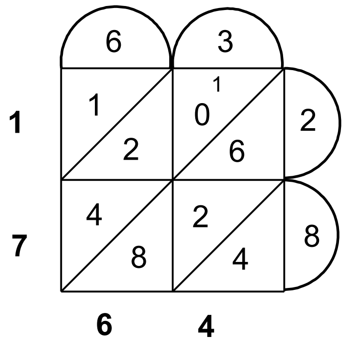
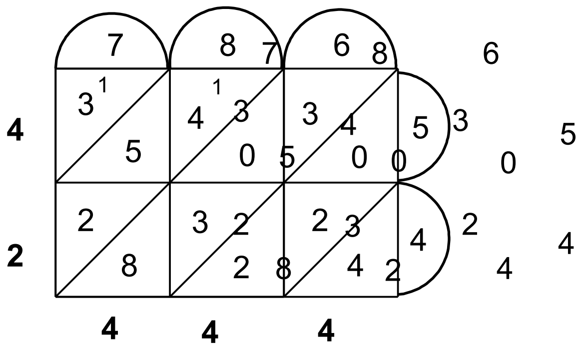
ACTIVITÉ... calculer avec de grands nombres

Denis TANGUAY
Université du Québec à Montréal (UQAM)

Note : on prépare le terrain, avant d'introduire la preuve standard de l'irrationalité de $\sqrt{2}$.

Problème 1
Voici le calcul des deux produits $63 \times 28 = 1\,764$ et $786 \times 54 = 42\,444$, effectué selon la méthode dite « du filet » ou encore « a gelosia[1] », que les Italiens de la Renaissance avaient emprunté aux Arabes. Expliquez comment et pourquoi la méthode fonctionne.





Problème 2[2]
Inspirez vous de la méthode *a gelosia* pour effectuer, en utilisant votre calculette **aussi efficacement que possible**, le calcul exact de

$$12\,345\,678\,987\,654\,321 \times 98\,765\,432\,112\,345\,678\,911\,111$$

Réponse : 1 219 326 319 935 985 367 718 334 250 495 354 060 631

Problème 3
Ayant obtenu 2 en élevant le quotient ci-dessous au carré avec sa calculatrice, votre beau-frère soutient mordicus que l'égalité suivante est vraie :

$$\sqrt{2} = \frac{695\,207\,535\,442\,577\,108}{491\,585\,962\,716\,343\,843}.$$

Déterminez s'il dit vrai en vous ramenant à une égalité entre produits d'entiers, que vous calculerez exactement en utilisant les méthodes que vous venez de développer.

Problème 4
Pouvez-vous vérifier cette égalité sans faire ces calculs ?

Indices : produit croisé et unicité de la décomposition des entiers en facteurs premiers.

---

[1] *Gelosia* signifie jalousie ou persiennes, à cause des lignes obliques du tableau qui suggèrent des persiennes.
[2] Les deux premiers problèmes sont inspirés de l'article « Petites calculatrices, grands nombres », J. Turgeon, *Bulletin AMQ*, Vol. 39, n°1, mars 1999.