GEOMETRIE ET TRAVAIL MANUEL

Des journées APMEP – Ecoles Normales – IREM se sont déroulées fin janvier 1975 sur le thème géométrie à l'école élémentaire. Certains travaux présentés lors de ces journées intéressant directement les maîtres, nous vous proposons ici ceux qui concernent la liaison géométrie-travail manuel d'autant plus volontiers qu'aucun article de géométrie n'a jusqu'ici été publié dans Grand IN.

GEOMETRIE ET TRAVAIL MANUEL

A FILS TENDUS

A.1. - Compte rendu d'un sous groupe de l'Alpe d'Huez.

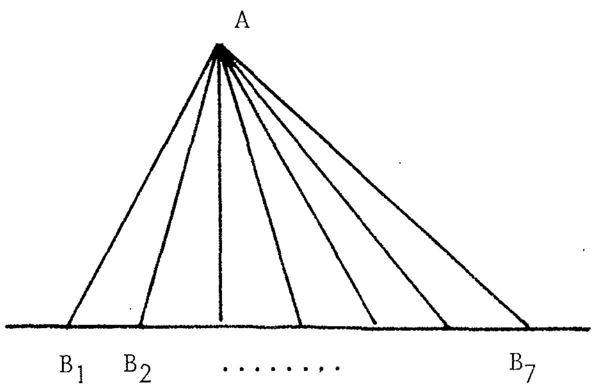
1. PRINCIPE

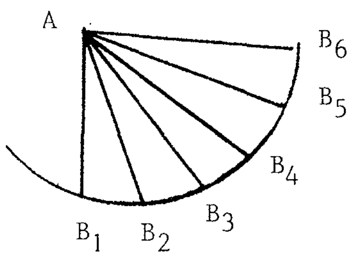
On tend des fils entre des points situés dans un plan. Plusieurs possibilités matérielles :

- des pointes (ou des attaches parisiennes, épingles, chevilles...) sont enfoncées dans un support plus ou moins dur (bois, isorel mou, aggloméré de liège, carton fort, polystyrène...), alignées ou non, à intervalles réguliers ou non.
- on peut passer le fil à l'aide d'une aiguille traversant les perforations d'un carton.

2. EXEMPLES DE TECHNIQUES

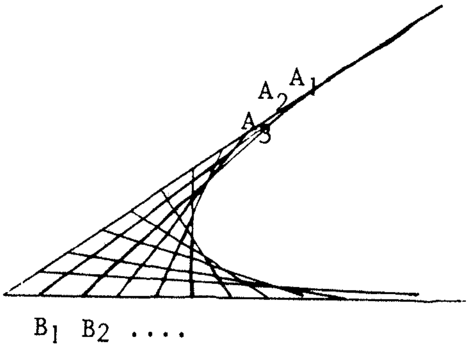
1er type : les fils sont tendus entre un point A et des points B_1, B_2.., B_n situés sur une ligne.

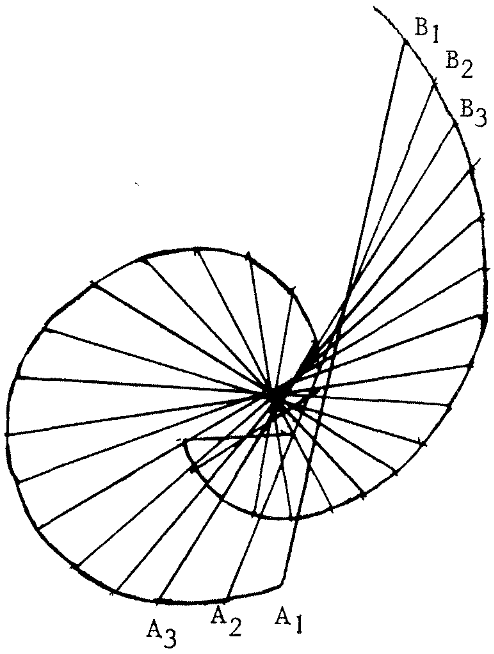


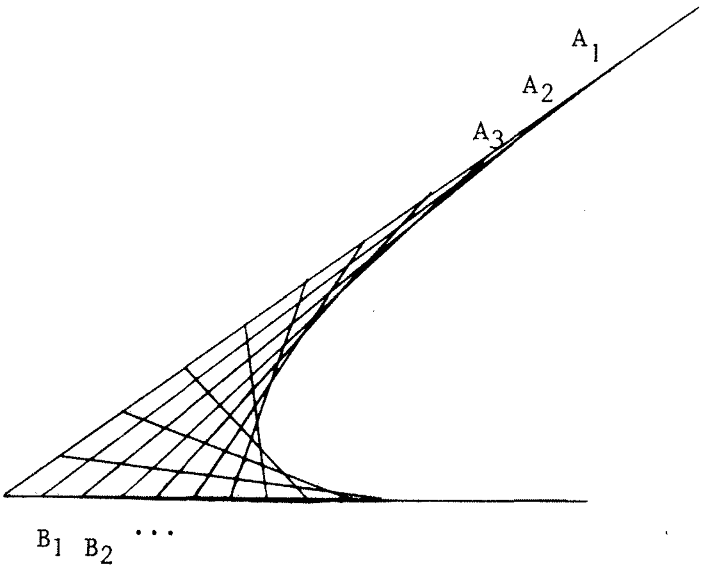


2ème type : les fils sont tendus entre des points $A_1, A_2, \ldots A_n$ d'une courbe (C_1) et des points $B_1, B_2, \ldots, B_n$ d'une autre courbe (C2).

Exemples :







REMARQUES :

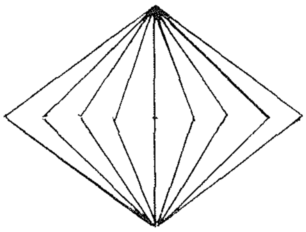
1. *Lorsque les points sont situés sur 2 segments ayant une extrémité commune, et sont espacés régulièrement, les fils tendus enveloppent un arc de parabole.*

2. *On peut tendre les fils entre des points situés sur une même courbe, en se fixant une règle de passage des fils.*

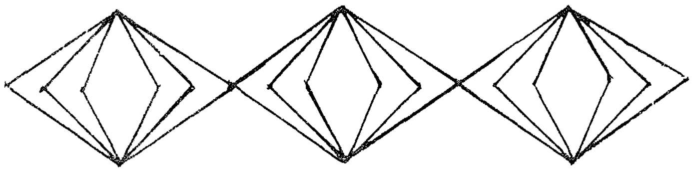
3. *On peut chercher d'autres façons de passer les fils entre des points donnés.*

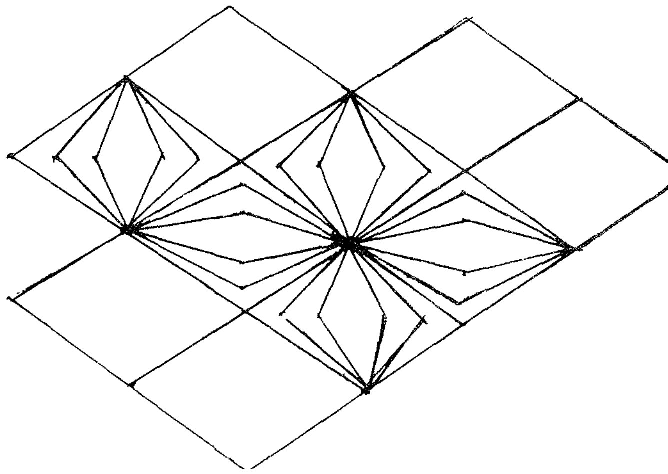
3. EXEMPLES DE REALISATIONS UTILISANT LA TECHNIQUE DU 1ER TYPE

Motif de base

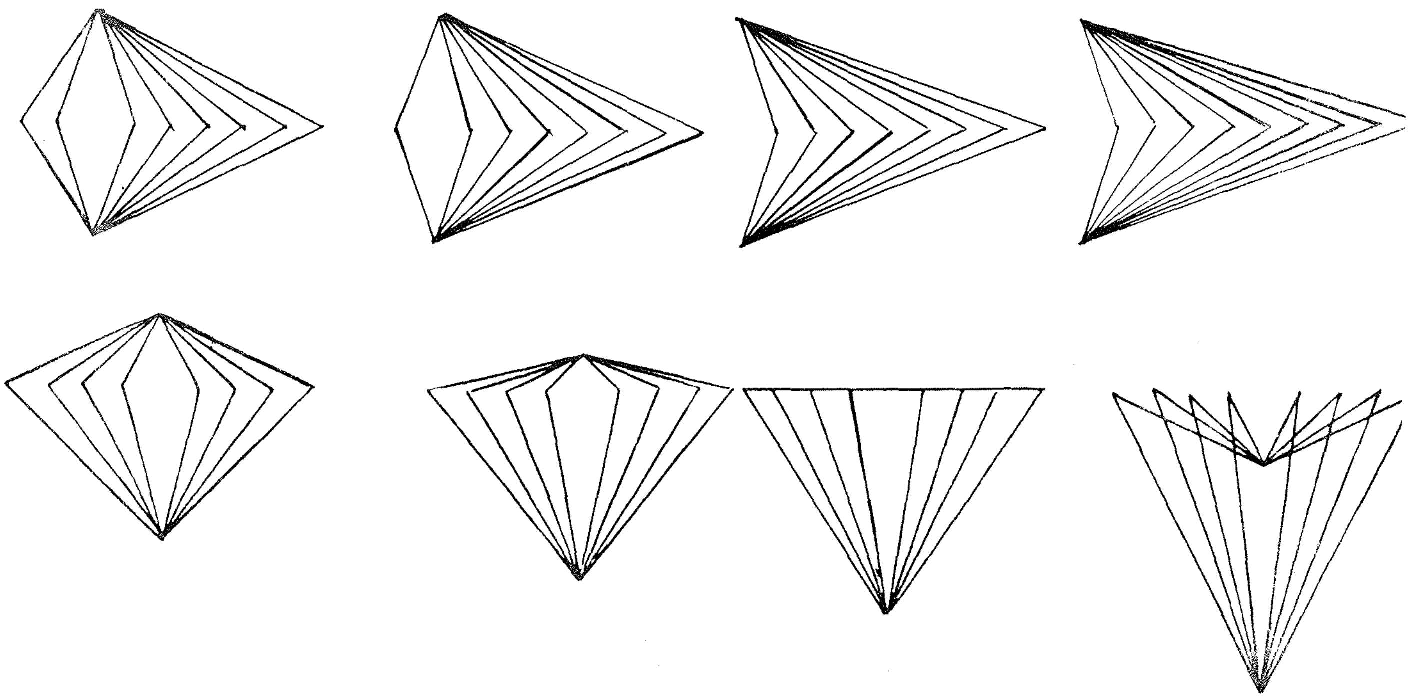


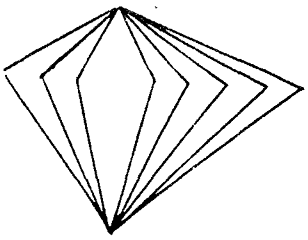
Ce motif peut être répété pour faire des frises et des pavages.

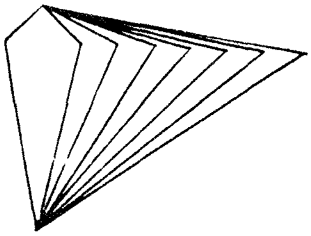


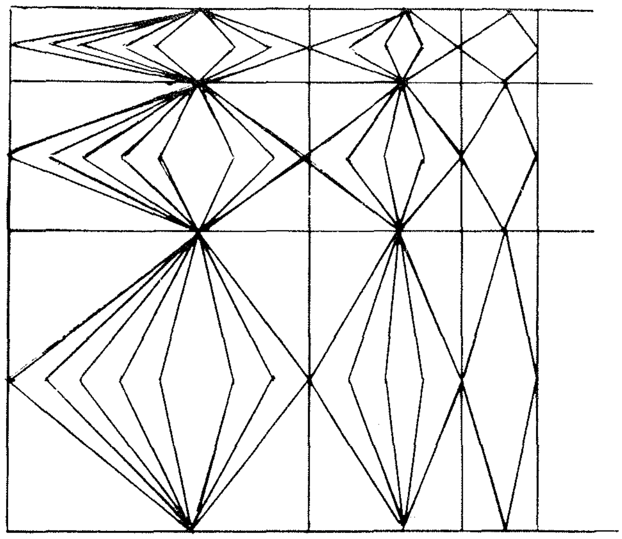


Déformations possibles du motif de base

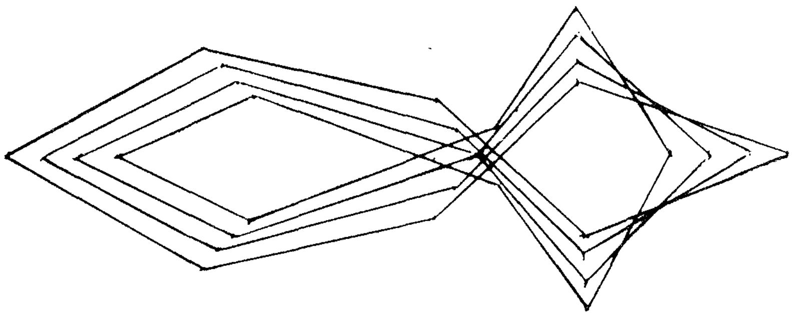








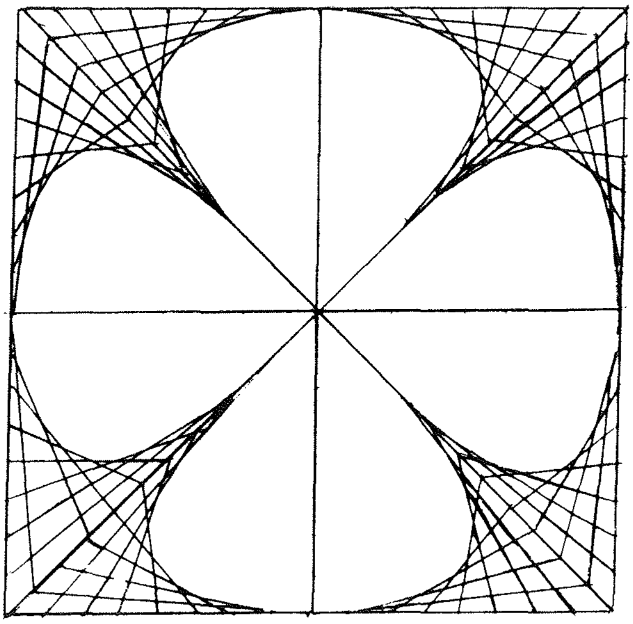
Rubans

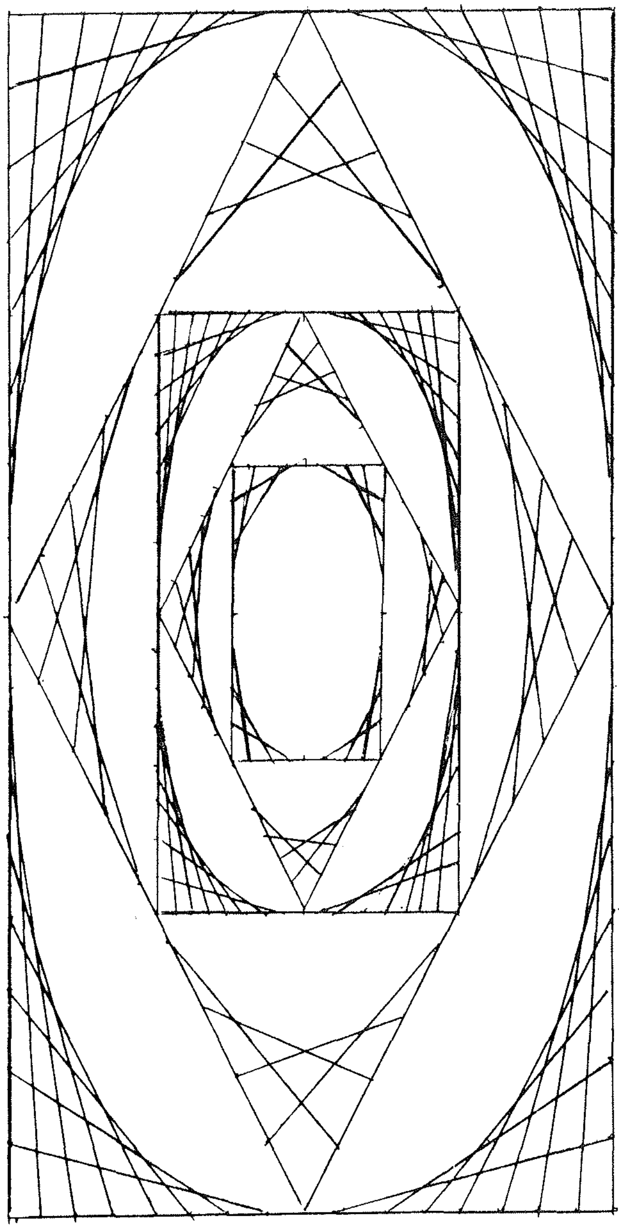


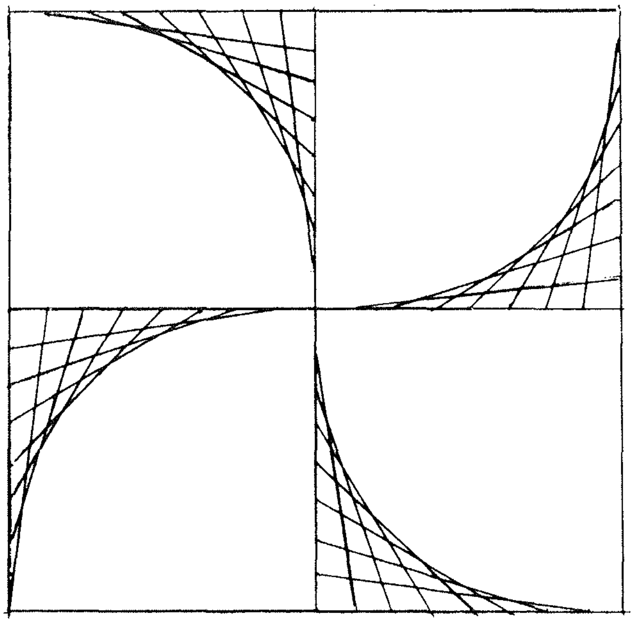
4. EXEMPLES DE REALISATIONS UTILISANT LA TECHNIQUE DU 2EME TYPE

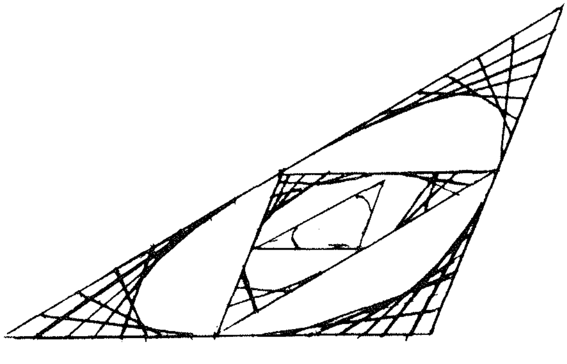
TRAVAIL DANS UNE FIGURE DONNEE (carré, losange, rectangle, triangle, polygone régulier ou non,...).

* Recherche des lignes sur lesquelles on placera les points. (Ce sont souvent des axes de symétrie de la figure ou des diagonales du polygone).
* Mise en évidence de symétries ou de rotations conservant la figure donnée.
* Utilisation de figures inscrites les unes dans les autres.







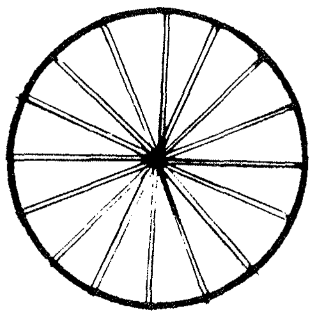


REMARQUES :

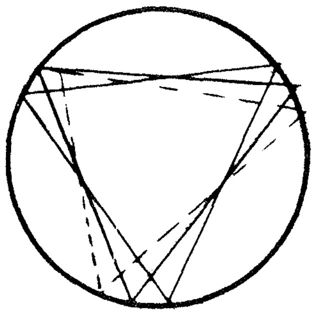
Au cours de ces travaux, on est souvent amené à placer sur des segments de longueurs différentes, le même nombre de points espacés régulièrement.

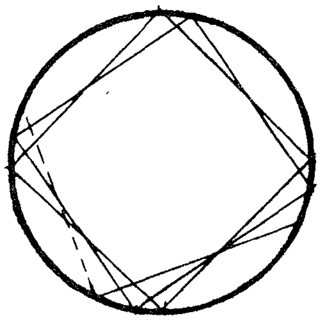
L'utilisation du papier quadrillé facilite le travail. (Théorème de Thalès).

5. TRAVAUX SUR LE CERCLE

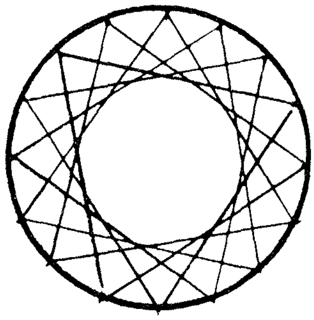


Matérialisation de rayons ou de diamètres.

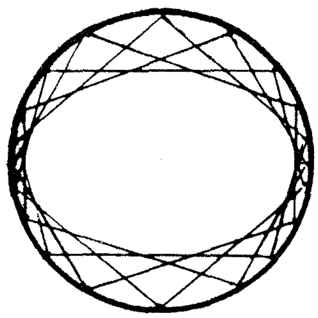


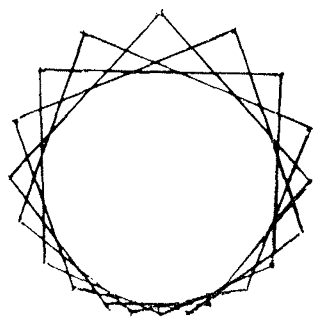


Polygones réguliers inscrits



Couronne circulaire.
Cercle inscrit.



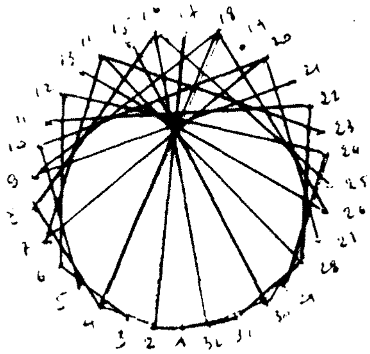


Déformations : avec un ou deux axes de symétrie.

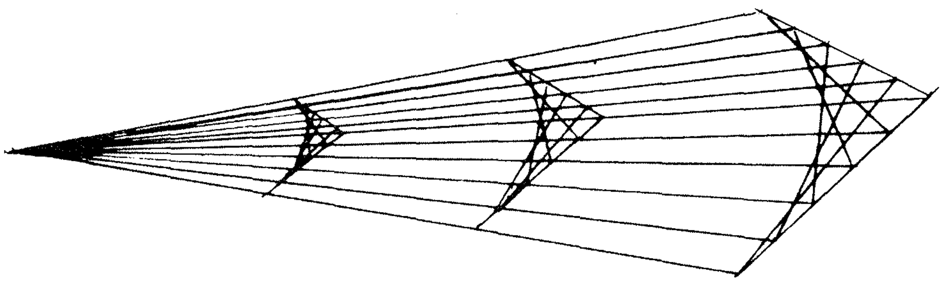
Des problèmes d'arithmétique sont soulevés lors des manipulations : reste dans une division, congruences, diviseurs d'un nombre, nombres premiers entre eux,...

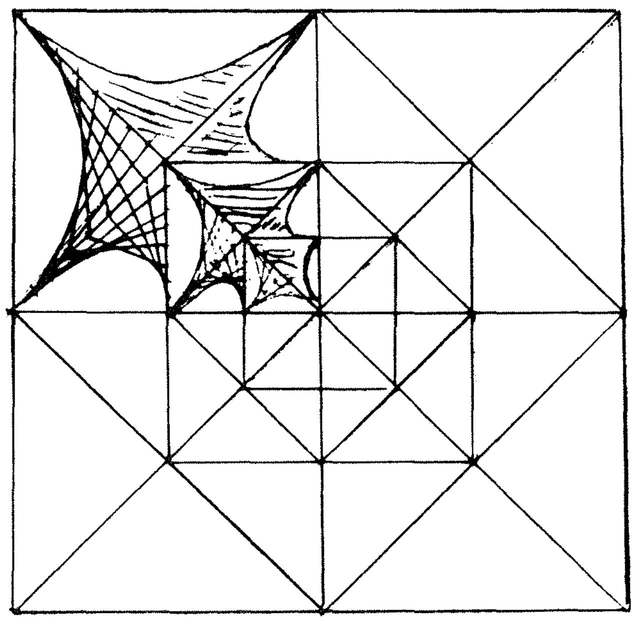
Comment obtient-on

le dessin ci-contre :

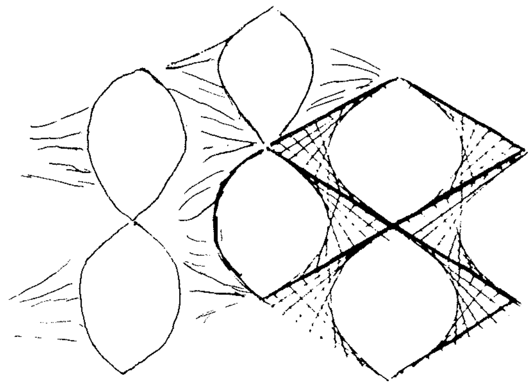


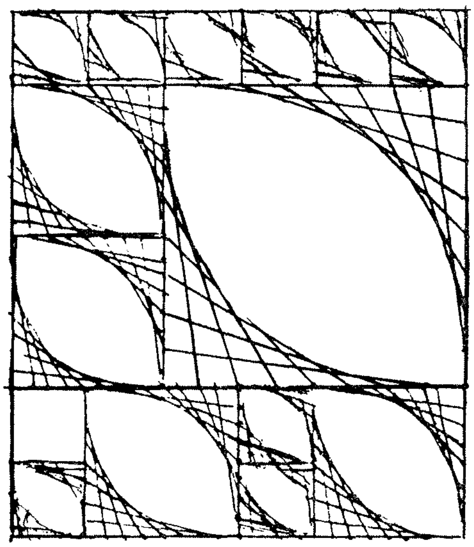
6. FIGURES HOMOTHETIQUES





7. EXEMPLES DE COMPOSITION SUR UNE SURFACE





8. On peut envisager de travailler dans l'espace : surfaces réglées, cônes, cylindres,...

9. ELEMENTS BIBLIOGRAPHIQUES

- Comment pratiquer les activités manuelles éducatives à l'Ecole Maternelle et à l'école Elémentaire (C.R.D.P. de MARSEILLE).
- Point et ligne - Collection : "Le jeu et l'élément créateur". Editions DESSAIN et TOLRA.
- Le métal - Collection "Le jeu qui crée". Editions DESSAIN et TOLRA.
- Mathématique à l'Ecole Elémentaire - WHEELER - OC.D.L.
- Mathematics teaching - IREM de LYON (textes recueillis par A. MYX pour la deuxième rencontre des P.E.N. 30-1-75 au 1-2-75).

A.2. - Travail des fils tendus au C.M. (C.M.1 et C.M.2)

M. AUBURTIN (Maxeville) *G. FREYBURGER (Nancy)*

Le nombre de séances consacrées à ce travail n'est pas le même dans chaque classe. Le point de départ a été le même pour tous. Chaque manipulation a été suivie d'une phase d'analyse de la part des enfants, ce qui était le point de départ de la séquence suivante et des directions différentes ont été adaptées par les maîtresses. Tous les enfants ont abouti à une réalisation individuelle.

1. PREMIERE MANIPULATION

- C'est une prise de contact avec le matériel et la technique.
- Cette première réalisation est entièrement libre.
- Elle est suivie d'une transcription et d'une analyse.

a) Constations des enfants :

. les résultats obtenus sont plus ou moins satisfaisants :
il y a des épingles inutiles, une impression de désordre pour la plupart des plaquettes,
la plaque n'est pas toujours occupée totalement.

. Il faudrait s'organiser, prévoir le passage des fils.

b) La transcription a été réalisée sur du papier quadrillé :

. Elle n'est pas toujours fidèle : elle améliore la réalisation. Les épingles paraissent alignées, espacées régulièrement ; le fil semble bien tendu...

. Elle est souvent maladroite :
- certains enfants ne savent pas transcrire dans le plan leur réalisation, les épingles sont représentées ainsi : ♀, —o ou |...
- d'autres ne pensent qu'au trajet du fil : départ, arrivée, sens de parcours, enroulement autour des épingles, nombre de passages au même endroit..., et en particulier oublient de le représenter tendu.
- beaucoup oublient de situer leur réalisation dans la plaquette.

2. MANIPULATIONS SUIVANTES

Elles aboutissent à des réalisations simples, à partir de consignes très précises.

a) Exemples de consignes données :

au CM1 :

. Une disposition d'épingles est donnée au tableau : tendre les fils entre des épingles disposées de cette manière et en les utilisant toutes.

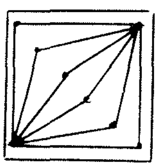
•

• • • • • • •

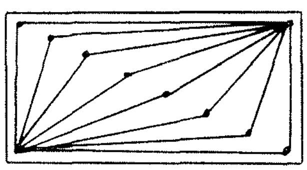
. Planter une ou deux lignes d'épingles espacées régulièrement et deux épingles en dehors de ces lignes.
. Que peut-on faire avec deux lignes d'épingles et une épingle extérieure à ces lignes ? (décaler les lignes, faire des lignes parallèles ou non...).

au CM2 :

. Aligner quelques épingles sur la plaque et placer une épingle hors de l'alignement. Tendre le fil en utilisant toutes les épingles.
. Aligner quelques épingles, placer 2 épingles à l'extérieur de l'alignement, remplir toute la plaque et utiliser toutes les épingles.
Le motif préféré des enfants est alors :



ou



. Aligner des épingles correctement sur les deux diagonales de la plaque (carrée ou rectangle). Espacer régulièrement ces épingles et réaliser le motif précédent à partir de chaque diagonale en cherchant le trajet le plus économique pour le fil.

. Placer des épingles sur deux lignes qui se coupent. Tendre le fil et utiliser du papier quadrillé pour aligner (espacer régulièrement si nécessaire) les épingles.

b) Au cours de ces manipulations :

* les enfants devaient aligner et espacer régulièrement des épingles. Peu d'entre eux ont utilisé une règle (graduée ou non). Un fil tendu servait à rectifier l'alignement ; la longueur d'une épingle ou la largeur d'un doigt... ont conduit à des intervalles réguliers. L'utilisation du papier quadrillé, mauvaise au départ, a amélioré nettement les résultats, l'alignement et l'espacement des épingles se faisant simultanément.

* Les enfants ont aussi découvert leur plaque : les lignes particulières du carré et du rectangle (médianes, diagonales), le centre, des propriétés communes au carré et au rectangle ou des différences...

* Ils ont réfléchi à la manière économique de tendre le fil entre des points donnés.

* Ils ont transcrit leurs réalisations de manière correcte.

* Une situation étant donnée, ils ont cherché les paramètres la déterminant et comment les faire varier.

3. REALISATION D'UN DECOR SUR UNE PLAQUETTE AYANT UN FORMAT DONNE

(carré ou rectangle) à partir d'un projet établi sur papier quadrillé. Les enfants ont été laissés libres pour cette réalisation.

a) Ils ont réfléchi au problème de l'occupation de la plaquette :

- Faire un dessin et le répéter (des frises ont été ainsi composées, utilisant symétries et rotations).

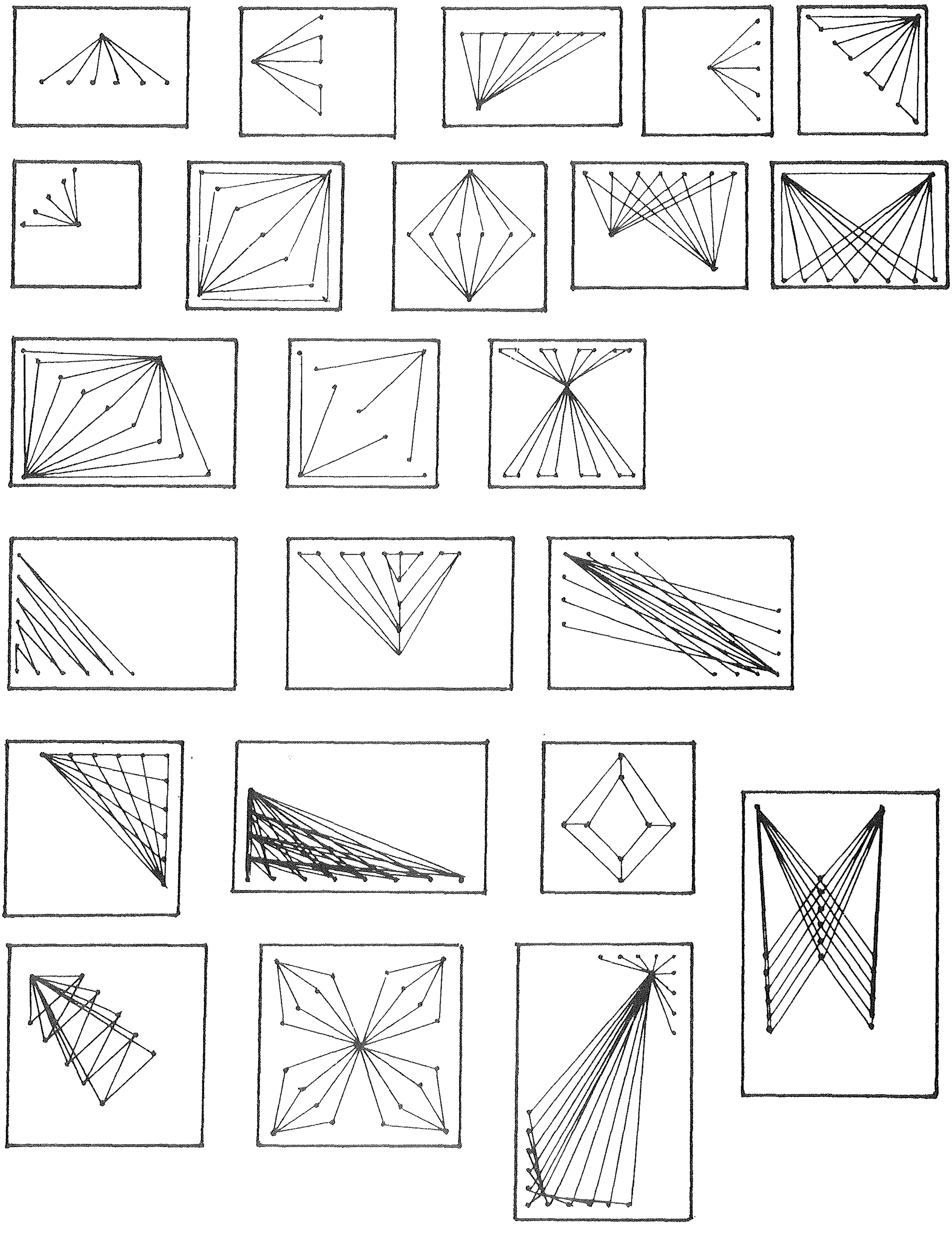
- Faire un dessin d'un côté, retourner de l'autre (symétrie par rapport à une médiane, éventuellement par rapport à une diagonale ou au centre de la plaque).
- Faire un dessin et le faire tourner (les rotations du carré ont été utilisées).

b) Il a fallu surmonter des difficultés :

- Le premier projet établi par les enfants ne tenait pas compte du format de la plaque et était loin d'être au point, c'était surtout l'idée.
- Il a fallu le mettre aux bonnes dimensions (agrandir, rétrécir..), centrer, cadrer dans la plaque, préciser les symétries, les rotations, les translations. Le papier quadrillé a encore été très précieux pour ce travail.
- Le projet étant terminé, les enfants ont dû en rechercher les lignes essentielles (où ils devaient planter les clous).
- Les enfants ayant prévu un décor figuratif ont eu plus de difficultés ; ils s'attachaient à des détails incompatibles avec la technique.

Tous les enfants ont obtenu un résultat plus ou moins riche. Les réalisations sont fidèles aux projets, souvent enrichis par le jeu des couleurs, les superpositions de fils...

Exemples de travaux d'enfants :



B SYMETRIE

B.1. - Compte rendu d'un sous groupe de l'Alpe d'Huez.

APPROCHE ET UTILISATION DE LA NOTION DE SYMETRIE.

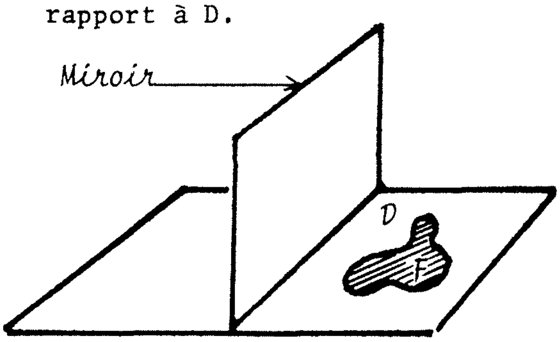
On se limitera dans ce document à l'étude de la symétrie axiale plane.

1. APPROCHE DE LA NOTION

Diverses approches sont envisagées ci-dessous dans un ordre qui ne constitue pas obligatoirement une progression pédagogique.

1.1. Miroir

Etant donnée une figure plane, un miroir posé perpendiculairement au plan de la figure, le long d'une droite D, en donne une image symétrique par rapport à D.



Le miroir donne le symétrique de F par rapport à D.

1.2. Pliage

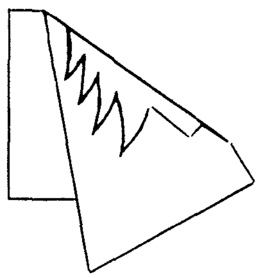
Le pli matérialise l'axe de symétrie.

1.2.1. Fabrication de figures ayant un axe de symétrie

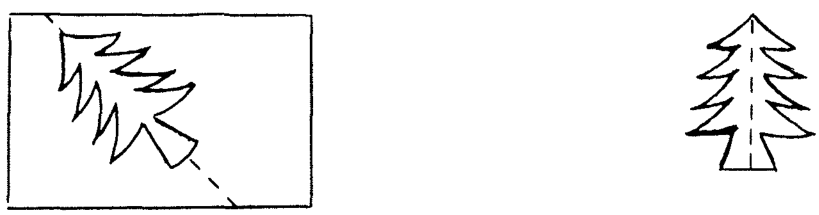
* Taches colorées (encre, peinture, crayon gras...), réalisées sur une feuille que l'on plie afin d'obtenir une trace de la tache de l'autre côté du pli.

* Découpage

Pliage

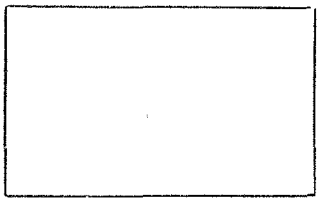


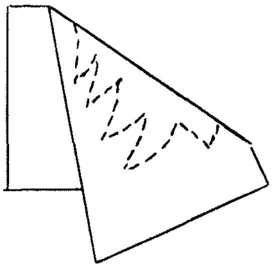
Découpage à partir du pli



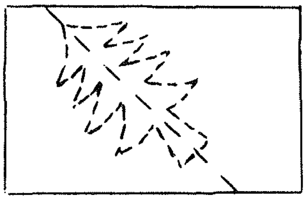
Observation des deux parties obtenues

* Piquage



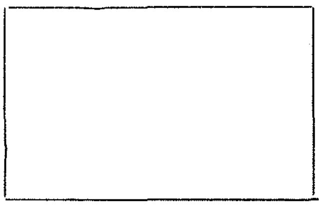


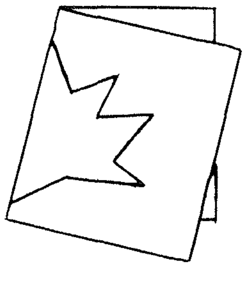
Pliage puis



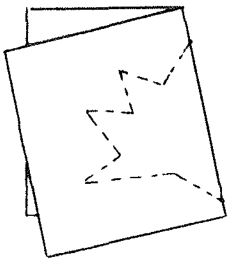
piquage

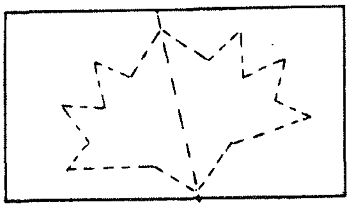
* Utilisation du papier transparent





Pliage - Dessin d'un motif





Reproduction du motif par transparence sur l'autre côté de la feuille.

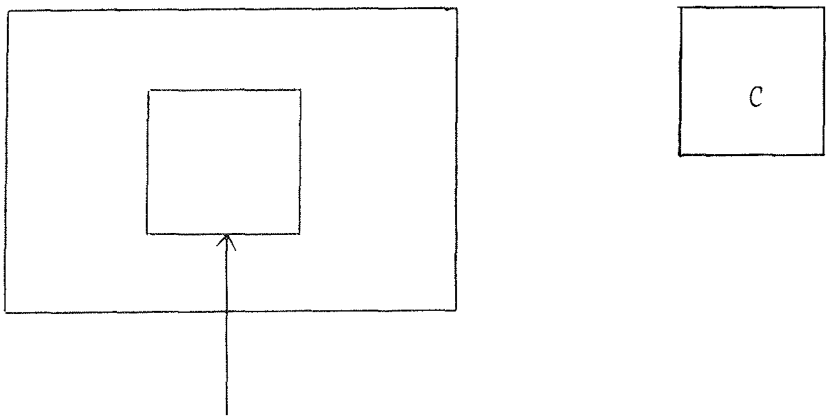
1.2.2. Recherche des axes de symétrie d'une figure découpée ou reproduite sur papier transparent.

On essaie de plier en deux la figure de telle sorte que les deux parties obtenues viennent en coïncidence.

Exemples de figures : lettres de l'alphabet, figures géométriques (polygones et autres).

Dans un prolongement mathématique, on peut classer ces figures selon le nombre de leurs axes de symétrie et rechercher s'il existe une relation entre ce nombre et le nombre de façons de poser la figure sur sa trace (ou son moule).

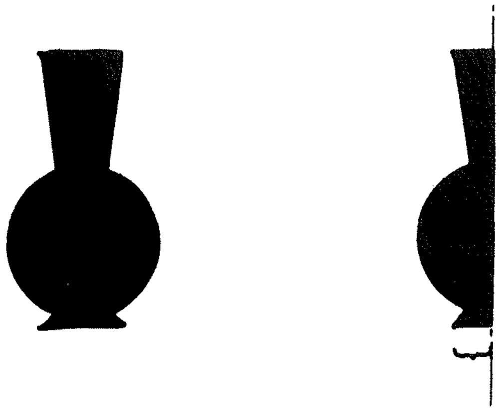
Exemple :



trace du carré C déssinée sur une feuille de papier.

Le recto et le verso de C étant différenciés, il y a 8 façons de poser C sur sa trace.

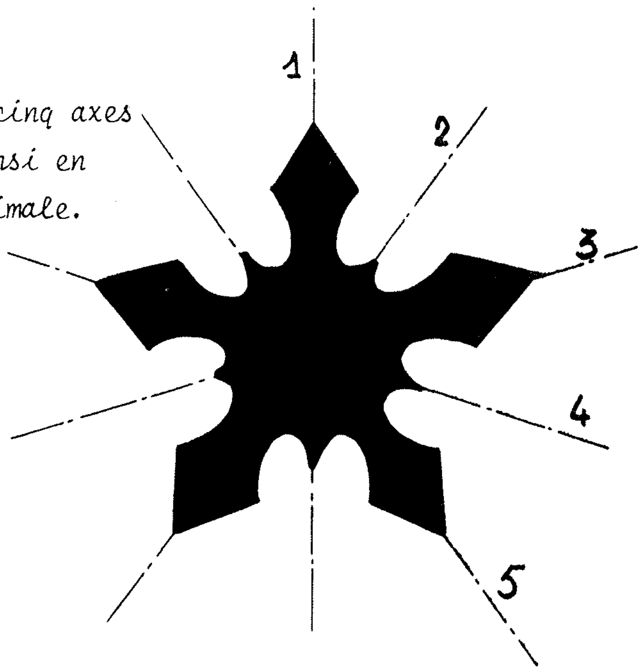
1.2.3. Analyse d'une figure pour déterminer ses axes de symétrie et la partie minimale permettant de la construire.

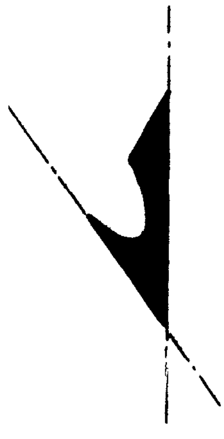


La figure ci-contre admet un axe de symétrie, ce qui fait apparaitre la partie minimale.

Partie minimale

Cette figure présente cinq axes de symétrie. On met ainsi en évidence la partie minimale.





Partie minimale

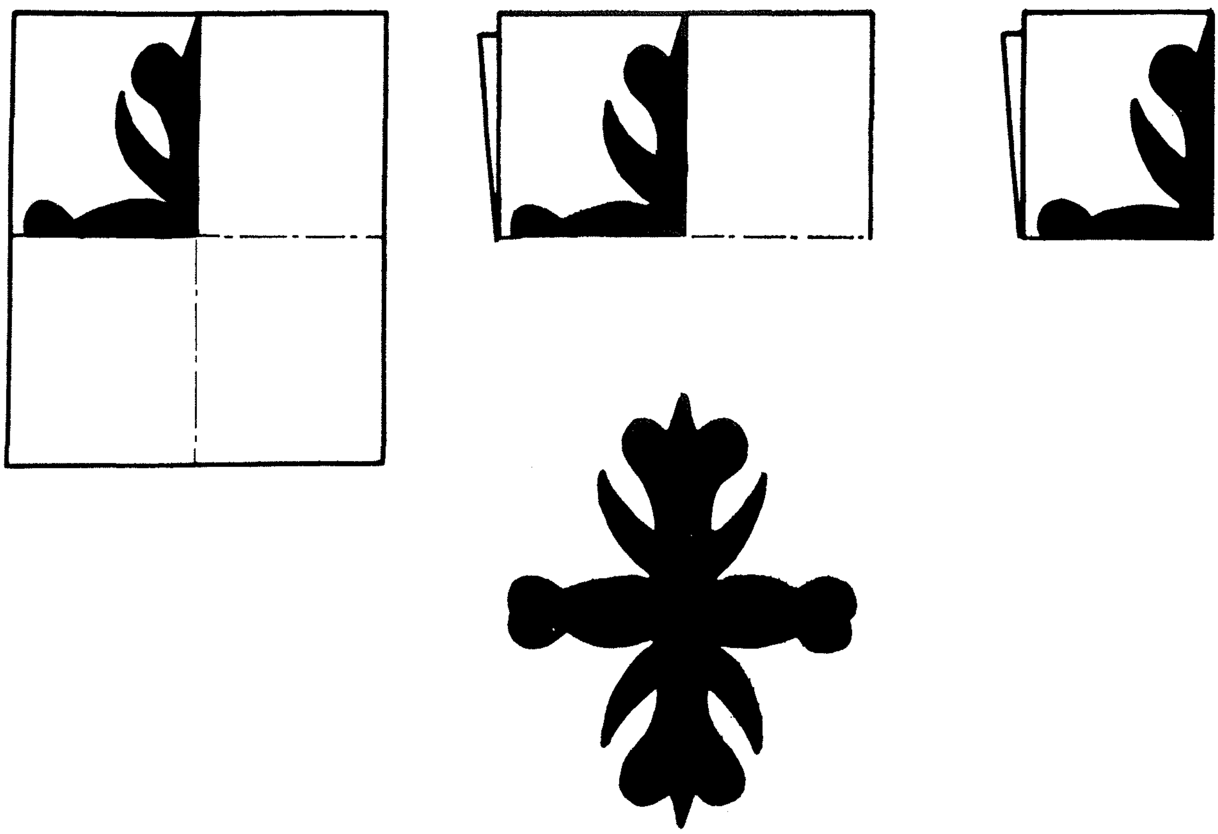
Par pliage suivant les axes de symétrie, et après avoir découpé la partie minimale, on obtient la figure complète.

* Figures ayant un axe de symétrie :

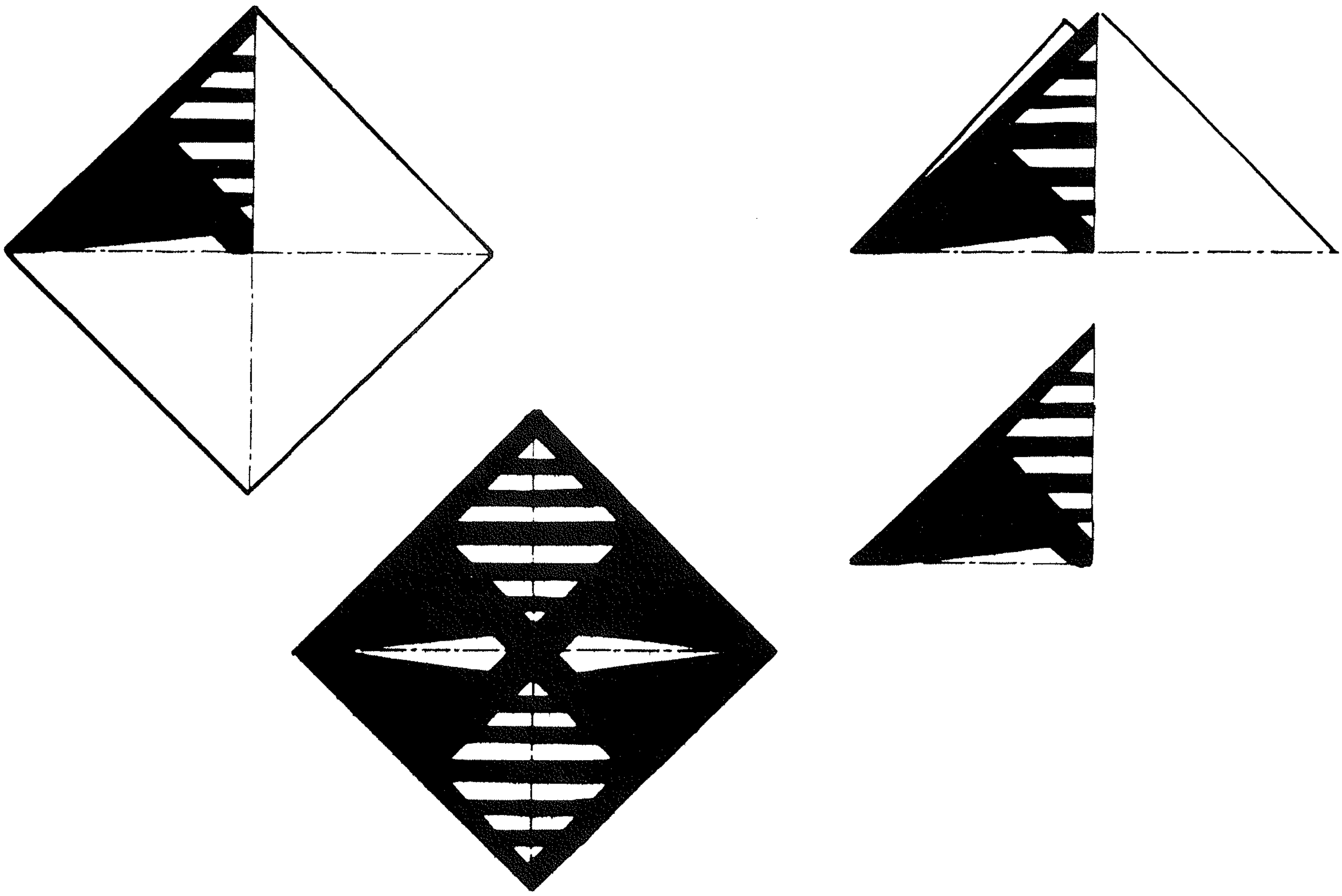
La figure complète s'obtient par un pliage en deux suivant l'axe de symétrie, et par découpage de la partie minimale.

* Figures ayant deux axes de symétrie :

La figure complète s'obtient par pliage en quatre suivant les médianes d'un carré ou d'un rectangle.

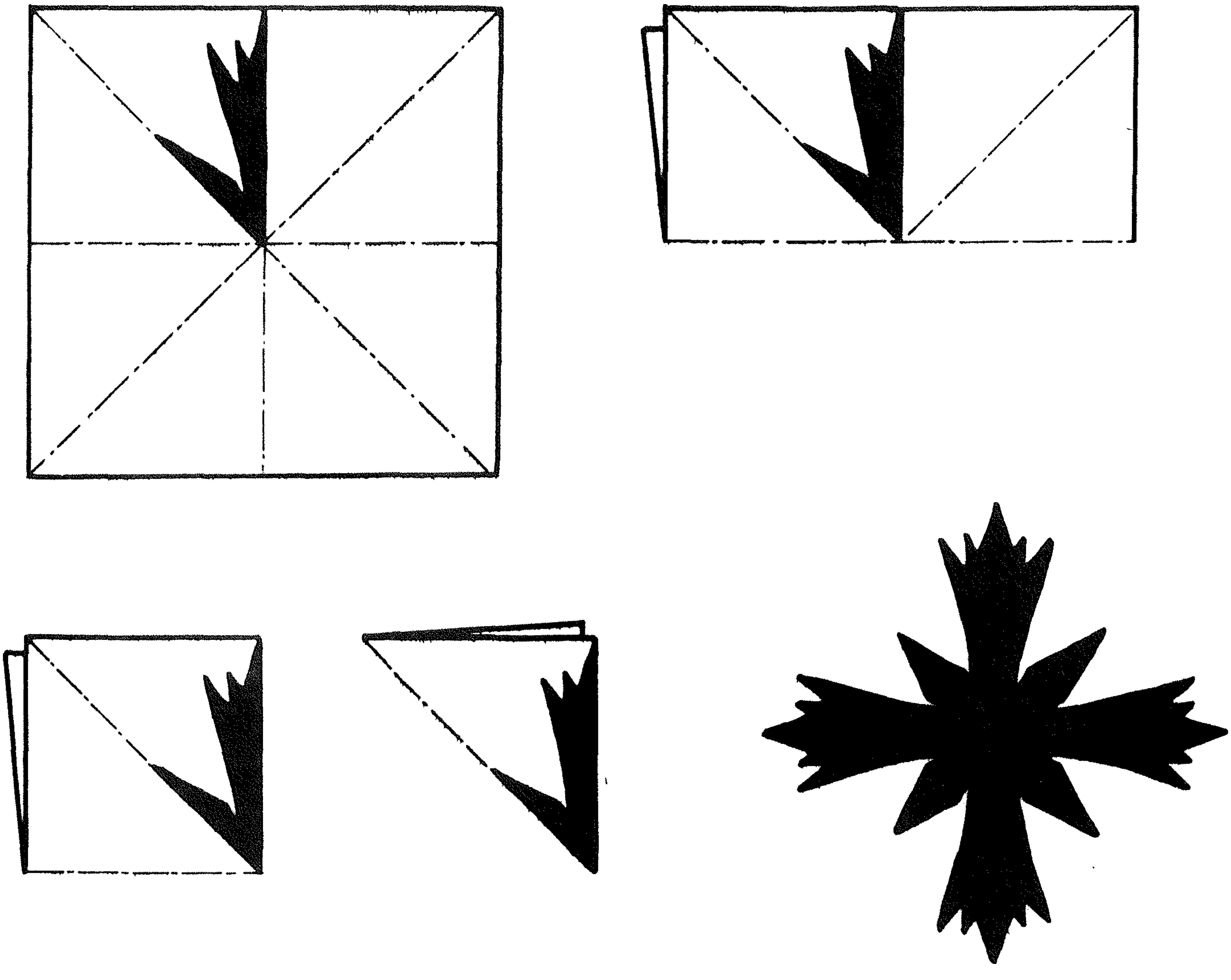


Elle peut aussi s'obtenir par pliage en quatre suivant les diagonales d'un carré.



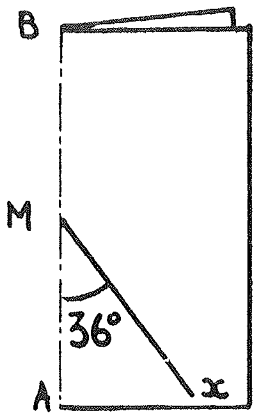
* Figures ayant quatre axes de symétrie :

La figure complète peut s'obtenir par le pliage suivants :



En commençant par plier **suivant les diagonales**, on obtient le même résultat.

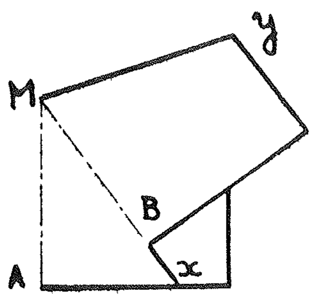
* <u>Figures ayant cinq axes de symétrie</u> :



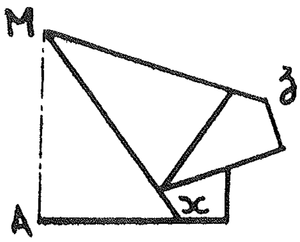
Plier un carré de papier suivant une médiane AB.

Soit M le milieu de AB.

Tracer au rapporteur ou avec un gabarit en carton un angle de 36° de sommet le point M. On obtient la demi-droite Mx.

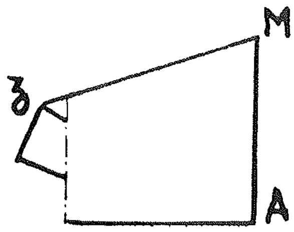


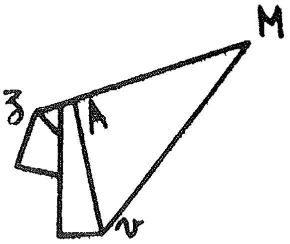
Amener MB sur Mx. On obtient le pli My.



Amener My sur Mx. On obtient le pli Mz.

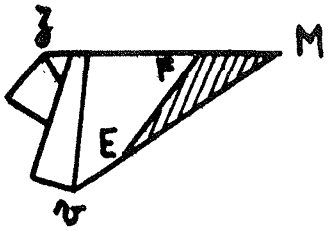
Retourner le tout.

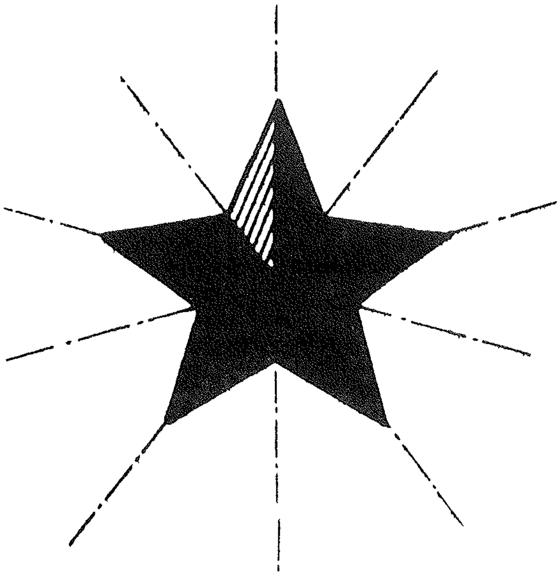




Amener MA sur Mz, cela donne le pli Mv. L'angle de sommet M ainsi obtenu est de 36°.

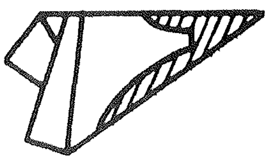
Découper suivant le segment EF et déplier. On obtient une étoile à cinq branches.

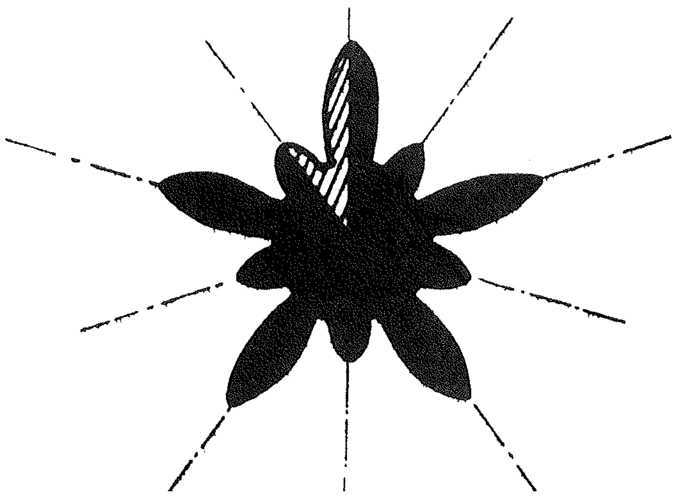




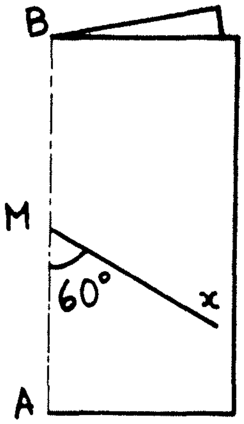
Le triangle EFM représente le partie minimale de l'étoile.

On peut alors réaliser bien d'autres modèles en variant les découpages.





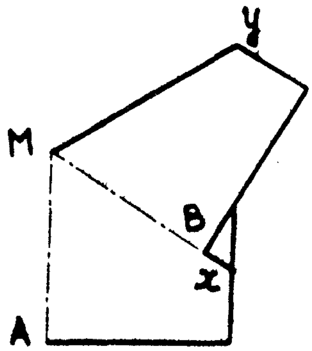
* <u>Figures ayant six axes de symétrie</u> :



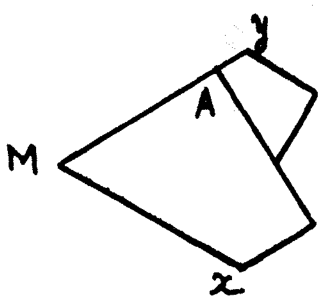
Plier un carré de papier suivant une médiane AB.

Tracer au rapporteur ou avec un gabarit en carton un angle de 60° de sommet M. On obtient la demi-droite Mx.

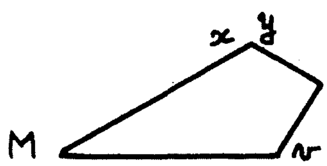
Amener MB sur Mx. On obtient le pli My.



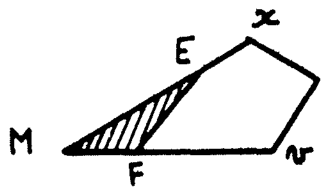
Amener MA sur My. On obtient le pli Mx.

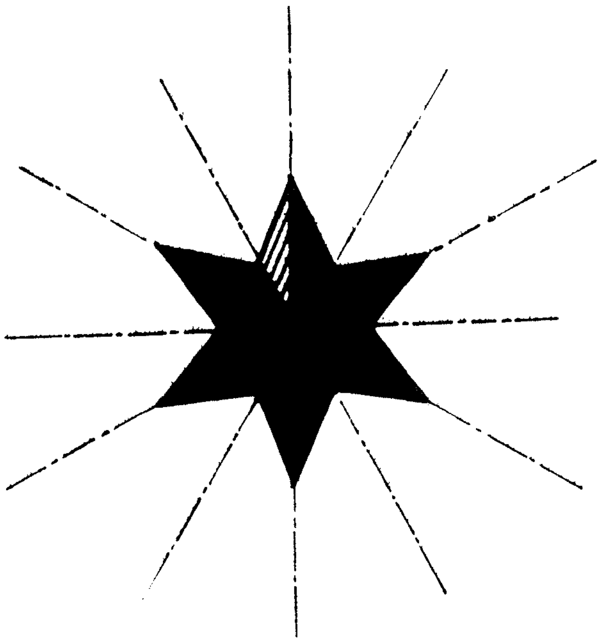


Amener Mx sur My. On obtient le pli Mv. L'angle de sommet M ainsi obtenu est de 30°



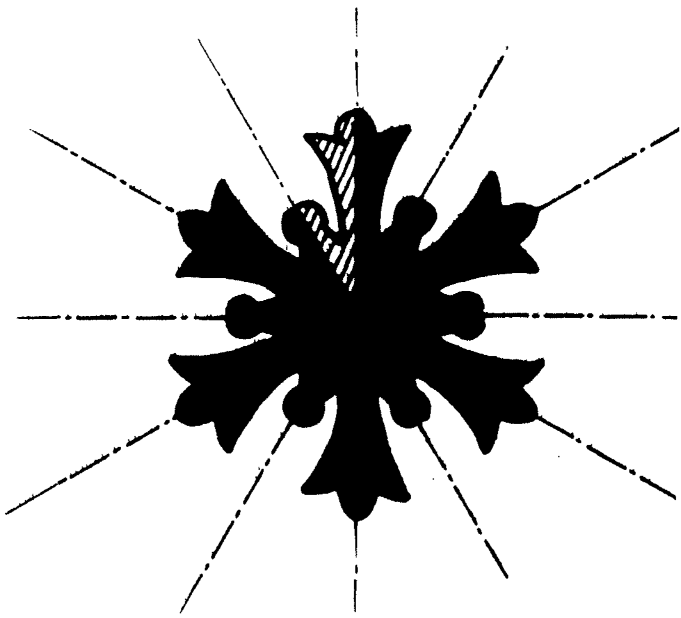
Découper suivant EF et déplier. On obtient une étoile à six branches.





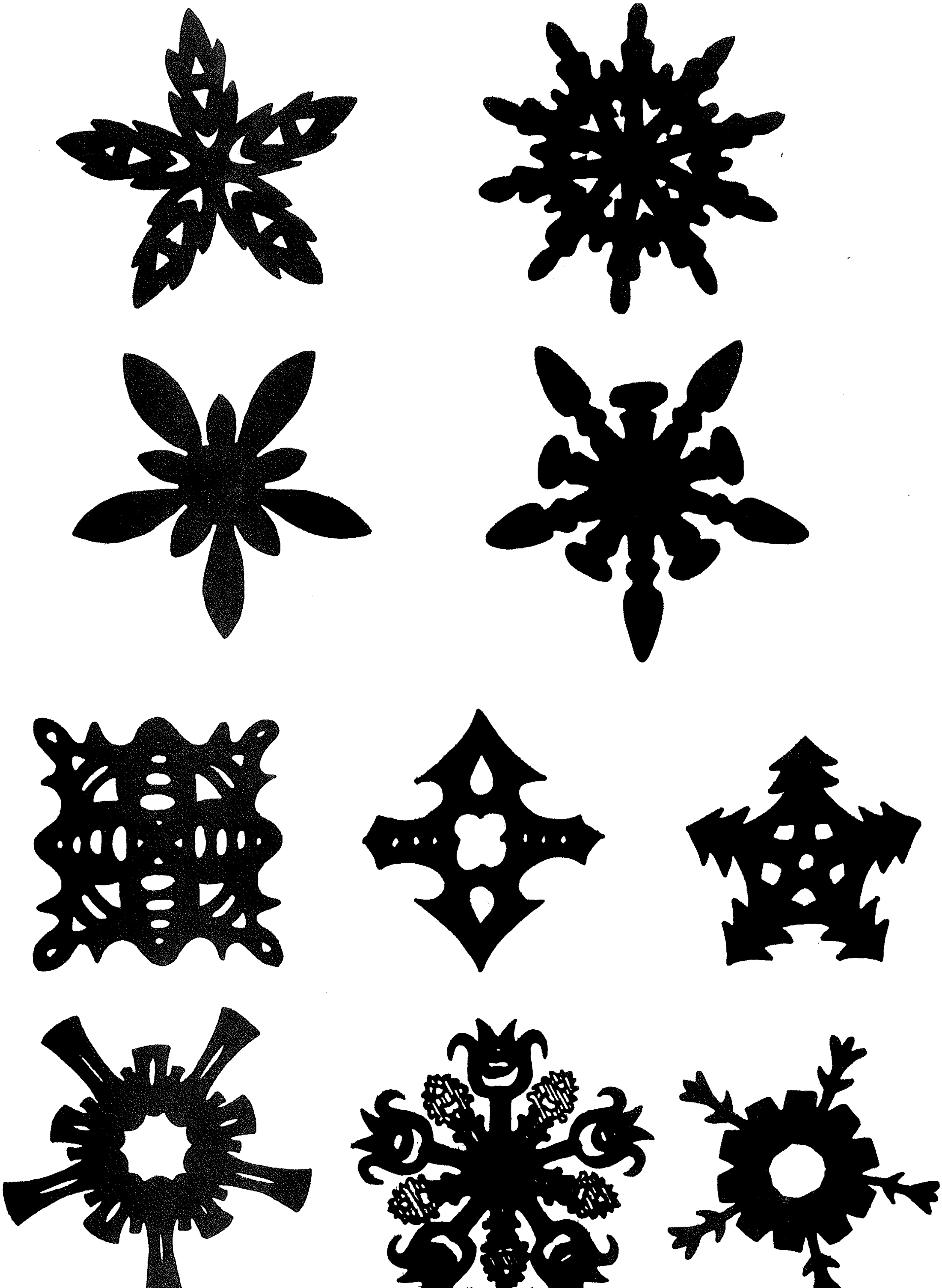
Le triangle EMF représente la partie minimale de l'étoile.

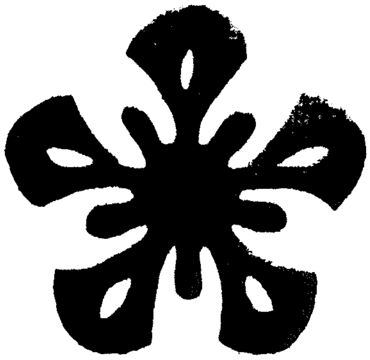
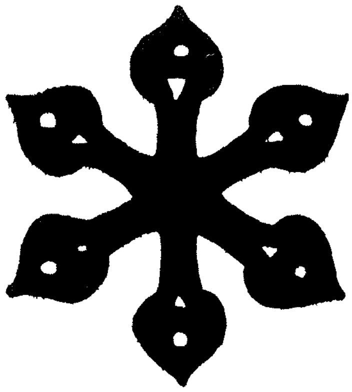
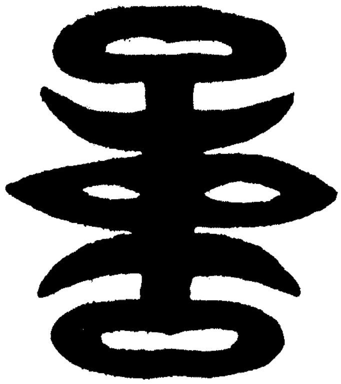
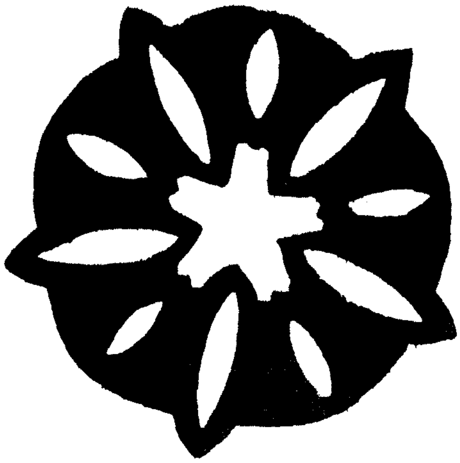
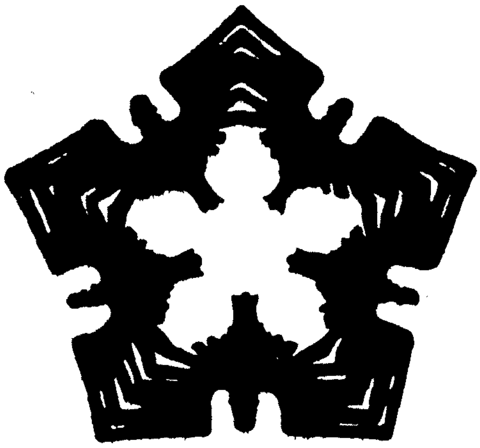
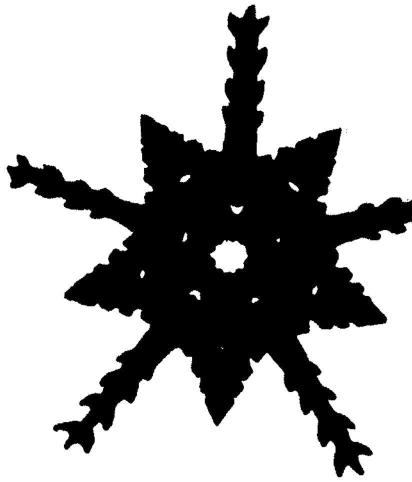
Exemple de variation de découpage.

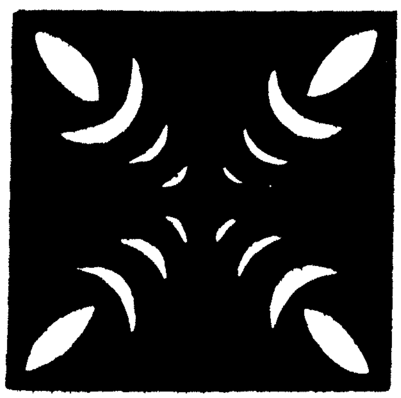


<u>Nota bene</u> : pour ces pliages, il est indispensable d'utiliser des papiers fins tels que papier machine, papier gommé, papier affiche, etc...

Quelques exemples de figures ayant plusieurs axes de symétrie :



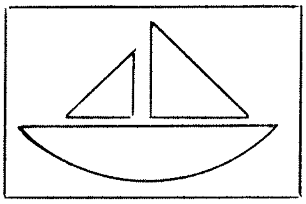


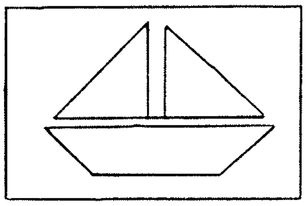
1.3. Superposition et retournement

Le papier transparent est utilisé ici comme intermédiaire pour :

1.3.1. Reconnaître l'éventuelle symétrie d'une figure

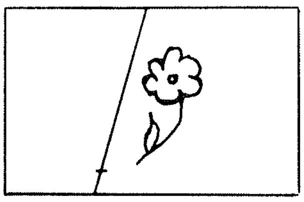
Exemples :





On reproduit la figure sur papier transparent.
On retourne la feuille de papier transparent.
Dans le cas où on peut faire coïncider figure initiale et figure décalquée, cette figure a un axe de symétrie.

1.3.2. Construire le symétrique d'une figure donnée par rapport à une droite donnée :

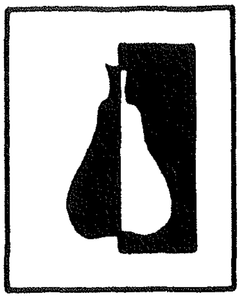


On déclaque
- le motif
- la droite
- le point de repère sur la droite

On retourne le calque en faisant coïncider droites et point de repère, et on décalque le motif.

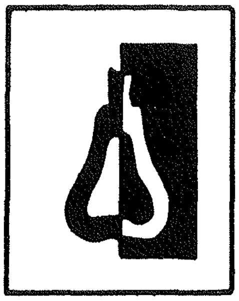
1.4. Technique dite du "retournement" ou du "retourné" ou du "positif-négatif"

On utilise deux feuilles de papier de couleurs différentes qui serviront de surface de support et de surface à découper.

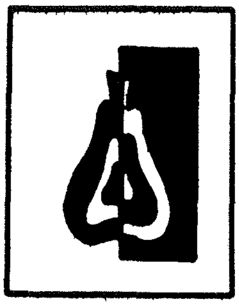


Dans cette dernière, on choisit un axe de rabat autour duquel on retourne la forme découpée.

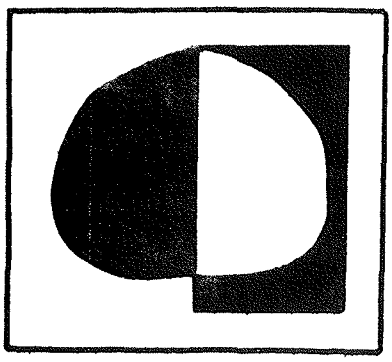
Il est possible de rabattre plusieurs formes autour d'un même axe.



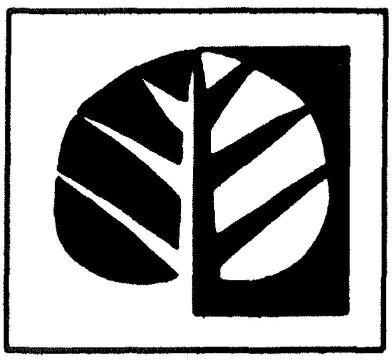
Première étape



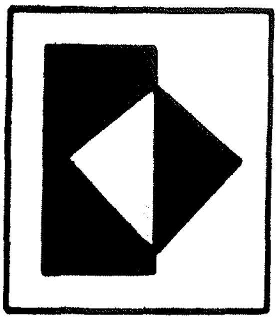
Deuxième étape



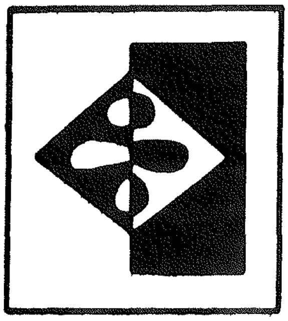
Première étape



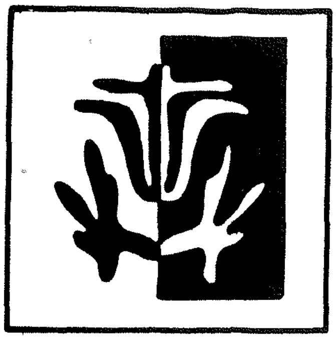
Deuxième étape

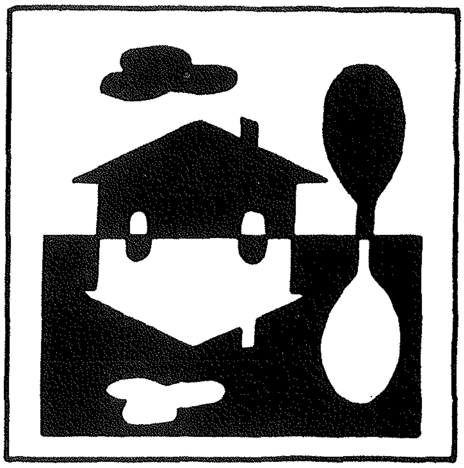


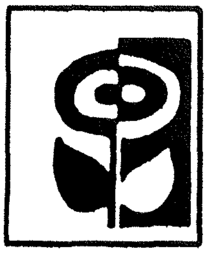
Première étape

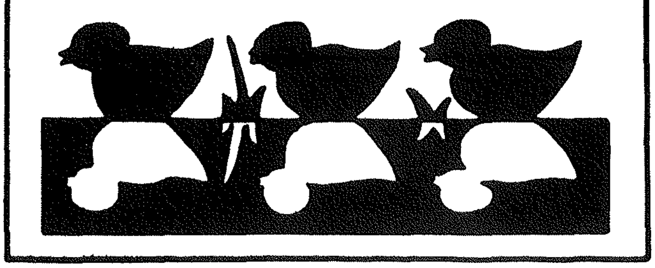


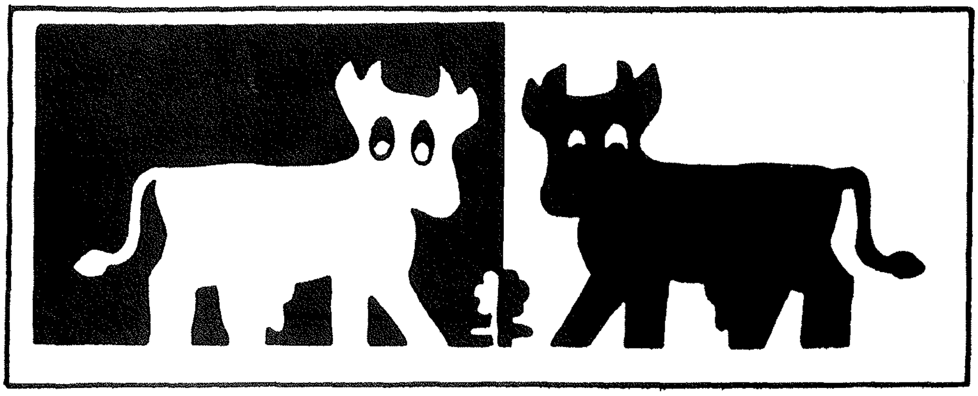
Deuxième étape

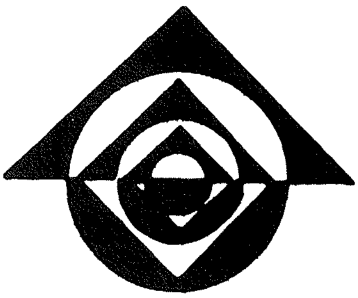


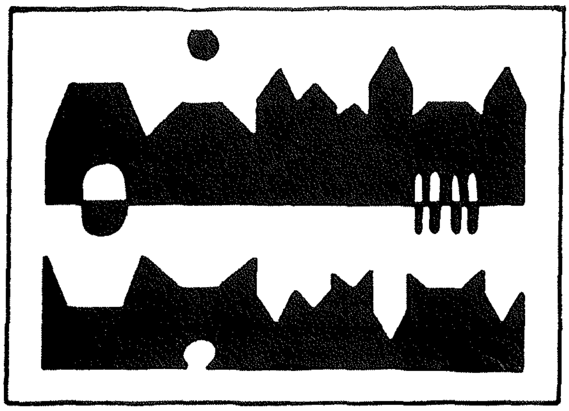


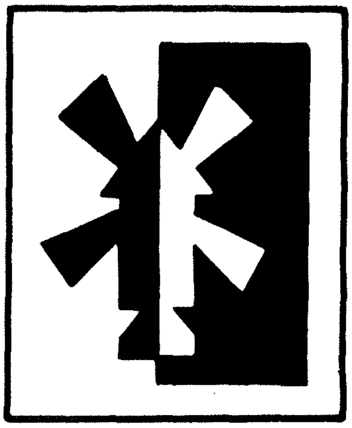




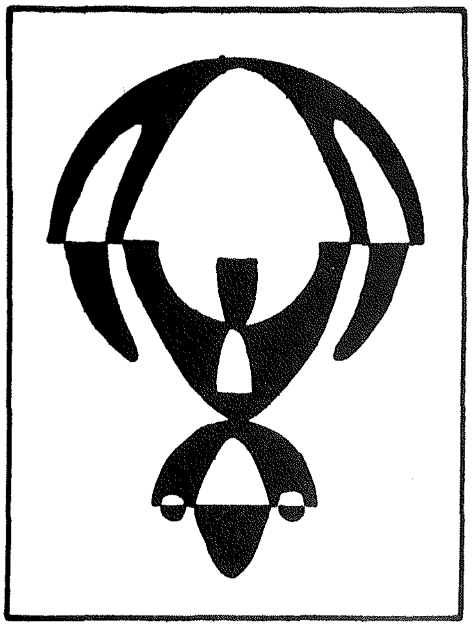


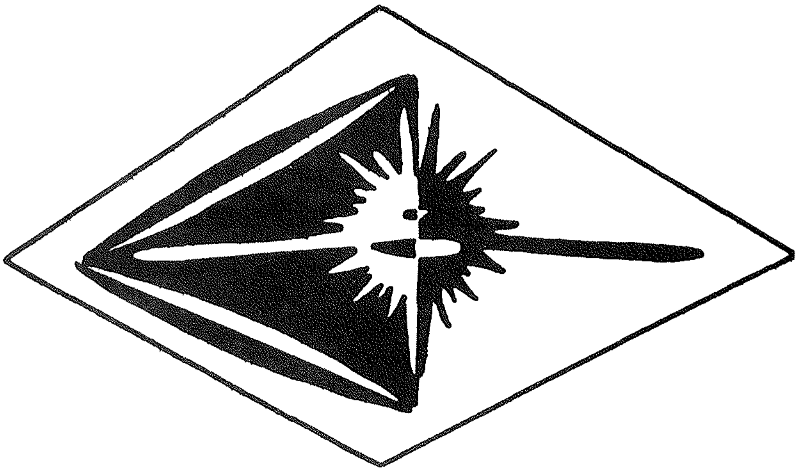


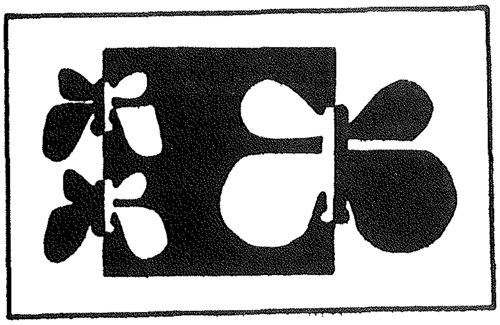


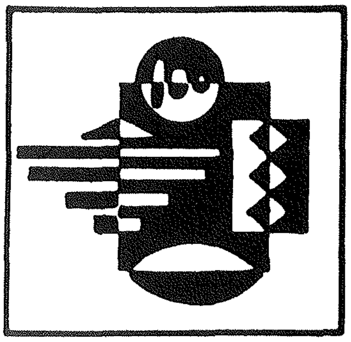


Il est aussi possible de choisir plusieurs axes de rabat :

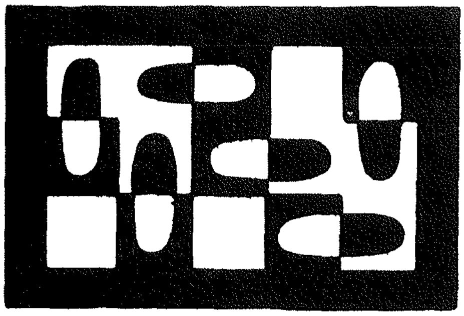


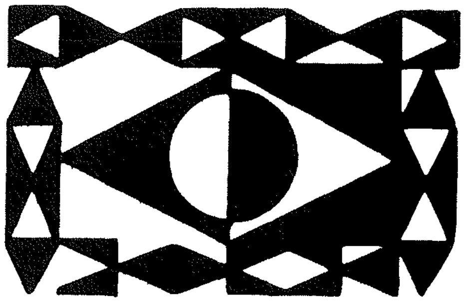






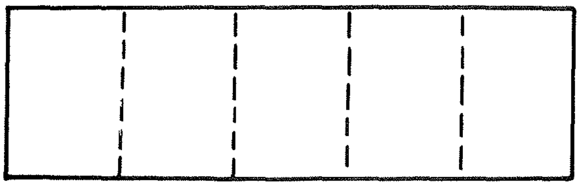
On peut également envisager une composition utilisant la répétition d'un ou de plusieurs éléments de base :





1.5. Les ribambelles suivant une ligne droite :

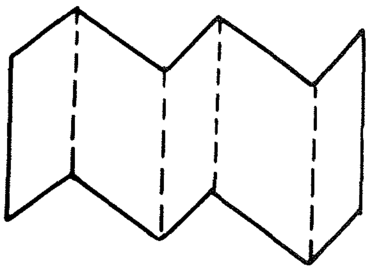
1.5.1. Technique :



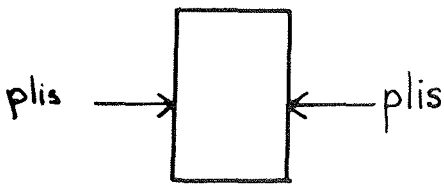
Prendre une longue bande de papier rectangulaire.

La diviser en parties égales

et

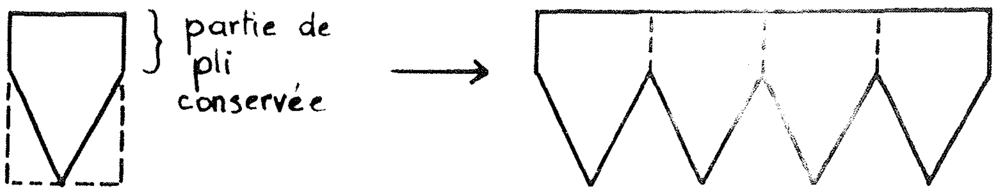


faire un pliage en accordéon suivant les lignes de partage.

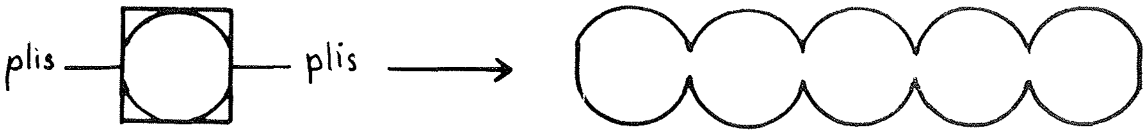


Une fois replié, l'accordéon présente l'aspect d'un rectangle. Les plis superposés correspondent à deux côtés parallèles du rectangle.

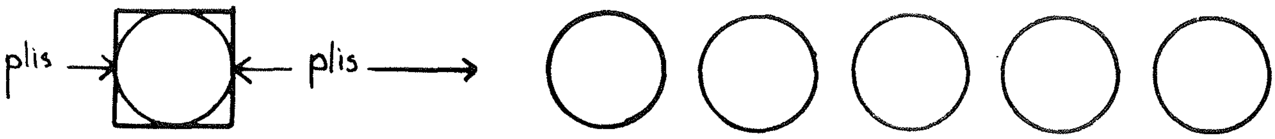
Découper une figure en conservant tout ou une partie des plis aux bords du motif.



Pour obtenir une suite de ronds en ribambelle, il convient de découper suivant la figure ci-dessous :

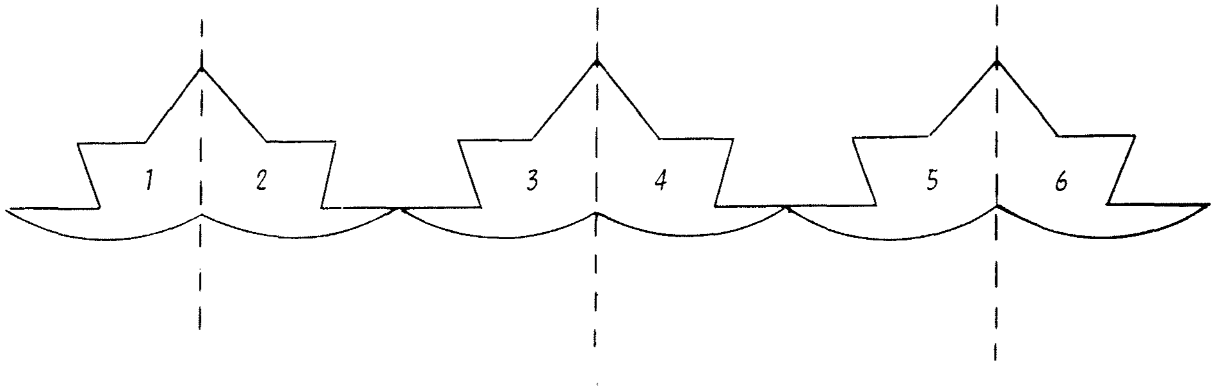


Un découpage suivant la figure ci-dessous ne permet pas de réaliser une ribambelle de ronds.



Nota bene : Comme pour la réalisation des figures à plusieurs axes de symétrie concourants, il est indispensable d'utiliser, pour ces pliages, des papiers fins tels que papier machine, papier gommé, papier affiche, ect..

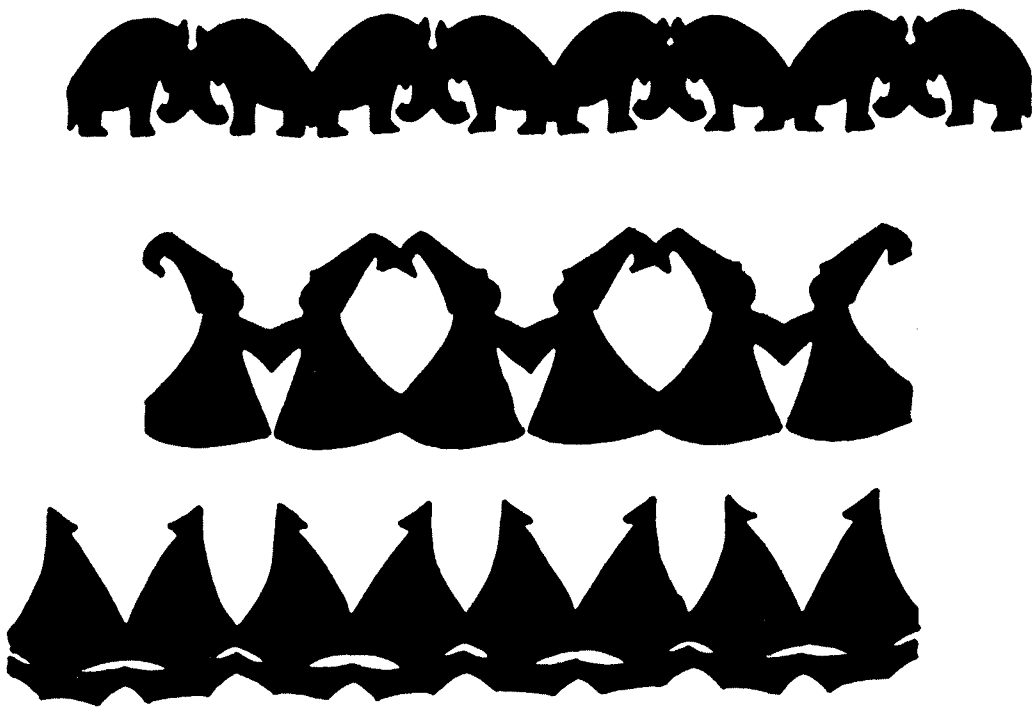
1.5.2. Ribambelles à motifs assymétriques :



On constate que :

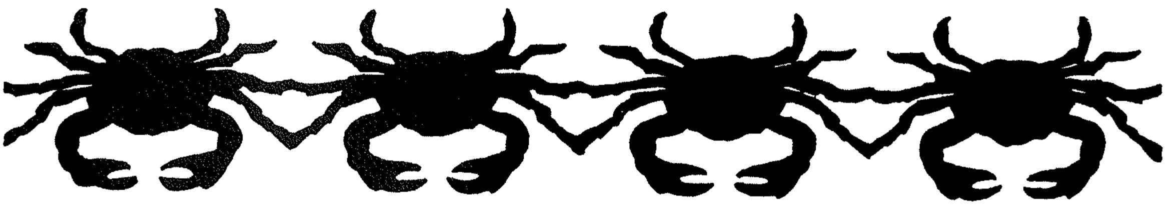
- deux motifs consécutifs sont symétriques par rapport au pli qui les sépare (on ne peut les superposer que par retournement),

- deux motifs séparés par un motif ou de même parité, si on les numérote, se déduisent l'un de l'autre par translation (Cf. partie C - page).



1.5.3. Ribambelles à motifs symétriques :

L'axe de symétrie étant parallèle aux plis de la ribambelle.



On constate que deux motifs consécutifs sont symétriques par rapport au pli qui les sépare et se déduisent l'un de l'autre par translation.

2. UTILISATION DE LA NOTION

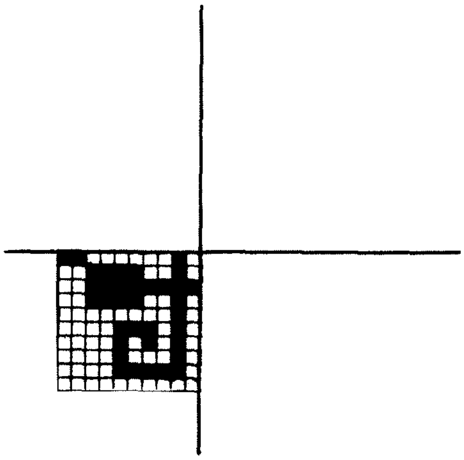
2.1. Repérage à l'aide d'un quadrillage

Ce procédé est utilisé en décoration dans l'élaboration de projets dessinés pour des :

- tissages de perles
- impressions sur tissu
- tricots
- tapisseries
- broderies

  etc...

Exemple d'un motif de broderie :



Le travail sur quadrillage peut être approfondi du point de vue mathématique. Pour cela consulter :

- "*Journal MATH-EQUIPE*" de E. GARRON (Hatier) fascicules 3 - 8 - 9 - 12.
- "*Itinéraire Mathématique*" de M.A. TOUYAROT et C. HAMEAU (Nathan) tome 2 - CM2.
- "*Mathématique contemporaine*" de THIRIOUX - GASPARI MIREBEAU - LEYRAT (Magnard) tome 2 - CM.

2.2. Réalisation de rosaces

A partir de l'observation d'une rosace de cathédrale (en vrai, en diapo, en carte postale...) réalisation d'une rosace selon la technique du vitrail.

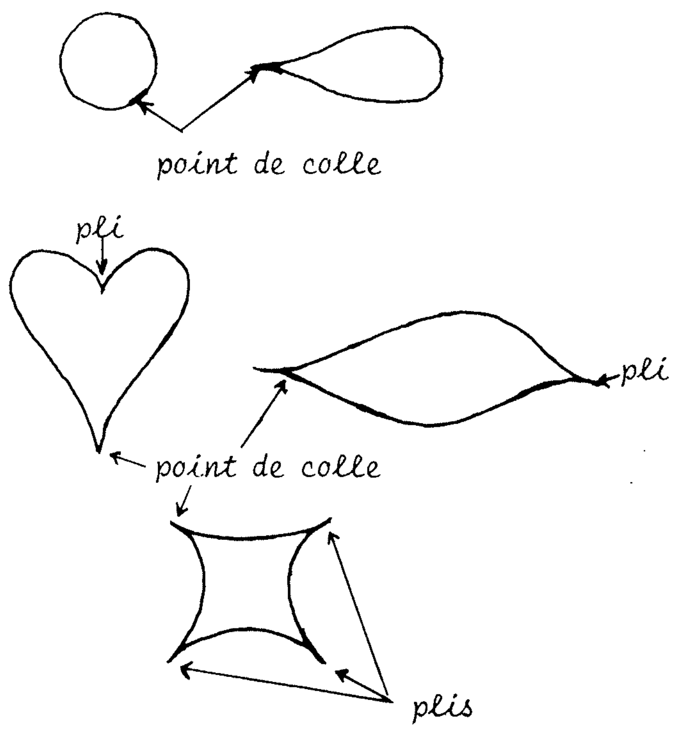
Par exemple, on dessine le quart de la rosace et on "reproduit" le reste en utilisant le papier calque.

2.3. Décoration

2.3.1. Décoration à partir de bandelettes de papier

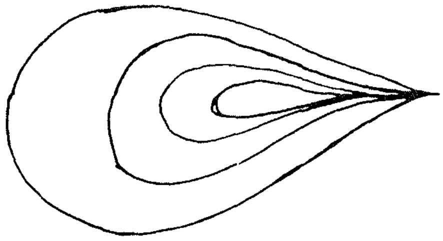
* On prépare des bandes de papier de longueurs différentes.

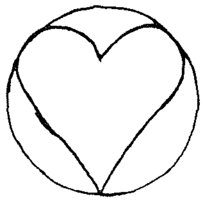
* Les bandelettes de papier sont fermées par collage ou agrafage. On obtient des formes différentes :



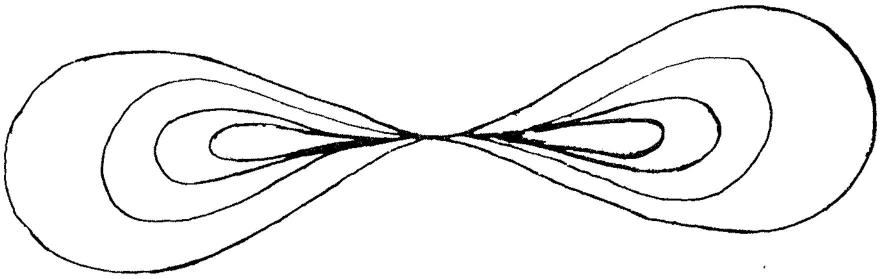
Tous ces éléments sont présentés en coupe.

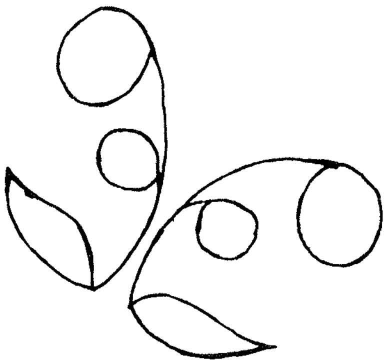
* Divers éléments peuvent être combinés :

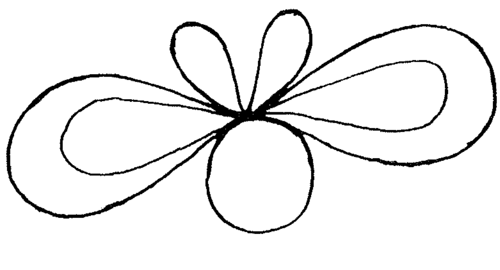




* On peut organiser ces assemblages pour réaliser des motifs ayant des axes de symétrie.







2.3.2. Décoration avec des copeaux, du bois déroulé, etc..

Le même travail peut être fait avec ces matériaux.

2.3.3. Ce principe de réalisations de motifs présentant une symétrie par élaboration "approximative" de la symétrie (c'est-à-dire sans intermédiaire rigoureux comme le calque ou le quadrillage envisagés précédemment) se retrouve dans d'autres occasions par exemple lors de la décoration de réalisations en terre.

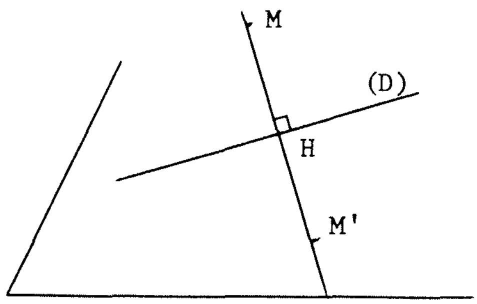
2.4. Fils tendus

(voir la partie A.)

3. POINT DE VUE MATHEMATIQUE

3.1. Définition de la symétrie par rapport à une droite

Dans le plan, la symétrie par rapport à une droite donnée (D) est la transformation ponctuelle qui à tout point M du plan fait correspondre le point M' obtenu de la manière suivante :



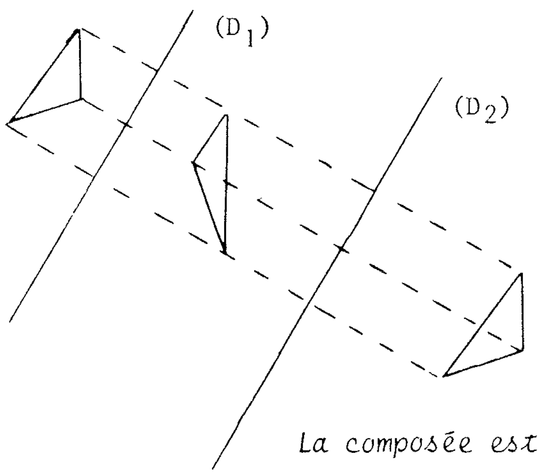
On construit la perpendiculaire à (D) passant par M. Soit H son point de rencontre avec (D). Sur cette perpendiculaire, on place M' tel que :

$$MH = M'H.$$

3.2. Composition de deux symétries

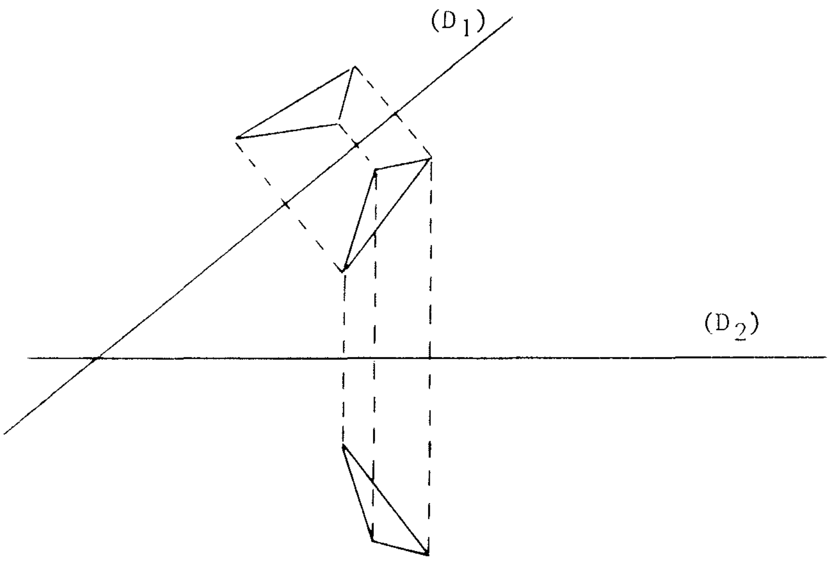
Lorsqu'on compose deux symétries, l'une par rapport à une droite (D_1), l'autre par rapport à une droite (D_2), qu'obtient-on ?

3.2.1. Si (D_1) et (D_2) sont parallèles,



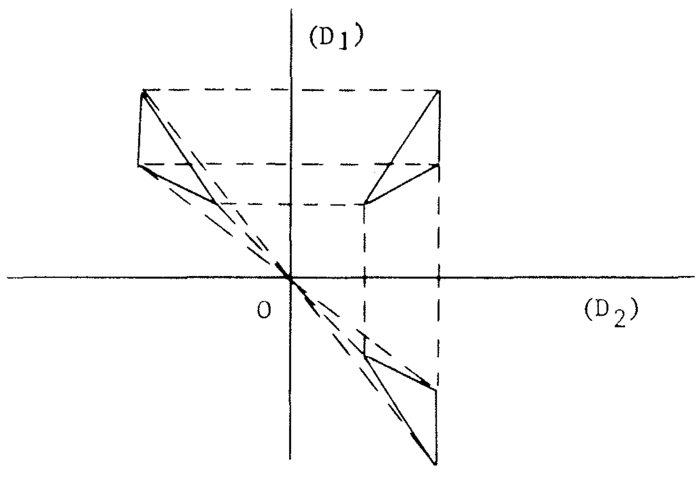
La composée est une translation.

3.2.2. Si (D_1) et (D_2) sont sécantes,



La composée est une rotation.

et dans le cas particulier où (D_1) et (D_2) se coupent à angle droit, la rotation obtenue est la symétrie par rapport au point O de rencontre de (D_1) et (D_2).



B.2. - La symétrie en grande section de maternelle.

M. AUBURTIN E.N.F. Maxéville
Mme LAMBERT Maîtresse d'application

- Des exercices sur la symétrie (symétrie orthogonale par rapport à une droite ou par rapport à un plan) ont été réalisés dans une grande section de maternelle en avril et mai 1974.

- Débordant du cadre des mathématiques, ces exercices ont été intégrés aux diverses activités de la classe : travaux manuels, dessin, rythme, exploration de l'espace,...

- Nos objectifs étaient de faire découvrir les propriétés de la symétrie orthogonale par rapport à une droite ou à un plan, et de les faire utiliser par les enfants. Nous sommes arrivés à la composition de symétries.

1. IL Y A EU DEUX PHASES ESSENTIELLES DANS CE TRAVAIL

1.1. Approche intuitive de la notion :

1.1.1. * Utilisation de miroirs (placer un objet, regarder son image, déplacer l'objet, que fait l'image ?)

* Utilisation de baguettes ou de traits symbolisant un miroir : (Deux enfants placés face à face de part et d'autre d'une baguette, l'un joue le rôle de l'image de l'autre. Un objet occupe diverses positions, un objet de même nature représente son image).

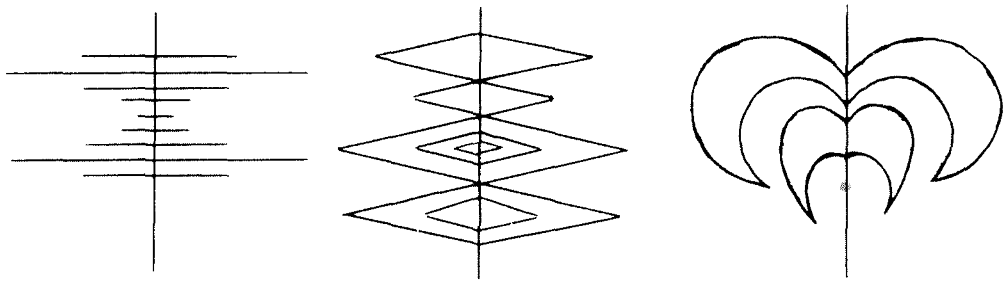
* Observation, puis dessin des mains (elles sont "contraires"). Dessin de moufles à l'aide d'un patron, ces moufles sont ensuite décorées comme si elles se regardaient dans une glace placée entre elles.

* Constructions réalisées en salle de jeu ainsi que leur symétrique par rapport à un plan vertical symbolisé par une corde.

* Evolutions d'enfants de part et d'autre d'une corde.

* Transcription graphique des exercices réalisés en salle de jeu.

* Dessins des deux mains effectués de part et d'autre d'un trait :



sur papier non quadrillé et après avoir joué au chef d'orchestre.

1.1.2. Les résultats ne sont pas parfaits, certains enfants ne sont pas satisfaits de leurs réalisations sauf en salle de jeu où le sol quadrillé permet un repérage.

1.2. Approche mathématique

Pour améliorer les résultats, on utilise :

. du papier calque,
. du fusain, de la peinture.. (principe de la tache),
. des découpages,
. du papier quadrillé (ou le sol quadrillé de la salle),

ce qui permet un repérage de noeuds du quadrillage et de leurs symétriques par rapport à une droite du quadrillage, de chercher les symétriques de pentaminos placés sur le quadrillage.

2. AU COURS DE CES SEANCES, LES ENFANTS ONT :

2.1. Recherché le symétrique d'un objet par rapport à un axe (ou un plan) qui n'est pas axe (ou plan) de symétrie de l'objet, par rapport à deux axes (ou deux plans) de symétrie orthogonaux qui ne sont pas axes (ou plans) de symétrie de l'objet.

2.2. Distingué ou construit des objets ayant un axe ou un plan de symétrie :

- Un pentamino p_1 et son symétrique p_2 par rapport à une droite sont placés. Peut-on amener p_1 en coïncidence avec p_2 en le faisant uniquement glisser ou faut-il le retourner ?
- Des lettres sont dessinées ainsi que leurs symétriques. Quelles sont celles qui sont conservées ?
- Une feuille est pliée en deux : "dessiner la moitié de quelque chose et découper le dessin de manière à avoir la chose en entier".

2.3. Obtenu par découpage des formes ayant deux axes de symétrie perpendiculaires :

- Consigne donnée aux enfants : "couper dans une feuille pliée en quatre, de manière à obtenir une forme (si possible connue) et une seule". Aucune autre indication n'est donnée.
- Après une phase de tâtonnements, les enfants ont découpé des carrés, des disques, des losanges, des rectangles, des ovales... et sont arrivés à la conclusion qu'avec la consigne donnée ils ne pourraient jamais obtenir de triangle alors que si la feuille n'est pliée qu'une seule fois, c'est possible.

<u>DES SEANCES DE TRAVAUX MANUELS réalisées parallèlement</u> à ces activités ont aussi été consacrées à la symétrie :

. Découpages de ribambelles, napperons en papier...

. Construction de mobiles dont les éléments ont au moins un axe de symétrie.

. Découpage d'objets dans du carton plié en deux (bonshommes, bouteilles.. Ces objets sont ensuite décorés, habillés en respectant l'axe de symétrie).

C TRAVAUX GEOMETRIQUES A PARTIR DU MODULE COCOTTE

BUT DES ACTIVITES MANUELLES :

- pliage, découpage, collage en vue d'agencements décoratifs
- sérigraphie, impressions, mosaïques, technique du vitrail...
- modelage.

G. FREYBURGER (Nancy) - *M. AUBURTIN (Maxéville)*

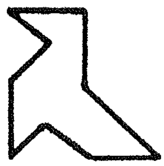
C.1. - La Cocotte

1. Elle est obtenue par pliage à partir d'un carré. Les manipulations peuvent s'effectuer à partir d'instructions codées ou elles peuvent aboutir à une transcription.

2. Etude de la forme :

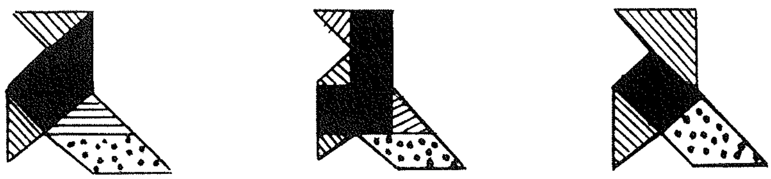
2.1. Le contour

C'est un polygone non convexe, non croisé de 9 côtés.
Recherche des côtés isométriques ;
Comparaison des différentes longueurs des côtés.



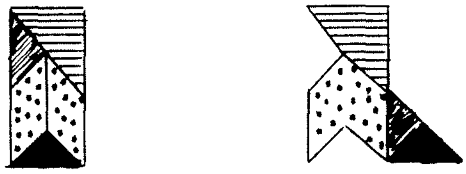
2.2. La surface

* Décomposition en formes simples (carré, triangle, trapèze..)



Puzzles

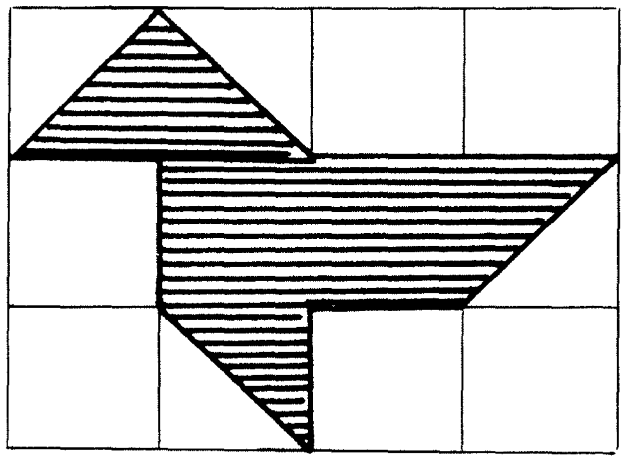
Activité permettant d'obtenir des puzzles et des tangrams..



tangrams

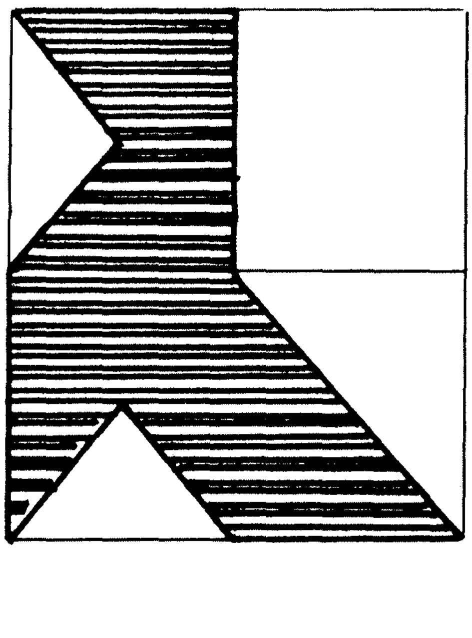
* Son insertion dans un carré ou un rectangle (utilisation d'un quadrillage)

dans un rectangle



Son aire est le tiers de celle du rectangle.

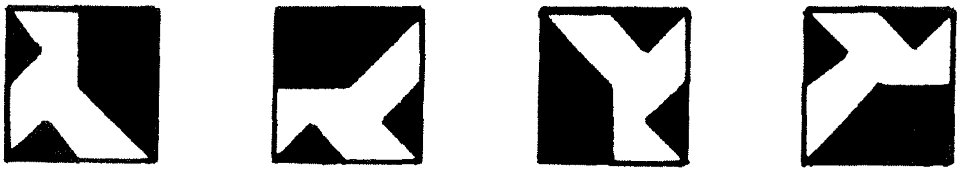
dans un carré



Son aire est moitié de celle du carré où on l'inscrit. En fait on n'utilise que les 3/4 du carré.

* Différentes manières de la placer dans ce carré :

il y a huit manières différentes qui peuvent être obtenues à partir de l'une d'entre elles en utilisant les isométries du carré.

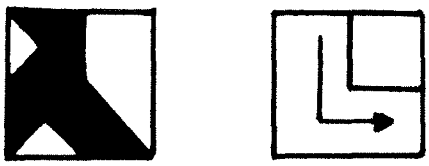


Par rotation

Puis par symétrie

On peut chercher :

Un codage pour représenter chaque position.



un exemple.

C.2. - Recherche de décors

Constitution de frises, ribambelles, de décors plans,réseaux.

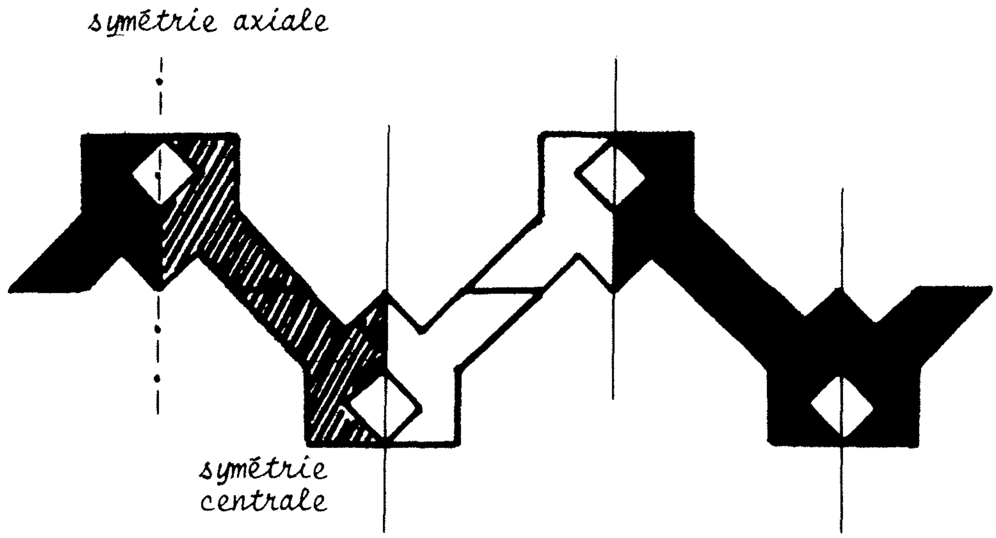
1. A partir d'une cocotte

par utilisation, en particulier, de translations, symétries, rotations. On peut fixer au départ des règles de manipulation (glisser, retourner, etc..)

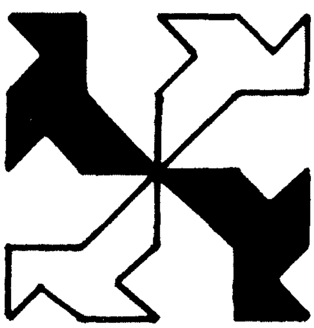
On peut, pour la recherche :

- utiliser plusieurs cocottes de même taille,
- utiliser un gabarit aux deux faces différentes (recto verso),
- utiliser un pochoir...

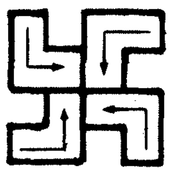
<u>Exemples</u> :



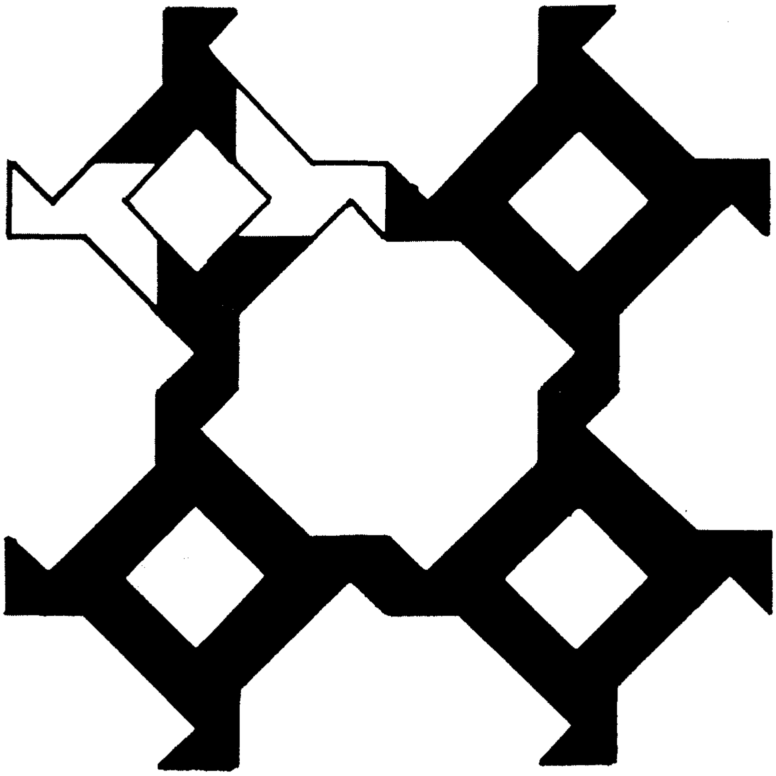
Translation du motif

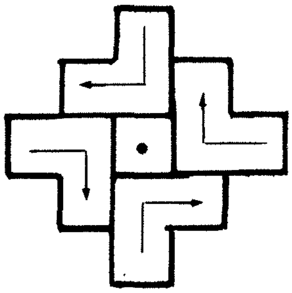


Rotations successives d'un quart de tour autour de l'extrêmité de la queue.



Motif codé.





*Dans le motif de base
rotations successives
d'un quart de tour
autour d'un point.*

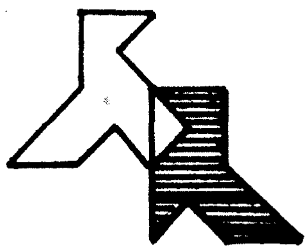
*Translation du motif
dans les deux directions.*

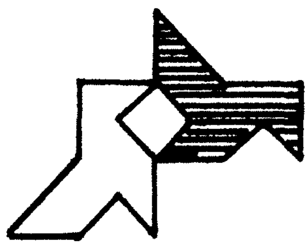
2. A partir de deux cocottes de même taille

* Par juxtaposition

Elles peuvent se toucher :

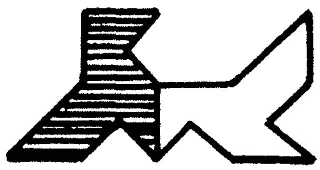
- uniquement par les sommets

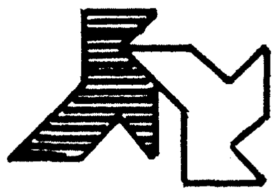




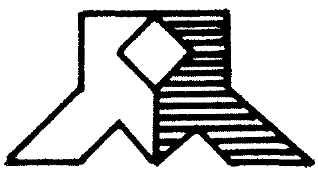
- uniquement par segments

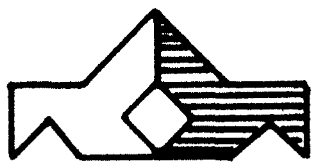
un côté de l'une est entièrement en contact avec tout ou partie d'un côté de l'autre.





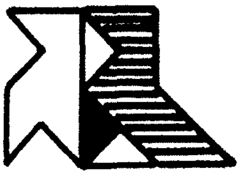
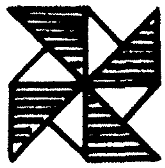
- par sommets et côtés



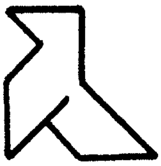
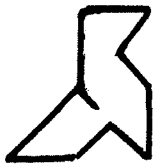
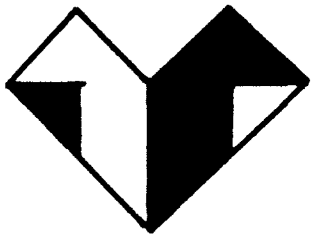


Par pliage sur ces segments, constructions dans les trois dimensions (pliage accordéon par exemple).

* Par superpositions partielles

* par emboitements (par le moyen de fentes)

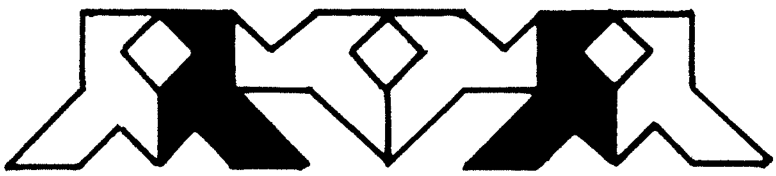
  

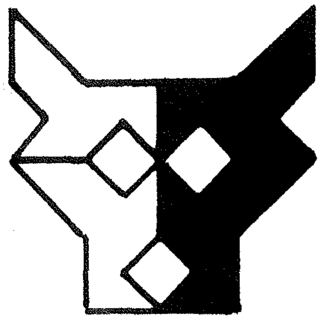
On peut ainsi obtenir, par ce moyen, des constructions en trois dimensions.

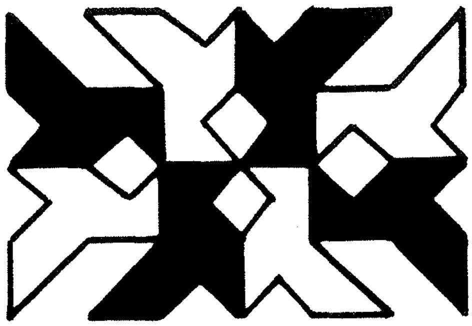
Les motifs obtenus peuvent être le point de départ de frises et de décors-plans.

3. Généralisation avec plus de deux cocottes de même taille

Exemples :





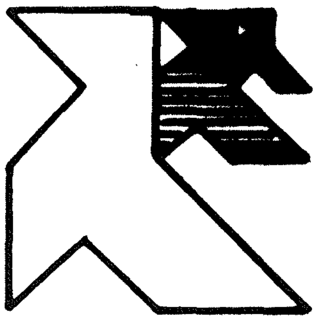


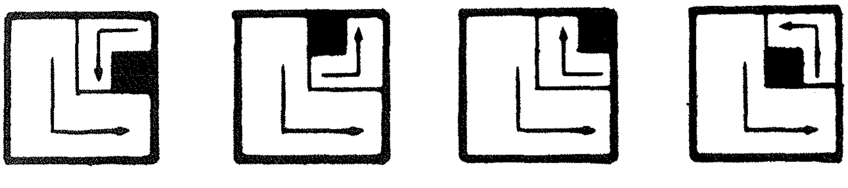
4. A partir de deux ou plusieurs cocottes de tailles différentes

Cas particulier de figures homothétiques :
rapport d'aires = 1/4 , de longueurs = 1/2.

* juxtaposées et inscrites dans un carré

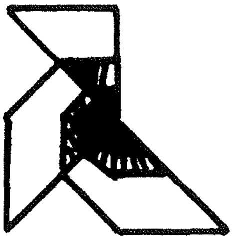
(de nombreuses possibilités, compte tenu de leur orientations relatives).

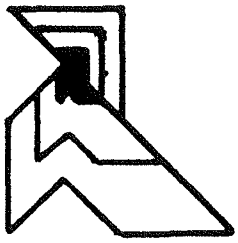




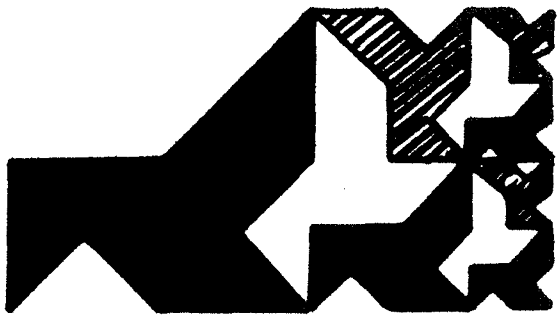
Quelques exemples.

* superposées





* imbriquées



C.3. - Déformation de la cocotte   Schéma d) page 6

C.4. - Solides

Construction de solides ayant la forme "cocotte" :

- par exemple en utilisant des cubes et prismes rectangulaires en polystyrène, en terre, en bois...
- ou en partant de patrons pour obtenir différents volumes que l'on assemble ensuite.
- d'un patron de la cocotte.

D ORIGAMIS

D.1. - Principe

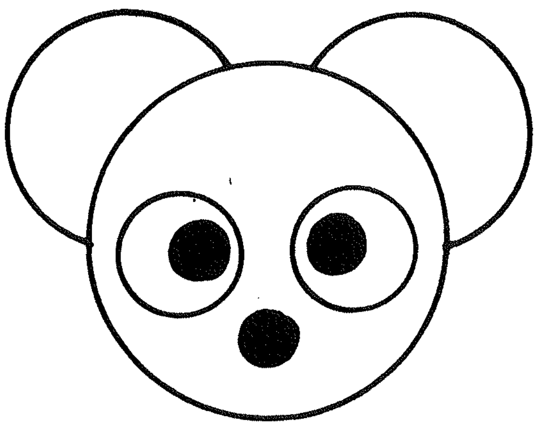
Les origamis sont des exercices de pliage d'origine japonaise respectant les règles suivantes :

1. DANS UNE MEME COMPOSITION, ON UTILISE TOUJOURS LA MEME SURFACE GEOMETRIQUE.

Remarque : le disque peut être utilisé à tous les niveaux, depuis la maternelle. Il est plus difficile à découper que le carré, le rectangle ou le triangle mais beaucoup plus facile à plier et les compositions à partir de disques sont plus esthétiques.

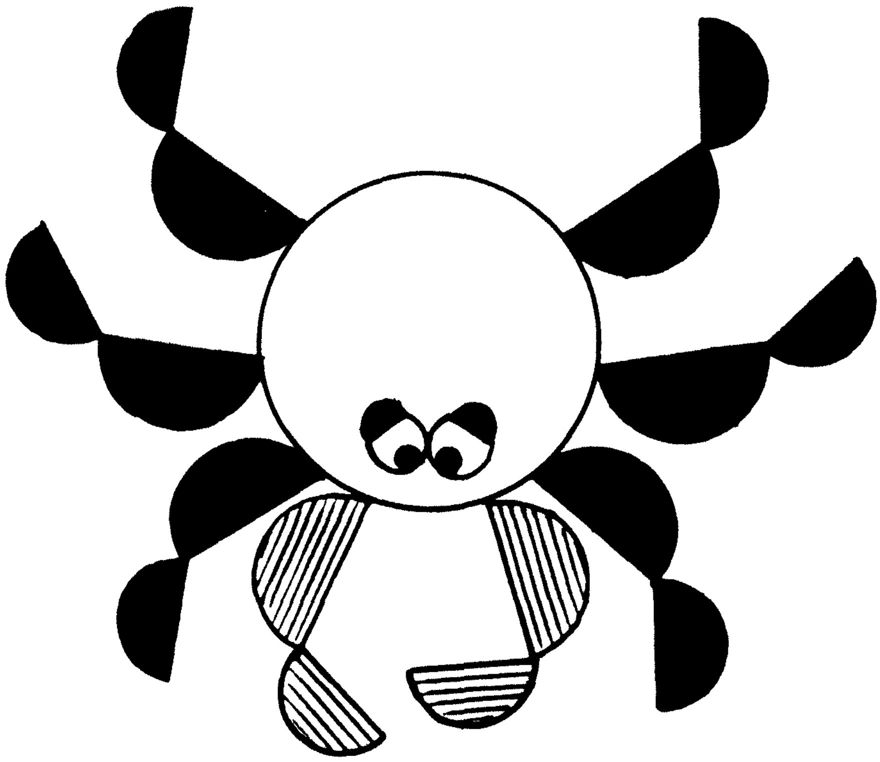
2. CETTE FIGURE PEUT ETRE UTILISEE

2.1. Sans pliage



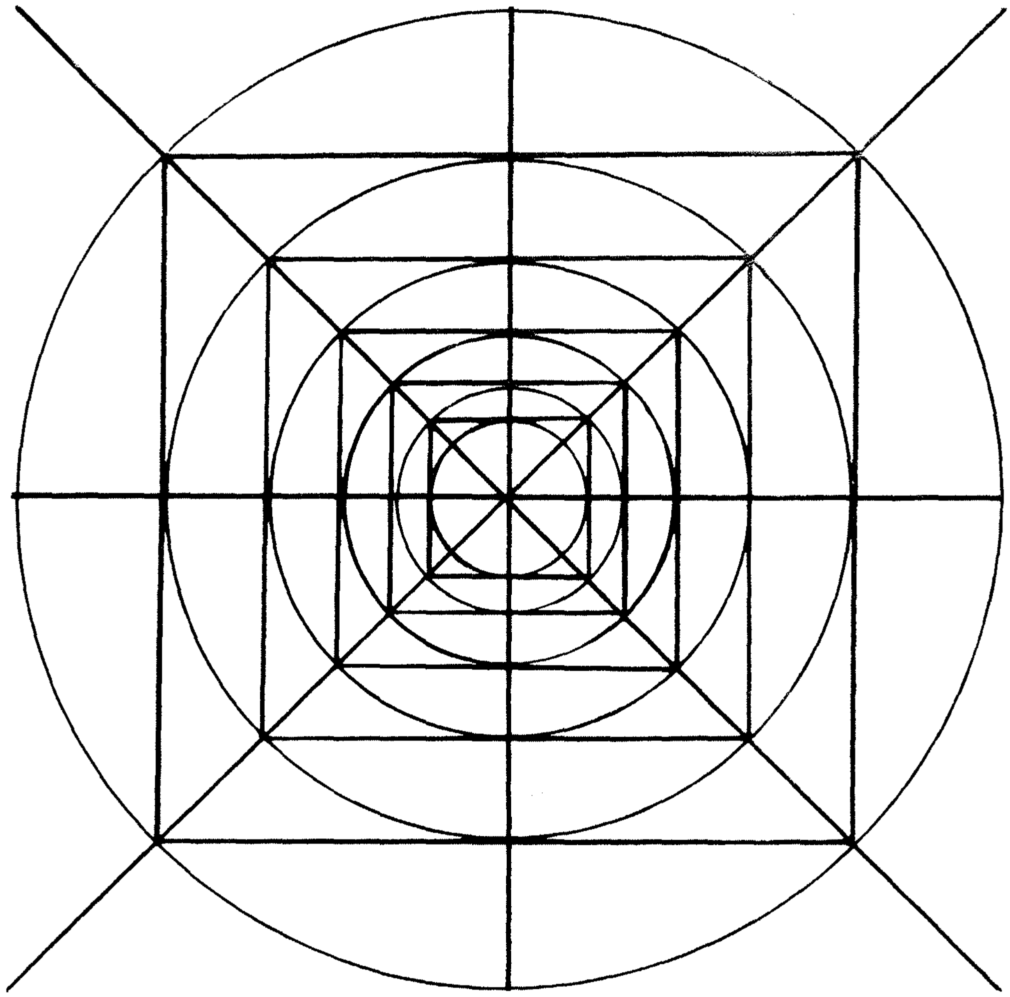
<u>2.2 Avec pliage</u> : suivant des lignes précises (diamètre, cordes diverses) ou des lignes fantaisistes car la surface peut être entaillée pour permettre le repli, mais elle doit toujours rester d'un seul tenant.

Le collage doit permettre le dépliage intégral de la figure pliée.



3. LES ELEMENTS GEOMETRIQUES DOIVENT REPONDRE A CERTAINES PROPORTIONS.

Les diques sont obtenus par la construction suivante qui peut être l'objet d'une recherche mathématique.



Comment trouver les rayons des disques :

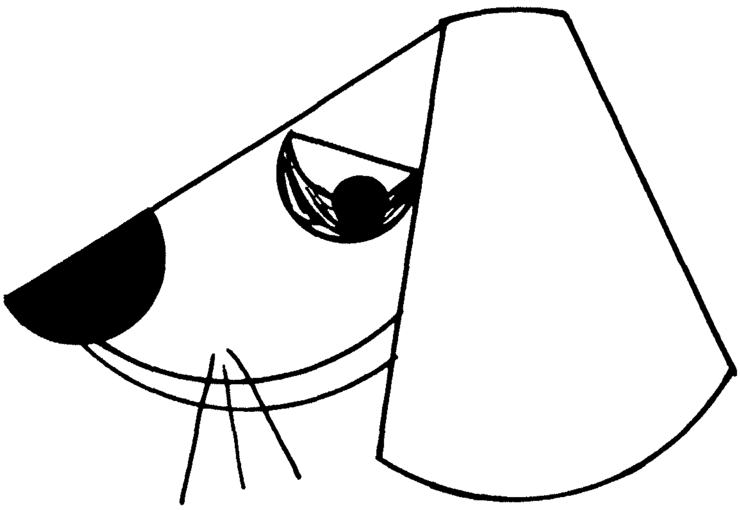
- par pliage ?
- par tracés ?

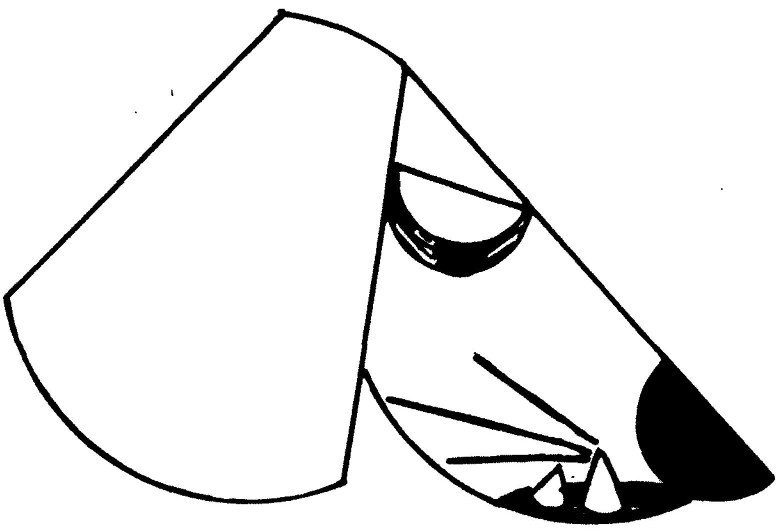
Pour une même composition on peut utiliser tous les disques de la série ou seulement une partie d'entre eux.

4. LES DETAILS qui ne peuvent pas être obtenus par pliage sont dessinés au crayon feutre.

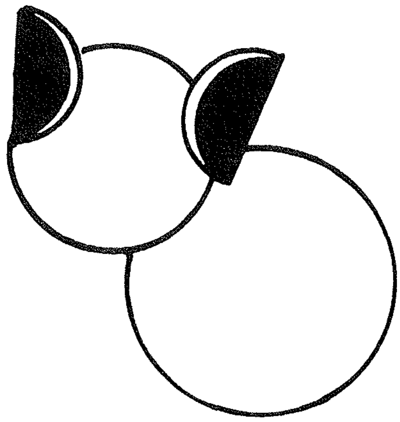
D.2. - Différentes réalisations.

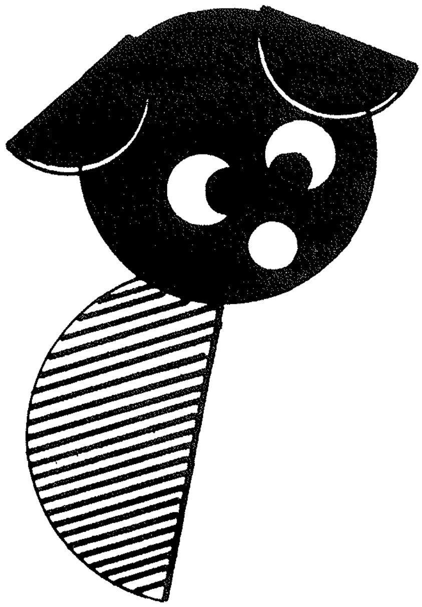
1. RECHERCHE D'EXPRESSION



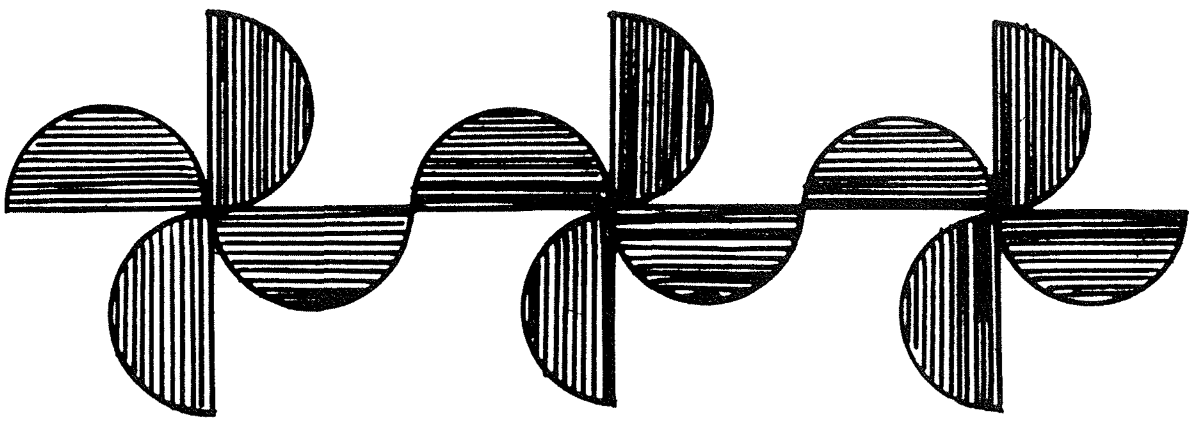


2. RECHERCHE D'ATTITUDES



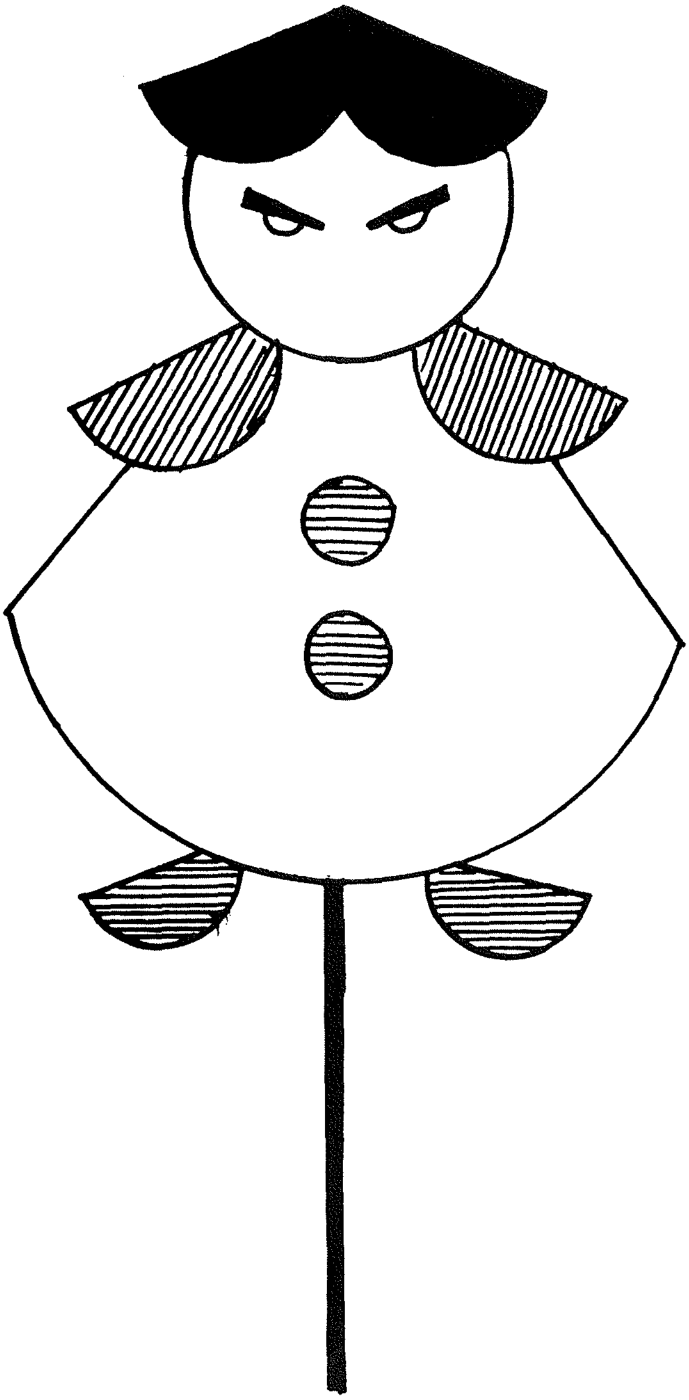


3. FRISES



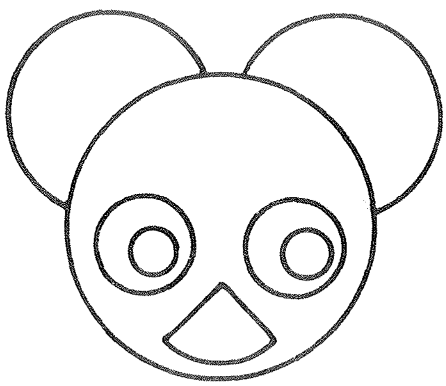
4. SUJETS QUI PEUVENT SE TENIR DEBOUT

5. MAROTTES



6. CONSTRUCTION D'UN MATERIEL DE TYPE "BLOCS LOGIQUES"

Il est possible de fabriquer, à l'aide de la technique des Origamis, des têtes d'oursons semblables au modèle ci-dessous :



On décide alors de colorier ces figures en carton ou de les habiller de papier de couleur. Les oreilles seront jaunes, oranges, brunes ou noires. Les têtes pourront être jaunes ou brunes, et les museaux seront noirs ou oranges.

On obtient ainsi seize types de têtes d'oursons.

Décrire une tête en énonçant trois couleurs amène les enfants à la notion de triplet, et ce matériel permet de pratiquer toutes les activités comparables à celles envisagées avec des blocs logiques traditionnels.

E- CONSTRUCTION SIMPLE ET A PEU DE FRAIS DE CIRCUITS ELECTRIQUES

E.1. - Matériel

(voir page suivante, description du matériel)

E.2. - Plans concernant la fabrication de l"appareil"
(voir pages suivantes).

E.3. - Document d'accompagnement

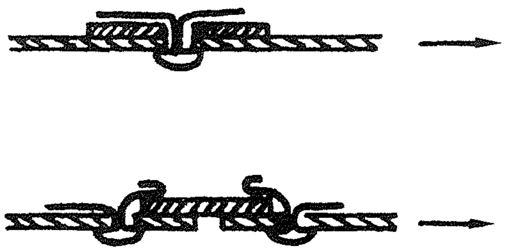
Par Monsieur SEYVOZ
(E.N.G. - AIX)

E.1. - MATERIEL : carton d'environ 1,5mm d'épaisseur, 14 attaches parisiennes n° 9 (35mm), 1 pile 4,5 v, 1 ampoule, 2 élastiques, des bouts de fils électriques.

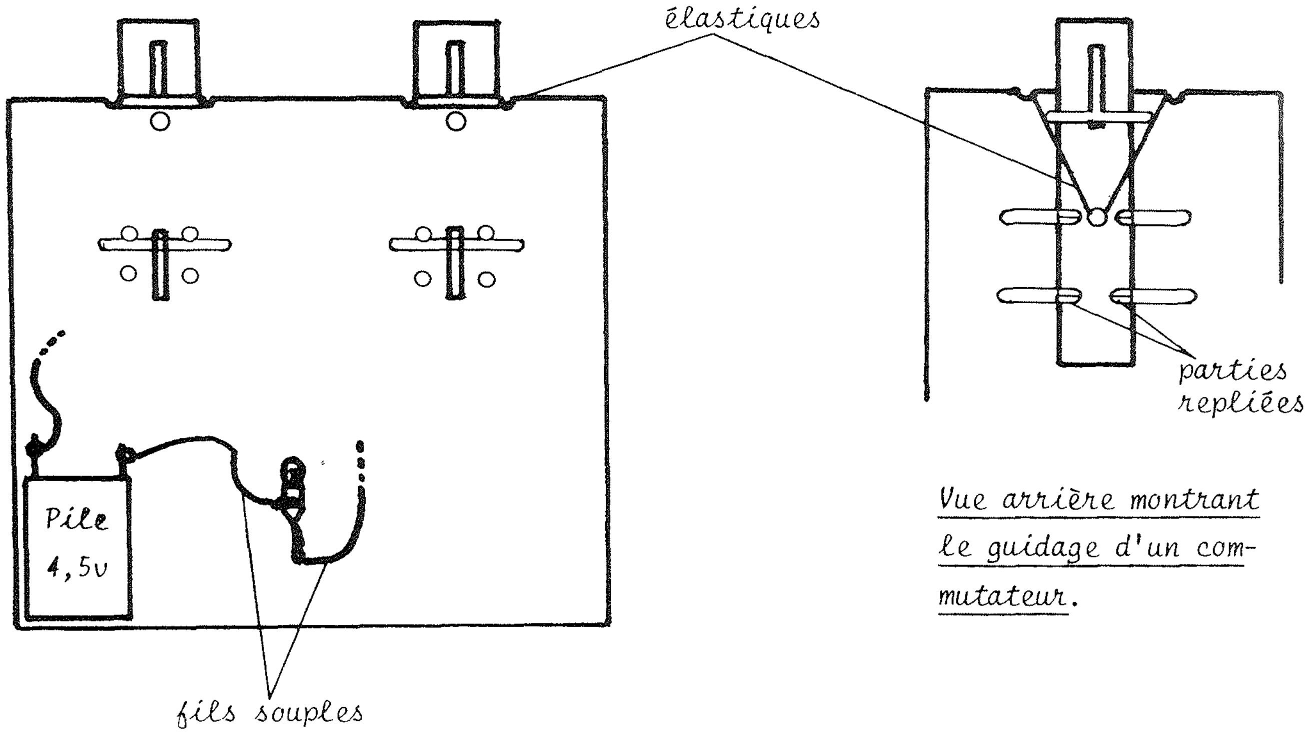
E.2. - APPAREIL permettant de réaliser des circuits électriques

2 commutateurs tous les connecteurs logiques d'ordre 2. (Voir document).

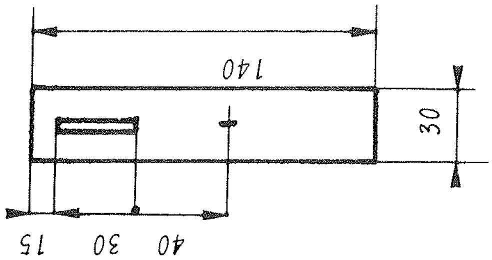
coupes



détail : fixation de l'ampoule

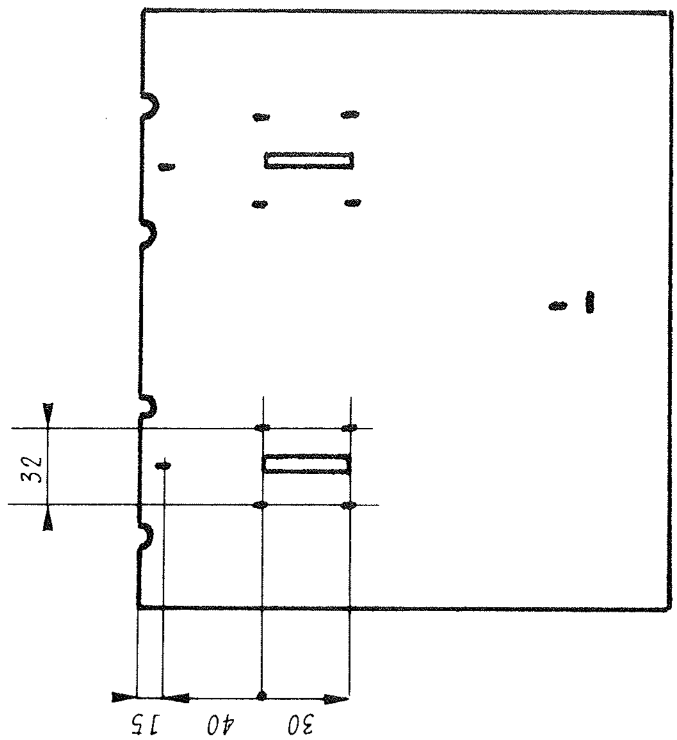


Vue arrière montrant le guidage d'un commutateur.



Bouton-poussoir

Carton (épaisseur 1,5mm environ)



Support

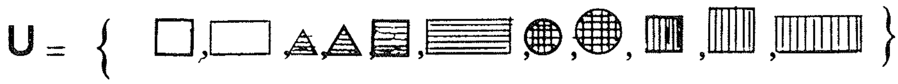
E.3. - DOCUMENT D'ACCOMPAGNEMENT

Ce document a pour but de montrer les analogies qui existent entre les ensembles (langage et opérations) , la logique (vocabulaire et tables) et les circuits électriques qui permettent d'illustrer ces différentes notions.

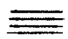
Grâce à ces analogies les notions confrontées "s'éclairent" mutuellement, ce qui facilite la compréhension de chacune d'elles.

Présentation du matériel

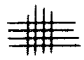
1. Pour les ensembles on utilisera l'ensemble **U** (univers) suivant :



Les objets de cet univers peuvent être classés suivant divers critères : de forme, de taille ou d'aspect. Pour des commodités de rédaction et d'impression on utilisera, presque uniquement les critères d'aspect, à savoir :

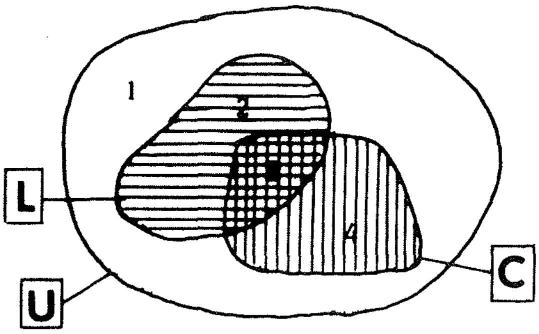
 hachuré en lignes : codé L et l'ensemble correspondant **L**

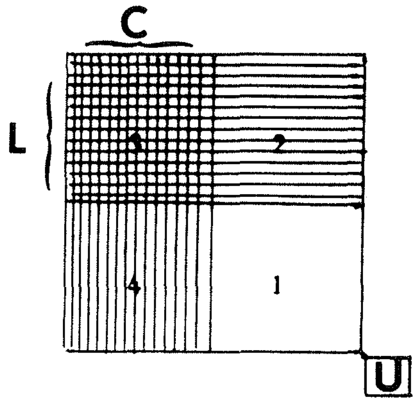
 hachuré en colonnes : codé C et l'ensemble correspondant **C**

 hachuré dans les deux directions : LC ou Q (pour quadrillé) et pour les trois, sans précision, hachuré : codé H.

Les réponses aux questions posées seront codées : A pour les réponses affirmatives, N pour les réponses négatives.

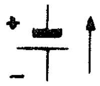
Enfin, on pourra, à tout moment, se rapporter avec profit aux diagrammes suivants, dans lesquels on peut placer les éléments de **U** (ce qui est schématisé par les hachures).

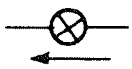




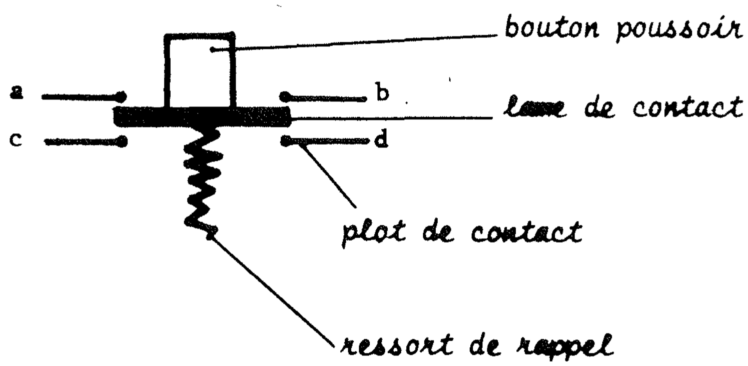
n.b. ne pas confondre les zones (parties) 1, 2, 3 et 4, qui se correspondent dans les deux diagrammes, avec les éléments de **U** qui ne sont pas figurés ici.

2. <u>Le circuit électrique est composé</u> :

- d'une pile 

- d'une ampoule 

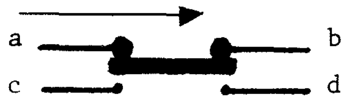
- et de deux <u>commutateurs</u> (contacteur-interrupteur)



Dans la suite le schéma sera simplifié : le bouton-poussoir et le ressort de rappel ne seront pas représentés.

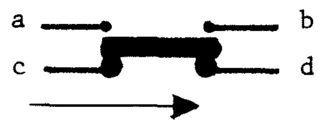
FONCTIONNEMENT-UTILISATION D'UN COMMUTATEUR

1°) Dans la position "repos" (sans action sur le poussoir) codée 0



le courant passe de a à b.

2°) Dans la position "travail" (avec action sur le poussoir) codée 1



le courant passe de c à d.

En ce qui concerne l'ampoule, ses états seront codés :

0, pour éteinte, 1 pour allumée.

3. Les tables de logique seront construites par analogie avec celles des ensembles et surtout des circuits, on codera V pour vrai, F, pour faux.

Un exemple concret sera proposé à titre d'illustration.

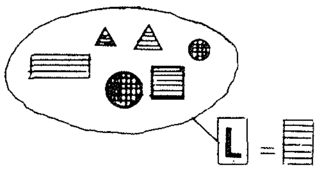
Etude des analogies

ENSEMBLES

1. DETERMINATION

L'objet	est L
	N
	A
	A
.	
.	
etc..	

On passe en revue tous les éléments de l'univers et l'on rassemble les objets ayant le critère L



les autres éléments sont laissés de côté.

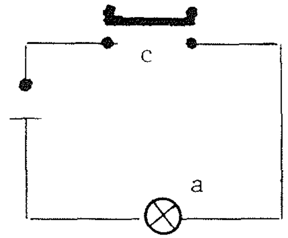
Si $\mathcal{L}$ est la proposition "être L", $\mathcal{L}$ (x) voudra dire :

"x est un objet L" et on notera :

$$L = \{ x,\ x \in U / \mathcal{L}(x) \}$$

CIRCUITS

CONTACTEUR



c	a
0	0
1	1

l'ampoule a est allumée lorsqu'on actionne le contacteur c.
On constate que a = c.

LOGIQUE

AFFIRMATION

P
F
V

une proposition P peut être vraie ou fausse :

exemple :

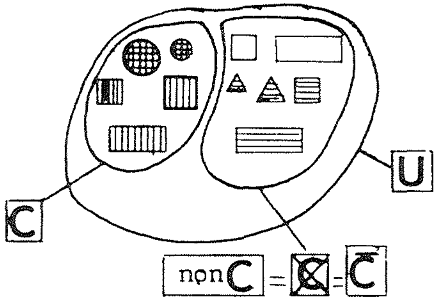
P : "demain c'est Dimanche".

2. COMPLEMENTAIRE : $\complement$

l'objet	est C	n'est pas C
	N	A
	N	A
	A	N
	A	N

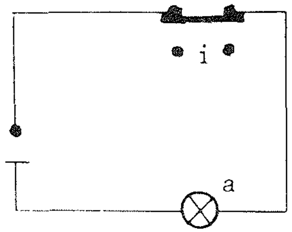
.
.
ect..

d'où le classement



$$\bar{C} = \complement_U C = \{ x,\ x \in U / \neg \mathcal{C}(x)\}$$

INTERRUPTEUR



i	a
0	1
1	0

la lampe n'est pas allumée
quand on actionne l'interrupteur.
On constate que :

$a = \bar{i} = 1 - i$

NEGATION $\neg$

P	$\neg$P
F	V
V	F

P : "demain ce n'est pas Dimanche".

- remarquer sur chaque ligne l'opposition A, N (respectivement 0, 1) donc V, F pour les tables de logique.
- attention à l'emploi du "non" : ne pas dire, par exemple : "cet objet est non-rouge" à la place de : "cet objet n'est pas rouge" car on confond alors un symbole désignant un ensemble avec la qualité des objets de l'ensemble.

Si **E** est un ensemble d'objets d'un univers **F**, ayant la qualité $\mathcal{E}$, $\boxed{\text{non } \mathbf{E}}$ doit se lire : "ensemble des objets qui n'ont pas la qualité $\mathcal{E}$" au lieu de : "ensemble des objets qui ont la qualité non $\mathcal{E}$".

2 bis. COMPLEMENTAIRE D'UN COMPLEMENTAIRE

"Cet objet n'est pas un élément de l'ensemble non $\mathbf{C}$ " revient à dire : "cet objet est un élément de l'ensemble $\mathbf{C}$.

$$\overline{\overline{i}} = \overline{1-i} = 1-(1-i) = i$$

NEGATION D'UNE NEGATION

P	P'= ┐P	P"= ┐P'= ┐(┐P)
F	V	F
V	F	V

┐(┐P) = P

┐(┐P) : "demain cela ne peut pas ne pas être Dimanche".

3. INTERSECTION : $\cap$

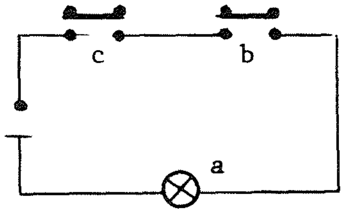
l'objet	est L	est C	est Q
	N	N	N
	N	A	N
	A	N	N
	A	A	A

etc..

remarquer que être quadrillé c'est être à la fois hachuré en lignes et en colonnes.

$$\mathbf{Q} = \mathbf{L} \cap \mathbf{C} = \{ x,\ x \in \mathbf{U} \,/\, (\mathcal{L} \wedge \mathcal{C})\ (x) \}$$

CONTACTEURS "EN SERIE"



c	b	a
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

l'ampoule a est allumée quand on actionne les contacteurs a et b simultanément et seulement dans ce cas. On constate que :

$$a = c \times b$$

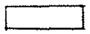
CONJONCTION : ET $\wedge$

P	Q	(P∧Q)
F	F	F
F	V	F
V	F	F
V	V	V

soit Q : "demain il fera beau".

(P∧Q) : "demain Dimanche il fera beau" condensé de : "demain c'est Dimanche et il fera beau".

4. REUNION : ∪

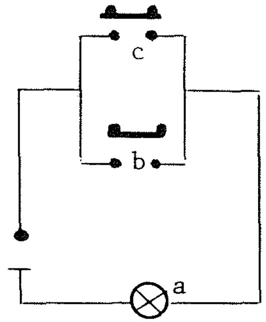
l'objet	est L	est C	est H
	N	N	N
	N	A	A
	A	N	A
	A	A	A

etc..

être H, c'est être soit L, soit C, soit Q ou encore c'est être hachuré dans une au moins des deux directions : on dira dans la direction L ou dans la direction C et enfin H = L <u>ou</u> C

(ce <u>ou</u> n'est pas exclusif).

CONTACTEURS "EN PARALLELE"



c	b	a
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

l'ampoule est allumée dès que l'on actionne au moins un des deux contacteurs :

$$a = b \dotplus c$$

(attention ; $1 \dotplus 1 = 1$)

DISJONCTION : ou ∨

P	Q	(P∨Q)
F	F	F
F	V	V
V	F	V
V	V	V

(P∨Q) : "demain c'est Dimanche <u>ou</u> il fera beau".

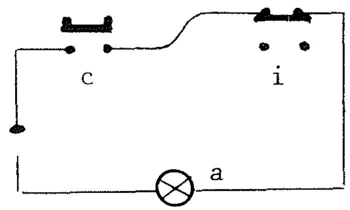
5. DIFFERENCE : −, \

l'objet	est L	est C	est L uniquement
	N	N	N
	N	A	N
	A	N	A
	A	A	N

être L uniquement c'est être L sans être C

$$L \setminus C = L \cap \complement_U C$$

CONTACTEUR-INTERRUPTEUR "SERIE"



c	i	a
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	0

l'ampoule est allumée quand on actionne le contacteur C sans actionner l'interrupteur i

$$a = c \times \bar{i}$$
$$= c \times (1-i)$$

DIFFERENCE : \

P	Q	(P\Q)
F	F	F
F	V	F
V	F	V
V	V	F

(P\Q) : "demain Dimanche il ne fera pas beau", condensé de : "demain c'est Dimanche et il ne fera pas beau". (P∧¬Q).

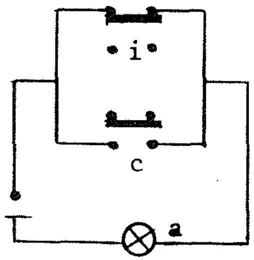
6. INCLUSION : $\subset$

l'objet	est triangulaire	est L	n'est pas T ou est L
	N	N	A
	N	A	A
?	A	N	N
	A	A	A

dans U il n'existe pas d'élément pouvant se placer à la 3ème ligne, la seule où la réponse serait N, donc dans U un élément peut être quelconque, mais si il est T alors il est L.

$T \subset L$

CONTACTEUR-INTERRUPTEUR "PARALLELE"



i	c	a
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

$a = \bar{i} \dotplus c$

l'ampoule est allumée si l'on ne fait rien, mais si on actionne l'interrupteur alors il faut actionner le contacteur.

IMPLICATION $\Rightarrow$

P	Q	$P \Rightarrow Q$
F	F	V
F	V	V
V	F	F
V	V	V

$P \Rightarrow Q$: "si demain c'est Dimanche alors il fera beau".

$(P \Rightarrow Q) = (\neg P \vee Q)$

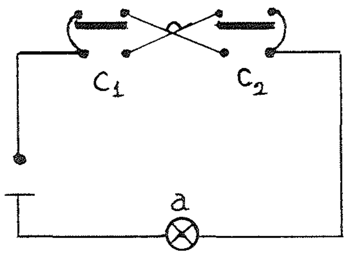
7. DIFFERENCE SYMETRIQUE : $\triangle$

l'objet	est L	est C	est hachuré dans une seule direction
□	N	N	N
▥	N	A	A
▤	A	N	A
●	A	A	N

etc..

être hachuré dans une seule direction s'est être hachuré L ou hachuré C mais pas les deux à la fois ; on dira L ou C en précisant que ce <u>ou</u> est exclusif.

CIRCUIT DE DILEMME "va et vient"



c_1	c_2	a
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

l'ampoule est allumée quand on actionne l'un des deux commutateurs sans actionner l'autre.

$$a = c_1\bar{c}_2 + \bar{c}_1 c_2$$

ALTERNATIVE : $\vee\!\!\vee$

P	Q	$(P \vee\!\!\vee Q)$
F	F	F
F	V	V
V	F	V
V	V	F

$(P \vee\!\!\vee Q)$: "demain c'est Dimanche <u>ou</u> il fera beau", condensé de "demain c'est Dimanche et il ne fera pas beau ou demain ce n'est pas Dimanche et il fera beau".

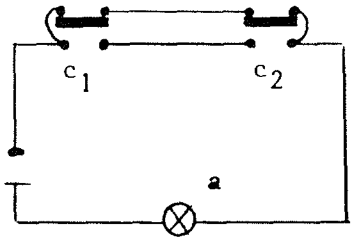
$(P \vee\!\!\vee Q)$: $[(P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q)]$

8. EGALITE : =

l'objet	est L	est disque	est H	est Q
□	N	N	N	N
▲	A	N	A	N
●	A	A	A	A
▥	N	N	A	N
etc..				

On remarque qu'il y a deux colonnes identiques : D et Q.
Etre D, c'est être Q et réciproquement d'où :

$$D = Q$$



c_1	c_2	a
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

l'ampoule n'est allumée que lorsque les deux commutateurs sont dans le même état.

EQUIVALENCE BI-IMPLICATION : $\Leftrightarrow$

P	Q	$(P \Leftrightarrow Q)$
F	F	V
F	V	F
V	F	F
V	V	V

$(P \Leftrightarrow Q)$: "Le Dimanche il fait beau et seulement ce jour là", condensé de : "demain c'est Dimanche et il fera beau ou ce n'est pas Dimanche et il ne fera pas beau".

$$(P \Leftrightarrow Q) = (P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow P)$$
$$= (\neg P \vee Q) \wedge (\neg Q \vee P)$$
$$= (\neg P \wedge \neg Q) \vee (Q \wedge P)$$

Remarques

1. Ce document est un résumé et doit être considéré comme une base de discussions et de travail. Il sera bon de chercher des situations (ensembles ou propositions) qui relèvent des schémas déjà cités ou de ceux qui seront proposés au § 4.

2. On aurait pu adjoindre au tableau 5. le tableau 5 bis avec :

   $Q \setminus P = Q \wedge \neg P$

3. En étudiant les tables on constate que :

   $(P \setminus Q = P \wedge \neg Q)$ et $(P \Rightarrow Q = \neg P \vee Q)$ sont négation l'une de l'autre.

De même pour $(P \veebar Q)$ et $(P \Leftrightarrow Q)$.

Les ensembles correspondants sont donc complémentaires.

4. On pourrait de la même manière étudier :

   $\neg P \vee \neg Q$, $\neg P \wedge \neg Q$, $\neg(P \vee Q)$, $\neg(P \wedge Q)$ et constater que :

   $\neg P \vee \neg Q = \neg(P \wedge Q)$: opération NAND ou de Scheffer notée $P \uparrow Q$

   $\underbrace{\neg P \wedge \neg Q = \neg(P \vee Q)}_{\text{formules de "De Morgan"}}$: opération NOR ou de Pierce notée $P \downarrow Q$

5. Toutes les opérations logiques peuvent s'exprimer au moyen des seules opérations $\neg$, $\vee$ et $\wedge$ qui constituent pour cette raison un système complétif. Il y a d'autres systèmes complétifs :

   $(\neg; \vee)$; $(\neg, \wedge)$; $(\neg, \Rightarrow)$; $(\uparrow)$; $(\downarrow)$ ...

6. <u>Exercice</u> : exprimer toutes les opérations décrites ici avec le système $(\neg, \Rightarrow)$ puis avec le système $(\uparrow)$.