# QUI PEUT LE PLUS ?

# INTRODUCTION DE L'ALEATOIRE EN CYCLE 3

Groupe Élémentaire[1]
IREM de Franche Comté

Le champ notionnel des phénomènes aléatoires prend une place de plus en plus importante au sein de l'enseignement des mathématiques dans le système actuel (Programme de la classe de sixième, cinquième – quatrième, troisième, 2002). Le programme de sixième précise que *« au collège, on vise la maîtrise des techniques mathématiques élémentaires de traitement (...) et de résolution (...). Leur emploi dans la prévision et l'aide à la décision est précieux dans de multiples circonstances, de la gestion familiale à l'activité professionnelle »*. De plus l'élève doit *« acquérir quelques notions fondamentales de statistique descriptive »*. Dans un souci de liaison école-collège, les auteurs de cet article pensent qu'une approche des notions de « hasard » et de « prise de décisions sous contraintes » peut être proposée dès le cycle 3[2]. Ces notions n'apparaissent pas explicitement dans le programme officiel 2007 de l'école élémentaire. Il paraît cependant tout à fait concevable d'aborder ces notions par le biais de deux items fondamentaux du document d'accompagnement des programmes[3], d'une part les *« jeux mathématiques »*, et, d'autre part, les *« problèmes pour chercher »*. Les programmes de mathématiques de l'école élémentaire font une place centrale à la résolution de problèmes. Dans cette optique une catégorisation des problèmes est présentée et *« les problèmes pour chercher »* en sont une catégorie clairement identifiée. Leur intérêt est souligné : *« Dès l'école élémentaire, les élèves peuvent être confrontés à de véritables problèmes de recherche, pour lesquels ils ne disposent pas de solution déjà éprouvée et pour lesquels plusieurs démarches de résolution sont possibles. C'est alors l'activité même de résolution de problèmes qui est privilégiée dans le but de développer chez les élèves un comportement de recherche et des compétences d'ordre méthodologique : émettre des hypothèses et les tester, faire et gérer des essais successifs, élaborer une solution originale et en éprouver la validité, argumenter. Ces situations peuvent enrichir leur représentation des mathématiques, développer leur imagination et leur désir de chercher, leurs capacités de résolution et la confiance qu'ils peuvent avoir dans leurs propres moyens »*.

---

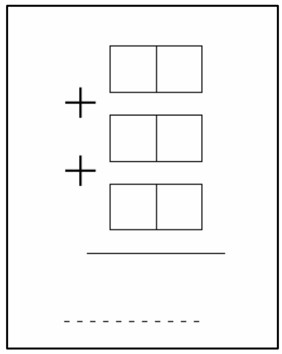
[1] Contact : arnaud.simard@fcomte.iufm.fr

[2] En France, le Cycle 3 de l'école primaire correspond aux classes de CE2, CM1, CM2 (enfants de 8 à 11 ans).

[3] Documents d'accompagnement des programmes, (2005), Scérén-CNDP.

Les auteurs ont travaillé à partir d’un document de travail de Catherine Houdement et Claudine Schwartz (Houdement, Schwartz) décrivant quelques séances d’introduction des phénomènes aléatoires au cycle 3[4].

Une des séances décrites dans l’article (Houdement, Schwartz) propose le jeu intitulé « Qui peut le plus ? ». Ce jeu est destiné à des élèves de cycle 3. Il se joue en binôme selon les règles suivantes.



Chaque binôme possède un dé. Chacun des deux joueurs dispose d’une feuille-réponse reproduite ci-contre.
Un des membres du binôme est lanceur. Il lance le dé (ordinaire à 6 faces) une première fois. Chacun des deux joueurs doit alors écrire le chiffre obtenu par le dé dans une des deux cases de la première ligne (soit la case gauche, soit la case droite) de sa feuille-réponse. Lorsque chacun l’a placé, le lanceur jette à nouveau le dé. Ce deuxième chiffre est noté dans la case restante de la première ligne. Les joueurs renouvellent cette opération de lancer – écriture sur les deuxième et troisième lignes. Enfin, chaque joueur fait la somme des trois nombres à deux chiffres obtenus. Le gagnant est celui qui obtient la plus grande somme.

Une séquence développée à partir de ce jeu est proposée et commentée dans l’article « Entre hasard et déterminisme : un jeu de dés pour approcher l’aléatoire en cycle 3 » par C. Blein et I. Pinet (Blein, Pinet, 2006).

Le Groupe Élémentaire de l’IREM[5] de Besançon a décidé de travailler sur ce jeu, de le remanier et de l’expérimenter en classe de cycle 3[6]. La principale différence apportée par les auteurs est le système de tirage au sort. La version proposée ci-dessus utilise un dé, le tirage au sort des chiffres s’apparente donc à un tirage au sort avec remise. A chaque tirage les 6 chiffres (1, 2, 3, 4, 5 et 6) ont la même probabilité d’apparaître. La version que nous expérimentons propose un tirage au sort sans remise. Pour ce faire, les joueurs tirent aléatoirement, et sans remise, des cartes représentant les chiffres. Cette modification implique un raisonnement plus fin pour le développement des stratégies des élèves. En effet, à chaque tirage de début de ligne, les élèves vont être invités à réfléchir pour placer leur chiffre en fonction des tirages précédents et donc de ce qui reste dans la « pioche ». Ceci constitue « une décision sous contrainte ». Dans l’optique de générer de nombreuses situations où la décision doit être prise sous contraintes, les auteurs prévoient de jouer avec des cartes numérotées de 1 à 9 et pas seulement de 1 à 6.

Cette expérimentation a plusieurs objectifs. Dans un premier temps, elle répond à une demande de Catherine Houdement concernant l’essai en classe de situations d’approche de phénomènes aléatoires. Ensuite, elle permet aux auteurs de se rendre compte, « sur le

---

[4] Cette pré-publication a fait l’objet d’une conférence de Claudine Schwartz au XXXIVème Colloque de la COPIRELEM (Commission Permanente des IREM sur l’Enseignement Élémentaire) qui s’est tenu à Dourdan en juin 2006. Ce XXXIVème Colloque était intitulé « Expérimentation et modélisation dans l’enseignement scientifique : Quelles mathématiques à l’école ? ».

[5] Groupe Élémentaire de l’IREM de Besançon : J.C. Aubertin, B. Bettinelli, L. Chambon, J.M. Dornier, P. Leborgne, A. Mallen, A. Simard, E. Tufel.

[6] Les auteurs désirent remercier les Instituteurs Maîtres Formateurs et les élèves de l’Ecole Brossolette de Besançon qui ont participé à cette expérimentation.

terrain » des connaissances *a priori* et des représentations de quelques élèves de cycle 3 concernant la notion de hasard et de décision sous contraintes. Finalement elle s'inscrit dans une démarche d'enseignement qui fait une large place à l'expérimentation et à la résolution de problèmes.

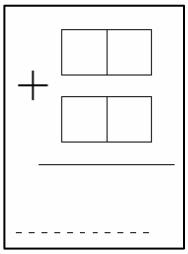
Dans un premier temps, nous allons présenter notre version du jeu « Qui peut le plus ? » et proposer la fiche de préparation qui a servi de support au maître. Dans un second temps, nous relaterons les temps forts de l'expérimentation et finalement nous proposerons quelques réflexions *a posteriori*.

## Présentation du jeu « Qui peut le plus ? »

Les élèves sont en binôme.

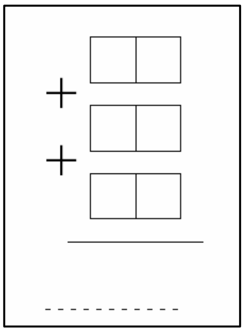
### Première version du jeu

Chaque groupe possède un jeu de cartes numérotées de 1 à 6 (voir annexe 1). Chaque élève possède une feuille de jeu (voir annexe 2).
Cette activité est présentée comme une activité numérique, prétexte au calcul. Les cartes sont utilisées pour la construction de nombres au hasard.
Dans chaque binôme, un élève tire une carte (la carte tirée n'est pas remise dans « la pioche »). Chaque élève du binôme choisit de placer le chiffre obtenu dans une des cases de la première ligne de sa feuille; soit dans la case de droite, soit dans celle de gauche. Puis c'est au tour du second élève du binôme de tirer une carte.
Chaque élève place alors le chiffre dans la case restée vide de la première ligne. On recommence alors les mêmes opérations pour remplir la seconde ligne. Finalement les élèves additionnent les deux nombres ainsi obtenus et place la somme sur les pointillés (voir figure ci-contre). Le gagnant est celui qui obtient le plus grand résultat.



### Deuxième version du jeu

Les règles sont les mêmes, mais les élèves travaillent avec des cartes numérotées de 1 à 9 et remplissent trois lignes de nombres (voir ci contre).



| **Fiche de préparation de la première séance** |
|---|
| **Situation – matériel**<br><br>Chaque élève dispose d'une feuille de jeu (annexe 2). Les cases grisées sont à remplir par les chiffres tirés pour garder la mémoire de leur ordre d'apparition.<br>Des calculatrices sont à prévoir (en cas de besoin pour des aides individualisées).<br>Dans un premier temps, pour le jeu collectif, c'est le maître qui tire les chiffres au hasard. Ainsi, il faut prévoir un dispositif (« patafix® ») pour fixer les cartes tirées afin qu'elles soient visibles par les élèves (on pourra écrire les numéros tirés au tableau). |

**Phase 1 : Découverte du jeu. Appropriation** *(Environ 7 minutes)*

On aura prévu 6 cartes (numérotées de 1 à 6) pour le remplissage de deux nombres à deux chiffres (soit quatre chiffres tirés parmi 6). On peut également prévoir sur transparent une feuille de jeu (annexe 2) pour faciliter les explications.

Collectivement :
Un élève (ou le maître) tire au hasard quatre cartes les unes après les autres sans remise. Les numéros tirés sont visibles de tous les joueurs.

Consigne [7]:
***« Je vous distribue une feuille de jeu, vous la regardez.***
***Vous pouvez compléter en écrivant votre nom, votre prénom et la date.***
***Nous allons jouer d'abord tous ensemble et nous allons commencer par un essai. C'est la partie notée essai. Nous jouerons les parties 1, 2, 3, 4, 5, une fois que tout le monde aura compris.***
***Voici des cartes sur lesquelles sont écrits des chiffres (de 1 à 6). Je les retourne et les mélange.***
***Une fois la première carte tirée chacun remplit une des deux cases de la première ligne.***
***Je choisis une 1ière carte. Vous devez écrire le chiffre dans la première case de la ligne horizontale et dans la case de gauche ou de droite de la première ligne à côté du signe +.***
***Le chiffre du second tirage est alors écrit dans la seconde case de la première ligne.***
***Je choisis une deuxième carte. Vous écrivez le chiffre sur la deuxième case de la ligne horizontale puis sur la case restante de la 1ière ligne à côté du signe +.***
***Vous remplissez de même la deuxième ligne avec les cartes du troisième et quatrième tirage.***
***Je tire une 3ième carte. Vous écrivez le chiffre sur la 3ième case de la ligne horizontale puis sur l'une des cases situées en dessous du signe + celle de gauche ou bien celle de droite.***
***On recommence avec la 4ième carte.***
***Les deux chiffres de chaque ligne constituent un nombre à deux chiffres.***
***Vous obtenez deux nombres, je vous demande de calculer la somme de ces deux nombres.***
***Le but du jeu est d'obtenir le plus grand total. Le gagnant d'une partie est celui qui réalisera la plus grande somme. »***

**Phase 2 : Jeu par binôme** *(Environ 8 minutes)*

On recommence par binôme. Distribution des cartes (annexe 1) et des feuilles de jeu (annexe 2). Le tirage des cartes se fait à tour de rôle. On joue cinq parties. La consigne est clairement posée.

***« Nous allons jouer à nouveau. Il y a cinq parties à jouer. Chacun à votre tour, vous allez tirer une carte, écrire le chiffre obtenu dans la ligne du dessus puis compléter les cases vides, d'abord la première ligne puis la deuxième. Vous effectuez la somme des deux nombres obtenus. A l'issue des cinq parties, vous comptez le nombre de parties gagnées et de parties nulles. »***

**Phase 3 : Mise en commun** *(Environ 8 minutes)*
On recense les résultats obtenus. Le maître pose alors la question suivante :

***« Est-ce que quelqu'un a une méthode pour gagner ? »***

En l'absence de réponse, on peut partir de résultats d'élèves en particulier de ceux des binômes ayant un résultat différent. Des questions pour engager le bilan peuvent être posées : Pourquoi a-t-il gagné ? Quel est le plus grand nombre possible ? Pouvait-on mieux faire ? Qui a le plus gagné ? Comment as-tu fait ?…

---

[7] Cette consigne est très longue mais elle comporte l'explication de la règle du jeu telle qu'elle a été présentée aux élèves.

**Phase 4 : Reprise du jeu** *(Environ 8 minutes)*

On distribue aux élèves une nouvelle feuille de jeu correspondant à une série de 6 parties. Reprise du jeu mais avec une autre gamme de chiffres à tirer (de 4 à 9). On joue 6 parties. La consigne supplémentaire est d'expliquer comment obtenir la plus grande somme. Les élèves peuvent écrire au bas de la page leur stratégie en répondant aux questions :

***« Comment as-tu fait pour placer le premier chiffre ? As-tu une règle ? »***

**Phase 5 : Bilan** *(Environ 8 minutes)*

On effectue le bilan des réponses. On pourra écrire au tableau les stratégies proposées sans prendre position. Elles seront testées dans une prochaine séance.

## Fiche de préparation de la deuxième séance

### Situation – matériel

La disposition des élèves est identique à la séance précédente. Les cartes utilisées portent les chiffres de 1 à 9. Les feuilles de jeu sont présentées en annexe 3. Les sommes sont maintenant à trois termes au lieu de deux.

### Phase 1 : bilan de l'activité précédente

Les réponses des élèves à la question *« Comment as-tu fait pour placer le premier chiffre ? As-tu une règle ? »* ont été répertoriées, classées. Les plus pertinentes ont été écrites sur transparent pour être proposées à l'ensemble de la classe. Elles sont nominatives pour être légitimes et pour impliquer leurs auteurs.

*ALYSON :* ***mettre toujours le 9 dans la case à gauche.***
*ANAIS :* ***mettre le plus grand dans la case gauche.***
*ELIA* ***: mettre le plus grand chiffre dans la case de gauche.***
*TRAORE* ***: tricher.***

### Phase 2 : Jeu collectif

Une partie commune est organisée avec les cartes de 1 à 9. Le but de cette partie commune est de tester, de valider ou non et surtout de justifier les règles suivantes :
Règle 1 : ***Si on tire le plus grand des chiffres qui restent alors on le place sur la case de gauche.***
Règle 2 : ***Si on tire le plus petit des chiffres qui restent alors on le place sur la case de droite.***

Dans le souci d'obtenir un test pertinent des règles, le maître truque le tirage aléatoire des chiffres pour proposer le tirage ordonné suivant : 9-6-1-5-4-2.

### Phase 3 : Jeu par binôme

Une nouvelle série de parties en autonomie est organisée.

### Phase 4 : Bilan

On prend comme support un exemple qui ne permet pas l'application des règles 1 et 2. On l'analyse avec des schémas au tableau. Le but de cette phase est de faire ressortir les règles de choix sous contrainte et les positions des élèves face aux phénomènes aléatoires.

## Commentaires sur les fiches de préparation

Les séances ont été menées par un des membres[8] du Groupe Élémentaire et non pas par le maître en charge de la classe.

Dans le but de faire ressortir les connaissances *a priori* des élèves concernant les phénomènes aléatoires, l'enseignant s'interdit tout vocabulaire du champ lexical des probabilités[9] pour ne pas influencer les élèves. La volonté des auteurs est de plonger les élèves dans un univers probabiliste et de les laisser s'exprimer avec leur vocabulaire sur les phénomènes auxquels ils sont confrontés. Les attentes sont multiple ; les élèves utiliseront certainement d'eux mêmes les termes de « hasard », de « chances »…mais sauront-ils les utiliser a bon escient ? Pourront-ils dépasser le seul cadre de la « chance au jeu » pour établir des règles de décision sous contraintes ? Sauront-ils quantifier leur chance de réussite ?

Les cases grisées qui apparaissent sur les feuilles de jeu ont la fonction de mémoire des tirages déjà effectués. D'une part, elles apparaissent comme une aide implicite pour la prise de décision de l'élève et d'autre part, elles servent de base à la reconstitution des parties pour les expérimentateurs.

Le Groupe Élémentaire a fait le choix d'utiliser des cartes numérotées au lieu d'un dé pour réaliser les tirages aléatoires des chiffres. Ce matériel permet de dissocier les tirages avec remise des tirages sans remise. Les tirages réalisés sont sans remise. L'un des buts de cette expérimentation est d'aborder la notion de décision sous contrainte ; ainsi les élèves doivent réagir en temps réel et adapter leur choix en fonction des nombres déjà sortis. Il semble clair, dans une analyse *a priori* de la situation, que les élèves mettront rapidement en place (et de manière implicite) les deux règles de choix suivantes : *« si on tire le plus grand des chiffres qui restent, alors on le place sur la case de gauche »* et *« si on tire le plus petit des chiffres qui restent, alors on le place sur la case de droite »*. Seules ces deux règles sont toujours vraies. Le premier rôle de l'enseignant sera de faire expliciter ces règles et d'organiser un débat dans la classe pour tenter d'en obtenir une justification mathématique.
Le problème du choix de moindre risque se produit lorsqu'on débute une ligne à remplir et que le tirage au sort produit un chiffre intermédiaire dans la liste des chiffres qui restent. Cette situation est propice à l'introduction du langage probabiliste en terme de *« plus ou moins de chance »*. En particulier les auteurs attendent des remarques du type *« si j'ai tiré le 4 et qu'il reste le 1, le 2 et le 5, je préfère placer le 4 à gauche car j'ai plus de chance d'avoir 41 ou 42 que 54 »*.
Dans la phase 4 de la première séance, les élèves sont invités à changer de cartes et à jouer avec des cartes numérotée de 3 à 9. Ce choix de changement de cartes est une volonté des auteurs pour trois raisons. La première est d'éviter que la routine ne s'installe chez les élèves. La seconde est d'obliger les élèves à reprendre leur raisonnement avec de nouveaux entiers (la règle *« Si je tire 6 alors je le place sur la case gauche »* doit pouvoir être reformulée en fonction des nombres en jeu, en particulier ici, elle doit s'énoncer *« Si je tire 9 alors je le place sur la case gauche »*. L'objectif est de faire évoluer cette règle vers une formulation plus générale du type *« Si je tire le plus grand des chiffres qui restent alors je*

[8] Jean-Marie Dornier, PRAG à l'IUFM de Franche Comté.

[9] Les termes de « hasard », « probabilité », « chance »… ne doivent pas être prononcés par le maître.

*le place sur la case gauche »*). Finalement la troisième raison est de familiariser les élèves avec les cartes numérotées de 3 à 9 qui serviront également dans la séance suivante.

Dans la seconde séance, la partie collective est « truquée » et est menée de façon travaillée. La liste des 9 chiffres est écrite au tableau. Le premier tirage est le 9. Les élèves prendront rapidement la décision de placer ce chiffre à gauche. L'enseignant en fera expliciter les raisons et il le rayera sur la liste des chiffres écrits au tableau. Le deuxième tirage n'a pas d'importance, car il n'engage pas de choix. L'enseignant sort le 6 et le raye au tableau. Le troisième tirage est le 1. De la même manière, on est en droit d'attendre des élèves un consensus sur le fait le placer à droite. L'enseignant n'oubliera pas de le rayer sur la liste du tableau. Idem pour le chiffre 5 qui suit. Ensuite, le tirage truqué donne le 2. La discussion doit pouvoir déboucher sur la règle *« si on tire le plus petit des nombres qui restent alors on le place sur la case de droite »*. Le dernier tirage n'engage pas de choix.

~~1~~ ~~2~~ 3 4 ~~5~~ ~~6~~ 7 8 ~~9~~

La dernière phase de la seconde séance doit prendre appui sur la production d'un binôme. Il s'agit de repérer un jeu où la prise de décision sous contrainte peut être légitimée. Par exemple, si on reprend le jeu truqué précédent, et que l'on tire le 3 au lieu du 2 (au cinquième tirage), la liste des chiffres barrés prend son sens en tant qu'aide à la décision. Le 3 doit être placé droite car il y a *« plus de chiffres plus grand que 3 »* dans la liste que de chiffres *« plus petit que 3 »*.

~~1~~ 2 ~~3~~ 4 ~~5~~ ~~6~~ 7 8 ~~9~~

## Description des séances en classe

Les séances ont eu lieu au mois de mars 2006 dans une classe[10] de CM1 d'un groupement scolaire classé ZEP de Besançon.

### Première séance

Il est à noter que le rôle du maître est déterminant pour mener à bien ces séances. Toute la difficulté réside dans la capacité de l'enseignant à aiguiller les débats des élèves vers un but précis sans leur dévoiler ce but (à savoir la prise en compte du hasard et son expression). La maîtrise du vocabulaire employé est primordiale.

#### Phase 1

La présentation du « jeu » remporte rapidement l'adhésion du groupe classe. Les règles sont clairement explicitées lors du jeu d'essai (les chiffres en jeu sont 1, 2, 3, 4, 5 et 6). Une élève est au tableau pour tirer des chiffres au hasard (les cartes sont retournées sur une table). L'annexe 2 est projetée au tableau et les cartes tirées sont affichées au tableau, pour que tous aient une vision globale du jeu. Bien entendu, le maître ne remplit pas les cases de l'annexe 2 mais explicite les règles de remplissage. Les élèves remplissent leur propre fiche. Après le calcul, les élèves trouvent des nombres différents (116, 107, 80…). Le maître profite de ces résultats distincts pour introduire la règle gagnante : *« par deux, celui qui gagne est celui qui trouve le plus grand nombre »*.

[10] Il s'agit d'une classe aimablement « prêtée » par Benoît SIRE à l'école Brossolette 25000 Besançon.

### Phase 2

Les élèves sont alors laissés en autonomie, par binôme pour jouer les 5 parties suivantes. Les petites incompréhensions sont autorégulées par les élèves eux-mêmes.

### Phase 3

L'heure du premier bilan arrive lorsque tous les élèves ont joué leurs cinq parties. Dans quelques binômes, certains gagnent plus souvent que leur adversaire… Le maître demande alors de répondre à la question suivante : *« pour ceux qui ont gagné, même ceux qui ont perdu, vous avez peut-être un petit truc pour gagner ?»*.
Le maître note alors au tableau les réponses en personnalisant les règles énoncées :

> *Règle de Maud : « Si je tire 6 alors je le place sur la case gauche ».*
> *Règle de Princi : « Si je tire 2 alors je le place sur la case droite ».*

Une élève remarque rapidement *« Si on tire le 1 une fois qu'on a tiré le 2, on obtient 12 au lieu de 21 ! »*, la discussion s'amorce sur la validité de la règle de Princi. Finalement la classe conclut que *« c'est un jeu avec des pièges »*, et une élève affirme *« c'est le hasard »*.

### Phase 4

Les élèves jouent 6 parties en binôme selon le même principe que précédemment avec de nouvelles cartes portant les chiffres 4, 5, 6, 7, 8 et 9. Le maître demande de tester les règles qui sont au tableau et de réfléchir à d'autres règles qui pourraient faire gagner. Une question supplémentaire est inscrite en bas de page : *« Comment as-tu fait pour placer le premier chiffre ? As-tu une règle ? »*. Les élèves ne tardent pas à se mettre au travail et beaucoup de binômes trouvent des résultats identiques à chaque jeu. On trouvera en annexe 4 des extraits de productions d'élèves concernant la question du bas de page.

### Phase 5

Le second bilan permet de mettre en évidence des méthodes du type suivant *« Tu mets les petits nombres dans les cases à droite, tu mets les grands à gauche »*. La séance s'achève sur ces considérations.

## Seconde séance

La seconde séance débute par un rappel des règles du jeu énoncées à la première séance (ce sont les élèves eux-mêmes qui sont invités à re-préciser ces règles avec leur vocabulaire). Cette précaution est utile pour s'assurer que tous les élèves ont en mémoire les « bonnes » règles du jeu.

### Phase 1

Le maître rappelle que la séance précédente s'est achevée en demandant aux élèves s'ils avaient des « astuces » pour gagner et, le cas échéant, s'ils pouvaient les écrire. Les « astuces » ont été recensées et le maître propose de les commenter. Des productions d'élèves de la classe sont projetées au mur (voir annexe 4). Il demande alors si ces règles sont infaillibles. À cette question, une élève répond que cela dépend des chiffres qui restent *(« S'il reste le 8 et le 9 et que l'on pioche le 8 en croyant que c'est le plus grand, on le met à gauche. Mais si on tire le 9 juste après on obtient 89 au lieu de 98 ! »*).

## Phase 2

Une feuille de jeu (annexe 3) est distribuée à chaque élève. Les chiffres en jeu sont maintenant les entiers de 1 à 9. Le maître les note au tableau. Une partie collective est organisée, mais selon la fiche de préparation de séance, cette partie est « truquée ». La consigne donnée aux élèves est de réfléchir à la place à donner au nombre tiré avant de l'écrire. Ils devront justifier de la place choisie. Le 9, tiré en premier, ne pose pas de problème, il y a rapidement consensus pour le placer à gauche sur la première ligne. Un élève veut le placer à droite sous prétexte d'obtenir un plus grand nombre, le maître lance le débat pour obtenir une justification. Les premiers arguments des élèves sont basés sur des exemples *(« si je tire le 2, j'obtiens 29 d'un côté et 92 de l'autre »*, *« si je tire le 8, j'obtiens 89 d'un côté et 98 de l'autre »*…). Le maître insiste et, avec la classe, il finit par lister les possibilités. D'un côté les nombres possibles à obtenir sont 91, 92, …, 98 et de l'autre ils sont 29, 39, …, 89. La question se pose du 99, mais les élèves régulent d'eux-mêmes *(« le 9 est déjà tiré, on ne peut pas le retirer »*). On finit par remarquer que le plus grand nombre obtenu dans la seconde liste est toujours plus petit que le plus petit nombre de la première liste. Il est à noter que cette formulation est très difficile pour les élèves.
La partie collective continue par le tirage du chiffre 6 qui est placé à droite.
Le troisième chiffre tiré est le 1. Les élèves réfléchissent et le placent à droite… ils argumentent leur choix à base d'exemples. Le maître relance le débat *« Pourquoi je suis sûr que si je place le 1 à droite, je vais pouvoir gagner ? »*. On liste alors les résultats possibles et on conclut comme précédemment.
Le 5 est tiré et est placé à gauche.
Le 2 est alors tiré. Un élève propose : *« on le met à droite car il n'y a pas de plus petit nombre, le 1 est déjà parti. Maintenant c'est celui là le plus petit nombre »*.
En insistant dans la clarification, le maître obtient d'une élève qu'il est plus important d'augmenter les dizaines plutôt que les unités pour *« faire grandir »* un nombre.

## Phase 3

Les élèves jouent en binôme avec les chiffres de 1 à 9 et des feuilles de jeu identiques à l'annexe 3. L'ambiance de la classe est au travail. Le fait que le tirage aléatoire des cartes soit à la charge des élèves eux-mêmes suffit à motiver ces derniers. En effet, en un sens, le maître ne leur impose pas d'énoncé, ce sont eux-mêmes qui le créent.

## Phase 4

Lors du bilan final, le maître demande toutes les remarques possibles concernant ce jeu. Une élève propose la réflexion suivante *« à chaque fois que j'avais 3, je croyais que le tirage d'après serait un plus grand chiffre, alors que c'était un plus petit »*. La discussion est engagée. Le maître écrit au tableau les chiffres de 1 à 9, raye le 3 et demande s'il vaut mieux le placer à droite ou à gauche.

$$\boxed{1} \quad \boxed{2} \quad \cancel{\boxed{3}} \quad \boxed{4} \quad \boxed{5} \quad \boxed{6} \quad \boxed{7} \quad \boxed{8} \quad \boxed{9}$$

Une simulation est organisée en étudiant les deux cas possibles :

$$\boxed{3}\ \boxed{\phantom{3}} \qquad\qquad \boxed{\phantom{3}}\ \boxed{3}$$

Les avis divergent sur la place que doit prendre le 3. Les arguments de décisions sont toujours basés sur des exemples… ce qui ne permet pas de conclure de manière sûre. *« Si je pioche le 1 j'aurais mieux fait de mettre le 3 à gauche, si je pioche le 9 j'aurais mieux fait de mettre le 3 à droite »*. Une élève s'exclame *« on ne peut pas choisir à cause du*

*hasard »*. Le maître insiste *« est-ce qu'on pourrait quand même dire quelque chose ? »* et une élève lance *« moi je préfère le mettre à droite car il y a plus de chiffres plus grands que le 3 que de chiffres plus petits que le 3 »*. Le but de la séance est atteint pour cet élève.
La séance pourrait s'arrêter à cet instant mais les élèves continuent à discuter tant le sujet est prenant. Une élève engage ainsi la discussion sur un autre exemple *« si je pioche le 5, il y a 4 chiffres plus petits et 4 chiffres plus grands »*. La question du placement du 5 est posé…les discussions vont bon train et sont conclues par un élève *« c'est le hasard ! »*.
Pour finaliser la séance, le maître revient sur un dernier exemple *« si je tire le 7, je le place à droite ou à gauche et pourquoi ? »* , un élève répond directement : *« je le place à gauche car j'ai 2 chances sur 6 d'obtenir un plus grand chiffre »*. La conclusion de la séance revient à une élève « *cela s'appelle de l'espoir »*…

## Conclusion

En ce qui concerne les fiches de préparation, une petite transformation serait certainement à prévoir en terme de vocabulaire. En effet, le terme de « règle » utilisé pour désigner les « astuces » des élèves (voir fiche de préparation) peut rapidement être confondu avec les termes « règles du jeu », et ainsi créer un malentendu pour certains élèves. Il serait plus pertinent d'utiliser les termes de « méthode » ou d'« astuce »…
Pour ce qui est du côté pédagogique, nous avons constaté une très bonne implication des élèves lors de cette activité. L'aspect ludique est indéniable, il est propice à la dévolution du problème à la classe et à la motivation des élèves (Peltier, 2000-2001). Les élèves sont amenés à travailler dans le domaine de l'aléatoire et à réfléchir sur la prise de décision sous contrainte sans que ce but ne leur soit clairement signifié. On retrouve ici l'importance du rôle de l'enseignant (Crahay, 1989 ; Groupe Élémentaire de l'IREM de Besançon, 2005). Ce dernier doit faire participer les élèves à un jeu de calcul qui sert de prétexte à une étude des connaissances a priori des élèves sur les phénomènes aléatoires.

Quelles sont les conclusions à propos de nos attentes ? Avant toute chose, il paraît nécessaire de faire une mise au point sur les techniques de raisonnement utilisées par les élèves.
Dans un premier temps, on peut noter la difficulté des élèves à se détacher de l'exemplification pour justifier une règle. En effet, dans la phase 2 de la seconde séance, les élèves ne généralisent pas ce qu'ils pensent, il leur semble plus pertinent de raisonner à base d'exemples. Pour ces élèves, un exemple suffit à montrer la véracité de la règle énoncée… Ce raisonnement est évidemment faux, mais dans le cas précis de ce jeu, il n'est pas très éloigné du raisonnement attendu. En effet, il suffit d'étudier tous les cas possibles (nombre fini) pour obtenir la preuve irréfutable de la véracité de la règle. C'est ce que fait le maître en s'appuyant sur les dires des élèves. L'erreur qui consiste à généraliser une propriété en la vérifiant sur quelques exemples est fréquente à tous les niveaux d'enseignement (au collège, au lycée et au-delà). C'est pourquoi, il est important d'essayer de la corriger dès le plus jeune âge. La réaction des élèves en fin de séquence (quatrième phase de la seconde séance) est exemplaire. La discussion concernant le placement du 3 montre les limites du raisonnement par exemplification. On pourra se référer à l'article (INRP – ERMEL, 2001) pour approfondir ce sujet.
Dans un second temps, il semble que le raisonnement par contre-exemple soit déjà pertinent pour les élèves. On remarquera, lors de la phase 3 de la première séance, que la règle de Princi est rapidement mise en défaut lorsqu'une élève exhibe un contre-exemple.
Les élèves sont, pour la plupart, capables de produire des raisonnements logiques, ou d'en avoir l'intuition. L'un des rôles de l'enseignant est de clarifier ces raisonnements et de

réguler les débats argumentés entre les élèves (Legrand, 1993) pour que ceux-ci arrivent à se comprendre entre eux. Fort de ce principe, il semble judicieux de confronter les élèves de cycle 3 à des raisonnements de type probabiliste. La difficulté de ces raisonnements tient généralement dans la manière de les exprimer, et c'est toute la subtilité de l'enseignant qui sera mise à l'épreuve pour que les élèves puissent énoncer ce qu'ils conçoivent afin de convaincre leurs pairs.

Concernant cette classe, les auteurs ont pu se rendre compte que les connaissances *a priori* des élèves sur les phénomènes aléatoires sont nombreuses. Les élèves ont rapidement raisonné en terme de « chance », « hasard » et « espoir ». Ils ont réussi à utiliser des termes du langage courant pour qualifier des situations mathématiques où le hasard est sous-jacent.
À la fin de la seconde séance, un élève arrive à mathématiser la notion de chance liée au tirage aléatoire (*« j'ai 2 chances sur 6 d'obtenir un plus grand chiffre »*). Ce premier pas vers la modélisation semble tout à fait naturel et est parfaitement accueilli par le reste de la classe.
Les auteurs renvoient à l'article (Blein, Pinet, 2006) pour des prolongements possibles de cette séance en terme de modélisation informatique et statistique.
À l'issue de ces séances, il semble raisonnable de penser que les élèves de cycle 3 ont des notions déjà bien affirmées dans le domaine des probabilités. Ces connaissances proviennent certainement de l'environnement social des élèves. En effet, les jeux de hasard (loterie nationale, jeux télévisés, jeux de société…) sont suffisamment présents dans notre société pour que tout élève de cycle 3 se soit déjà penché sur le sujet à l'école et hors de l'école.

En guise de conclusion, il ne faut pas oublier que cet article ne relate qu'une séquence organisée dans une classe de cycle 3. Aucune conclusion définitive ne peut en être tirée, mais il semble évident aux auteurs que l'approche des phénomènes aléatoires au cycle 3 est envisageable et qu'elle peut devenir une attente des programmes de l'école élémentaire.
Une recherche internationale menée par L'ICMI-IASE[11] (ICMI, ICMI - IASE) propose de faire le point, en juillet 2008 à Mexico, sur la manière dont sont enseignées les statistiques de l'école à l'université. Gageons que la liaison école-collège tiendra une place importante dans les discussions.
La notion de modélisation mathématique prend un sens particulier en statistiques, ce sens est très proche de ce qu'entendent les programmes actuels de l'école élémentaire concernant le fait de « faire des mathématiques ». En effet les documents d'accompagnement des programmes 2002 précisent que *« Le travail mathématique est évidemment un travail de l'esprit. Mais celui-ci, en particulier à l'école élémentaire, s'exerce souvent à partir de questions posées sur des objets ou sur des expériences. Le matériel présent dans la classe doit donc être riche, varié et mis à disposition des élèves : (…) jeux, etc. Il faut cependant se convaincre que ce n'est pas la manipulation d'un matériel qui constitue l'activité mathématique, mais les questions qu'elle suggère. Il convient ainsi de bien distinguer les tâches de constat ou d'observation, qui invitent l'élève à lire une réponse sur le matériel, des tâches d'anticipation qui lui demandent d'élaborer, de construire par lui-même une réponse dont il pourra ensuite vérifier la validité en revenant à l'expérience ».*

---

[11] ICMI-IASE : International Commission on Mathematical Instruction – International Association for Statistical Education : « Statistics Education in School Mathematics : Challenge for Teaching and Teacher Education ».

## Références bibliographiques


BLEIN C., PINET L. (2006) « Entre hasard et déterminisme : un jeu de dés pour approcher l'aléatoire en cycle 3 », *Grand N*, n°78, p 7-30.

CRAHAY M. (1989) « Ce que le maître dit influence-t-il le comportement des élèves ? », *Education et recherche*, n° 1, p. 1-37.

CRAHAY M. (1989) « Comportement du maître et participation des élèves », Banques modernes, n° 1, p. 22-86.

ERMEL INRP (2001) « *Vrai ? Faux ? On en débat ! De l'argumentation vers la preuve en mathématiques au cycle 3* », INRP Paris.

Groupe Élémentaire de l'IREM de Besançon (2005) « Réflexion sur la conduite en classe d'une situation de recherche », *Repères IREM*, n°59, p. 43-53.

HOUDEMENT C., SCHWARTZ C., « Des pistes pour travailler sur l'aléatoire au cycle 3 », document de travail.

ICMI : International Commission on Mathematical Instruction,http://www.mathunion.org/ICMI/

IASE : International Association for Statistical Education, http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/

ICMI-IASE : Projet de recherche : « Statistics Education in School Mathematics : Challenge for Teaching and Teacher Education", http://www.urg.es/~icmi/iase_study/

LEGRAND M. (1993) « Débat scientifique en cours de mathématiques et spécificité de l'analyse », *Repères IREM*, n°10, p. 123-158.

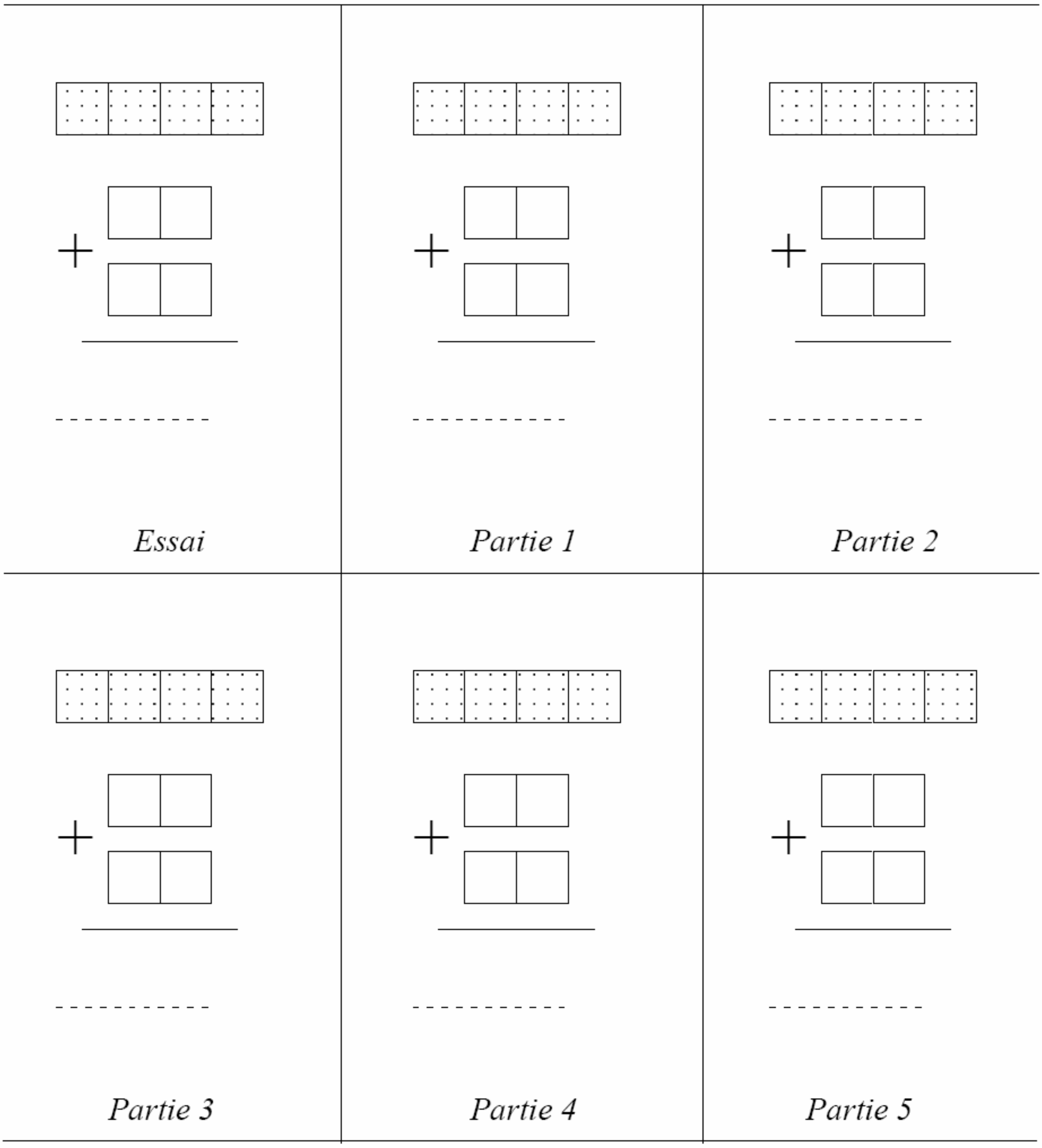
PELTIER M-L. (2001) « Les jeux mathématiques sont-ils la panacée à la démotivation des élèves ? », *Grand N*, n° 67. p. 33-40.

PIAGET J., INHELDER B. (1951) *La genèse de l'idée de hasard chez l'enfant,* PUF.

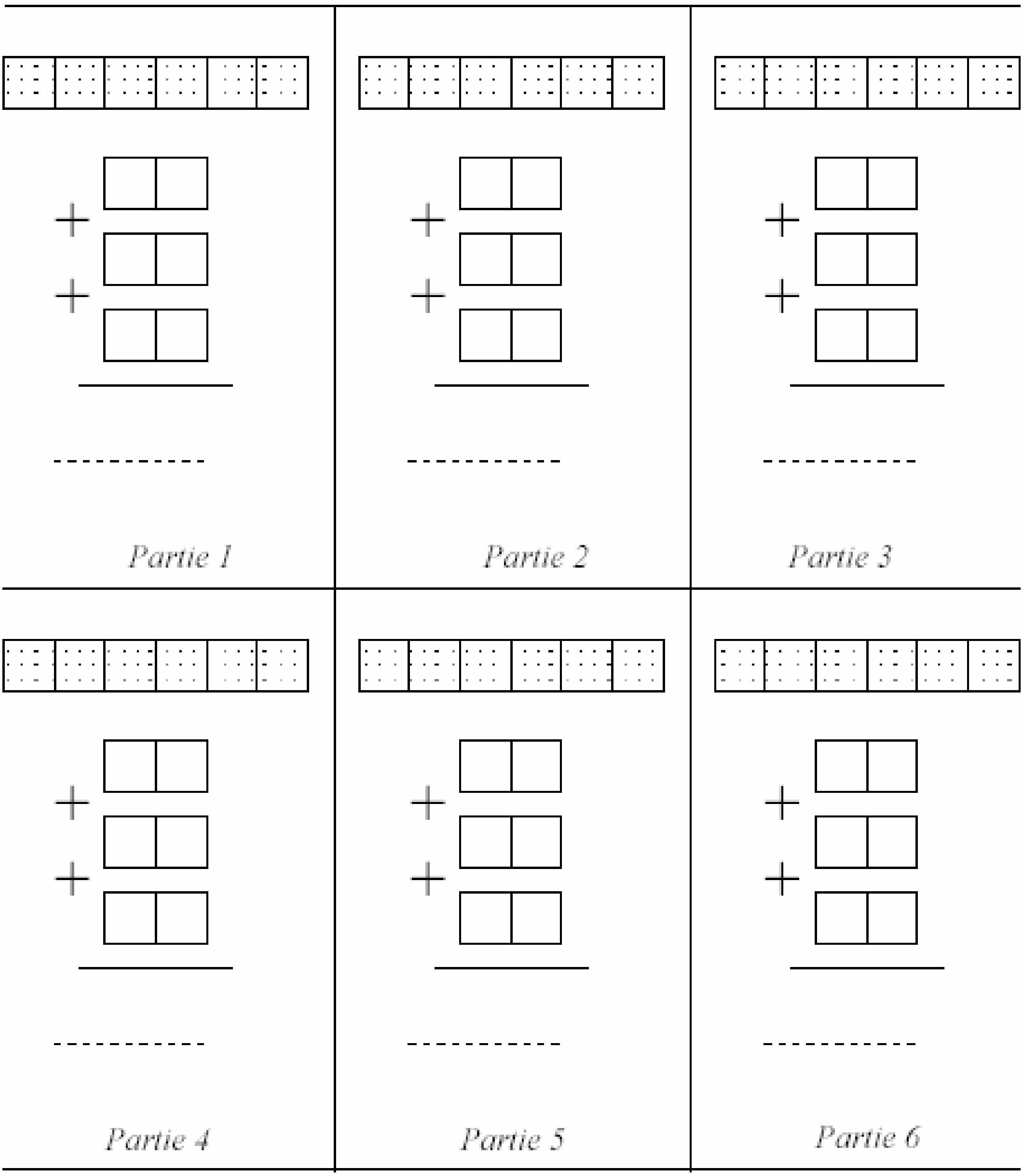
## Annexe 1

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | 6 |
| 7 | 8 | 9 |

# Annexe 2



# Annexe 3



## Annexe 4

*Comment as-tu fait pour placer le premier chiffre ? As-tu une règle ?*

mettre toujour le ~~n~~neufe de la ~~ga~~ case a gauche en bas ou en haut,

*Comment as-tu fait pour placer le premier chiffre ? As-tu une règle ?*

Ma régle est de mètre le plus grand chiffres ~~en~~ dans la cases gauche mais on pioche 8 est on dit que ~~sit~~ s'es un des plus grand nombres mais après on pioche le neuß.

*Comment as-tu fait pour placer le premier chiffre ? As-tu une règle ?*

Mètre le plus rgand a la case gauch"