

APPRENTISSAGE DE LA SYMÉTRIE ORTHOGONALE

EN FIN DE CYCLE 3

À L'AIDE D'UN LOGICIEL DE GÉOMÉTRIE DYNAMIQUE

Yasmina Chaachoua¹

Professeur des Écoles, Circonscription d'Échirolles (Isère)

La symétrie orthogonale dans l'enseignement primaire

Étude des programmes

D'après les programmes nationaux de 2002 de l'école primaire, l'élève doit être capable, à la fin du cycle 2, de percevoir un axe de symétrie d'une figure, de vérifier par pliage si une figure a un axe de symétrie et de produire le symétrique d'une figure par rapport à une ligne droite par pliage. Même si certaines activités proposées au cycle 2 visent la construction par pliage du symétrique d'une figure, la notion d'axe de symétrie reste prépondérante.

Au cycle 3, un des objectifs est de passer progressivement d'une géométrie où les objets et leurs propriétés sont contrôlés par la perception à une géométrie où ils le sont par la connaissance des propriétés et le recours à des instruments. Les activités proposées doivent être l'occasion pour l'élève d'élaborer et d'utiliser certains concepts géométriques en leur donnant du sens (perpendicularité, longueurs...) et de développer des compétences techniques liées au maniement d'instruments (l'équerre pour tracer les perpendiculaires, le compas pour reporter des longueurs, le calque...). Il est aussi noté dans le document d'application que les activités du domaine géométrique ne visent pas des connaissances formelles, mais des connaissances fonctionnelles qui prennent naissance dans la résolution de problèmes et qui donneront par la suite du sens au savoir. Les problèmes proposés portent sur des figures sur papier, sans abuser des supports quadrillés, ou sur écran d'ordinateur. Les logiciels de géométrie dynamique pourront faire l'objet d'une première utilisation en liaison et sans se substituer pour autant à la feuille de papier.

¹ Cet article présente une recherche réalisée dans le cadre du mémoire professionnel de PE2 par Chaachoua Y. et Derbre A. (IUFM de Grenoble, 2004).

Tandis que l'étude systématique de la symétrie axiale relève de la sixième, le cycle 3 est l'occasion d'élargir le champ des expériences sur cette transformation et de mobiliser quelques unes de ses propriétés. Les activités portent sur l'analyse ou la réalisation des figures en utilisant différentes techniques : pliage, calque, miroir... Dans ce cadre, l'utilisation de logiciels permet d'enrichir les champs d'expériences des élèves.

Résultats des évaluations nationales

Avant 2002, la plupart des activités proposées dans les évaluations par le Ministère de l'Éducation Nationale en CE2 et en sixième consistait à compléter par pliage sur un axe horizontal ou vertical, une figure sur un quadrillage.

Les résultats varient en fonction de l'éloignement de la figure et de l'axe de symétrie. De plus, la comparaison des résultats obtenus en 2000 et en 2001 montre que la position verticale ou horizontale de l'axe dans le cas d'une figure moins usuelle induit davantage l'idée de translation.

Ainsi, pour mieux faire comprendre la symétrie axiale, il est estimé nécessaire et indispensable de poursuivre les activités de pliage et de piquage, d'utiliser le papier calque ou le miroir tant que l'image mentale de la symétrie n'est pas stabilisée.

Les évaluations en fin de sixième s'intéressent plutôt aux constructions. Les élèves doivent construire le symétrique d'un point, d'un segment, d'un cercle par rapport à un axe quelconque. La prégnance de la verticale et de l'horizontale reste importante. Les résultats montrent une persistance de la fragilité au niveau des compétences visées en symétrie. Ainsi, le pourcentage de réussite est en moyenne de 59%. De plus, 19% des élèves appliquent une symétrie centrale au lieu d'une symétrie axiale lors de la construction du symétrique dans le cas d'un segment. Les difficultés rencontrées dans l'utilisation des instruments sont une explication avancée dans les évaluations.

D'autres pré-requis à la symétrie - reconnaître la position relative des droites, tracer une droite perpendiculaire, placer le milieu d'un segment - sont nécessaires et leur absence explique certaines difficultés.

Les évaluations de 2002 se caractérisent par un changement au niveau du support utilisé, un réseau pointé, et par l'orientation de l'axe, qui est oblique. Les résultats obtenus reflètent des difficultés liées à ces choix. En remédiation à ces difficultés, le dossier² qui étudie ces évaluations préconise d'utiliser aussi des logiciels de géométrie, afin d'anticiper les résultats pour percevoir les éléments invariants de la transformation.

Analyse des difficultés des élèves pour l'apprentissage de la symétrie orthogonale

Étudier les difficultés des élèves, c'est d'abord s'intéresser au statut de l'erreur dans l'apprentissage des mathématiques. Nous considérons l'erreur comme l'expression d'une connaissance et non comme un manque ou une anomalie ou un accident qui pourrait être évité si l'élève écoutait mieux, s'il s'entraînait, si l'enseignant améliorerait sa progression, ses explications... (Brousseau, 1986). À leur origine peuvent parfois exister des connaissances stables et ayant montré leurs intérêts et efficacités dans plusieurs situations. Ces connaissances peuvent être décrites par la notion de conception qui permet de rendre compte du comportement cognitif de l'apprenant.

² Dossier n°141, Évaluations CE2- Sixième – Cinquième. Repères nationaux, Septembre 2002, DEPP Ministère de l'Éducation Nationale de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche.

Nous considérons une conception comme un ensemble de connaissances (correctes ou non) qui sont attribuées à l'élève et qui permettent d'expliquer le fonctionnement réel de l'élève, ses conduites, ses procédures, ses réponses par rapport à une tâche donnée. Artigue (1991) caractérise une conception par « un triplet :

- la classe des situations-problèmes qui donnent un sens au concept pour l'élève ;
- l'ensemble des signifiants associés (images mentales, représentations, expressions symboliques, ...)
- les outils (règles d'action), théorème (en actes), algorithmes dont il dispose pour manipuler le concept. »

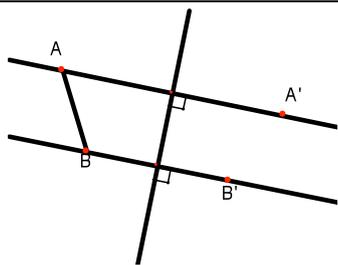
Ces éléments peuvent être regroupés et exprimés en terme d'invariants opératoires (Vergnaud, 1991).

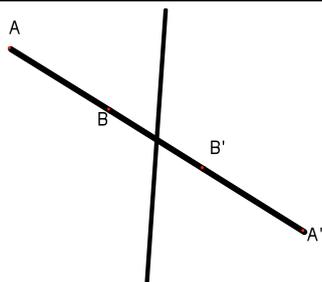
À chaque conception est associé un domaine d'application, c'est-à-dire un ensemble de problèmes où elle peut s'appliquer, et un domaine de validité, c'est-à-dire un ensemble de problèmes où elle produit une réponse correcte. L'erreur provient de l'application d'une règle, associée à une conception, hors de son domaine de validité.

Grenier (1988) et Tahri (1993) ont analysé les connaissances des élèves sur la symétrie orthogonale en termes de conceptions. Les travaux de Grenier (1988) dans une classe de sixième ont permis de confirmer les conceptions mentionnées par d'autres recherches et de les rattacher à des caractéristiques de quelques situations. Nous en présentons ci-dessous les principaux résultats.

Dans les tâches de construction d'un symétrique, l'auteur a distingué trois types de procédures de construction de l'image d'un point : rappel orthogonal, rappel par prolongement, rappel horizontal ou vertical. « Cette typologie met en jeu essentiellement la propriété d'orthogonalité de la transformation, sa présence ou son absence. La propriété d'égale distance ne permet pas en effet, de discriminer les réponses des élèves, parce qu'elle est toujours prise en compte, sous la forme de « distance » le long de directions privilégiées. » (Grenier, 1988, p. 46).

Ces trois types de procédure sont illustrés ci-dessous par la construction du symétrique d'un segment $[AB]$). Dans ces exemples, la distance du point à l'axe est respectée pour les deux extrémités du segment.

<p>Rappel orthogonal La détermination d'un point de la figure image se fait le long d'une direction orthogonale à l'axe de symétrie.</p>	 <p style="text-align: center;">Figure 1</p>
---	---

<p>Rappel par prolongement Cette procédure donne pour image un point situé dans le prolongement d'une direction matérialisée par la figure-objet. Dans la figure 2, les points B' et B sont symétriques par rapport au point d'intersection de l'axe avec la droite (AB).</p>	 <p style="text-align: center;">Figure 2</p>
--	---

Rappel horizontal ou rappel vertical

Cette procédure donne pour point image un point sur une même droite horizontale ou une même droite verticale que le point objet.

Dans la figure 3, les points A' et A sont symétriques par rapport au point d'intersection de l'axe avec la droite horizontale passant par A.

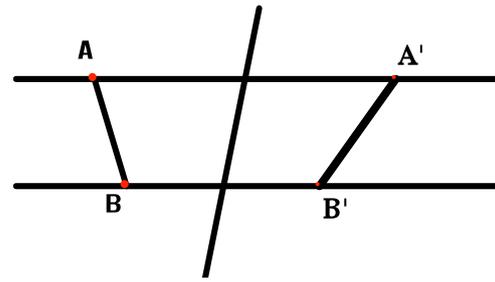


Figure 3

La propriété d'isométrie de la transformation est disponible chez les élèves avant la classe de sixième. Elle peut s'exprimer sous la forme : « *le symétrique d'une figure est une figure « égale » située de l'autre côté de l'axe, à une même « distance » de l'axe que la figure objet. Il y a conservation de la nature de la figure, des dimensions et de la forme.* » (ibid. p.398).

Cette conception est à l'origine de certaines erreurs liées aux différentes significations que les élèves ont de « la même distance ». Dans les activités de construction, les élèves considèrent la figure dans sa globalité. Ainsi, pour reporter la même distance, les élèves se limitent à un seul point de la figure, en particulier le point le plus proche de l'axe. De plus, la « même distance » est conservée le long d'une direction qui n'est pas forcément perpendiculaire à l'axe. L'auteur conclut que ces deux règles permettent d'expliquer la majorité des erreurs des élèves.

Cela met en évidence l'importance de l'interaction entre les deux aspects, global et analytique, d'une figure dans une symétrie. Cette interaction a été prise en compte dans nos activités, ceci sera signalé dans le paragraphe sur le choix des situations.

Le parallélisme de l'objet et de son symétrique est aussi une conception forte chez les élèves et a été plusieurs fois source de conflit de procédures entre les élèves. Parfois la translation est une manifestation de cette conception.

La droite de symétrie matérialise sur la feuille deux demi-plans et la symétrie est perçue comme une transformation d'un demi-plan dans l'autre demi-plan. Cette conception est à l'origine des difficultés qu'ont les élèves à tracer le symétrique d'un segment qui coupe l'axe (Grenier, 1985, p. 68). De plus, elle est à relier à la notion de symétrie-pliage ou symétrie-miroir (ibid).

Ces résultats mettent en évidence des conceptions erronées sur la symétrie orthogonale des élèves de la classe de sixième qui s'avèrent résistantes chez certains tout au long du collège. De plus, ces travaux ont montré que les caractéristiques des situations d'enseignement dans lesquelles on rencontre la symétrie orthogonale peuvent être à l'origine de ces conceptions ou peuvent les renforcer. Par exemple, le recours au pliage peut renforcer la dernière conception décrite ci-dessus, ou encore l'utilisation systématique du papier quadrillé peut renforcer le rappel vertical ou horizontal.

Objet d'étude

Nous proposons la mise en place d'une séquence d'enseignement dont l'objectif est l'apprentissage de la symétrie orthogonale en classe de CM2. Pour la conception des situations d'apprentissage, nous nous référons à la théorie des situations didactiques développée par Brousseau (1986). Dans cette perspective, l'apprentissage est considéré

comme adaptation à un certain milieu organisé par l'enseignant : « *L'élève apprend en s'adaptant à un milieu qui est facteur de contradictions, de difficultés, de déséquilibres, un peu comme le fait la société humaine. Ce savoir, fruit de l'adaptation de l'élève, se manifeste par des réponses nouvelles qui sont la preuve d'apprentissage.* » (Brousseau, 1986).

Dans notre étude, nous développons une séquence d'apprentissage pour déstabiliser les conceptions erronées en déstabilisant certains invariants opératoires et pour en favoriser d'autres.

Invariants opératoires

Nous proposons de favoriser la mise en place des invariants suivants :

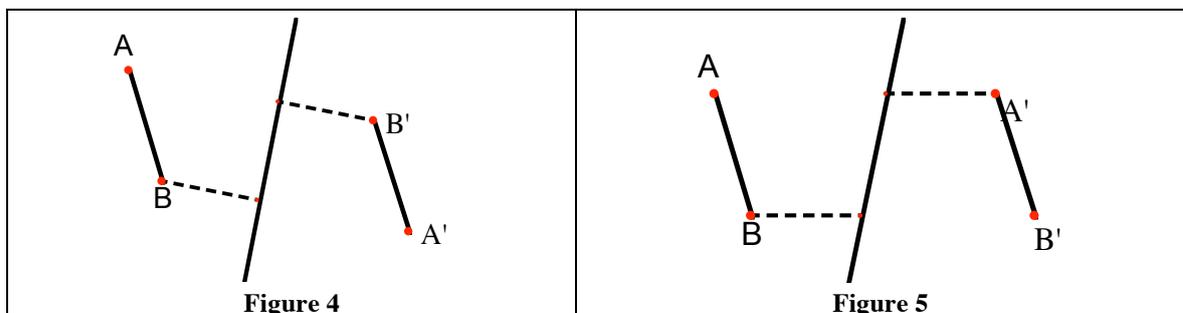
- invariant « retournement » : concerne l'orientation de la figure par rapport à l'axe et exprime que la figure et son symétrique n'ont pas la même orientation par rapport à l'axe ;
- invariant « non parallélisme » : exprime que deux segments symétriques ne sont pas forcément parallèles sauf lorsqu'ils sont parallèles à l'axe de symétrie ;
- invariant « isométrie » : exprime la propriété d'isométrie de la transformation « symétrie orthogonale » ;
- invariant « distance » : concerne la propriété « deux points symétriques sont à la même distance de l'axe selon une direction perpendiculaire à l'axe » ;
- invariant « orthogonalité » : exprime la propriété « le segment joignant un point et son symétrique est perpendiculaire à l'axe de symétrie ».

Et nous proposons de déstabiliser les invariants suivants :

- invariant « parallélisme » : exprime que deux segments symétriques sont forcément parallèles ;
- invariant « équidistance » : exprime que deux points symétriques sont à la même distance de l'axe selon une direction qui n'est pas perpendiculaire à l'axe ;
- invariant « équidistance globale » : exprime qu'une figure F et son image F' doivent être à la même distance de l'axe, la distance d'une figure à l'axe étant déterminée par la distance d'un point de cette figure à l'axe, en particulier le point le plus proche de l'axe.

Par exemple, dans la figure 4, l'élève construit le segment [A'B'] parallèle au segment [AB] (invariant « parallélisme ») et ensuite le segment est placé de sorte que la distance de A' à l'axe soit la même que la distance de B à l'axe (invariant « équidistance globale »). L'élève a choisi deux points A' et B, qui sont les plus proches de l'axe. De plus, cette distance peut être mesurée selon une direction orthogonale (Figure 4) ou non (Figure 5).

Le point de la figure F et le point de la figure symétrique F', utilisés pour déterminer la distance entre les figures et l'axe, ne sont pas nécessairement homologues.



Les travaux examinés ne nous permettent pas de savoir si l'invariant « retournement » est disponible ou non chez les élèves. Nous pensons que sa disponibilité nous permettra de

faciliter la déstabilisation de l'invariant « parallélisme », mais aussi des conceptions basées sur la translation.

Hypothèses de recherche

Pour notre recherche, nous avons adopté quatre hypothèses de recherche.

Hypothèse de recherche 1

L'apprentissage de l'invariant « retournement » peut faciliter la déstabilisation de l'invariant « parallélisme ».

Hypothèse de recherche 2

Les invariants « isométrie » et « équidistance » sont disponibles chez les élèves.

D'après les différents travaux, les invariants « isométrie » et « équidistance » sont disponibles chez la majorité des élèves. Pour cette raison, nous n'avons pas conçu une situation spécifique pour ces invariants.

Hypothèse de recherche 3

La disponibilité des invariants « équidistance » et « orthogonalité » est suffisante pour induire chez l'élève la démarche de construction par symétrie axiale du symétrique d'un point.

L'invariant « distance » n'est pas disponible chez les élèves alors que l'équidistance est acquise. En effet, les élèves considèrent « être à la même distance » selon une direction qui n'est pas forcément orthogonale à l'axe. Nous pensons que cet invariant doit être travaillé en interaction avec l'invariant « orthogonalité » et que la disponibilité des deux invariants peut être un préalable pour la construction du symétrique d'un point par symétrie axiale.

Hypothèse de recherche 4

Les spécificités d'un logiciel de géométrie dynamique - déplacement, manipulation directe et conservation des propriétés géométriques - permettent de constituer un milieu favorable pour l'étude des invariants géométriques conduisant à l'apprentissage de la symétrie axiale et à la déstabilisation des conceptions erronées.

Dans l'environnement papier-crayon, la validation se fait soit par pliage, soit en ayant recours aux propriétés géométriques. Or, on ne peut pas s'appuyer sur ces dernières comme moyen de validation puisqu'elles ne sont pas encore disponibles et qu'elles seront l'aboutissement d'un long apprentissage.

Nous n'avons pas retenu le premier moyen de validation, par pliage, car il peut induire, ou renforcer la conception erronée décrite ci-dessus (Grenier, 1985, p. 68). Cela ne veut pas dire qu'il faut supprimer les activités de pliage de l'enseignement de la symétrie orthogonale. Mais elles ne doivent pas être utilisées de façon systématique, surtout lors des phases d'apprentissage.

Nous avons donc choisi d'utiliser un environnement informatique de géométrie dynamique pouvant se constituer comme un milieu de validation par le type d'activités qu'il permet de mettre en place mais surtout par les rétroactions qu'il offre. Pour notre étude, nous avons choisi le logiciel Cabri-géomètre que nous présentons ci-dessous en indiquant les spécificités que nous avons retenues pour la conception des séquences.

Présentation du logiciel Cabri-géomètre

Cabri-géomètre est un logiciel de géométrie dynamique qui permet la construction des objets géométriques de base comme : point, droite, triangle... mais aussi la construction des objets en relation avec d'autres comme une droite perpendiculaire à une droite donnée passant par un point donné. Ces constructions utilisent des commandes appelées primitives géométriques, comme « droite perpendiculaire », « droite parallèle »... Le logiciel permet aussi de :

- modifier le menu : il s'agit de rendre inaccessible aux élèves certaines commandes ;
- cacher des objets : rendre invisible des éléments qui ont servi à la construction sans les supprimer ;
- punaiser des points : on fixe des points pour les rendre inaccessibles au déplacement.

Ces possibilités permettent au professeur de réaliser de nouveaux types d'activités (cf. exemple de la situation cab1).

Une des caractéristiques de cet environnement est la manipulation directe qui permet de déplacer, en temps réel, l'un des éléments de base du dessin à l'aide de la souris. Le dessin peut se déformer, ou d'autres éléments peuvent se déplacer en respectant les propriétés géométriques qui ont servi à sa construction et celles qui en découlent.

Dans notre cas, on utilisera la manipulation directe pour rendre compte de la façon dont se comporte la symétrie d'une figure lorsqu'on déplace la figure de départ. Plus précisément, pour favoriser l'observation et l'exploration des invariants géométriques de la symétrie orthogonale : isométrie, orthogonalité, distance, non parallélisme et retournement. Le déplacement permet aussi de disqualifier des conceptions erronées chez les élèves.

Enfin, l'environnement Cabri peut constituer un moyen de validation pour l'élève en utilisant le déplacement ou le recours à certaines primitives géométriques.

Objectifs

Nous nous intéressons à l'intégration d'un environnement de géométrie dynamique dans l'enseignement de la symétrie axiale en cycle 3, et plus précisément :

- Quels usages didactiques et pédagogiques doit-on faire de cet environnement ?
- Quel est l'impact de cet outil dans l'apprentissage de la symétrie axiale ?

Notre objectif est de mettre en place une séquence visant à rendre disponible chez les élèves les invariants opératoires adaptés pour la symétrie axiale : « retournement », « non-parallélisme », « orthogonalité » et « distance » et de déstabiliser les invariants : « équidistance » et « parallélisme ».

Mise en œuvre

L'expérimentation se déroule en trois phases : diagnostic, apprentissage et évaluation. Le plan de la séquence est donné en annexe 1.

Phase 1 : Diagnostic

Le diagnostic est fait autour d'un ensemble de situations papier-crayon (PCn) (annexe 2) dont la tâche est la reconnaissance de figures symétriques. Les figures sont proposées sur l'écran d'ordinateur avec le logiciel PowerPoint au lieu d'une feuille papier afin d'éviter d'une part la validation par pliage et d'autre part que les élèves reviennent sur les figures précédentes pour modifier leurs réponses. Seule la figure PC13 est proposée en papier-crayon afin de repérer les élèves qui réussissent uniquement lorsqu'ils ont recours au pliage. Dans cette situation PC13, l'élève doit choisir, sur une feuille de papier, parmi

quatre points différents celui qui lui permet, en le reliant à un point donné A' , symétrique de A , de construire un segment symétrique du segment de départ $[AB]$.

L'analyse des résultats de cette phase nous a permis de repérer les invariants opératoires disponibles chez les élèves et de faire des choix pour la mise en place de la phase 2.

Phase 2 : Séquence d'apprentissage

Cette phase se déroule en plusieurs séances dont chacune porte sur un ou plusieurs invariants opératoires de la symétrie orthogonale. Nous travaillons sur certaines situations de la phase 1 dans l'environnement Cabri (Cab n) (annexe 3).

Il s'agit d'utiliser Cabri comme environnement de validation : valider ou invalider les réponses aux situations de la phase 1 (phase de validation).

À partir de déplacements (phase d'action) répondant à des consignes précises, les élèves formulent oralement leurs observations (phase de formulation), l'objectif est de mettre en évidence les invariants opératoires de la symétrie. Nous nous appuyons sur ces formulations pour les valider ou les invalider lors de la mise en commun (phase de validation).

À la fin de chaque séance, nous faisons une synthèse (phase d'institutionnalisation). Cette étape permet aussi de faire une transition entre l'environnement Cabri et le papier crayon. En particulier au niveau de l'utilisation des instruments géométriques.

Phase 3 : Évaluation

Dans l'environnement papier-crayon, nous proposons des situations permettant d'évaluer les apprentissages sur les invariants opératoires étudiés lors de la phase 2. L'analyse des résultats de cette phase nous permettra de mesurer l'évolution par rapport à la phase 1.

La conception de chaque phase est faite en s'appuyant sur l'analyse des résultats des phases précédentes.

Analyse des situations proposées et résultats

Les situations que nous proposons sont construites en tenant compte des variables didactiques suivantes :

- **Symétrie** : nous proposons des figures symétriques (PC4, PC8, PC11) et non symétriques afin d'éviter que les élèves répondent systématiquement par « non », sous l'effet du contrat didactique.
- **L'orientation de l'axe** : l'axe peut être horizontal, vertical ou oblique (proche de la première bissectrice, de la verticale ou de l'horizontal). Nous avons fait le choix de l'orientation oblique de l'axe pour rendre compte des invariants opératoires disponibles chez les élèves. En effet, quand l'axe est vertical ou horizontal on se trouve souvent dans le domaine de validité de certaines conceptions erronées. Par exemple, l'invariant « équidistance selon la direction horizontale » donne une réponse correcte quand l'axe est vertical.
- **Choix des figures** : nous avons choisi les figures par rapport aux invariants opératoires. Nous explicitons ces choix dans chaque phase.

Phase 1 : Évaluation diagnostique dans un environnement statique

C'est une phase de diagnostic autour des invariants que nous désirons travailler lors de la phase 2 d'apprentissage. Ainsi, lors de cette phase, des situations sont proposées mettant en avant le retournement, le non-parallélisme, l'orthogonalité et la distance. L'analyse des résultats permettra de vérifier si l'environnement Cabri favorise l'apprentissage de la symétrie orthogonale et la déstabilisation des conceptions erronées.

Les situations

Même si les situations (annexe 2) sont conçues dans le but de diagnostiquer un invariant particulier, elles peuvent aussi être l'occasion de repérer les autres invariants.

Retournement

Pour vérifier la disponibilité ou non de cet invariant, nous proposons quatre situations (PC1, PC5, PC9 et PC10) où les figures sont toutes orientées et dont le retournement n'est pas respecté. Même si les figures ne sont pas symétriques, nous essayons de respecter au maximum les autres invariants afin de dégager l'invariant « retournement ».

Par exemple, dans la situation PC1, l'invariant « retournement » n'est pas respecté alors que les invariants « équidistance globale » et « orthogonalité » sont respectés.

Non parallélisme

Pour vérifier la disponibilité ou non de cet invariant, nous proposons trois situations (PC3, PC7, PC13) où l'invariant « non parallélisme » n'est pas respecté alors que l'équidistance globale l'est. Les figures des situations PC3 et PC7 sont des segments ou des formes simples, non orientées, composées de segments. Les segments sont parallèles entre eux et non parallèles à l'axe. De plus, les segments sont verticaux. Cette configuration est en contradiction avec la configuration prototypique selon laquelle l'axe serait vertical.

La situation PC13 met en avant plusieurs invariants en fonction des points proposés (B1, B2, B3 et B4). Le point B1 respecte l'orthogonalité, mais ne respecte pas l'équidistance alors que le point B4 respecte l'équidistance mais ne respecte pas l'orthogonalité. Le choix de ces deux points donne des segments parallèles au segment [AB], il nous permet ainsi d'identifier la prégnance de cet invariant par rapport aux autres.

Orthogonalité

Pour vérifier la disponibilité ou non de cet invariant, nous proposons quatre situations (PC2, PC6, PC12 et PC13) où l'invariant « orthogonalité » n'est pas été respecté alors que l'équidistance globale et le retournement le sont. Pour les situations PC6 et PC12, les figures se réduisent à un point et un cercle. Nous faisons ce choix pour mieux mettre en évidence le non-respect de l'orthogonalité et privilégier l'aspect analytique qui est souvent négligé par rapport à l'aspect global.

Concernant la situation PC 13, seuls les points B1 et B2 respectent l'orthogonalité. Le point B2 permet de construire le vrai symétrique de [AB]. La disponibilité des invariants « équidistance », « non parallélisme » ou « retournement » permet de choisir entre les deux points.

Résultats et analyse

Pour l'analyse, nous nous sommes appuyées sur les réponses aux questions et aussi sur les justifications avancées par les élèves y compris dans les situations où les figures sont symétriques. Le tableau ci-dessous illustre la disponibilité ou non des trois invariants dans une classe de 22 élèves.

Invariants	Retournement	Non Parallélisme	Distance
Disponible	7	5	5
Non disponible	14	14	7
Autres ³	1	3	10

³ Nous avons classé dans "autres" les cas où nous ne pouvons pas décider si l'invariant est disponible ou non.

L'analyse de toutes les justifications données par les élèves nous a permis de les regrouper en trois catégories :

- *Isométrie* : pour les justifications qui expriment que les figures sont de même forme, égalité de longueurs...

Exercice 3

Les figures S et S1 sont elles symétriques par rapport à D ? *non...oui*

Pourquoi ?

... parce que [S1] et [S] sont égales.

- *Actions matérielles* : pour les justifications qui évoquent le pliage ou le miroir.

Exercice 2

Les figures V et V1 sont elles symétriques par rapport à D ? *OUI*.....

Pourquoi ?

Parce que si on pliait les deux figures l'une sur l'autre on en verrait une.

- *Positions des figures* : pour les justifications qui expriment l'orientation de la figure, la distance par rapport à l'axe...

Exercice 7

Les figures R et R1 sont elles symétriques par rapport à D ? *Non*.....

Pourquoi ?

Elles sont pas à la même distance.....

Les résultats montrent que 50% des justifications sont dans la catégorie « isométrie ». Cela confirme notre hypothèse qui exprime que la propriété d'isométrie de la transformation « symétrie orthogonale » est disponible chez les élèves. 30% des justifications sont dans la catégorie « positions des figures » et 20% des justifications sont dans la catégorie « Actions matérielles ». Bien que l'environnement statique « écran d'ordinateur » ne permette pas d'actions matérielles, certains élèves évoquent l'action de pliage. Les résultats montrent que la référence à l'action de pliage a été souvent un obstacle chez les élèves.

Les résultats de la phase 1 montrent que les invariants « retournement », « non parallélisme » et « orthogonalité » ne sont pas disponibles alors que l'invariant « isométrie », comme nous l'avons supposé dans la problématique, est acquis chez la majorité des élèves.

Ainsi, nous proposons dans la phase 2 une séquence d'apprentissage pour rendre disponible ces trois invariants opératoires de la symétrie orthogonale.

Les résultats de cette phase montrent aussi que :

- parmi tous les élèves qui ont le « non parallélisme », un seul d'entre eux n'a pas encore acquis le retournement ;
- parmi les sept élèves qui ont acquis l'invariant « retournement », cinq élèves ont dépassé l'invariant « parallélisme ».

Ces deux dernières observations vont dans le sens de notre hypothèse 1 selon laquelle la disponibilité de l'invariant « retournement » facilite la déstabilisation de l'invariant « parallélisme ». Ainsi, ces observations auront un impact sur la programmation de la séquence d'apprentissage sur Cabri que nous explicitons dans le paragraphe suivant.

Phase 2 : Apprentissage dans l'Environnement Cabri

Les situations

Comme nous l'avons dit dans la problématique, il existe des interrelations entre les invariants opératoires. L'apprentissage des uns a des conséquences sur l'apprentissage des autres. En nous appuyant sur l'hypothèse 1, nous mettons en place une programmation de l'apprentissage comme suit : Retournement / Non parallélisme / Orthogonalité / Distance. Chaque situation met l'accent sur un invariant, qui constitue l'objectif principal, mais elle peut être aussi l'occasion de travailler d'autres invariants.

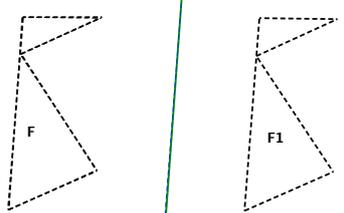
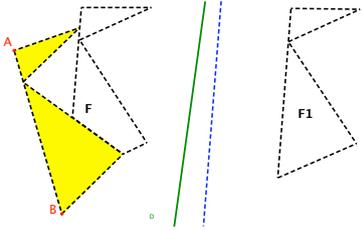
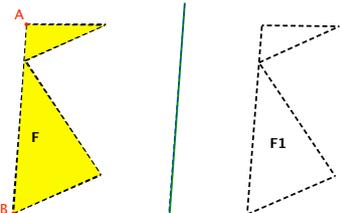
Pour la conception des situations, nous avons fait l'hypothèse que les élèves savent qu'un objet ne peut posséder qu'une seule image par rapport à un axe de symétrie donné.

Après l'apprentissage autour des deux premiers invariants, nous proposons une situation intermédiaire de réinvestissement, *le jeu du miroir*.

Retournement

L'objectif est de travailler autour de l'invariant « retournement ». Nous reprenons deux situations PC1 et PC5 de la phase 1 à partir desquelles nous construisons les situations Cab1 et Cab5, dans l'environnement cabri selon le principe ci-dessous.

Principe de conception de la situation Cab1

<p>Les objets de la figure de la situation PC1 sont représentés dans cabri dans la même disposition. Ces objets, F, F1 et l'axe, sont punaisés et en pointillés. Ils représentent la trace de la position initiale des objets.</p>	
<p>Une figure isométrique à F, et une droite D sont données. Elles peuvent être déplacées par l'élève. La figure F se déplace sans se déformer. L'élève peut déplacer la figure par translation à partir du point A et par rotation autour du point A à partir du point B. La droite D peut être déplacée à partir de deux points de base.</p>	
<p>À l'ouverture du fichier l'élève se trouve devant l'écran ci-contre. Le statut de ces figures est expliqué aux élèves au début de la séance.</p>	

Mise en place de la situation Cab1

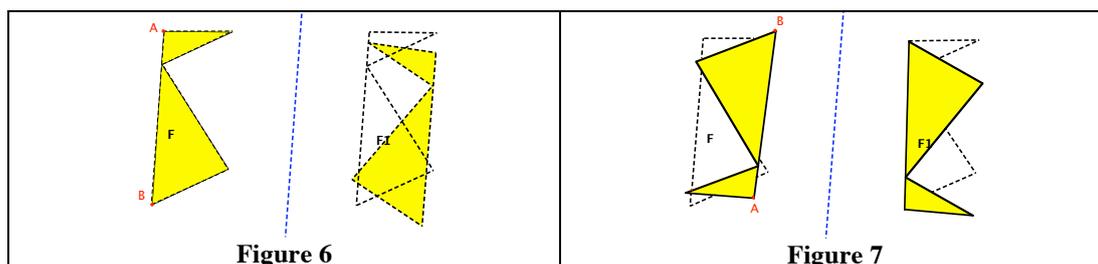
Les élèves ont travaillé en suivant les étapes de la consigne suivante :

1. Déplace F à partir des points A et B . Déplace la droite D à partir de ses points de base. En pointillés sont représentées les positions de l'axe de symétrie et des figures F et $F1$ de l'exercice 1.
2. Construis à l'aide de Cabri le symétrique de la figure F par rapport à la droite D . On l'appelle F' . (Attention à ne pas utiliser la droite en pointillés)
3. Remets la droite D sur sa position initiale. Remette F sur sa position initiale.
4. Compare avec ta réponse de l'exercice 1. Collectif 1
5. En déplaçant la figure F , peut-on superposer F' avec $F1$? Collectif 2
6. Reprends la question de l'exercice. Maintiens- tu ta réponse ? Collectif 3
7. Pourquoi $F1$ n'est pas le symétrique de F par rapport à D ?

Les deux premières étapes ont pour objectif la construction à l'aide de Cabri du symétrique de la figure F . Les élèves ont été familiarisés avec la construction du symétrique d'une figure dans Cabri par l'utilisation de la primitive « symétrie axiale ». La première étape a pour rôle d'éviter l'ambiguïté entre deux figures lorsqu'elles sont superposées.

L'étape 3 a pour objectif de revenir sur les positions de la situation PC1 (cf. Figure 6). Ensuite, à l'étape 4, les élèves valident leur réponse de la phase 1.

À l'étape 5, les élèves cherchent s'il existe une position de F telle que son image F' soit superposée avec $F1$ (cf. Figure 7). Le déplacement dans l'environnement Cabri permet de voir expérimentalement qu'il est impossible de superposer F' et $F1$.



L'étape 7 est une phase de formulation, elle nous permet d'effectuer une synthèse sur le retournement.

Parallélisme

L'objectif est de rendre disponible l'invariant « non parallélisme » et de déstabiliser l'invariant « parallélisme ».

Nous reprenons les situations PC3 et PC13 de la phase 1 à partir desquelles nous construisons les situations Cab3 et Cab13 dans l'environnement cabri selon un principe analogue à la conception Cab1.

Dans la situation Cab13, le déplacement dans l'environnement Cabri permet d'explorer les différentes positions du segment pour qu'il soit parallèle à son symétrique. La verbalisation des résultats permet de formuler l'invariant « non-parallélisme » selon lequel deux segments symétriques ne sont pas forcément parallèles sauf lorsqu'ils le sont à l'axe de symétrie.

Réinvestissement : le jeu du miroir.

Cette situation intermédiaire (annexe 3) permet, avant de continuer l'apprentissage des autres invariants, de s'arrêter sur les deux invariants « retournement » et « non parallélisme » afin de mieux les intérioriser. L'anticipation, la démarche par essais-erreurs et l'observation, font de cette situation une étape favorable pour ces deux invariants.

En effet, le but de ce jeu par binôme est de retrouver le symétrique de la figure. La figure choisie est complexe, composée de sous-figures simples (segments, triangles, cercle et arc de cercle), représentant un bonhomme. Les segments peuvent être parallèles, perpendiculaires ou quelconques par rapport à l'axe de symétrie. L'orientation de la figure est accentuée afin de mobiliser l'invariant « retournement ». Avant chaque validation par Cabri, un des deux joueurs, à tour de rôle, anticipe la position et l'orientation du symétrique d'une sous-figure composant le bonhomme. Pour cela, il doit repérer à l'aide des primitives « point », « segment » ou « cercle » selon le besoin, les sous figures ou les points caractéristiques des sous-figures.

Orthogonalité

L'objectif est de favoriser l'invariant « orthogonalité ». Plus précisément, nous proposons de déstabiliser le report horizontal et mettre en évidence l'orthogonalité entre l'axe de symétrie et le segment joignant un point et son image.

Principe de conception de la situation Cab2

Nous reprenons la situation PC2 de la phase 1 à partir de laquelle nous construisons la situation Cab2 dans l'environnement cabri selon le même principe que nous avons décrit pour la situation PC1. La figure image est obtenue par le rappel horizontal de la figure objet. Nous choisissons une figure qui évoque une voiture pour réinvestir l'invariant « retournement » et souligner son insuffisance dans certains cas.

Mise en place de la situation Cab2

Les premières étapes sont conçues de la même manière que les situations Cab1 et Cab3. Nous explicitons ci-dessous uniquement les étapes différentes et qui visent un objectif particulier.

<p>10. Construis le segment $[AA']$ (A' est le symétrique de A par rapport à D).</p> <p>11. Remets la figure V dans sa position initiale. Collectif 4.</p> <p>12. Déplace V et D. Place un point sur le polygone V.</p> <p>13. Construis le symétrique de ce point par rapport à D.</p> <p>14. Construis un segment qui relie les deux points.</p> <p>15. Choisis l'option animation de l'avant dernière icône.</p> <p>16. Anime le point (Attention, sans trop de force.)</p> <p>17. Que remarques-tu ? Collectif 5</p> <p>18. Valide avec Cabri.</p> <p>19. Déplace l'axe. Les segments sont-ils toujours perpendiculaires à l'axe de symétrie?</p>	
--	--

Les étapes 10 et 14 permettent de dégager l'invariant « orthogonalité ». L'option animation proposée dans l'étape 16 insiste sur la persistance de cette propriété quel que soit le point de la figure. Il s'agit ici d'aborder de manière implicite l'aspect analytique de la symétrie

orthogonale. Le déplacement effectué dans l'étape 19 montre aussi la conservation de cette propriété indépendamment de l'orientation de l'axe de symétrie.

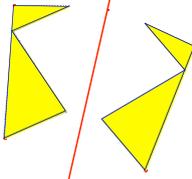
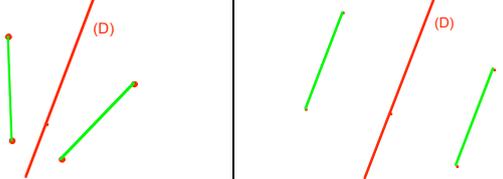
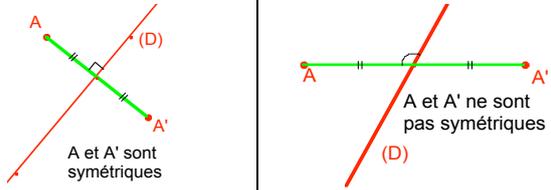
Distance

L'objectif est de rendre disponible l'invariant « distance » et de déstabiliser l'invariant « équidistance ». Nous travaillons l'invariant « distance » après celui de l'orthogonalité car ce dernier lui est nécessaire.

Nous reprenons la situation PC12 de la phase 1 à partir de laquelle nous construisons la situation Cab12 dans l'environnement Cabri. Le principe de la conception de la situation Cabri est le même que celui de la situation PC1.

La consigne de cette situation est différente des précédentes. En effet, la validation des réponses ne se fait pas par Cabri, mais c'est l'élève, par la mobilisation de l'invariant « orthogonalité » étudié lors de la séance précédente, qui doit valider sa réponse. Ainsi, nous réalisons un nouveau menu où l'option « symétrie axiale » est cachée sous un autre nom, sous forme d'une macro. Dans cette situation, nous demandons pour la première fois aux élèves de réaliser la construction du symétrique d'un objet. Nous voulons en effet vérifier l'hypothèse 4, dans l'environnement Cabri, selon laquelle la disponibilité des invariants « orthogonalité » et « équidistance » est suffisante pour induire chez l'élève la démarche de construction à l'aide des primitives géométriques de Cabri dans le menu. La validation se fait à l'aide de la macro en expliquant aux élèves son statut.

À la fin de cette phase, trois points forts ont été dégagés et ont donné lieu à une leçon sous forme d'une fiche de critères pour la reconnaissance d'une symétrie axiale.

<i>Pour que deux figures soient symétriques :</i>	
<i>1° Les figures doivent être retournées c'est-à-dire qu'elles ne doivent pas être dans le même sens.</i>	
<i>2° Un segment et son symétrique ne sont pas forcément parallèles sauf lorsqu'ils sont parallèles à l'axe de symétrie.</i>	
<i>3° Un segment qui relie deux points symétriques est perpendiculaire à l'axe de symétrie.</i>	

Résultats et analyse

Nous avons constaté que les élèves utilisent le déplacement dans Cabri comme moyen d'exploration et de conjecture. En effet, en observant le déplacement de la figure symétrique, les élèves font passer la figure objet de l'autre côté de l'axe, coupent l'axe de symétrie, tournent la figure autour d'un point et exploitent toutes les orientations possibles de l'axe.

De plus l'exécution des différentes étapes des consignes données, a permis aux élèves de percevoir certaines propriétés de la transformation.

De plus, les élèves utilisent les invariants étudiés dans les séances précédentes comme éléments de contrôle lors de l'apprentissage d'autres invariants ou de la reconnaissance d'une situation de symétrie. Nous avons ainsi constaté que l'apprentissage de l'invariant « retournement » peut faciliter la déstabilisation de l'invariant « parallélisme ». De plus, nous observons que la disponibilité des invariants « orthogonalité » et « équidistance » est suffisante pour induire chez l'élève la démarche de construction à l'aide des primitives géométriques de Cabri dans le menu (Hypothèse 4).

Le réinvestissement des différents invariants acquis, montre que le recours à un environnement de géométrie dynamique est efficace pour l'apprentissage de la symétrie orthogonale. En effet, la manipulation directe par les élèves des figures dans l'environnement Cabri a favorisé l'observation et l'exploration des invariants géométriques visés par notre enseignement et la déstabilisation des conceptions erronées.

Phase 3 : Évaluation dans l'environnement papier crayon

Les situations

C'est une phase d'évaluation finale autour des invariants travaillés lors de la phase 2 d'apprentissage. Ainsi, lors de cette phase, des situations sont proposées mettant en avant le retournement, le non parallélisme, l'orthogonalité et la distance. L'analyse des résultats permettra de mesurer l'évolution par rapport à la phase initiale.

Toutes les situations proposées dans cette phase sont jointes en annexe 4.

Situations de reconnaissance

Les situations PC17, PC20 et PC22 sont des fausses symétries alors que les situations PC18, PC19 et PC21 sont des vraies symétries. Ces dernières obligent les élèves à vérifier tous les invariants pour valider la réponse.

Ainsi, six situations de reconnaissance d'une symétrie sont construites selon le même principe que la phase 1 de diagnostic. Elles mettent en avant le retournement (PC17), le parallélisme (PC22) et l'orthogonalité (PC20). Même si les situations sont conçues dans le but d'évaluer un invariant particulier, les élèves peuvent privilégier un autre invariant dans leur argumentation.

Situations de construction

Les situations PC23 et PC24 sont des situations de construction extraites des évaluations de 6^{ème}. Nous choisissons ces situations pour vérifier si les connaissances acquises par l'élève lors de l'apprentissage avec Cabri sont transférables sur un autre support.

La situation PC25 est une situation de construction du symétrique d'un point par rapport à un axe oblique. Elle nous permettra de vérifier l'hypothèse 3, dans l'environnement papier crayon, selon laquelle la disponibilité des invariants « orthogonalité » et « équidistance » est suffisante pour induire chez l'élève la démarche de construction à l'aide des instruments géométriques.

Résultats et analyse

Situations de reconnaissance.

Le tableau ci-dessous illustre la disponibilité ou non des trois invariants dans une classe de 22 élèves.

Invariants	Retournement	Non Parallélisme	Distance
Disponible	20	10	16
Non disponible	1	6	6
Autres	1	6	0

Situations de construction.

Situation	PC 23	PC 24	PC 25
Réussie	17 (11 utilisent les instruments)	11 (7 utilisent les instruments)	15
Non réussie	5 (4 utilisent le réseau)	11 (10 utilisent le quadrillage)	7

Les élèves réussissent mieux dans la situation PC23 que dans la situation PC24. Nous pensons que cette différence est probablement due à la complexité de la figure de la situation 24 mais peut être aussi au support utilisé.

Nous remarquons chez certains élèves, dans les situations PC23 et PC24, une procédure de construction par translation selon une direction perpendiculaire à l'axe comme cela a pu être observé dans les résultats des évaluations nationales. Ces élèves sont revenus sur leur réponse pour la modifier suite à un contrôle de l'invariant « retournement » (cf. annexe 5). En effet, nous avons observé des traces de figures qui ont été effacées par les élèves avant de recommencer. Un autre élève a procédé de la même façon en utilisant le contrôle par l'invariant « isométrie ».

Nous constatons d'après les résultats de l'évaluation que presque tous les élèves y compris ceux qui n'ont pas réussi la construction sont capables de contrôler leur réponse afin de la valider. Ceci nous permet de dire que les connaissances acquises par les élèves lors de l'apprentissage par Cabri ont bien été transférées sur un autre type de support et avec des situations nouvelles pour les élèves.

De plus, nous remarquons une bonne réussite des élèves dans la situation PC25 concernant la construction du symétrique d'un point. Nous rappelons qu'aucun apprentissage de construction n'a été mis en place. Cependant, la disponibilité des invariants « orthogonalité » et « équidistance » est suffisante pour induire chez les élèves la démarche de construction du symétrique d'un point dans l'environnement papier crayon.

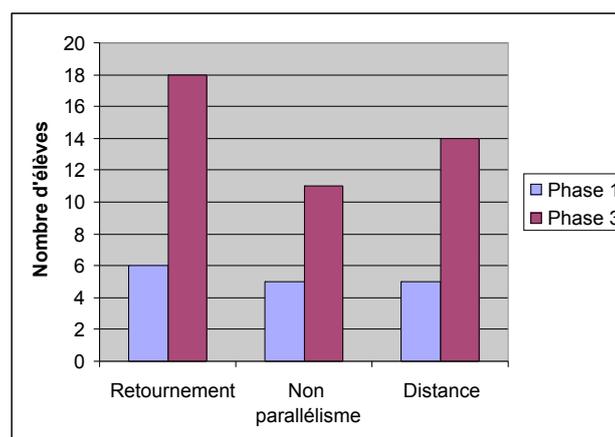
Synthèse et conclusion

Acquisition des invariants

La comparaison entre les résultats obtenus lors des phases 1 et 3 témoigne d'une évolution dans l'apprentissage des trois invariants opératoires de la symétrie axiale (cf. graphique ci-dessous).

Le faible taux au niveau de l'invariant « non parallélisme » ne correspond pas à une absence d'apprentissage mais uniquement à la difficulté de le repérer dans les arguments

des élèves. Cependant, nous constatons une réelle déstabilisation de l'invariant « parallélisme ».



Évolution entre les phases 1 et 3

De plus, nous observons une forte évolution dans l'acquisition de l'invariant « retournement ». Ceci a probablement pu engendrer la déstabilisation de l'invariant « parallélisme » comme nous l'avons supposé dans notre hypothèse 1.

Nous remarquons une nette amélioration concernant l'invariant « distance ». L'apprentissage a visé principalement l'invariant « orthogonalité » étant donné que l'invariant « équidistance » était disponible chez les élèves comme nous l'avons supposé dans notre problématique. Comme cela a été dit dans l'hypothèse 4, l'accumulation de ces deux derniers invariants a bien induit chez les élèves la démarche de construction par symétrie axiale du symétrique d'un point dans les environnements papier crayon et Cabri.

Décontextualisation des connaissances

Lors de l'évaluation finale, les élèves ont travaillé sur des situations nouvelles par le type de *tâche* - nous sommes passés de situations de reconnaissance à des situations de construction et de *support* - quadrillage ou un réseau pointé -.

La plupart des élèves ont réussi à construire le symétrique d'un point. La disponibilité des invariants « orthogonalité » et « équidistance » était suffisante pour induire chez les élèves la démarche de construction du symétrique d'un point dans l'environnement papier crayon. Ainsi, on peut dire que l'apprentissage a eu lieu du moment que les élèves ont fait appel aux connaissances apprises dans des situations différentes par la tâche et par le support.

Mobilisation des connaissances comme moyen de contrôle

Nous constatons, d'après les résultats, que presque tous les élèves y compris ceux qui n'ont pas réussi la construction sont capables de contrôler leur réponse afin de la valider. Ceci nous permet de dire que les connaissances acquises par les élèves lors de l'apprentissage dans l'environnement Cabri ont bien été mobilisées comme moyen de contrôle et de validation sur un type de support et de situations différents.

Cette mobilisation des connaissances dans d'autres situations démontre un réel apprentissage. En effet, l'environnement Cabri, a permis, comme nous l'avons supposé dans l'hypothèse 4, de constituer un milieu favorable pour l'étude des invariants géométriques nécessaires à l'apprentissage de la symétrie axiale et la déstabilisation des conceptions erronées.

Références bibliographiques

- ARTIGUE M. (1991) Epistémologie et didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques Vol.10 n°2/3* pp. 241-285. La pensée sauvage, Grenoble.
- BERTHELOT R., SALIN M.H (1994) L'enseignement de la géométrie à l'école primaire. *Grand N n°53*, pp. 39-56.
- BERTHELOT R., SALIN M.H (2000) L'enseignement de l'espace à l'école primaire. *Grand N n°65*, pp. 37-59.
- BROUSSEAU, G. (1986) Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques. Vol 7/2*. La Pensée Sauvage, Grenoble.
- CHAACHOUA H. et al. (2002) Usages éducatifs des technologies de l'information et de la communication : quelles nouvelles compétences pour les enseignants ? *Rapport de recherche INRP*. <http://www.inrp.fr/Tecne/Rencontre/Chaach.pdf>.
- CHAACHOUA Y., DERBRE A., (2004) *L'intégration du logiciel Cabri dans l'enseignement de la géométrie à l'école primaire : Cas de la symétrie axiale*. Mémoire professionnel. IUFM de Grenoble.
- GRENIER D. (1985) Quelques aspects de la symétrie orthogonale pour des élèves de classes de 4^{ème} et 3^{ème}, *Petit x n°7*, IREM de Grenoble, pp. 57 – 69.
- GRENIER D. (1988) *Construction et étude du fonctionnement d'un processus d'enseignement de la symétrie orthogonale en 6^{ème}*. Thèse. Université Joseph Fourier, Grenoble.
- TAHRI S. (1993) *Modélisation de l'interaction didactique : un tuteur hybride sur Cabri-Géomètre pour analyse de décisions didactiques*. Thèse. Université Joseph Fourier, Grenoble.
- VERGNAUD G. (1990) La théorie des champs conceptuels, *Recherches en Didactique des Mathématiques, vol.10 n°2-3*, pp.133-170. La Pensée Sauvage, Grenoble.

Annexe 1 : Plan de séquence

Discipline : Mathématiques (Géométrie)

Classe : CM2

La symétrie axiale

Contenus de référence : Les invariants de la symétrie axiale.

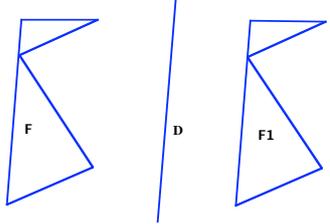
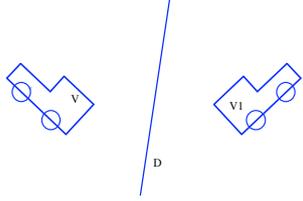
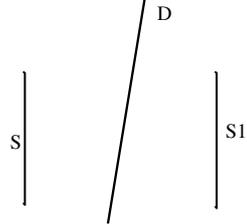
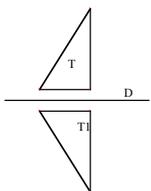
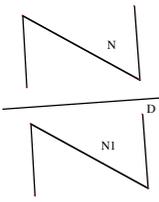
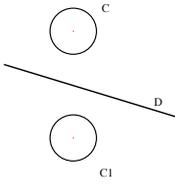
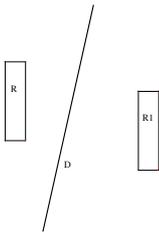
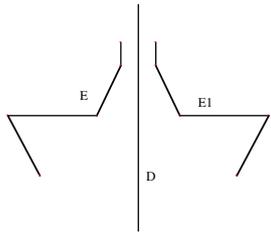
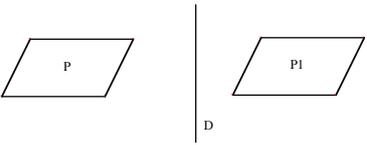
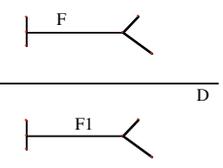
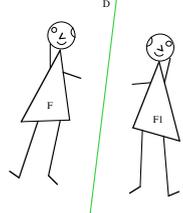
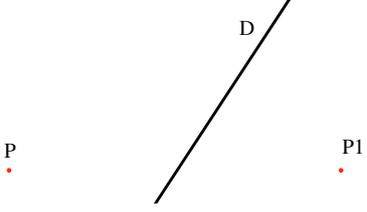
Compétences visées :

- Anticiper la place et l'orientation du symétrique d'un objet par rapport à un axe de symétrie ;
- Percevoir et mobiliser les propriétés de la symétrie axiale ;
- Choisir et mobiliser un invariant plutôt qu'un autre.

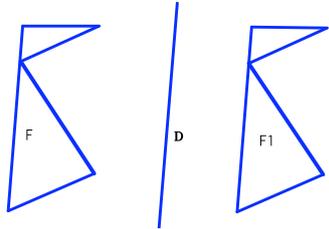
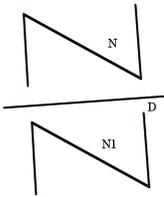
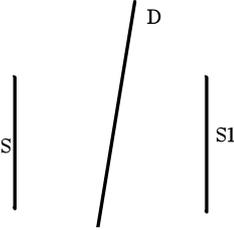
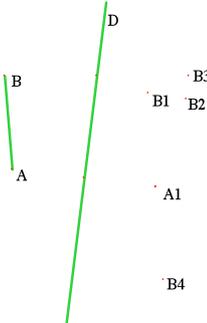
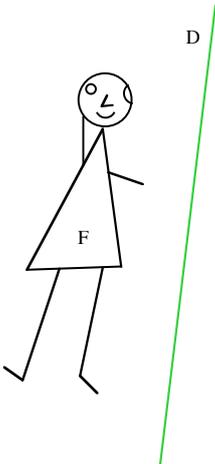
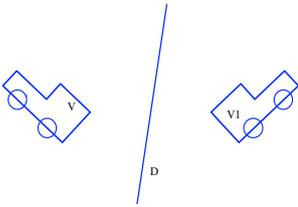
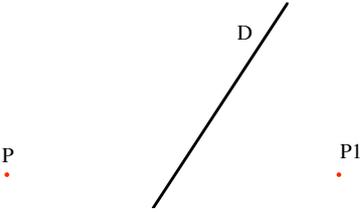
Phase 1 (diagnostic) : séance 1 / **Phase 2** (apprentissage) : séances 2 à 7 / **Phase 3** (évaluation) : séance 8

Séances (durée : 45 minutes)	Contenu/Démarche
1 Évaluation diagnostique	Des figures symétriques et non symétriques sont projetées sur des écrans d'ordinateur et les élèves doivent dire si les figures sont symétriques ou non en justifiant leur réponse sur une feuille de papier. Avant le passage à un autre exercice, l'élève doit rendre la réponse de l'exercice précédent en échange de la feuille prévue pour l'exercice suivant.
2 Apprentissage	Travail en binômes autour de l'invariant « retournement » à partir de situations proposées sur Cabri. Les élèves manipulent en suivant les différentes étapes de la consigne. Ces situations d'apprentissage sont tirées de l'évaluation diagnostique réalisée précédemment. Une synthèse collective est organisée en fin de séance.
3 Apprentissage	Travail en binômes autour de l'invariant « non parallélisme » suivant la même démarche que précédemment.
4 Apprentissage	Travail en binômes autour de l'invariant « non parallélisme » et jeu du miroir afin de mieux intérioriser les 2 invariants étudiés jusque-là.
5 Apprentissage	Travail en binômes autour de l'invariant « orthogonalité » suivant la démarche décrite précédemment.
6 Apprentissage	Travail en binômes autour de l'invariant « distance » suivant la démarche décrite précédemment.
7 Entraînement	Passage de l'environnement informatique à l'environnement papier crayon. Travail à partir de situations de reconnaissance de symétrie sur papier crayon. Correction collective effectuée avec Cabri à l'aide d'un vidéo-projecteur.
8 Évaluation finale	Évaluation à partir de situations de reconnaissance de symétrie sur papier crayon, de constructions du symétrique d'une figure sur quadrillage et sur réseau pointé, du symétrique d'un point.

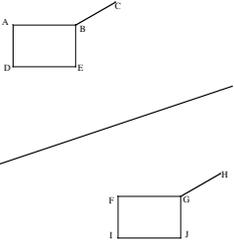
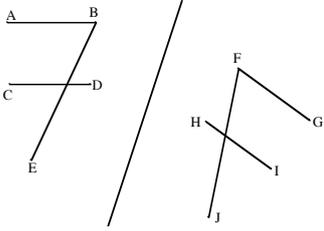
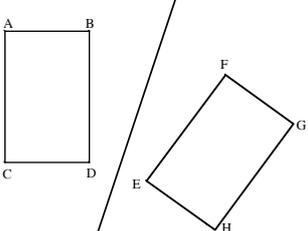
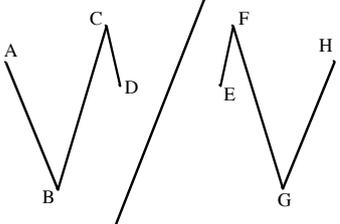
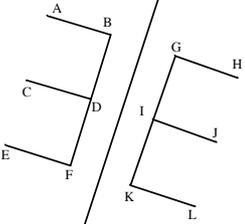
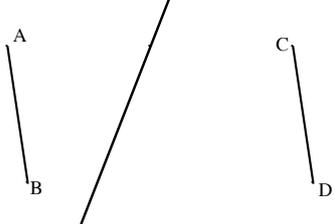
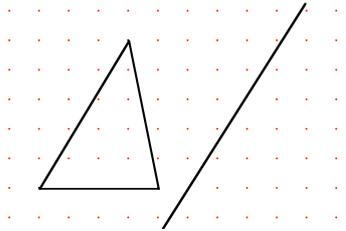
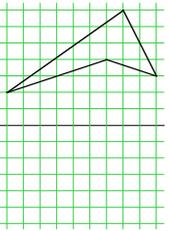
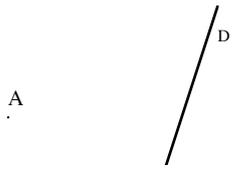
Annexe 2 : Les différentes situations de la phase 1

 <p>Les deux figures F et F1 sont-elles symétriques par rapport à D ?</p> <p>Situation PC1</p>	 <p>Les deux figures V et V1 sont-elles symétriques par rapport à D ?</p> <p>Situation PC2</p>	 <p>Les deux figures S et S1 sont-elles symétriques par rapport à D ?</p> <p>Situation PC3</p>
 <p>Les deux figures T et T1 sont-elles symétriques par rapport à D ?</p> <p>Situation PC4</p>	 <p>Les deux figures N et N1 sont-elles symétriques par rapport à D ?</p> <p>Situation PC5</p>	 <p>Les deux figures C et C1 sont-elles symétriques par rapport à D ?</p> <p>Situation PC6</p>
 <p>Les deux figures R et R1 sont-elles symétriques par rapport à D ?</p> <p>Situation PC7</p>	 <p>Les deux figures E et E1 sont-elles symétriques par rapport à D ?</p> <p>Situation PC8</p>	 <p>Les deux figures P et P1 sont-elles symétriques par rapport à D ?</p> <p>Situation PC9</p>
 <p>Les deux figures F et F1 sont-elles symétriques par rapport à D ?</p> <p>Situation PC10</p>	 <p>Les deux figures F et F1 sont-elles symétriques par rapport à D ?</p> <p>Situation PC11</p>	 <p>Les deux points P et P1 sont-ils symétriques par rapport à D ?</p> <p>Situation PC12</p>

Annexe 3 : Les différentes situations de la phase 2

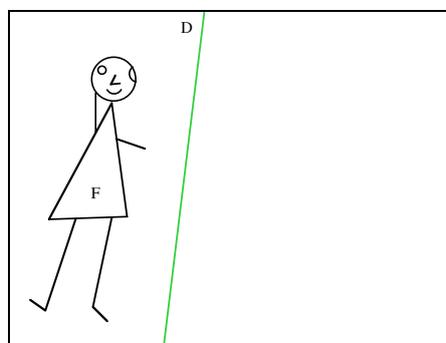
<p style="text-align: center;">Retournement</p>  <p style="text-align: center;">Les deux figures F et F1 sont-elles symétriques par rapport à D ?</p> <p style="text-align: center;">Situation PC1</p>  <p style="text-align: center;">Les deux figures N et N1 sont-elles symétriques par rapport à D ?</p> <p style="text-align: center;">Situation PC3</p>	<p style="text-align: center;">Non parallélisme</p>  <p style="text-align: center;">Les deux figures N et N1 sont-elles symétriques par rapport à D ?</p> <p style="text-align: center;">Situation PC5</p>  <p style="text-align: center;">Situation PC13</p>
<p style="text-align: center;">Le jeu du miroir</p>  <p style="text-align: center;">Situation PC11</p>	<p style="text-align: center;">Distance</p>  <p style="text-align: center;">Les deux figures V et V1 sont-elles symétriques par rapport à D ?</p> <p style="text-align: center;">Situation PC2</p>  <p style="text-align: center;">Les deux points P et P1 sont-ils symétriques par rapport à D ?</p> <p style="text-align: center;">Situation PC12</p>

Annexe 4 : Les différentes situations de la phase 3

 <p style="text-align: center;">Ces deux figures sont-elles symétriques ? Pourquoi ?</p> <p style="text-align: center;">Situation PC17</p>	 <p style="text-align: center;">Ces deux figures sont-elles symétriques ? Pourquoi ?</p> <p style="text-align: center;">Situation PC18</p>	 <p style="text-align: center;">Ces deux figures sont-elles symétriques ? Pourquoi ?</p> <p style="text-align: center;">Situation PC19</p>
 <p style="text-align: center;">Ces deux figures sont-elles symétriques ? Pourquoi ?</p> <p style="text-align: center;">Situation PC20</p>	 <p style="text-align: center;">Ces deux figures sont-elles symétriques ? Pourquoi ??</p> <p style="text-align: center;">Situation PC21</p>	 <p style="text-align: center;">Ces deux figures sont-elles symétriques ? Pourquoi ?</p> <p style="text-align: center;">Situation PC22</p>
 <p style="text-align: center;">Situation PC23</p>	 <p style="text-align: center;">Situation PC24</p>	 <p style="text-align: center;">Construis le symétrique du point A par rapport à la droite D</p> <p style="text-align: center;">Situation PC25</p>

Annexe 5 : Jeu du miroir

Construction du symétrique du bonhomme



Règle du jeu

1. Avant chaque construction, devine l'endroit où va apparaître le symétrique de chaque partie, en repérant à l'aide des « points », « segments » ou « cercle » selon le besoin, les parties du corps du bonhomme.
2. À l'aide de Cabri, construis le symétrique, par rapport à l'axe de symétrie D, de chaque partie du bonhomme dans l'ordre du tableau.
3. L'autre joueur valide ta réponse et note ton score sur le tableau :
 - 0 point pour une réponse fausse
 - 1 point pour une réponse juste.

	Nom prénom
Joueur 1	
Joueur 2	

Joueur qui joue	Partie du corps	L'autre joueur note le score	
		Score1	Score2
1	Corps		
2	Tête		
1	Jambe1		
2	Jambe 2		
1	Pied1		
2	Pied2		
1	Bras1		
2	Bras2		
1	Oeil1		
2	Oeil2		
1	Bouche		
2	Nez		
	Total		