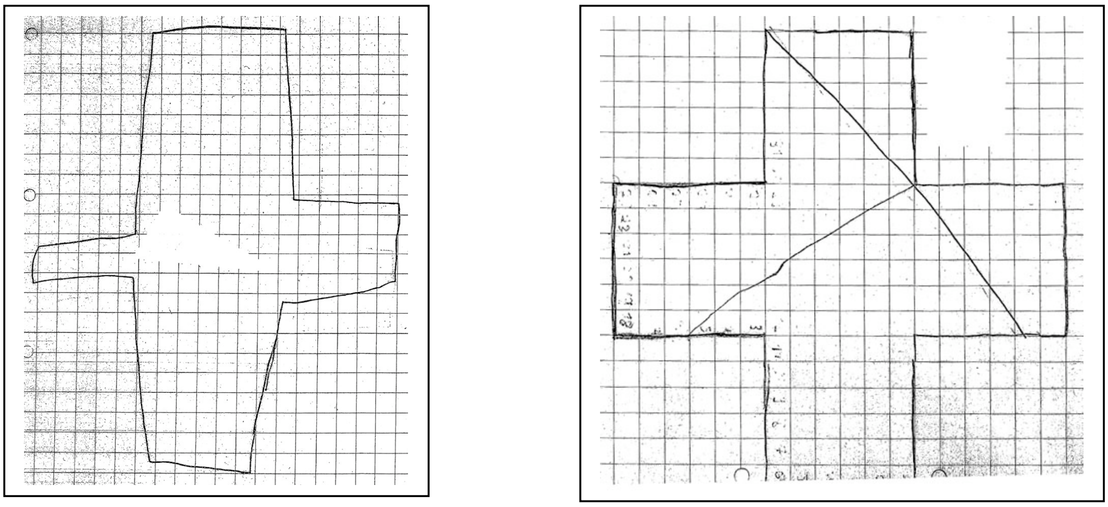


Figure n°2. Exemples de reproduction de croix sur quadrillage, réalisés par des élèves de l'Es

[6] La troisième année primaire en Suisse Romande correspond au CE2 français.

[7] Une analyse approfondie de cette activité, comprenant d'autres exemples de productions d'élèves de l'Es, a été réalisée par Conne (2008, pp. 254-260).

Or, excepté la suggestion (cf. Annexe) de mettre à la disposition des élèves du papier quadrillé de 1 cm, 2 cm, 3 cm (suggestion déjà réalisée dans le cas des deux productions de la figure 2), les auteurs des manuels ne disent rien sur la manière de s'y prendre pour interagir avec les élèves aux prises avec des difficultés à confectionner leur croix. Dans la classe Es, c'est donc à l'enseignant que sera dévolu le rôle d'y faire face, les difficultés manifestées par les élèves se transformant, pour lui, en de nouveaux *problèmes d'enseignement* qu'il aura à résoudre avant (s'il a pu les anticiper) ou pendant le déroulement de la leçon. De fait, lorsqu'elles sont mises en œuvre dans l'Es, les activités des manuels conçues à destination de l'Éo, tout à la fois résolvent et génèrent des problèmes d'enseignement et c'est à ce titre que l'on parle souvent de la nécessité d'« adapter » ces activités à l'intention des élèves de ces classes.

Dans le cas particulier, pour permettre aux élèves de dépasser l'obstacle constitué par la réalisation de la croix-puzzle, on pourra, par exemple, chercher à soutenir le tracé et le découpage de la croix, demander à un élève plus habile que les autres de venir en aide à ses camarades ou encore fournir aux élèves des jeux de pièces du puzzle déjà fabriqués. Cependant, outre le soutien que l'on peut apporter à la réussite d'une tâche que les élèves ne parviennent pas à réaliser de manière adéquate, il est également possible de considérer les enjeux mathématiques d'une telle activité et se demander comment nous pouvons chercher, malgré tout, à en favoriser des rencontres. De même, il y a lieu de s'interroger sur les réponses que nous pouvons apporter à ces productions d'élèves mal conformes qui sont le lot de beaucoup d'élèves de l'Es et sur les façons de les enrôler dans l'échange didactique.

La pratique du jeu de tâches que nous allons décrire plus avant participe à la résolution des problèmes d'enseignement qui apparaissent dans l'Es, en suivant cette perspective.

Le jeu de tâches : préparation du jeu

Nous allons commencer par décrire comment, au sein du groupe « ddmes », nous nous y prenons pour concevoir un jeu de tâches. Nous donnerons quelques exemples de découvertes que ce travail de préparation nous conduit à réaliser et comment il nous permet d'aboutir à la création de listes de tâches. Nous indiquerons également les perspectives selon lesquelles nous comptons ensuite utiliser ces listes de tâches auprès des élèves, c'est-à-dire comment nous envisageons de jouer avec eux…

Explorer un milieu en groupe

Au lieu de considérer, comme on le fait majoritairement dans l'Éo, que les élèves, dans leur ensemble, sont capables de réussir les activités qu'on leur propose, nous avons plutôt choisi de tabler sur leur non-réussite. Il s'agit naturellement d'un principe de base, à partir duquel nous avons décidé de mener nos travaux, qui ne préjuge en rien de ce qui peut se passer en situation effective, où certains élèves peuvent bel et bien être en mesure de réussir les activités qui leur sont proposées. Ce principe nous oblige simplement à intégrer la non-réussite des élèves comme un élément constitutif de la création, puis par la suite du pilotage et du développement d'une situation.
En présupposant la non-réussite des élèves, il n'est pas non plus question de venir interroger ce qui peut bien « clocher » chez eux, c'est-à-dire de s'intéresser à leurs difficultés, leurs troubles ou l'éventuelle insuffisance de leur niveau de développement.

Car, comme le disait fort joliment Brousseau :

> *« Mettre en cause l'élève, uniquement l'élève, me paraît une attitude analogue (aussi vaine) que celle qui chercherait à expliquer pourquoi l'eau fuit d'un seau percé en analysant les différences de qualité entre l'eau qui est sortie et celle qui est restée, comme si les raisons de la fuite résidaient dans des qualités propres à l'eau. » (Brousseau, 1980, p. 181).*

Partant d'une activité comme « Croix géniale », et plutôt que de répertorier les difficultés que les élèves sont susceptibles d'y rencontrer, nous prenons ainsi parti d'examiner le dispositif matériel qui s'y trouve proposé et de nous intéresser au *milieu*[8] susceptible de se constituer à partir d'une telle activité et à la manière dont il est possible de le solliciter. Pour mener ce travail – que nous avons nommé *exploration du milieu* – nous avons constitué une série de questions qui nous permettent d'entrer en interaction avec le milieu et vise à nous occasionner des rencontres avec les objets dont il relève : quels sont les éléments constitutifs du milieu considéré et quels sont les savoirs mathématiques qui s'y trouvent dissimulés ? Quelles sont les différentes tâches qu'il est susceptible de nous faire imaginer ? Quels sont les effets probables ou, au contraire, les effets très inattendus qu'il est à même de générer ? Quelles sont les relances qu'il permet d'envisager ? Il s'agit en fait de trouver diverses manières d'entrer dans le milieu, mais en évitant à tout prix d'en ressortir de suite parce que l'on a réussi l'activité. Nous cherchons au contraire à nous y laisser porter pour mieux le faire parler et faire en sorte qu'il nous révèle d'autres facettes de son potentiel. Nous sommes ainsi particulièrement attentifs aux surprises que cette exploration nous occasionne, en les considérant comme autant d'opportunités de rencontres avec des objets et des relations entre objets que nous n'avons pas encore pu déceler jusqu'alors.

Cette perspective qui consiste à explorer un milieu nous paraît présenter quelque chose d'assez original, dans le sens où, généralement, nos savoirs nous dispensent de faire l'expérience d'entrer en interaction avec le milieu. Dans les pratiques effectives d'enseignement, le savoir dote l'enseignant d'une capacité de lecture des activités très efficace qui lui permet d'apprécier comment il est possible de les résoudre, tout en le dispensant d'avoir à le faire. En didactique des mathématiques, dans la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1988), on recourt au savoir pour concevoir des milieux propices à sa rencontre. On parle du milieu en termes d'antagoniste du sujet ou de « *modélisation de la partie de l'univers à laquelle se réfère la connaissance en jeu et les interactions qu'elle détermine* » (ibid., p. 320) et l'on considère avant tout le rôle que le milieu est appelé à jouer dans la situation adidactique pour permettre à l'élève de s'approprier un savoir (pré)déterminé. Or, l'exploration du milieu que nous réalisons se distingue d'une analyse a priori classique, dans le sens où si l'idée est bel et bien de faire jouer par la suite au milieu ce rôle d'antagoniste, ce n'est pas, en premier lieu, pour favoriser la rencontre des élèves avec un savoir spécifique. Nous cherchons avant tout à révéler la nature et les limites de ce milieu, c'est-à-dire, comme nous le verrons par la suite, à faire émerger les objets qui le composent et le tissu de relations souvent complexes que ces objets entretiennent entre eux et dont il constitue le creuset.

[8] Le terme de milieu est à prendre ici au sens large de « *tout ce qui agit sur l'élève ou / et ce sur quoi l'élève agit.* » (Brousseau, 1998).

Premières découvertes réalisées autour de la croix

Mené autour de l'activité « Croix géniale »[9], ce travail d'exploration nous a conduits à réaliser plusieurs découvertes concernant la croix, sa quadrature et les rapports que cette forme entretient avec le carré. Nous avons par exemple remarqué qu'il y a plusieurs manières (cf. figure n°3) de considérer une croix régulière lorsque nous la dessinons sur une feuille blanche ou sur un quadrillage. Tout d'abord, on peut se rapporter au pourtour de la croix, ce qui conduit à dessiner une suite de douze traits (les douze côtés de la croix), en réorientant son tracé à chaque bifurcation, alternativement d'un quart de tour à droite et d'un quart de tour à gauche. Ensuite, on peut aussi envisager la croix selon l'intérieur de ce pourtour (son aire), en observant qu'elle est constituée d'un assemblage de cinq carrés disposés en… croix. Enfin, on peut également procéder en dessinant un carré auquel il suffit de soustraire, à chaque coin, quatre carrés identiques, ce qui apporte une troisième façon de la concevoir. Notons, à ce sujet, que la distinction entre trois manières de considérer une croix régulière est loin d'être anodine : réaliser la quadrature d'une croix régulière avec la seule idée de son pourtour s'avère en effet parfaitement impossible.

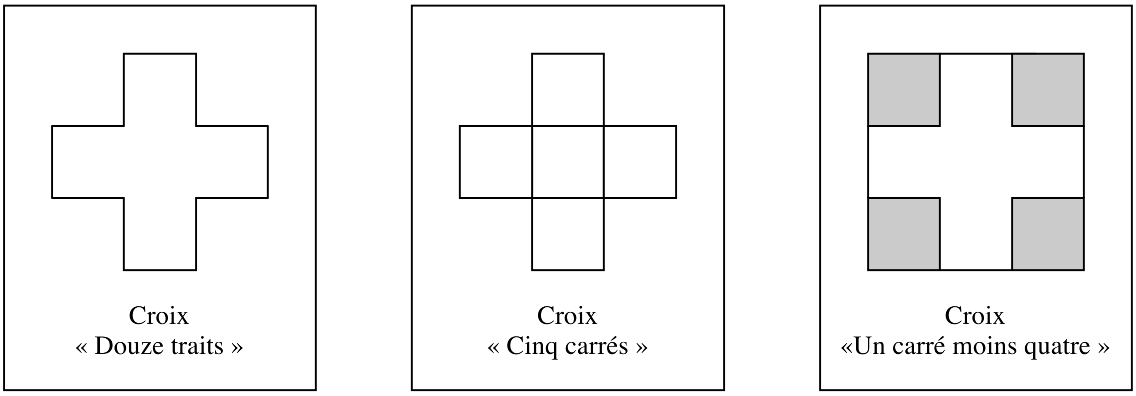


Figure n°3. Trois façons de considérer une croix

Poursuivant notre exploration, nous nous sommes intéressés aux deux lignes de découpe figurant sur la croix de l'activité « Croix géniale » (cf. figure n°4) en nous interrogeant sur les propriétés que ces lignes doivent réunir pour permettre de réaliser une quadrature.

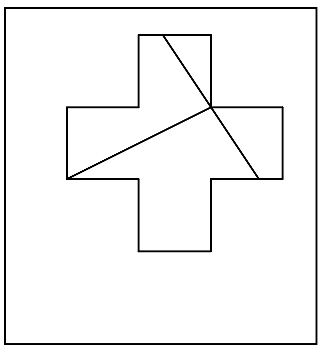


Figure n°4. Découpe pour réaliser la quadrature de la croix

Nous avons mis en évidence l'angle droit à l'intersection des deux lignes de découpe et aussi le fait que ces deux lignes sont de la même longueur. Pour déterminer cette longueur,

[9] D'autres activités des manuels scolaires ont servi de supports pour procéder à une exploration similaire, mais nous n'en parlerons pas ici.

nous avons considéré le rapport qu'entretiennent le côté de la croix et le côté du carré, soit un rapport de √5 que l'on obtient en passant par le calcul de l'aire des deux figures qui reste identique : avec le côté de la croix égale à 1, l'aire de la croix et celle du carré valent 5 et le côté du carré √5. Nous avons ainsi découvert d'autres manières de découper la croix pour en réaliser la quadrature (dont l'une est constituée de quatre pièces identiques), en cherchant à réaliser des lignes de découpage qui remplissent les conditions d'être de longueur √5 ou √5/2 et de se couper à angle droit (cf. figure n°5). À ce titre, nous avons retrouvé dans un ouvrage de Deledicq & Casiro (1998, p. 16), la très élégante solution proposée par Lindgren (cf. figure n°6) qui, par superposition d'un pavage de croix et d'un pavage de carrés (de côté de dimension égale à √5), donne à la fois la découpe de la croix et sa reconstitution sous la forme d'un carré[10].

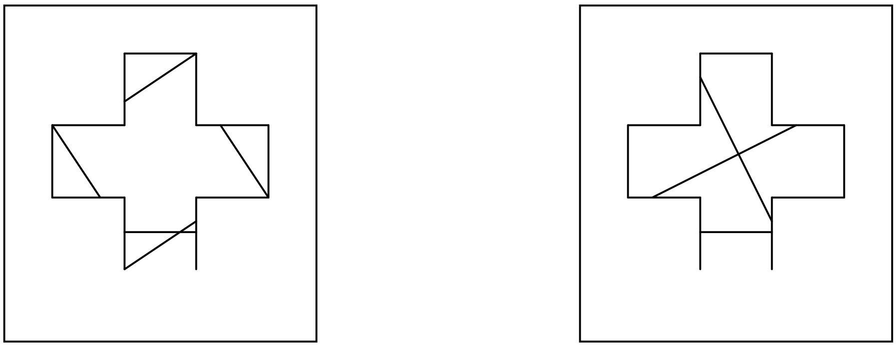


Figure n°5. Deux autres possibilités de découpe pour réaliser la quadrature de la croix

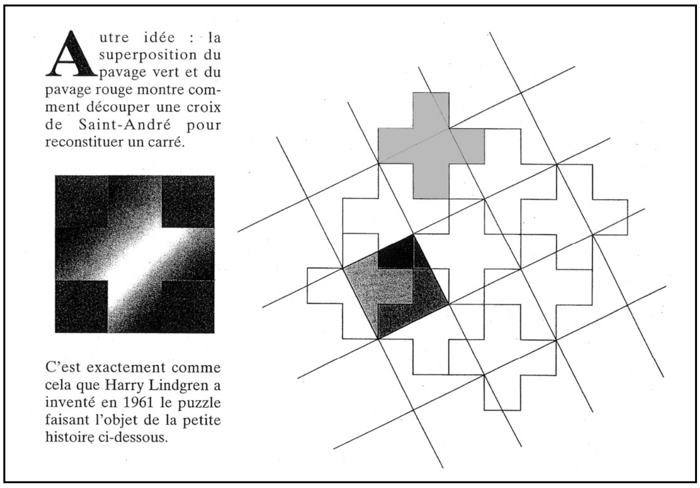


Figure n°6. La solution du problème de quadrature d'une croix régulière par Lindgren (Deledicq & Casiro, 1998, p. 16)

Nous avons également expérimenté la transformation de la croix-puzzle en carré-puzzle et remarqué que si les deux grandes pièces s'enchâssent aisément l'une dans l'autre, les deux plus petites posent plus de difficultés à être placées de manière adéquate pour compléter le puzzle. Nous avons constaté avec étonnement qu'il existe deux arrangements différents des pièces (non symétriques) qui donnent un carré (cf. figure n°7). Enfin, nous avons observé que la transformation réciproque carré-puzzle en croix-puzzle, ne va pas de soi, même après avoir passé par le travail de confection des pièces.

[10] En déplaçant les pavages l'un sur l'autre, on obtient l'ensemble des découpes possibles, ce qui constitue la solution du problème de quadrature d'une croix régulière.

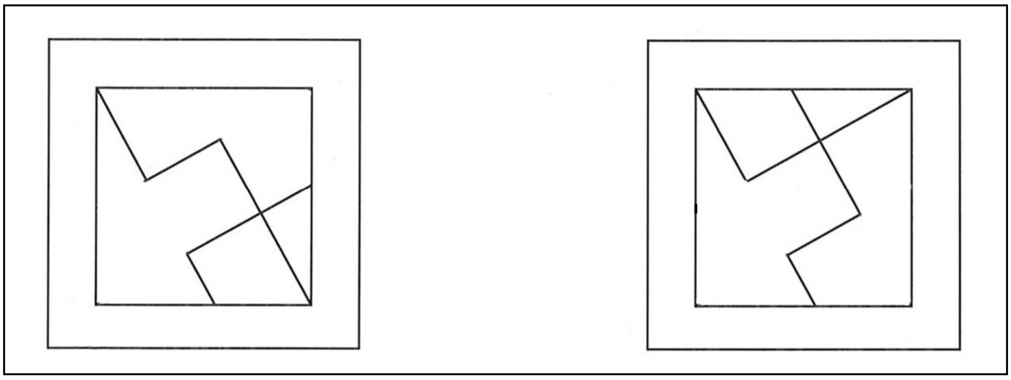


Figure n°7. Deux transformations possibles de la croix en carré
selon la découpe proposée dans l'activité « Croix géniale »

Les découvertes que nous avons réalisées nous ont en quelque sorte « ouverts » sur l'objet-croix qui, au fil de notre exploration, a pris de plus en plus de consistance. Alors que la croix n'était au début qu'une simple forme affublée d'un pourtour bien particulier[11] (ce qui a pu contribuer à en faire un emblème), c'est un peu comme si elle s'était transformée en se révélant sous certains aspects restés jusqu'ici implicites. Ce travail d'exploration nous a conduit à mettre en jeu certains savoirs mathématiques (rapports aire - pourtour d'une figure, transformation de figures, quadrature, théorème de Pythagore, ...) pour nous livrer en retour certaines propriétés de la croix. Il nous a également renseigné sur les rapports très étroits qu'entretiennent la croix et le carré, rapports qui viendront encore s'enrichir par la suite de nouvelles propriétés, comme le fait que les deux figures possèdent le même nombre d'axes de symétries (propriété peu évidente a priori, d'un seul point de vue perceptif). En nous mettant à « explorer le milieu », nous avons ainsi commencé à mettre évidence son potentiel. De fait, le milieu en est progressivement venu à perdre de sa transparence pour se révéler en termes d'objets et de relations entre objets.

Élaborer des listes de tâches pour explorer un milieu avec des élèves de l'Es

L'exploration du milieu menée en groupe ne nous donnait toutefois pas encore de clés sur la façon de piloter des situations mathématiques auprès des élèves de l'Es. Si l'exercice réalisé avait pu nous montrer comment il était possible de redonner consistance à une activité comme « Croix géniale » et à en révéler un certain potentiel, source de curiosité et d'investigations nouvelles, il ne nous disait en revanche rien sur la manière de partager et de rendre nos découvertes accessibles aux élèves de l'Es, ni sur comment faire face à leur non-réussite ou comment enrôler leurs productions dans l'échange didactique.
Nous avons dès lors pris parti d'aller à la rencontre des élèves avec les tâches que nous nous étions nous-mêmes données en groupe pour réaliser notre exploration du milieu et avec celles que cette exploration nous avait conduits à imaginer. Si, comme nous l'avons déjà dit plus haut, il ne nous était pas possible de nous appuyer sur le fait que les élèves de l'Es allaient réussir les tâches que nous comptions leur soumettre, nous tenions en revanche le pari que ces mêmes élèves pouvaient nous aider à poursuivre le travail d'exploration du milieu que nous avions initié en groupe et nous conduire à réaliser

[11] Alors qu'en Suisse, nous sommes un peu partout entourés de croix blanches sur fond rouge, peu de gens, lorsqu'on les interroge, savent dire qu'une croix comporte douze côtés ou que la croix figurant sur notre bannière n'est pas une croix entièrement régulière.

de nouvelles découvertes. À ce titre, nous pensions même que les élèves de l'Es étaient tout autant, sinon mieux capables que les élèves de l'Éo de nous en apprendre sur le milieu, leur non-réussite pouvant être envisagée, d'un certain point de vue, comme une façon de ne pas s'en laisser « compter » par le milieu. Dans les entretiens, nous envisagions ainsi de nous intéresser particulièrement aux éléments imprévus auxquels les élèves allaient se heurter, aux mailles dans lesquelles ils allaient rester pris. Leurs hésitations, leurs erreurs, leurs étonnements, leurs *conduites atypiques* (Giroux, 2008) nous donneraient à leur tour de nouvelles et précieuses informations sur le milieu avec lequel l'activité les amènerait à interagir et c'est bien dans cette perspective que nous chercherions à mener nos entretiens, soit en tentant de poursuivre l'exploration amorcée en groupe.

L'intérêt d'une telle manière de procéder réside à nos yeux dans la possibilité qui est dès lors offerte de ne pas attribuer la non-réussite des tâches aux compétences/performances des élèves, mais qu'elle puisse être au contraire interprétée en référence au milieu, c'est-à-dire comme des produits ou des *effets de milieu*. Autrement dit, cela signifie que les élèves et leurs conduites vont nous permettre d'en apprendre un peu plus sur le milieu, au lieu que ce soit, plus classiquement, le milieu qui soit censé leur en apprendre. Le premier n'excluant pas l'autre, naturellement, mais en sachant bien que ce n'est pas là, en priorité, que nous portons notre attention et orientons nos interventions. Dans cette perspective, le milieu n'est plus considéré comme support à la réalisation d'une ou plusieurs tâches graduées à charge des élèves, mais bien tout à la fois comme réservoir et comme lieu d'expérimentation d'une diversité de tâches susceptibles d'être éprouvées en situation. Et c'est ainsi que, chacun de notre côté, nous avons donc dressé des listes[12] de tâches (cf. figure n°8) qui devaient nous servir ensuite de cadre pour mener nos entretiens.

Liste de tâches produite à partir de l'activité « Croix géniale »

- Demander aux élèves de dessiner une croix sur une feuille blanche ; puis leur proposer d'en faire une plus grande/petite, une plus longue/moins longue, une plus régulière/moins régulière.
- À partir d'une feuille carrée blanche, demander aux élèves de fabriquer une croix régulière de type croix suisse (éventuellement leur en montrer une) par pliage.
- Donner aux élèves le puzzle « croix géniale », leur demander de reconstituer une croix, puis un carré, puis une croix, puis à nouveau un carré (éventuellement un autre carré).
- Rajouter quatre carrés au puzzle et leur demander de constituer un nouveau carré plus grand que les précédents.
- Sur feuille quadrillée A4 (1 cm), leur demander de dessiner la plus grande croix régulière possible, puis une croix encore plus grande.

[12] Nous avons très vite désigné par *jeux de tâches* (par analogie avec un jeu de cartes) les listes de tâches que nous envisagions d'utiliser pour mener des entretiens. Nous conservons ici le mot « liste » du fait de l'acception plus large que le jeu de tâches a progressivement pris pour nous et que nous définissons plus avant. Il faut toutefois veiller à ce que cet usage du mot « liste » n'induise pas chez le lecteur l'idée d'une graduation des tâches, c'est-à-dire d'un ordre de passage prédéterminé dans l'entretien qu'il s'agirait de respecter.

- Leur proposer, à partir d'un modèle, deux nouvelles façons de découper une croix pour en faire un puzzle (dont une qui aboutit à quatre morceaux identiques) et leur demander de reconstituer un carré ; leur suggérer de dicter à l'autre le découpage effectué.

Figure n°8 : liste de tâches réalisée à partir de l'activité « Croix géniale »

Pour chercher à dynamiser les interactions élèves-milieu, nous avons également repris l'idée d'aménager aux élèves des *surprises*. Cela fait longtemps en effet que François Conne (2004, 2006), en référence au pragmatisme peircien, utilise la surprise pour interagir avec les élèves de l'Es. Peirce considère en effet que la surprise est le levier par lequel il est possible d'apprendre par expérience :

> *« L'expérience est notre seul maître. (…) Mais comment s'effectue au juste cette action de l'expérience ? Elle s'effectue par une série de surprises. (…) C'est par des surprises que l'expérience enseigne tout ce qu'elle daigne nous enseigner. » (Peirce, cité par Conne, 2006, p. 22)*

De notre côté, nous considérons la surprise comme l'effet inopiné créé par la rencontre d'un élément du milieu - un signe au sens peircien du terme - qui vient remettre en cause la logique du déroulement d'une action ou d'une suite d'actions. Alors que dans la théorie des situations (Brousseau, 1998), on parle volontiers de rétroaction pour définir une action du milieu sur le jeu de l'élève, nous préférons ici l'idée de surprise, parce qu'il nous semble que la surprise est plus immédiate et plus intense, moins contrôlée et donc moins contrôlable et toujours en rapport avec l'effet d'un signe produit des interactions élève-milieu[13]. On peut à ce titre donner l'exemple de la tâche qui consiste à devoir faire apparaître un triangle au beau milieu d'une feuille A4, en découpant la feuille pliée en deux. Dans de nombreuses observations que nous avons réalisées dans des classes de l'Es, les élèves, lorsqu'ils déplient la feuille pour apprécier l'effet de leur découpe, sont très surpris d'avoir obtenu un losange, ce qui peut les amener ensuite, à reconsidérer leur découpe, pour mieux la contrôler. Ce dernier point est naturellement de grande importance (nous y reviendrons plus avant), car si la surprise révèle de l'inattendu, au sens où il y a à la fois mise en relation et rupture entre ce qui a été produit et ce qui avait été anticipé, elle n'est pas, à elle seule, gage de l'engagement chez celui qui est surpris d'un processus de pensée et d'actions nouvelles visant à mieux la contrôler. Or, c'est pourtant bien ce processus, par lequel nous avons nous-mêmes passé lors de l'exploration du milieu que nous avons réalisée en groupe, que nous cherchons à reproduire à l'intention des élèves, voire chez l'expérimentateur lui-même, à partir des surprises que le déroulement de l'entretien peut à son tour lui réserver.

Le jeu de tâches : règles du jeu

Nous allons maintenant chercher à définir plus précisément ce que nous entendons par « jeu de tâches » en le décrivant, comme on a l'habitude de le faire, lorsque l'on cherche à transmettre les règles d'un jeu.

[13] En reprenant les distinctions que Giroux (2008) a opérées en référence à Peirce, nous pourrions dire que la surprise correspond à une rétroaction de priméité.

Nombre de joueurs

La majorité des entretiens que nous avons menés à l'institution Pré-de-Vert selon les règles du jeu de tâches ont réuni deux élèves et deux expérimentateurs : l'un qui anime l'entretien et l'autre qui veille à l'assistance technique (sachant que chaque entretien est filmé). Plus rarement, nous avons travaillé avec un seul élève ou un groupe de trois élèves. Une fois, nous avons tenté la chose en classe, auprès d'un groupe de dix-sept élèves[14].

Matériel

L'expérimentateur dispose d'une liste de tâches[15] qu'il a élaborée à partir de l'exploration du milieu accomplie au préalable (cf. figure n°9) et du matériel nécessaire à leur réalisation. Une caméra située face aux joueurs permet de garder la mémoire des interactions. Nous conservons soigneusement toutes les productions issues de chaque entretien.

Rôle des joueurs au cours du jeu de tâches

Une des caractéristiques majeures du jeu de tâches est d'être profondément asymétrique. Au début du jeu, il y a, d'une part, l'expérimentateur qui, à l'aide de ses connaissances préalables du milieu et de la liste de tâches dont il dispose, peut être considéré comme le pilote (le maître) du jeu ; et, d'autre part, les élèves qui, fort de leur ignorance du milieu et des tâches, peuvent être considérés comme les exécutants du jeu. Au cours de la partie, l'expérimentateur essaie, par une distribution adéquate des tâches qu'il propose, à entretenir et faire durer les interactions élèves-milieu et à les dynamiser par l'aménagement de surprises que ces tâches sont supposées pouvoir produire. En jouant ses tâches, l'expérimentateur est conduit à engager ses connaissances du milieu et les savoirs mathématiques dont il dispose pour interpréter et contrôler le déroulement des interactions qui s'y produisent. Tandis que de leur côté, les élèves sont eux aussi invités à mettre en jeu leurs connaissances mathématiques, en réponse aux tâches qui leur sont proposées, créant et résolvant parfois leurs propres tâches, en réponse aux sollicitations de l'expérimentateur et/ou du milieu dont ils ont fait l'objet. En outre, si l'expérimentateur joue ses coups de manière à surprendre les élèves, il se peut tout aussi bien que l'action des élèves et les effets qu'elle génère sur le milieu parvienne également à le surprendre à son tour[16]. Cela signifie qu'en cours de jeu, les surprises apparaissent aussi bien pour les élèves que pour l'expérimentateur, même si elles ne sont que rarement les mêmes pour les deux joueurs, car fortement dépendantes non seulement de leur position respective, mais également de leurs savoirs réciproques. En fait, les joueurs en viennent à se faire surprendre de ce qu'ils feront dire au milieu (i.e. ce que le milieu leur révèle), mais à des moments et à des niveaux différents.

---

[14] Selon la dynamique inhérente au fonctionnement du groupe « ddmes » (Conne 2003 ; Favre, 2003), de nombreuses investigations non-filmées ont également été menées selon les règles du jeu de tâches dans d'autres établissements et institutions de l'Es vaudois. Le nombre d'élèves variait selon l'effectif et les dispositifs d'enseignement des classes dans lesquelles ces investigations se déroulaient.

[15] Nous avons même imaginé réaliser de véritables cartes, comportant chacune une tâche, que nous pourrions distribuer aux élèves en cours d'entretien.

[16] À ce titre, nous pouvons considérer le jeu de tâches comme un jeu à trois réunissant les coups de l'expérimentateur, les coups des élèves et les coups du milieu (en souhaitant que les amateurs de fondue apprécient l'astuce).

Buts du jeu de tâches

Le jeu de tâches est établi sur le postulat qui veut que l'on fasse des mathématiques au cours des expériences que l'on réalise, quand on cherche à reproduire ou répliquer une surprise qui nous est apparue, afin d'en prendre la mesure et la contrôler. La surprise est produite par un « signe », représentant d'un savoir jusqu'ici intégré dans le milieu, que le joueur est amené à produire et/ou à rencontrer au cours du jeu. Pour les élèves comme pour l'expérimentateur, le but du jeu de tâches est donc d'accumuler des surprises – on pourrait même envisager (ce que nous n'avons pas fait) de donner un point pour chaque surprise – puis de chercher à les reproduire et les répliquer. L'idée étant qu'au cours de ce processus de reproduction, le joueur (expérimentateur ou élève) en vienne progressivement à contrôler chaque surprise (et donc à la banaliser) ce qui, en contrepartie, lui révélera un aspect du milieu qu'il n'avait pas perçu jusqu'alors. Le milieu s'en trouvera dès lors enrichi et lui apparaîtra comme transformé.

Déroulement du jeu de tâches

Le jeu de tâches doit être d'une conduite assez souple pour pouvoir s'adapter à l'incertitude et à l'évolution du jeu[17]. Les tâches ne sont pas définies a priori pour être jouées dans un ordre déterminé. Il y a certes des tâches que l'on peut qualifier de tâches d'approche dont le rôle est de favoriser le jeu d'une tâche ultérieure et d'autres tâches que l'on peut désigner comme des tâches-maîtresses, car grandement susceptibles d'occasionner des surprises. Il y a également des tâches qui ne sont pas prévues a priori, mais qui apparaîtront, à l'initiative des élèves ou de l'expérimentateur, en cours d'entretien. En fait, le pilotage du jeu de tâches est fortement contraint par les actions des élèves et les réponses du milieu que l'expérimentateur est à même de saisir et d'interpréter à l'aide de ses propres savoirs. D'ailleurs, le choix des tâches en cours d'entretien est le produit de cette interprétation ; les tâches génèrent de nouveaux signes, témoins de nouveaux savoirs et supports à de nouvelles interprétations. Selon ce que produisent les élèves, selon les signes qu'ils génèrent, l'expérimentateur est tantôt conduit à laisser aller les choses, tantôt à les questionner ou à questionner les élèves, tantôt à les interrompre ou les relancer par l'introduction d'une nouvelle tâche. Le jeu de tâches est donc peu stable par essence. Il vise à dévoluer aux élèves le travail de stabilisation de la situation. Il part du principe que la limite du pouvoir de déstabilisation de l'expérimentateur réside à la fois dans les savoirs des élèves et dans les surprises que les expériences dans lesquelles ils se lancent peuvent lui aménager. La dévolution sera complète si, fort d'une expérience actuelle et authentique, les élèves en viennent à s'approprier de nouveaux savoirs mathématiques, que nous envisageons ici, en termes de connaissances utiles (Conne 1992), c'est-à-dire qui permettent progressivement de contrôler une surprise produite par un signe.

Remarques à propos de la conduite du jeu de tâches

Une difficulté majeure du pilotage d'un jeu de tâches tient au fait que l'expérimentateur est continuellement amené à jouer à deux niveaux de jeu. Le premier niveau est celui de son propre jeu dans l'expérience qu'il réalise grâce aux savoirs dont il dispose et le second

[17] Cette nécessaire souplesse qui caractérise le jeu de tâches pour être à même de répondre à ce que produisent les élèves rejoint les propos de Giroux & Ste-Marie (2006) qui, à travers l'idée de « maillage de situations », défend le recours à un enseignement « opportuniste » qui vise à faire cas des objets de savoirs imprévus rencontrés par les élèves en situation.

niveau est celui du jeu qu'il entretient avec le jeu des élèves. La conduite experte du jeu de tâches réside ainsi dans la capacité dont l'expérimentateur saura faire preuve à mener le jeu en tenant compte et en articulant ces deux niveaux, lui permettant de déterminer quand prolonger ou interrompre l'expérience que, tour à tour, lui et les élèves réalisent à l'égard des éléments du milieu qui se révèlent dans l'interaction. Tout au long du jeu en effet, les signes que laissent apparaître les expériences réalisées par les joueurs révèlent des savoirs qui étaient jusqu'ici incorporés dans le milieu. L'expérimentateur peut alors interpréter et reconnaître ces savoirs comme des savoirs faisant partie de son propre capital et tenter de la sorte de suppléer aux ignorances des élèves qui ne procèdent pas aux mêmes reconnaissances. De fait, il risque de perdre le fil du processus qui a permis d'y aboutir (i.e. les expériences qui ont été à la source de leur émergence) et, dans le même coup, le contrôle qu'il exerce sur le second niveau, soit le jeu qu'il entretient avec le jeu de l'élève. Il se peut également que les expérimentations que réalise l'expérimentateur soient tout aussi neuves que celles auxquelles procèdent par les élèves. Or, du fait qu'il dispose d'un réseau de savoirs bien plus complexes, il est probable que ces expérimentations soient plus déstabilisantes pour lui que pour les élèves, l'amenant, par confrontation, à réviser et réaménager ses propres savoirs. Ces déstabilisations peuvent donner lieu à des fermetures du jeu ou à des revirements de conduite que les élèves ne peuvent pas toujours bien comprendre, car ceux-ci n'ont parfois que peu de liens avec la logique dans laquelle le jeu s'est engagé. C'est dans ces cas que la liste de tâches que l'expérimentateur a aménagée en guise de préparation au jeu peut lui être fort utile, en termes de repères, pour relancer l'échange.

Le jeu de tâches : retours d'expérimentations menées dans l'Es

Les entretiens que nous avons menés à Pré-de-Vert à partir de l'activité « Croix géniale » selon les règles du jeu de tâches ont tous été filmés. Au sein du groupe, nous avons visionné certains entretiens pour en réaliser une première analyse qui permette d'identifier en quoi les interactions de connaissances qui s'y étaient déroulées pouvaient favoriser la poursuite de notre exploration du milieu. D'autres entretiens ont fait l'objet, par leur auteur, d'une *narration*[18] orale et/ou écrite. D'autres encore ont été soumis à une analyse plus systématique[19], visant à mettre en évidence et à considérer les effets de l'ensemble des tâches qui étaient apparues, soit celles provenant de la liste de tâches initiale et qui avaient été effectivement utilisées et celles qui avaient été élaborées et éprouvées en cours d'entretien.

[18] La narration est le moyen par le lequel nous avons pris l'habitude de relater nos expérimentations au sein du groupe « ddmes ». Nous avons choisi ce mode de faire parce qu'il occasionne un gain de temps important en regard d'autres modalités de restitution telles que le visionnement d'une vidéo ou l'écriture d'un protocole. Nous définissons la narration comme suit : la narration est la description orale ou écrite d'un entretien, faite « à chaud » à partir des souvenirs qu'on en a conservés et des productions qu'on y a récolté. Elle vise à rendre compte des interactions de connaissances qui ont eu lieu durant l'entretien à quelqu'un qui n'y était pas présent. La narration est une reconstruction de la réalité observée faite par l'un de ses acteurs et se révèle à ce titre, subjective, incomplète et pas entièrement fiable. Elle n'en consiste pas moins un excellent support pour raisonner, tant pour celui qui la réalise que pour celui qui en prend connaissance. On peut comparer le statut d'une narration à celui d'une esquisse, pour celui qui s'adonne au dessin (à des fins techniques ou artistiques).

[19] Un mémoire de licence réalisé à l'Université de Genève (Auckenthaler, 2004) a pris pour objet d'analyse trois entretiens que nous avions réalisés selon les règles du jeu de tâches à partir de l'activité « Croix géniale ».

Exemples de découvertes, d’idées de tâches et de productions d’élèves réalisées autour de la croix

Les jeux de tâches menés autour de l’activité « Croix géniale » auprès d’élèves de l’Es et les analyses que nous en avons faites nous ont permis, d’une part (et comme nous l’attendions), de révéler des éléments du milieu que l’exploration faite en groupe n’avait pas permis de mettre en évidence ; d’autre part, il nous a aidé à stabiliser certaines tâches et à en créer de nouvelles en vue de la conduite de nouveaux entretiens[20].

Nous présentons ici quelques-unes de ces tâches, assorties de productions d’élèves et de commentaires. Nous espérons ainsi donner envie au lecteur de les expérimenter pour soi et/ou avec des élèves, sachant que ces expérimentations lui permettront certainement à son tour de réaliser d’autres découvertes et d’inventer d’autres tâches.

Dessiner une croix sur feuille blanche

Cette tâche « élémentaire » est celle que nous proposons en règle générale pour entamer nos jeux de tâches réalisés à partir de l’activité « Croix géniale ». Nous avons récolté à cette occasion une grande diversité de croix dont on trouve quelques exemples à la figure n°9.

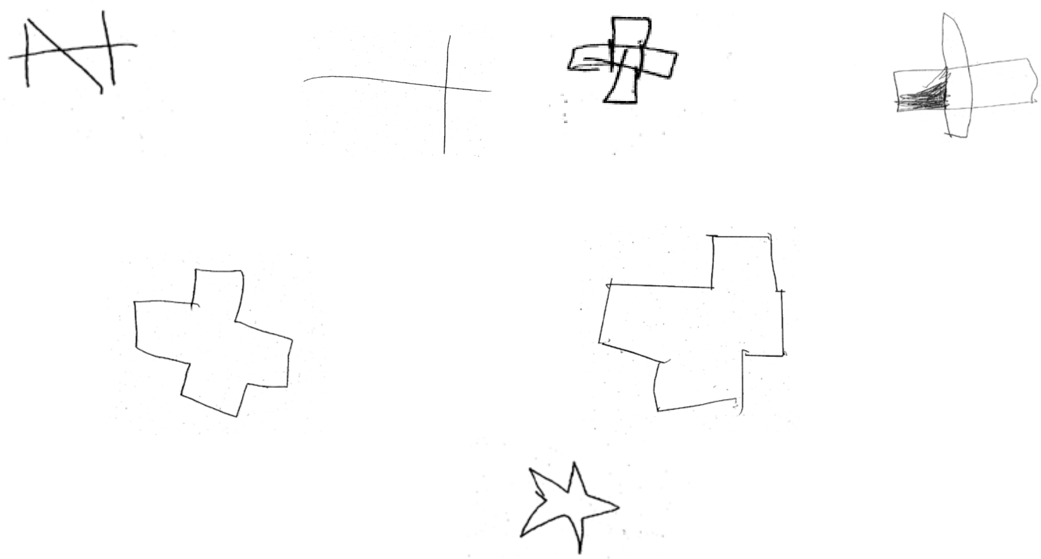


Figure n°9 : Sept exemples de dessins de croix sur feuille blanche

Les deux premiers dessins sont des exemples de croix « squelettes » qui indiquent les deux axes et le centre de la croix, alors que les quatre qui suivent sont des exemples de croix « corps » qui s’approchent de la croix régulière que l’on trouve dans « Croix géniale », lesquelles indiquent également les deux axes de la croix, mais où le centre a disparu. Le dernier exemple représente une étoile à cinq branches (pentagone étoilé), une forme au demeurant pas si éloignée de la croix régulière, puisqu’elle possède dix côtés au lieu de douze pour la croix, cinq angles convexes et cinq angles concaves, au lieu de quatre et huit pour la croix. On remarque en outre que les deux premiers exemples de croix « corps » ont été réalisées à partir de deux rectangles superposés, ce qui constitue une nouvelle manière (cf. figure n°3) de réaliser (et donc de concevoir) une croix régulière.

[20] Il nous importe ici de souligner que ce sont bien les élèves et leurs productions qui nous permettent de générer des tâches et qu’à ce titre, ils peuvent en être considérés comme les co-auteurs.

Dessiner, sur feuille quadrillée, la plus petite croix régulière possible, en suivant les lignes du quadrillage

Cette deuxième tâche propose un support pour réaliser une croix régulière en offrant la possibilité de s'appuyer sur le quadrillage pour soutenir le tracé des lignes et les bifurcations à angle droit. Nous avons remarqué que le support du quadrillage n'est pas toujours utilisé par les élèves et que ce dernier s'érige même parfois en obstacle au dessin d'une croix (cf. figure n°10, premier exemple). Le deuxième dessin témoigne de la possibilité offerte par le quadrillage de réaliser une croix à partir de son pourtour (douze côtés) ou de son aire (cinq carrés)[21]. Quant au troisième exemple de la figure n°11, qui n'a pas manqué de nous surprendre lorsqu'il est apparu sous la plume d'un élève, on voit que c'est la maille du quadrillage qui sert de borne à la réalisation de chaque croix et qui laisse ainsi apparaître une forme particulière de la croix « un carré moins quatre » (cf. figure n°3).

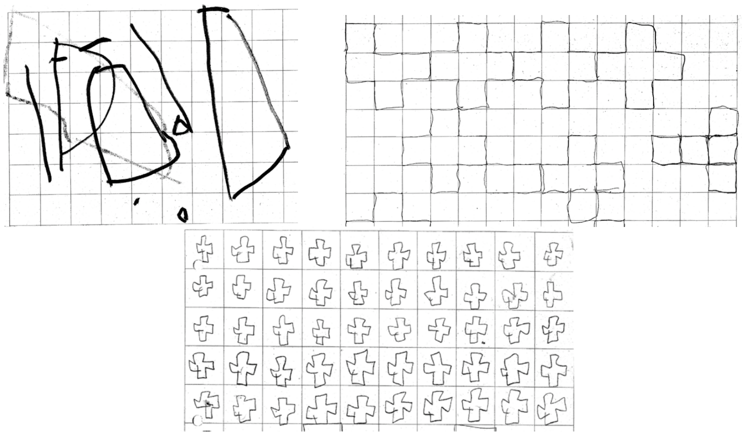


Figure n°10 : Trois exemples de dessins de croix sur un quadrillage

Dessiner, sur feuille quadrillée, une / la plus grande croix, en suivant les lignes du quadrillage

Les productions que nous avons récoltées en réponse à la tâche consistant à réaliser, sur feuille quadrillée, une croix plus grande que la croix de cinq carrés (cf. figure n°11, premier exemple) nous a permis de réaliser qu'il était plus difficile de dessiner une croix de côté de dimension deux qu'une croix de côté de dimension un. Pour tracer le pourtour de la croix de côté de dimension un, il suffit en effet de bifurquer d'un quart de tour après chaque maille, alors que pour la croix de côté de dimension deux, il ne faut bifurquer d'un quart de tour qu'une fois sur deux (une fois sur n, pour des croix de côté de dimension n).

La tâche demandant de réaliser la plus grande croix possible sur une feuille A4 est sans doute l'une de celles qui a produit les effets les plus spectaculaires (cf. figure n°11, deuxième et troisième exemples). Alors que les élèves interrogés parvenaient fort bien à dessiner des croix régulières en suivant les lignes du quadrillage, le fait de leur demander de réaliser la plus grande croix les conduisaient à réaliser des croix entièrement déformées, dont ils ne se rendaient généralement pas compte en cours d'action, et qui étaient souvent prétexte à rire dans l'après coup lorsqu'ils se mettaient à contempler leur

[21] Avec des jeunes élèves, on pourra également utiliser avec profit des post-it de forme carrée pour former une croix selon son aire.

dessin dans leur ensemble. Nous avons compris au travers de ces productions qu'il était difficile de parvenir à coordonner deux contraintes : à savoir maximiser l'aire et conserver le pourtour. Les essais des élèves montrent en effet qu'ils essaient de « toucher » les quatre bords de la feuille, parviennent dans une certaine mesure à contrôler le nombre de bifurcations, tentent parfois de conserver l'alignement des côtés correspondants, ce qui, évidemment, ne suffit pas pour garantir l'isométrie des douze côtés de la croix.

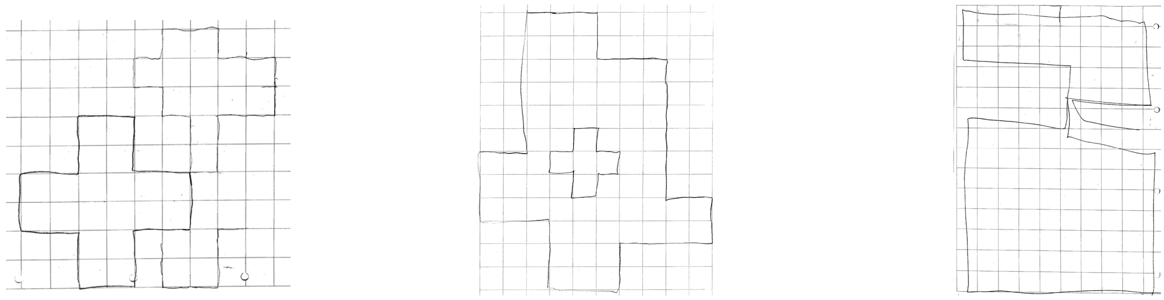


Figure n°11. Un exemple de croix de côté de dimension deux[22]
et deux exemples de croix « la plus grande possible »

Les trois exemples de la figure n°11 nous ont par ailleurs conduits à imaginer une nouvelle tâche où il s'agit, *partant d'un quadrillage et d'un dessin de croix de côté de dimension un (respectivement n), de réaliser une croix régulière plus grande qui l'entoure*. Le tracé de cette croix plus grande n'est en effet pas facile à réaliser du fait que les croix de côté de dimension deux, quatre, six, … (respectivement n + 1, n + 3, n + 5, …) ne possèdent pas le même centre de symétrie que la croix de départ si l'on s'en tient à utiliser les lignes du quadrillage et que les croix de côté de dimension trois, cinq, sept, … (respectivement n + 2, n + 4, n + 6, …) ne nécessitent pas le même écart vis-à-vis de chaque côté de la croix de départ. Sauf si plutôt que de référer à la « croix pourtour », on pense à la « croix cinq carrés » et à la croix « un carré moins quatre »… Il suffit dès lors transformer la croix de départ en un carré (en prolongeant ses côtés externes) et de compléter ce carré de par et d'autres de ses quatre côtés de quatre carrés de même taille pour obtenir une croix « entourante » dont les côtés sont de dimension trois fois supérieure à ceux de la croix de départ.

Dessiner, sur feuille quadrillée, le plus grand nombre possible de petites croix régulières en suivant les lignes du quadrillage (les croix peuvent se toucher, mais on ne peut pas les superposer)

Cette tâche, comme plusieurs autres qui figurent dans cet article, présente en outre l'avantage de pouvoir être soumise à des élèves de niveaux fort divers. S'il est possible de la proposer à des élèves de l'Es dès qu'ils savent tracer des croix de côté de dimension un sur un quadrillage, elle reste pleinement « consistante » pour des adultes.

Se trouvent, en page suivante, des essais de pavage de « croix ».

[22] La croix régulière de dimension deux qui y figure a été réalisée par l'expérimentateur comme modèle.

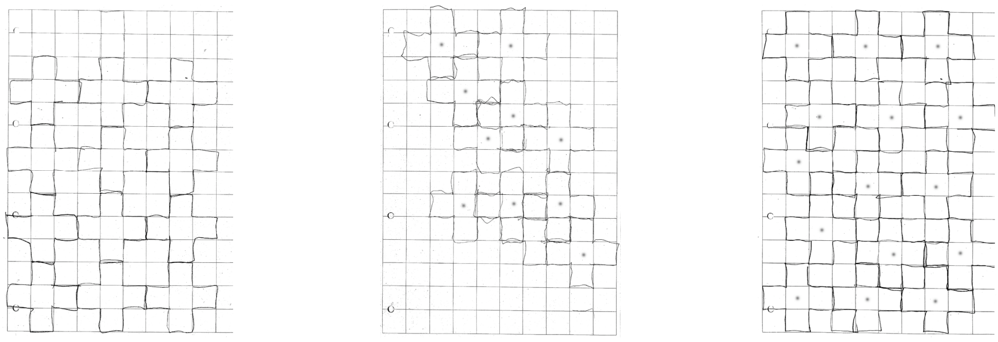


Figure n°12. Trois essais de pavages de croix

Le premier essai qui vise à dessiner un maximum de croix laisse en général place à des régularités dans le placement des croix et des trous entre les croix que l'on peut (cf. figure n°13), lors des essais suivants, tenter de combler. Maximiser le nombre de dessins de croix possibles revient à réaliser un pavage de croix, lequel permet d'illustrer un des aspects de la résolution de la quadrature d'une croix régulière réalisée par Lindgren (cf. figure n°6).

Partant d'un pavage de croix et d'un pavage de carrés réalisés tous deux sur papier calque, on pourra également, toujours en référence à Lindgren, proposer aux élèves de *rechercher diverses manières de découper une croix pour en réaliser la quadrature*.

Fabriquer une croix régulière par pliage et découpage d'un carré de papier

Une solution très élégante à cette nouvelle tâche permet d'obtenir une croix régulière à l'aide d'un seul coup de ciseau. Elle consiste à plier une première fois le carré en deux (selon l'une de ses lignes médianes) pour obtenir un rectangle ; puis, de plier ce rectangle en deux (selon sa petite ligne médiane) pour obtenir un nouveau carré ; enfin, de plier ce carré en deux (selon sa diagonale) pour obtenir un triangle rectangle isocèle. Il suffit dès lors de couper la pointe du triangle obtenu et de déplier le morceau de papier qui nous reste dans la main pour faire apparaître une croix régulière. Cette solution repose en grande partie sur le fait que la croix régulière et le carré possèdent tous deux le même nombre d'axes de symétrie (quatre). Auprès des élèves, il est possible de mettre cette tâche en scène, en leur montrant et en accompagnant la marche à suivre du pliage et du découpage : il est en effet quasiment garanti qu'au bout du compte, ils aboutissent à une autre forme que la croix, ce qui provoque la plupart du temps un effet de surprise des plus saisissants[23]. Pour obtenir une croix, il faut effectivement conserver entre ces doigts le centre de symétrie du carré/croix lors de la dernière phase du pliage et au cours du découpage, sous peine d'échouer et de réaliser une forme très différente. À partir de la surprise provoquée par le résultat obtenu, on peut ensuite « relancer » les élèves en leur demandant de répliquer la marche à suivre en essayant cette fois-ci d'obtenir soit une nouvelle fois la forme qu'ils ont faite, soit la croix régulière attendue, soit encore la forme réalisée par un camarade ; l'idée étant que, progressivement, ils apprennent à contrôler leur découpe selon la forme attendue.

Une autre variante de cette tâche vise à demander aux élèves *de réaliser la découpe d'une croix régulière au centre d'une feuille de papier pliée en deux, puis pliée en quatre*. Il s'agit ici à nouveau de travailler sur les symétries de la croix régulière comme moyen de

[23] Nous avons procédé de la sorte dans le cadre dans plusieurs conférences et l'effet généré auprès des adultes participants se révèle tout aussi surprenant.

contrôle d'une découpe, avec de nouveaux effets de surprise à la clé au moment de déplier la feuille.

Trouver une ou plusieurs manières de découper un carré pour pouvoir ensuite reconstituer une croix régulière à l'aide des pièces obtenues

Cette tâche propose de réaliser la réciproque d'une quadrature puisqu'il s'agit, à partir d'un carré donné, de trouver une manière de le découper, qui permettra d'en réaliser la « cruciformature ».

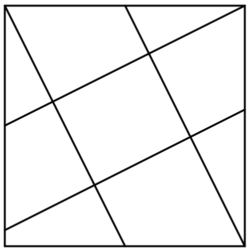


Figure n°13. Ébauche de « cruciformature » d'un carré

Une solution intéressante consiste à relier chaque sommet du carré au milieu du côté opposé, ce qui fait apparaître un carré central (de côté de dimension $\sqrt{5}/5$, si le côté du carré vaut 1) qui formera ensuite le cœur de la croix, puis d'envisager différentes possibilités de découpe, en parcourant les lignes ainsi tracées (cf. figure n°13).

Conclusion et perspectives

À partir d'une activité tirée des manuels scolaires, nous partons explorer le milieu constitué par cette activité. Les découvertes que nous réalisons à propos du milieu nous permettent de concevoir des listes de tâches qui nous servent ensuite de cadre pour mener des entretiens auprès d'élèves de l'Es. Ces tâches ne sont pas hiérarchisées, dans le sens où, en principe, la réussite ou l'échec à l'une d'entre elles ne détermine pas la réussite ou l'échec à une autre tâche. Elles constituent en fait diverses façons d'approcher les enjeux mathématiques de l'activité considérée et se réalisent sur divers supports. Nous parlons de *jeu de tâches*, dans le sens où l'on va bel et bien jouer ensuite ces tâches auprès des élèves de l'Es, en fonction de leurs réponses et des interprétations de leurs réponses que nous serons amenés à réaliser en cours d'entretien. Nous jouons sur les effets de surprises que les tâches sont susceptibles de ménager aux élèves et que les élèves sont susceptibles de nous ménager à leur tour. Pour les élèves, les surprises sont matière à des répliques qui peuvent progressivement, grâce aux connaissances qu'ils y engagent et y développent, leur permettre de mieux contrôler le milieu avec lequel ils interagissent. Pour nous, les surprises sont matière à des apprentissages sur le milieu avec lequel nous engageons les élèves à interagir et sur les mathématiques qui s'y trouvent « dissimulées ». Au travers du jeu de tâches, nous visons en outre à :

- installer, faire durer et dynamiser les interactions entre les élèves et le milieu considéré ;
- apporter des réponses didactiques aux productions imprécises, inexactes ou incorrectes des élèves en cherchant à les enrôler dans le développement du jeu ;
- restaurer à l'intention des élèves certains enjeux mathématiques de l'activité.

Après avoir expérimenté ce mode d'interactions dans divers contextes de l'Es et sur d'autres objets que la croix, nous pensons qu'il y a encore beaucoup à réfléchir sur la manière dont nous nous y prenons, lors d'un jeu de tâches, pour nous aménager et pour aménager des surprises aux élèves. Il s'agirait d'établir un peu d'ordre dans nos différentes manières de procéder, afin de dégager certaines caractéristiques stables au sein des processus qui permettent d'y concourir. Un autre point important est de pouvoir mieux saisir les conditions dans lesquelles la surprise est bel et bien porteuse d'un mouvement de pensée favorisant l'entrée de celui qui l'a rencontrée dans ce que Giroux (2008), en référence à Peirce, définit par le concept de *sémiose*[24]. Nous aurions ici à considérer de façon plus étroite les moments de stabilisation-déstabilisation des savoirs (au sens de connaissances utiles) dans le déroulement du jeu de tâches et envisageons à ce titre d'explorer des situations un peu moins sophistiquées qu'une activité comme « croix géniale ». Enfin, nous avons également à nous interroger sur les expériences que s'aménagent les joueurs au cours d'un jeu de tâches et les apprentissages effectifs qu'elles leur permettent de réaliser[25], sachant que le processus d'institutionnalisation des savoirs rencontrés ne peut être mené à l'interne du jeu de tâches, face à l'impossibilité manifeste de faire correspondre *in situ* l'expérience réalisée par les joueurs avec un savoir mathématique prédéterminé.

Tout en étant conscient que le jeu de tâches a été mis au point et expérimenté dans les conditions particulières d'un dispositif de recherche, les investigations que nous avons menées en parallèle dans diverses classes de l'Es donnent à penser qu'il peut constituer pour les enseignants et les institutions de l'Es un mode de travail alternatif à celui œuvrant dans l'Éo. Ce qui nous semble essentiel, c'est la possibilité offerte de maintenir intact l'échange didactique autour de tâches où la réussite ne conditionne pas de façon rédhibitoire le déroulement du travail et de faire cas des productions non conformes réalisées par les élèves, plutôt que de les considérer comme des formes d'incorrections qu'il s'agirait simplement de rectifier. Nous cherchons à donner une destinée à ces productions en cherchant à les enrôler dans un processus susceptible de restaurer à leur encontre et leur profit certains enjeux mathématiques de l'activité. De ce point de vue, le jeu de tâches peut être envisagé comme une manière d'ouvrir certaines activités des manuels et répondre aux problèmes d'enseignement générés par leur mise en œuvre dans l'Es. En cherchant à articuler des expériences et des savoirs sur des signes, le jeu de tâches peut être considéré comme une manière de dépasser les difficultés dues aux découpages trop stricts d'un domaine à étudier, en une collection de tâches ponctuelles, rythmées et cloisonnées autour de la seule sanction de la performance des élèves.

---

[24] « *Les sémioses sont des chaînes d'interprétants qui se manifestent par la trame des interactions entre les protagonistes (joueur/milieu).* » (Giroux, 2008, p. 26).

[25] Nous signalons à ce propos l'excellent mémoire de maîtrise réalisé, à partir du jeu de tâches, par Thania Corbeil (2008) intitulé : « *Jeu de tâches portant sur la représentation graphique du cube pour des élèves ayant des incapacités intellectuelles légères* ».

Références bibliographiques

BROUSSEAU G. (1980) L'échec et le contrat. *Recherches n°41*. Paris, pp. 177-182.

BROUSSEAU G. (1988) Le contrat didactique, le milieu. *Recherche en didactique des mathématiques, vol 9/3*. La Pensée Sauvage, Grenoble, pp. 309-336.

BROUSSEAU G. (1998) *Théorie des situations didactiques*. Textes rassemblés et préparés par Nicolas Balacheff, Martin Cooper, Rosamund Sutherland et Virginia Warfield. La Pensée Sauvage, Grenoble.

CANGE C. (2003) L'enseignement spécialisé en Suisse romande. L'exemple d'une institution vaudoise. In V. Durand-Guerrier et C. Tisseron (Eds) *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques*. ARDM et IREM de Paris 7, pp. 101-108.

CONNE F. (1992) Savoirs et connaissances dans la perspective de la transposition didactique. *Recherche en didactique des mathématiques, vol 12/2-3*. La Pensée Sauvage, Grenoble, pp. 221-271.

CONNE F., CANGE C., FAVRE J.-M., DEL NOTARO L., SCHEIBLER A., TIÈCHE CHRISTINAT C. (2003) L'enseignement spécialisé : un autre terrain de confrontation des théories didactiques à la contingence. In V. Durand-Guerrier et C. Tisseron (Eds) *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques*. ARDM et IREM de Paris 7, pp. 77-170.

CONNE F. (2004) Jouer la surprise. Revue *L'éducateur*, n°7/2004, pp. 35-37.

CONNE F. (2006) La didactique des mathématiques comme didactique d'une science étonnante. Revue *L'éducateur*, numéro spécial consacré à la recherche en éducation, pp. 21-26.

CONNE F., FAVRE J.-M., GIROUX J. (2006) Répliques didactiques aux difficultés d'apprentissage en mathématiques : le cas des interactions de connaissances dans l'enseignement spécialisé. In P.-A. Doudin et L. Lafortune (Eds) *Intervenir auprès d'élèves ayant des besoins particuliers. Quelle formation à l'enseignement ?* Presse de l'Université du Québec, Collection Éducation-Intervention, Québec, pp. 117-141.

CONNE F. (2008) L'expérience comme signe didactique indiciel. *Recherche en didactique des mathématiques, vol.28/2*. La Pensée Sauvage, Grenoble, pp. 219-264.

CORBEIL T. (2008) Jeu de tâches portant sur la représentation graphique du cube pour des élèves ayant des incapacités intellectuelles légères. UQAM (Université du Québec à Montréal), Montréal.

DANALET C., DUMAS J.-P., STUDER C., VILLARS-KNEUBÜHLER F. (1998a) *Mathématiques 3ème année : Livre de l'élève*. COROME (Commission romande des moyens d'enseignement et d'apprentissage), Neuchâtel.

DANALET C., DUMAS J.-P., STUDER C., VILLARS-KNEUBÜHLER F. (1998b) *Mathématiques 3ème année : Livre du maître*. COROME (Commission romande des moyens d'enseignement et d'apprentissage), Neuchâtel.

DELEDICQ A., CASIRO F. (1998) *Pythagore et Thalès*. ACL-Éditions, Vuibert.

FAVRE J.-M. (1999) « Le mathématique et le cognitif : deux chimères pour l'enseignant ». In F. Conne et G. Lemoyne (Eds) *Le cognitif en didactique des mathématiques*. Presses de l'Université de Montréal, Montréal, p. 235-262.

FAVRE J.-M., (2003) Étude des effets de deux contraintes didactiques sur l'enseignement de la multiplication dans une classe d'enseignement spécialisé. In V. Durand-Guerrier et C. Tisseron (Eds) *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques*. ARDM et IREM de Paris 7, pp. 109-126.

GIROUX J., STE-MARIE A. (2006) Maillage de situations didactiques dans des classes d'adaptation scolaire. In J. Giroux et D. Gauthier (Eds) *Difficultés d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques. Hommage à Gisèle Lemoyne*. Éditions Bande Didactique, Montréal, pp. 35-64.

GIROUX J. (2008) Conduites atypiques d'élèves du primaire en difficulté d'apprentissage. *Recherche en didactique des mathématiques, vol 28/1*. La Pensée Sauvage, Grenoble, pp. 9-62.

ANNEXE

Figure n°1 : Activité « Croix géniale » (Danalet et *al.*, 1998b, p. 225)

Croix géniale

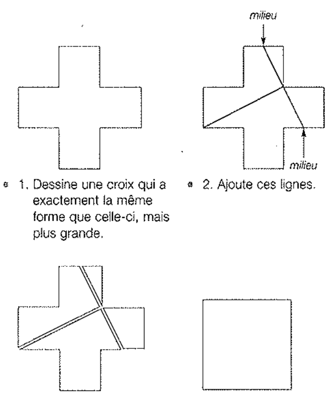
Tâche

- Dessiner, découper et assembler précisément une figure selon un plan donné.

Croix géniale

Consigne pour 1 élève

Matériel: papier quadrillé, règle, crayon, ciseaux



- 1. Dessine une croix qui a exactement la même forme que celle-ci, mais plus grande.
- 2. Ajoute ces lignes.
- 3. Découpe ta croix en quatre morceaux.
- 4. Assemble tes quatre morceaux pour former un carré.

73

Nombre d'élèves

- 1

Matériel

- LE p. 73
- Papier quadrillé 4 ou 5 mm

Déroulement

Validation

- Les élèves contrôlent la précision de leur dessin et de leur découpage en assemblant le carré-solution.

Variable

Matériel

- Aux élèves qui ne parviennent pas à respecter les proportions des côtés de la croix, l'enseignant donne du papier quadrillé de 1 cm, 2 cm ou 3 cm.