LECTURE ET UTILISATION DE PISA POUR LES ENSEIGNANTS

Antoine BODIN
IREM de Franche-Comté

Résumé. Les informations que les enseignants reçoivent des études PISA se limitent souvent à des scores difficiles à interpréter et à des jugements rapides sur l'enseignement des mathématiques dans notre pays. Parallèlement, les enseignants subissent, sans toujours avoir eu la possibilité d'en comprendre les déterminants, les retombées de cette étude en termes de modification des programmes d'enseignement ou de formes de questions d'examen.

L'objet de cet article est de présenter aux enseignants de mathématiques des informations sur PISA concernant directement leur discipline et susceptibles de les aider à modifier, si nécessaire, mais en toute connaissance de cause, certaines de leurs conceptions et certaines de leurs pratiques. Nombre d'informations données dans l'article sont nouvelles et ont fait l'objet de calculs originaux conduits directement à partir de la base de données internationale. L'article analyse quelques-unes des questions de l'étude, propose des utilisations concrètes en classe et donne accès aux sources nécessaires à cette utilisation. C'est aussi l'occasion pour faire le lien, dans l'article, entre PISA et le socle commun de connaissances et de compétences.

Mots-clés. Évaluation, échelles, PISA, études internationales, compétences, socle commun.

Introduction

Le lecteur de *Petit x* a sans doute entendu parler de l'étude PISA. Peut-être même en connaît-il certains détails et sans doute a-t-il déjà vu ou même étudié certaines questions de mathématiques posées dans ce cadre.

La presse se fait en effet régulièrement l'écho de cette étude, qui rythme maintenant à intervalles réguliers le fonctionnement d'un grand nombre de systèmes éducatifs de par le monde. Les résultats comparés des quelques 50 pays participant à PISA font régulièrement la une de nos médias et les résultats français y sont, le plus souvent, jugés médiocres et, en tout cas, loin de satisfaire les attentes. Les responsables de notre système éducatif, de leur côté, se sont d'abord retranchés dans une réserve prudente (déclarant que pour les mathématiques, les résultats étaient « *significativement au-dessus de la moyenne de l'OCDE* » (MEN, 2004) pour, aujourd'hui, dénoncer la faiblesse de nos résultats, spécialement en mathématiques : « *nous sommes très en dessous de la moyenne européenne* » (déclaration du Ministre de l'Éducation Nationale à l'émission « le rendez-vous des politiques », France-culture, 12 décembre 2007).

Notons que ces affirmations ne sont pas contradictoires et même, qu'elles comportent une bonne part de vérité. En mathématiques, l'étude 2006 a en effet mis en évidence une baisse des résultats français par rapport aux résultats de 2003 (baisse à la fois relative, par rapport aux autres pays, et absolue, par rapport à nous-mêmes) et ajoutons que les résultats de 2003 n'avaient pas de quoi réjouir.

Notons tout de même que l'on a joué un temps sur l'ambiguïté du terme « significativement » pour laisser croire au public que les résultats étaient bons. Seuls les enseignants de mathématiques, et quelques initiés, auront compris qu'il s'agissait de significativité statistique, ce qui ne dit rien sur l'ampleur des différences. Par contre, utiliser l'expression « très en dessous de » implique que l'écart à la moyenne est important, ce qui est bien sûr une question d'appréciation.

Quoiqu'il en soit, à juste titre ou non, notre système éducatif — et en ce qui nous concerne plus spécialement, l'enseignement des mathématiques dans notre pays — est en grande partie jugé, chez nous comme à l'étranger, en prenant les résultats de PISA comme point de référence. Ce regard ainsi porté sur les acquis des élèves ne peut pas laisser les enseignants indifférents. Il nous semble important que ceux-ci aient une idée claire sur les objectifs et les démarches de PISA et qu'ils aient des clés de lecture fiables pour les scores et les analyses produites ici et ailleurs. Ce n'est qu'à cette condition qu'ils pourront en toute connaissance de cause et en toute indépendance faire entrer, ou non, des éléments associés aux études PISA dans leurs conceptions et dans leurs pratiques.

En ce qui concerne les objectifs, l'organisation, et la méthodologie de PISA, les sources abondent (OCDE, 2003, 2004, 2006, 2007). Il nous a cependant paru nécessaire, dans la première partie de cet article, de rappeler quelques éléments et développer quelques points, habituellement laissés dans l'ombre, afin d'essayer de dissiper certaines erreurs d'interprétation.

L'objectif de cet article est donc, d'abord, d'apporter aux enseignants des éclairages susceptibles de les aider à se faire leur propre idée sur la nature, sur l'intérêt et sur la validité des études PISA. Nous ne manquerons pas de souligner quelques-uns des défauts de cette étude et il est évident que le lecteur en trouvera d'autres. Disons tout de suite que quels que soient ses défauts, l'étude doit selon nous être prise au sérieux par les enseignants. Nous pensons qu'ils peuvent en tirer profit pour leur réflexion sur leur métier et qu'ils peuvent trouver avantage à en utiliser certains éléments dans leurs pratiques. C'est en tout cas ce que nous essayerons de montrer dans la seconde partie de cet article.

2. Les études PISA

2.1. Les objectifs des études PISA

L'acronyme PISA désigne le programme pour l'évaluation internationale des élèves (Programme for International Student Assessment), mis en place par l'OCDE depuis l'année 2000. Notons que, pour coller aux lettres, PISA est généralement présenté comme « programme international pour le suivi des acquis des élèves », ce qui a tendance à gommer la fonction évaluative du programme. Les trente pays de l'OCDE plus un certain nombre de pays dits « partenaires » (cinquante-huit pays en tout en 2006) participent tous les trois ans à une évaluation commune des compétences de base de tous les jeunes de 15 ans, à quelque place qu'ils se trouvent dans les systèmes éducatifs concernés. Le mot utilisé en anglais pour qualifier l'objet de l'évaluation est « literacy », que l'on a longtemps traduit en français, à tort, par « culture », mais qu'il est maintenant convenu de traduire par « littéracie » (néologisme orthographié aussi *littératie*, auquel les linguistes semblent cependant préférer *littéracie*). Il s'agit d'évaluer, de façon indépendante des programmes d'enseignement (les curriculums), la façon dont les jeunes sont prêts, vers la fin des scolarités obligatoires, à affronter les défis du monde dans lequel ils sont appelés à vivre.

Les mots clés de l'OCDE sont « *économie* » et « *développement* » ; l'éducation n'intéressant l'OCDE que dans la mesure où elle contribue au développement. C'est dire que les implications politiques et géopolitiques des études PISA ne sont pas neutres, l'OCDE ne cachant d'ailleurs pas sa volonté d'influer sur l'évolution des systèmes éducatifs. Cette question est essentielle et conditionne largement la position que chacun peut avoir en ce qui concerne l'intérêt à apporter à ces études. Dans cet article, nous ne l'évoquerons que dans la mesure où elle peut avoir un rapport avec les conceptions que l'on peut avoir sur les mathématiques et sur leur enseignement.

PISA ne s'adresse pas, directement, aux enseignants, mais plutôt aux décideurs et aux gestionnaires auxquels il s'agit de fournir des indicateurs fiables pour le pilotage des systèmes éducatifs. Cela justifie, dans une certaine mesure, le nombre important de ces indicateurs et l'attention apportée à leur qualité technique. Les méthodologies mises en œuvre doivent, en particulier, recevoir l'assentiment de l'ensemble des gouvernements concernés et les indicateurs obtenus doivent supporter la comparabilité dans le temps et dans l'espace géographique. Dans cet étude, nous n'évoquerons que quelques-uns de ces indicateurs et nous renverrons à d'autres études pour ce qui concerne les indicateurs de nature économique, les indicateurs socio-économiques, sociaux, ainsi que les relations de ces indicateurs avec les indicateurs plus directement liés à l'éducation et aux résultats de l'éducation.

Précisons davantage les objectifs de PISA en utilisant les termes mêmes utilisés par l'OCDE.

> *L'enquête PISA vise à évaluer dans quelle mesure les jeunes adultes de 15 ans, c'est-à-dire des élèves en fin d'obligation scolaire, sont préparés à relever les défis de la société de la connaissance.*
>
> *L'évaluation est prospective, dans le sens où elle porte sur l'aptitude des jeunes à exploiter leurs savoirs et savoir-faire pour faire face aux défis de la vie réelle et qu'elle ne cherche pas à déterminer dans quelle mesure les élèves ont assimilé une matière spécifique du programme d'enseignement.*
>
> *Cette orientation reflète l'évolution des finalités et des objectifs des programmes scolaires : l'important est d'amener les élèves à utiliser ce qu'ils ont appris à l'école, et pas seulement à le reproduire.* (OCDE, 2004a)

En ce qui concerne la notion de littéracie, PISA précise :

> *... la notion de « littératie », ...renvoie à la capacité des élèves d'exploiter des savoirs et savoir-faire dans des matières clés et d'analyser, de raisonner et de communiquer lorsqu'ils énoncent, résolvent et interprètent des problèmes qui s'inscrivent dans divers contextes.* (Idem)

L'évaluation porte sur la compréhension de l'écrit, les mathématiques et les sciences, domaines auxquels s'est ajouté en 2003 la résolution de problèmes, considérée comme un champ transdisciplinaire. Le mot clé est « *compétences* » ; une façon de dire que PISA prête peu d'attention à ce qui est enseigné mais procède essentiellement à une analyse des besoins. Les besoins étant identifiés, on s'intéresse à la façon dont les élèves sont armés pour y faire face. Les connaissances n'intéressent donc PISA que dans la mesure où elles constituent des outils permettant de répondre à des questions a priori non scolaires. Il est bien sûr sous-entendu que les systèmes éducatifs doivent, d'une façon ou d'une autre, munir les jeunes des connaissances nécessaires, mais aussi développer les compétences ainsi repérées.

Enfin, ce qui concerne les mathématiques :

> *La littéracie mathématique est l'aptitude d'un individu à identifier et à comprendre le rôle que les mathématiques jouent dans le monde, à produire des jugements fondés utilisant les mathématiques, et à s'engager dans des activités mathématiques, en fonction des exigences de sa vie en tant que citoyen constructif, impliqué et réfléchi.* (Ibidem)

Il est donc clair que les objectifs pris en compte par PISA ne recouvrent pas les objectifs de notre système éducatif. Dans un article précédent (Bodin, 2006a), nous avions pu estimer que, pour les mathématiques, le questionnement de PISA recouvrait environ 15% des programmes du collège. Certes, il s'agit a priori des 15% considérés comme les plus utiles à tous ; il ne serait donc pas anormal de leur accorder une attention particulière, mais cela montre bien que l'on ne peut pas considérer que PISA évalue la qualité globale de notre système éducatif. En fait, selon les pays, l'adéquation de PISA aux curriculums en vigueur est plus ou moins grande ce qui, à soi seul, peut expliquer une partie des différences observées.

Les enseignants sont tiraillés entre des conceptions épistémologiques opposées, en ce qui concerne la nature et le caractère utilitaire des mathématiques. La place à accorder aux situations d'origine (apparemment) concrète et celle à accorder aux mathématiques plus formelles, ou encore les relations à établir entre ces deux aspects des mathématiques font l'objet de débats et de positionnements souvent antagonistes (Chevallard, 2007a). PISA vient s'inscrire dans ce débat et, à l'évidence, cherche à tirer du côté de l'utilitaire.

2.2. L'organisation des études PISA

L'organisation des études PISA est lourde et complexe et nous renvoyons aux documents cités en référence pour les détails. Pour notre propos, précisons seulement les points suivants :

- L'étude est périodique de période 3 ans (2000 ; 2003 ; 2006 ; 2009 ...). À chaque occurrence de l'étude, une partie des questions est gardée secrète pour permettre les comparaisons ultérieures. Un nombre important de questions sont cependant libérées, qui suffisent amplement à l'information des enseignants et autres personnes intéressées. Évidemment, dans cet article, comme dans les prolongements proposés, nous ne montrons que des questions libérées.
- Trois domaines sont visés (lecture, mathématique et science) avec en plus, en 2003, un domaine particulier non repris en 2006 et considéré comme transdisciplinaire : la résolution de problèmes.
- Pour chacune des opérations, la focalisation se fait sur l'un des domaines. En 2003, elle s'est faite sur les mathématiques avec environ les 2/3 du temps de passation des épreuves consacrés aux questions de ce domaine (en 2006, la focalisation portait sur les sciences ; en 2000, elle portait sur la lecture).
- Les échantillons d'élèves passant les épreuves sont censés représenter statistiquement l'ensemble des jeunes de 15 ans des pays ou systèmes concernés.

- Tous les élèves ne passent pas toutes les questions de l'évaluation et, par le jeu des livrets d'évaluation, tous les élèves ne passent pas les questions dans le même ordre. Signalons au passage que les livrets d'évaluation étaient, en 2003, formés de 3 modules de mathématiques et d'un module d'un autre domaine.
- Ce ne sont pas les enseignants des élèves qui administrent les épreuves et les codages des réponses sont faits par des personnes spécialement entraînées et indépendantes des établissements concernés par l'évaluation (théoriquement !)

Précisons que le temps de passation par livret est fixé à 2 heures et ceci, pour un nombre d'items de l'ordre d'une cinquantaine. Le temps moyen alloué pour répondre à un item est d'environ 2 minutes (mais une question peut comporter plusieurs items). Il suffit de jeter un œil sur les questions de lecture ou de sciences, mais aussi de mathématiques, pour constater que les élèves n'auront que peu de temps pour chercher et devront décider rapidement de leurs réponses.

2.3. Signification des scores publiés

On ne peut rien comprendre à PISA si l'on n'a pas une idée de la façon dont les données sont traitées et dont les scores sont calculés. En fait, une machinerie complexe est utilisée, dont il n'est possible de donner ici qu'un léger aperçu.

Dans un premier temps, on connaît, par pays, les réussites-échecs de chaque élève à chacune des questions auxquels il a été soumis. Cela permet de déterminer, toujours par pays, les taux de réussite à chacune des questions de l'étude. Par exemple la question « menuisier » (voir plus loin) est réussie en France par 18,5% des élèves alors qu'en Finlande, elle est réussie par 22,5% des élèves.

On pourrait s'arrêter là en ce qui concerne les scores, mais compte tenu de la façon dont les résultats sont diffusés et utilisés (en particulier pour définir des niveaux de compétence), il importe de connaître la façon dont les « *scores* » globaux sont calculés. En effet, que signifie la phrase suivante : *« En mathématiques, en 2003, le score de la France était 511, tandis que le score de la Finlande était de 544, soit un écart de 32 points... »* ? Ce type d'énoncé apparaît souvent, aussi bien dans les rapports et commentaires officiels que dans la presse. Le tableau suivant rassemble ces « *scores* » pour les volets 2000, 2003 et 2006 de l'étude.

PISA : les « scores » en mathématiques

	Maths 2000	Maths 2003	Maths 2006
FRANCE	517	511	496
FINLANDE	536	544	548
ALLEMAGNE	490	503	504

La comparaison avec la Finlande s'impose dans la mesure où ce pays est souvent cité comme exemple à suivre. Nous avons simplement ajouté l'Allemagne pour nous sentir moins seuls. Le lecteur intéressé par des résultats québécois ou canadiens et par leur analyse pourra consulter CMÉ (2004) ou Rousseau et al. (2006).

À l'observation de ce tableau, qui vient confirmer d'autres alertes, on comprend que ces résultats ne laissent pas (ou plutôt, ne laissent plus) indifférents les responsables de notre système éducatif. Ils ne peuvent pas davantage laisser les enseignants indifférents, lesquels d'une façon ou d'une autre ne manquent pas d'être jugés à travers cette évaluation, et lesquels, de toutes façons, auront à en gérer les inévitables retombées.[1]

Mais revenons à ces fameux « *scores* ». Partant de l'ensemble des résultats (en fait, des codages en [0 ; 1]), une procédure d'affectation probabiliste permet de traiter les élèves n'ayant pas passé certaines questions comme s'ils les avaient passées. D'autres corrections et ajustements sont faits pour tenter de réduire certains biais qui auront été détectés et en particulier, pour tenir compte des biais d'échantillonnage. La procédure d'attribution qui conduit finalement à attribuer un « score » à chaque élève est assez complexe et comporte de nombreuses itérations. Cette procédure est destinée à rendre comparable les résultats d'élèves n'ayant pas été soumis aux mêmes questions. Elle vise aussi à inférer sur l'ensemble des jeunes de 15 ans les résultats observés sur un échantillon représentatif (en France, par exemple, seuls 4300 élèves ont réellement passé des épreuves). Ce que l'on obtient alors, c'est un indice qui reste assez proche des scores réels, mais ce n'est déjà plus un score au sens strict. À partir d'ici, nous n'emploierons le terme de « score » que pour parler d'un rapport entre deux entiers (par exemple le nombre de réussites divisé par le nombre d'individus...), ou d'estimations de telles valeurs. Dans les autres cas, nous parlerons d'indice, ou de valeurs prises par un indice. La distribution des scores obtenus à ce premier niveau est alors transformée pour être ajustée à la distribution normale réduite $\mathfrak{N}$ (0 ; 1). On obtient ainsi un indice de réussite (nous ne parlons plus ici de score).

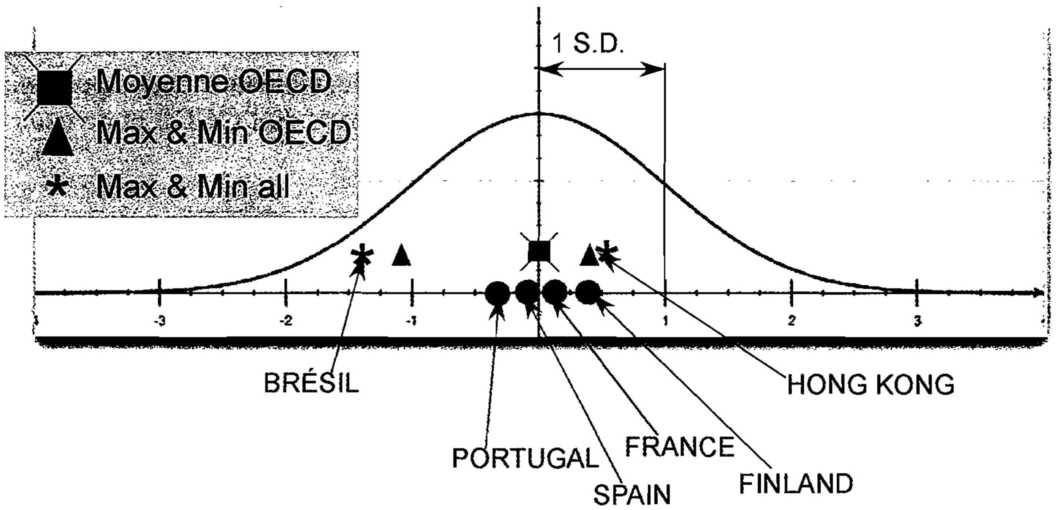
L'indice de réussite de l'ensemble des jeunes de 15 ans de l'OCDE est donc distribué suivant la loi normale $\mathfrak{N}$(0; 1) et l'on peut alors replacer les résultats d'un pays sur cette échelle (en se restreignant aux résultats de ce pays). On peut de même placer chaque individu sur cette échelle et parler, par exemple, d'un individu de niveau 2 par rapport à cet indice, cela pour dire que ses résultats se trouvent à deux écarts types de la moyenne par rapport à l'ensemble des jeunes de l'OCDE. Insistons sur le fait que cela ne nous dit rien en ce qui concerne son score de réussite. Dans le haut de la page suivante, on peut voir un exemple de présentation possible des indices de quelques pays.

Insistons sur le fait qu'à ce niveau, on a totalement perdu de vue les scores. La seule chose que l'on puisse dire de l'écart, par exemple, entre la France et la Finlande est qu'elle est de 33 centièmes d'écart type sur l'échelle ainsi construite. Mais ça ne serait pas très vendeur !

Pour des raisons de lisibilité, on effectue une nouvelle transformation pour ajuster la distribution à la distribution normale de moyenne 500 et d'écart type 100. L'échelle de compétence mathématique de PISA est donc, finalement, l'échelle $\mathfrak{N}$ (500 ; 100).

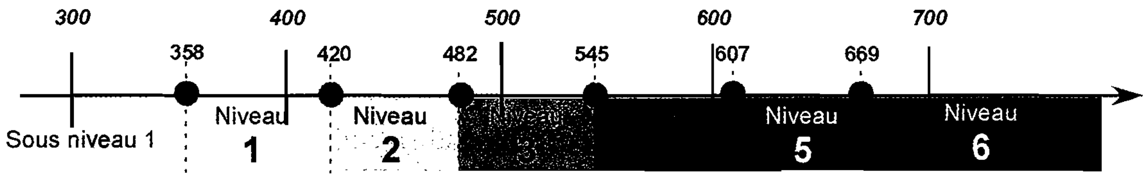
[1] Rappelons simplement que les résultats de PISA 2006 ont été utilisés comme arguments pour l'élaboration du socle commun de connaissances et de compétences ainsi que pour la dernière refonte des programmes de l'école élementaire.

PISA 2003 - Domaine mathématique - Indices globaux sur l'échelle $\mathcal{N}(0, 1)$



On aurait pu utiliser une méthode de même type pour placer les items de l'évaluation sur cette échelle, en considérant par exemple qu'un item ayant obtenu un taux de réussite égal à p serait situé au même niveau qu'un individu ayant obtenu un score global égal à p. Ce n'est pas la méthode qui a été retenue. En effet, conformément aux techniques issues de la psychométrie (théorie des réponses aux items), PISA définit l'indice de difficulté d'un item comme étant la valeur de l'indice à partir duquel un individu a une probabilité au moins égal à 0,5 de réussir l'item.

Cette organisation a permis à PISA de définir des niveaux de compétence. Là encore, la définition de ces niveaux est assez complexe et fait interagir une démarche qualitative (jugement d'experts) et une démarche quantitative. Après quelques itérations du processus et stabilisation du résultat, on a obtenu un découpage de l'échelle de compétences en 6 niveaux (plus un).



L'échelle de compétence de PISA

Un élève est donc au niveau 6 s'il a un indice de compétence égal ou supérieur à 669, tandis que dire qu'un item est au niveau 6, c'est dire qu'un élève de niveau 6 a une probabilité de réussir cet item supérieure ou égale à 0,5. Notons que la définition de ces niveaux permet d'assurer que, si l'on considère un ensemble d'items dont les indices de difficulté appartiennent tous, par exemple, à l'intervalle [607 ; 669], l'espérance mathématique du score d'un individu de niveau 5 sur cet ensemble d'items est supérieur ou égal à 50% (espérance mathématique de la loi binomiale de paramètre 0,5).

La façon dont la construction de cette échelle prend en compte l'analyse des tâches permet de donner un sens à ces niveaux et permet de les décrire. Le lecteur trouvera la description de ces niveaux pour l'ensemble du domaine mathématique en téléchargement sur mon site personnel. On peut alors, par exemple, comparer les proportion des élèves qui, dans chaque pays, se trouvent à tel ou tel niveau de compétence. Ainsi, le tableau suivant permet de comparer la répartition des jeunes de 15 ans de l'ensemble des pays de l'OCDE et de ceux de la France et de la Finlande par rapport aux niveaux ainsi définis.

Niveau de compétence mathématique	Inférieur à 1	1	2	3	4	5	6
OCDE	11,0%	14,6%	21,2%	22,4%	17,6%	9,6%	3,5%
FRANCE	5,6%	11%	20,2%	25,9%	22,1%	11,6%	3,5%
FINLANDE	1,5%	5,3%	16%	27,7%	26,1%	16,7%	6,7%

Ces chiffres confirment d'autres études (TIMSS en particulier) qui, depuis longtemps, ont mis en évidence qu'en ce qui concerne les mathématiques pour tous, ou si l'on préfère, les mathématiques du citoyen, notre pays réussissait plutôt mal, en particulier avec les élèves les plus en difficulté. Un autre fait apparaît, qui peut contredire quelques certitudes: nous ne sommes pas très bons non plus en ce qui concerne la formation des meilleurs, au moins pour les compétences visées par PISA ; moins bons en tout cas que la Suisse, le Canada, le Japon, la Corée, etc.

Il faut cependant éviter d'étendre sans précautions les conclusions ci-dessus à l'ensemble de la formation mathématique. Il est possible que l'insistance mise dans notre curriculum, et dans nos pratiques, sur des mathématiques plus formelles que celles prises en compte par PISA (place de la démonstration, des symboles, de l'algèbre, de l'analyse, ...) puisse profiter à nos meilleurs élèves. Dans les études EVAPM, par exemple, les corrélations entre les réussites observées à des exercices de type PISA (concrets) et des exercices plus formels sont en général assez faibles. De leur côté, nos collègues finlandais dénoncent même une focalisation trop grande de leur enseignement secondaire sur les situations de la vie réelle et le fait que cela se paie ensuite par des difficulté d'abstraction, de rigueur et de formalisation.[2]

Mais l'accès médiocre de l'ensemble des jeunes aux mathématiques reconnues utiles pour la vie et pour la vie citoyenne en particulier, n'est pas sans importance. Les meilleurs d'aujourd'hui seront les élites de demain et si ces élites ne sont, au mieux, à l'aise que dans le formalisme mathématique, c'est l'équilibre même de la société, pour ne pas dire la démocratie, qui se trouvera menacée.

Il faut certainement dépasser le débat stérile entre mathématiques utilitaires, mathématiques pour le développement de l'esprit, mathématiques pour réussir aux tests et examens de ... mathématiques ! ... Sur cette question, relevant des épistémologies plus ou moins

[2] The PISA survey tells only a partial truth of Finnish childrens' mathematical skills, by Kari Astala, Simo K. Kivelä, Pekka Koskela, Olli Martio, Marjatta Näätänen, Kyösti Tarvainen, and 201 mathematics teachers in universities and polytechnics. Site de SOLMU.

contradictoires qui traversent la communauté mathématique, nous renvoyons à Chevallard (2007a). Le propos de l'article cité ne porte pas sur PISA et les orientations suggérées ne vont évidemment pas dans le sens d'une soumission aux injonctions du moment, qu'elles viennent de l'OCDE ou d'ailleurs ; ces injonctions poussant essentiellement à introduire davantage de « réel » dans l'enseignement des mathématiques. Nous pensons simplement qu'une réflexion approfondie sur cette étude et l'appropriation par les enseignants de certains de ses présupposés et de ses outils pourraient contribuer à répondre à l'un des souhaits d'Yves Chevallard : « les mathématiques doivent aujourd'hui réapprendre à se rendre socialement désirables et culturellement avenantes ».

2.4. PISA et le socle de compétences et de connaissances

Notons d'abord qu'il existe un lien étroit entre les objectifs pris en compte par PISA et la définition de notre socle de connaissances et de compétences, lequel se réfère d'ailleurs explicitement à PISA. Dans les deux cas, il s'agit bien des savoirs reconnus utiles pour tous. Si l'on accorde un peu de validité à cette étude, le rapprochement avec le socle de connaissances et de compétences devrait conduire à admettre que, dans l'état actuel des choses, en mathématiques, le questionnement certificatif du socle ne devrait excéder le niveau 2 de l'échelle PISA, à savoir :

> *Les élèves peuvent interpréter et reconnaître des situations dans des contextes qui ne demandent pas plus que d'effectuer des inférences directes. Ils n'ont à puiser les informations pertinentes que dans une source d'information unique et peuvent se limiter à un seul mode de représentation. Ils sont capables d'utiliser les algorithmes de base, des formules, des procédures ou des conventions élémentaires. Ils peuvent se livrer à un raisonnement direct et interpréter les résultats de manière littérale.*

Cela, du moins si l'on continue à penser que l'ensemble des jeunes doit maîtriser ce socle : le socle « *ciment de la nation* ». Pour le moment, avec la limite indiquée, il resterait encore plus de 15% des jeunes qui ne le maîtriseraient pas. Cela n'empêche pas de se fixer des objectifs plus ambitieux, mais leur atteinte ne pourra se faire que progressivement et à condition d'y consacrer l'attention nécessaire.

3. Les mathématiques dans PISA

3.1. Les idées majeures, les compétences

Pisa a une approche utilitaire des mathématiques et se demande dans quelles classes de problèmes des compétences mathématiques pourront être utilisées. L'idée n'est pas nouvelle et rejoint, en particulier, les problématiques de l'APMEP. Sur ce point, PISA s'est cependant inspiré d'un ouvrage publié par le Conseil national de recherche des États-Unis (Steen, 1990).

3.2. Les champs de problèmes

Quatre champs de problèmes ont été retenus pour les mathématiques de PISA : Quantité, Espace et forme, Relations et variations, Incertitude. Les expressions utilisées reflètent bien l'idée que ce ne sont pas les connaissances dans les domaines mathématiques classiques (géométrie, algèbre, ...) qu'il s'agit d'évaluer, mais bien la façon dont ces connaissances peuvent être mobilisées dans des situations relevant d'une analyse non scolaire des besoins.

Le terme d'incertitude, par exemple, recouvre ce que l'on peut appeler « l'aléatoire » ; du moins si l'on admet que les statistiques, lorsqu'elles ne se limitent pas au dénombrement, participent de l'aléatoire (choix des échantillons, etc.)

> *Le terme 'Uncertainty' est utilisé pour suggérer deux sujets liés : données et hasard. Aucun des deux n'est un sujet mathématique. D'une façon un peu rapide, on peut dire que les statistiques et les probabilités sont les domaine des mathématiques qui prennent en charge, respectivement, les données et le hasard.* (D. Moore, in Steen, 1990) [3]

Cette distance prise avec les mathématiques savantes illustre le type de double transposition valorisé par PISA. Le « réel » est supposé constituer la source comme le cadre des situations d'évaluation proposées, tandis que les mathématiques plus ou moins savantes, apprises au cours de la scolarité, sont supposées se mobiliser naturellement dans les dites situations ; cela du moins dans les systèmes curriculaires qui continuent à avoir une approche largement formelle des mathématiques, ce qui reste le cas majoritaire. D'une certaine façon, PISA porte sur ce que l'on a pu appeler les « mathématiques mixtes », mais traduire, comme cela est souvent fait, « data » par statistiques et « chance » par probabilités abolit cette distance ; distance dont il n'est alors même plus possible de discuter la pertinence épistémologique.

Cette approche — qui opère de façon semblable sur les autres champs mathématiques — initialement présentée dans le cadre de référence de PISA sous le vocable de « Grandes idées », s'est un peu estompée avec le temps. Soumettre ce genre de concept à une centaine de représentants des gouvernements des pays participants ne peut manquer de conduire les équipes techniques, composées de praticiens et de chercheurs, à des réductions drastiques. Toutefois, si l'affichage a souffert de divers accommodements, l'esprit est bien resté celui décrit ci-dessus, spécialement en ce qui concerne le choix des questions. On peut lire les définitions officielles que PISA donne des quatre champs mathématiques dans Bodin (2005).

	Maths TOUT	Quantit`	Relations et variations	espace et forme	Incertitude
France	53,17%	61,53%	52,84%	50,24%	47,59%
Finlande	59,14%	68,38%	56,28%	55,58%	55,56%
Japon	57,73%	64,63%	54,92%	58,67%	52,28%
OCDE	50,17%	58,47%	47,78%	47,67%	46,37%
TOUS	47,58%	55,79%	45,03%	45,63%	43,59%

Scores math˘matiques PISA 2003

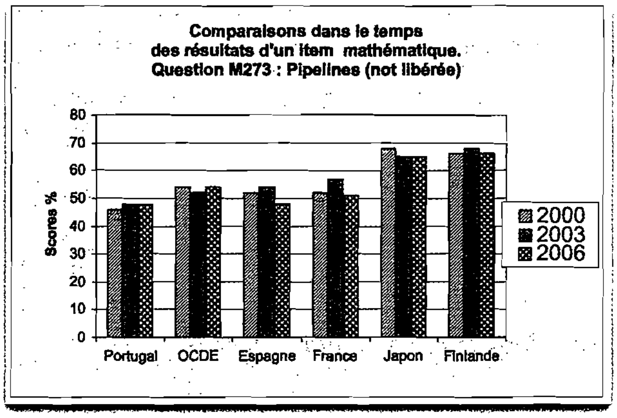
Le tableau ci-contre donne les scores des différents champs. La différence entre la moyenne des scores français et finlandais est d'environ 6 points de pourcentage ; cette différence est de 4,5 points entre les résultats français et japonais. Ce n'est pas rien, mais c'est déjà moins impressionnant que les « scores » habituellement publiés.

Les différences de même type, pour chacun des champs de l'étude, restent du même ordre. Par exemple, la différence entre les scores du champ « incertitude » est d'environ 8 points de pourcentage entre les résultats français et les résultats japonais. Donc, 8 points de pourcentage au lieu de 6 points pour l'ensemble. À l'évidence, on a affaire à de petites variations que l'on

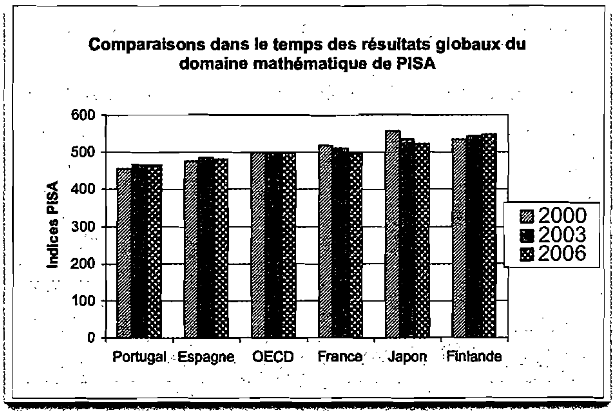
[3] 'Uncertainty' is intended to suggest two related topics : data and chance. Neither is a topic within mathematics ; they are both however, phenomena that are subject of mathematics study. Roughly speaking, statistics and probability are the mathematical fiels that deal with data and chance, respectively.

peut, certes, chercher à expliquer, mais qu'il ne convient pas d'exagérer. Ainsi, on a fait valoir que que notre curriculum faisait peu de place à l'aléatoire et que les statistiques étaient traitées chez nous d'un point de vue plus quantitatif que qualitatif, contrairement à ce qui se passe dans d'autre pays. Cela est sans doute vrai, mais surtout, les questions du champ « incertitude » sont perçues par tous comme plus difficiles que celles des autres champs. Et cela pour tout le monde.

Cette remarque sur la relative faiblesse des différences observées peut s'étendre à l'ensemble de l'étude. On peut compléter en dénonçant l'abus qui est fait de comparaisons numériques sans grand intérêt et dans bien des cas, en passant sous silence les nombreux biais qui font qu'une différence de deux ou trois points de pourcentage non seulement est peu importante, mais est en outre peu fiable. Observons par exemple les résultats de la question « Pipelines ». Pour cette question, la différence des scores de réussite entre la France et la Finlande, environ 10%, est l'une des plus grandes observées. C'est bien moins que ce que l'on peut facilement observer en France d'une classe à l'autre ou d'un collège à l'autre.



Les explications de nature sociologiques, socioéconomiques et socioéducatives qui accompagnent en général les études PISA ne sont pas à dédaigner et, à leur propos, nous renvoyons le lecteur aux analyses qui traitent de ce point de vue. Cependant, ce qui devrait davantage intéresser les enseignants serait d'essayer de comprendre pourquoi telle question, en apparence facile, résistent partout (ici avec 50% d'échec, là avec 40% !) Ce serait aussi de se demander s'il est opportun de faire un effort d'enseignement pour chercher à améliorer la familiarité des élèves avec le type de questions proposées par PISA. Ce serait enfin de se demander ce que l'on peut faire concrètement pour améliorer ces résultats sans diminuer en même temps la qualité générale de la formation mathématique des élèves.



La question des « Pipelines » ne peut pas être montrée ici. Nous l'avons choisie parce que c'est l'une des rares questions qu'il est possible de suivre dans le temps. Le diagramme des résultats pour plusieurs pays et pour les trois cycles de l'étude illustre un fait général, à savoir la grande stabilité des résultats dans le temps court de ces études. Entre l'étude 2000 et l'étude 2006, certains pays ont fait des réformes pour adapter leur système aux conceptions valorisées par PISA. Cela se reflète dans les résultats, mais de façon très modeste. A contrario, les systèmes éducatifs qui ne réagissent pas voient l'écart mécaniquement s'accroître par rapport aux précédents. C'est, semble-t-il, le cas de la France.

Cette relative stabilité des résultats de PISA au long de la suite des études se vérifie partout et rend assez inutile les comparaisons fines entre ces cycles. Pour cette raison, nous basons cette étude essentiellement sur les résultats de l'étude 2003, plus importante, nous l'avons vu, en ce qui concerne les mathématiques. Nous ne préciserons donc que dans le cas où nous nous référerons à l'étude de 2000 ou à celle de 2006.

Revenons aux champs mathématiques de l'étude (les problématiques) pour observer qu'ils sont très fortement corrélés. Le tableau suivant donne les corrélations entre les scores des élèves pour l'ensemble de l'OCDE. L'importance inhabituelle des ces corrélations indique que ce qui est commun entre ces différents champs est plus important que ce qui les distingue. Nous proposerons plus loin une explication de ce fait. En tout cas, cela rend peu intéressantes les comparaisons que l'on pourrait souhaiter faire entre ces champs.

PISA 2003 MATH□MATIQUES : corrˇlations OCDE

	Relations et variations	Incertitude	Quantitˇ
Espace et forme	0,89	0,88	0,89
Relations et variations		0,92	0,92
Incertitude			0,90

3.3. Les classes de compétence

PISA considère 3 grandes classes de compétences : Reproduction, Connexions et Réflexion. Ces classes servent, simultanément, à l'analyse des compétences (ce qu'il faut être en mesure de mettre en œuvre dans tel type de situations), à la création et à l'analyse des tâches proposées. Voir Bodin (2005) pour la description complète de ces classes de compétences.

Nous ferons aussi référence à une taxonomie de la complexité cognitive, dérivée de celle de Régis Gras (1977), et présentée dans la rubrique « Évaluations – Questions générales » sur le site http://web.me.com/antoinebodin/pro/ (Bodin, 2005). Signalons encore que ces 3 classes sont proches des catégories définies par Robert (2002), catégories que nous ne développerons pas ici mais que le lecteur trouvera profitable d'utiliser pour l'analyse des questions de PISA.

Nous avons vu plus haut que PISA classait aussi les questions et les individus sur une échelle de compétence en leur attribuant un indice sur cette échelle. Si l'on note R la moyenne des indices de compétence des questions de la classe « Reproduction », C la moyenne correspondante des questions de la classe « Connexions » et F celle des questions de la classe « Réflexion », dans tous les pays, on a bien $R < C < F$, ainsi que l'illustre le tableau suivant.

	Reproduction	Connexions	Réflexion
Finlande	74,1%	55,2%	44,2%
France	68,7%	48,6%	38,6%
Japon	71,7%	53,2%	45,6%
OCDE	65,1%	45,7%	36,3%

Toutefois, cette hiérarchie n'est pas respectée pour toutes les paires de questions et l'on trouve des questions de la classe « Reproduction » qui ont un indice supérieur à celui de certaines questions de la classe « Connexions ».

3.4. Le questionnement mathématique

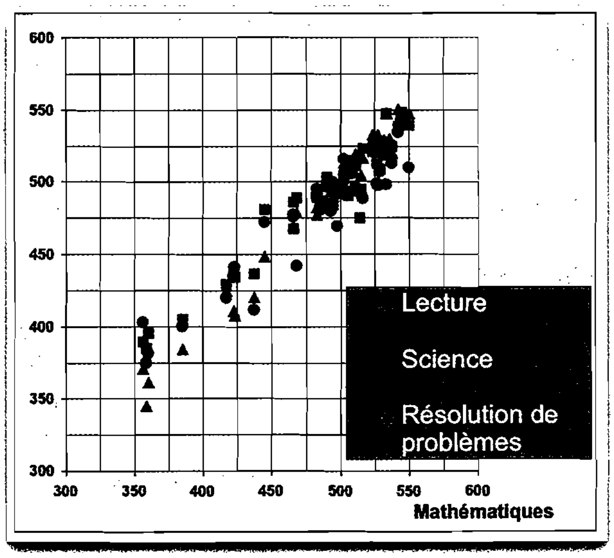
Le principe du questionnement de PISA vise à activer la procédure de résolution suivante (extrait du cadre de référence de PISA) :

1. Commencer par un problème relevant de la réalité .
2. Organiser le problème en fonction de concepts mathématiques.
3. Effacer progressivement la réalité au travers de divers processus, tels que la formulation d'hypothèses concernant l'identification des principales caractéristiques du problème, la généralisation et la formalisation (dont l'objectif est de faire ressortir les caractéristiques mathématiques de la situation et de transformer le problème réel en un problème mathématique qui soit le reflet fidèle de la situation).
4. Résoudre le problème mathématique.
5. Comprendre la solution mathématique et l'appliquer à la situation réelle (ce qui implique aussi d'identifier les limites de la solution).

Cette démarche, qui nous était autrefois familière, au moins dans le cadre des mises en équation des problèmes, l'est semble-t-il beaucoup moins aujourd'hui. Vu de l'extérieur, par rapport aux pratiques courantes dans les pays qui réussissent mieux que nous à PISA, l'enseignement des mathématiques en France est décrit comme très formel. Ce jugement qui tend à être repris sans beaucoup de nuances par les responsables de notre système éducatif n'est peut-être pas tout à fait justifié. Au niveau du collège au moins, si l'on en juge par les manuels et d'après ce que disent les professeurs, l'appui sur le concret est constant. Cependant, même les situations concrètes sont généralement structurées de façon à éviter à l'élève d'avoir à affronter le processus de mathématisation décrit ci-dessus. Autrement dit, les élèves font rarement des problèmes (qu'ils soient d'ailleurs « concrets » ou non). Ce point pourrait être facilement modifié sans que cela nuise à la formation mathématique des élèves.

Notons que nous parlons de mathématisation et non de modélisation. Introduire des calculs ou quelques résultats mathématiques dans une situation d'origine apparemment concrète, ce n'est pas modéliser. Par exemple, il serait abusif de dire d'un élève qui utilise une approche intuitive des probabilités pour résoudre une question concrète, qu'il modélise. Il faudrait au moins, pour cela, qu'il fasse un appel conscient et explicite au modèle probabiliste.

3.5. Rapport des mathématiques avec les autres domaines de l'étude



Le graphique ci contre présente, pour l'ensemble des pays (et non des élèves), les corrélations entre les résultats du domaine mathématique et ceux des autres domaines de l'étude. Tous les taux de corrélation sont supérieurs à 0,95. C'est dire qu'au niveau d'un pays, le taux de réussite d'un des domaines constitue une bonne approximation des taux de réussite dans les autres domaines.

Si l'on descend au niveau des individus, le phénomène est moins massif, mais il reste très important, ainsi que le montre le premier tableau. La place manque dans cet article pour présenter les questions du domaine « recherche de problèmes », mais on n'est pas trop surpris de constater une forte corrélation entre ce domaine et les mathématiques. Les valeurs des corrélations des mathématiques avec la lecture et avec les sciences étonne davantage.

Les valeurs des coefficients de corrélation entre les champs mathématiques, elles aussi très importantes, ont déjà été présentés en § 3.1.1.

PISA 2003 : corrˇlations 0CDE

	Lecture	Science	Rˇsolution de probl¸mes
Mathˇmatiques	0,77	0,82	0,89
Lecture		0,83	0,82
Science			0,79

Une partie du phénomène peut sans doute être expliqué par l'influence de facteurs externes (économiques et autres) mais, selon nous et selon d'autres chercheurs étrangers, la place de la langue dans le questionnement est le principal responsable. En mathématiques comme dans les autres domaines, l'élève se trouve souvent en face d'un texte important à lire, à comprendre, duquel il doit tirer les informations utiles et laisser de côté celles qui ne le sont pas. Comme l'exprime assez bien un chercheur anglais, dans PISA, il y a souvent peu de mathématiques à mobiliser, mais beaucoup à faire avant de pouvoir les utiliser (Ruddock, 2006). Du coup, on peut penser que les caractéristiques linguistiques des langues utilisées influent aussi sur les résultats de PISA, et donc sur les différences entre pays.

Il est certain que dans la vie du citoyen, du travailleur, comme de l'adulte en général, les situations ne se livrent pas immédiatement aux mathématiques ; que la compréhension des situations passe souvent par l'analyse et par la compréhension de texte. Ce n'est cependant pas toujours le cas ; on rencontre aussi des situations mathématisables sans paroles. Il est en tout cas un peu dommage que PISA ne fasse pas la distinction entre l'échec dû à un manque de compréhension de la situation proposée et l'échec dû à la non disponibilité des connaissances nécessaires, ou encore à la non mobilisation de connaissances pourtant disponibles. Cette distinction peut plus facilement être faite en classe, et c'est à cela, en particulier, que nous voudrions inciter les professeurs.

À l'évidence, l'amélioration des compétences des élèves en ce qui concerne les mathématiques pour tous passe par davantage de situations dans lesquelles l'élève aura en charge la mathématisation, le choix des démarches et des procédures, mais aussi la compréhension de la question à partir d'une situation non mathématisée a priori. Dans ce cadre au moins, cela conduit à bannir les questions du type I, 1°) a) ; I, 1°) b)... Mais cela, Lucienne Félix, par exemple, le disait très bien il y a une quinzaine d'années, lors d'une intervention à l'école d'été de didactique des mathématiques. Cela pour dire — car Lucienne Félix ne parlait pas que des mathématiques pour tous — que le bénéfice de l'extension d'une telle démarche profiterait aussi à l'ensemble des compétences mathématiques.

3.6. Le format des questions

Le tiers seulement (28 questions sur 85) des questions mathématiques de PISA sont des questions à choix multiples (QCM), simples ou complexes. Cela empêche de faire porter, comme on a pu le faire, la responsabilité des (relativement) faibles résultats français à l'usage immodéré d'un type de questionnement qui nous serait en partie étranger. Les autres question (58 sur 85) sont des questions à réponses ouvertes et courtes (QROC). On distingue encore les

QROC à réponse forcée, notées ici QROCF, questions pour lesquelles on attend un nombre, un mot ou une expression ; et les questions à réponse étendue, notées ici QROCE, pour lesquelles on attend une justification.

	QCM	QROC	QROCF	QROCE
Finlande	59,6%	58,3%	66,9%	48,3%
France	53,3%	51,9%	61,2%	41,1%
Japon	59,1%	56,9%	66,3%	46,0%
OCDE	51,2%	48,8%	58,6%	37,4%

L'analyse du tableau ci-dessus montre bien que les QCM ne creusent pas les différences. Compte tenu de l'importance donnée à l'argumentation et à la démonstration dans notre système, nous pensions que les résultats français des QROCE se rapprocheraient de ceux des pays qui sont en tête. La encore, le tableau montre qu'il n'en est rien.

Plus généralement, nous avons essayé de chercher des différences en faveur des résultats français, mais nous devons dire que nous n'avons rien trouvé de ce type. Ce qui frappe plutôt, c'est que nous sommes en quelque sorte, uniformément moins bons que les têtes de classe (Finlande, Japon) ; un peu moins bons ou beaucoup moins bons, cela reste une question d'appréciation...

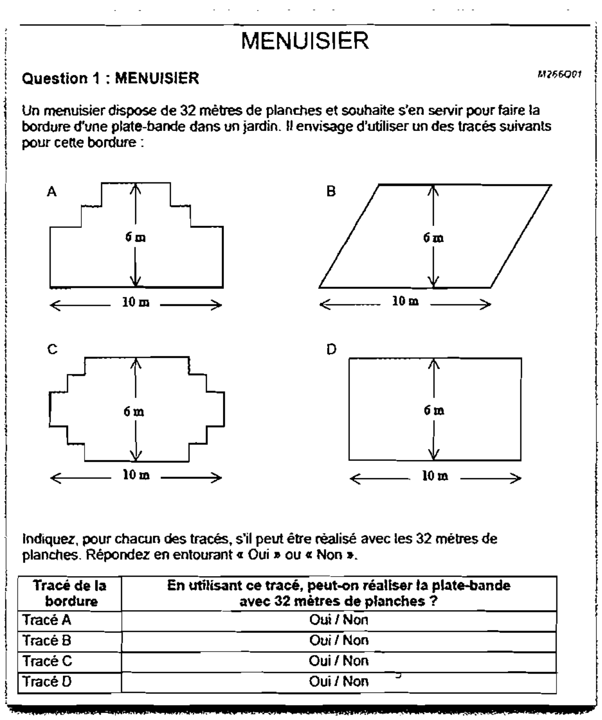
4. Présentation de quelques questions

Les remarques qui précèdent étaient surtout destinées à permettre aux professeurs d'avoir une connaissance suffisante des études PISA pour pouvoir décider d'eux-mêmes de la place à leur faire dans leurs pratiques. Précisons que, dans notre esprit, cette remarque concerne aussi bien les enseignants de lycée ou de l'école élémentaire que ceux du collège. PISA, comme le socle commun de connaissances et de compétences qui, nous l'avons dit, lui est lié, s'adresse en effet aux jeunes en fin de scolarité obligatoire. Rappelons encore que cette fin, dans notre pays, est fixée à 16 ans et qu'au moment de la passation des épreuves PISA, plus de 60% des jeunes d'une classe d'âge se trouvent en classe de seconde, ou à un niveau supérieur.

Nous ne présenterons ici que quelques questions pour illustrer le questionnement mathématique de PISA et pour en suggérer l'utilisation en classe. Pour la description des questions, nous ferons une référence rapide à la taxonomie de la complexité cognitive déjà citée, taxonomie que nous utilisons régulièrement dans les études EVAPM et dans la base EVAPMIB, auxquelles nous renvoyons pour plus de détail (cf. références).

Certaines des questions de PISA ont été incluses dans des études EVAPM récentes. Dans chaque cas, nous le signalerons.

4.1. Question Menuisier



MENUISIER

Question 1 : MENUISIER M266Q01

Un menuisier dispose de 32 mètres de planches et souhaite s'en servir pour faire la bordure d'une plate-bande dans un jardin. Il envisage d'utiliser un des tracés suivants pour cette bordure :

Indiquez, pour chacun des tracés, s'il peut être réalisé avec les 32 mètres de planches. Répondez en entourant « Oui » ou « Non ».

Tracé de la bordure	En utilisant ce tracé, peut-on réaliser la plate-bande avec 32 mètres de planches ?
Tracé A	Oui / Non
Tracé B	Oui / Non
Tracé C	Oui / Non
Tracé D	Oui / Non

Voyons une première question. Il s'agit d'une QCM. Le contexte semble à la fois familier d'un point de vue mathématique (périmètre d'un polygone simple) et familier en ce qui concerne l'habillage. L'élève doit analyser les figures et remarquer que les tracés A et C ont même périmètre que le tracé D.

Comment peut-il arriver à cette conclusion ? Quelle technique peut-il utiliser ? Quelle technologie peut-il convoquer ?

À moins d'être familier des jeux et autres énigmes mathématiques, l'élève devra se livrer à une analyse fine de la situation avant de pouvoir conclure à l'égalité des périmètres des figures A et B. L'analyse des résultats montre cependant que c'est la figure B qui a le plus fait chuter les élèves, et cela dans tous les pays, comme le suggère le tableau ci-dessous.

Faut-il en déduire que les élèves confondent les concepts d'aire et de périmètre ? Ce serait oublier que les élèves n'ont que deux petites minutes pour prendre possession de la question, l'analyser et y répondre.

Menuisier

Champ	Classe	Taxo	Réussite France	Réussite Finlande	Réussite OCDE	Difficulté OCDE	Niveau
Espace et forme	Connexions	**D1**	**18,5%**	22,5%	19,4%	687	**6**
Question aussi posée en 2000, avec les résultats suivants :			*21,5%*	*25,7%*	*19,9%*		

La question est classée par PISA dans la classe « connexions ». Elle implique en effet un cadre familier mais, sauf pour quelques élèves, il ne s'agit pas d'un tâche routinière. Les résultats conduisent à classer cette question au plus haut niveau des classes de compétence : niveau 6. Cette question est en effet perçue comme l'une des plus difficiles de l'étude.

Notre analyse de la tâche nous fait classer cette question au niveau D1 de la taxonomie : « *utiliser dans une situation nouvelle des outils et des procédures connus* ». Ce niveau suppose un minimum de créativité de la part d'un élève qui n'aurait pas déjà rencontré une tâche semblable. L'utilisation de cette question présentée en question ouverte, en classe, en individuel ou en équipe, permettrait de mieux comprendre ce qui a amené environ 4 élèves sur 5 à échouer à cette question, et cela dans le monde entier (le taux maximum est celui du Japon, avec seulement 37% de bonnes réponses).

4.3. Question Marche à pied

Dans cette question, un nombre de pas par minute divisé par une longueur donne un nombre sans dimension. On peut penser que cette entorse à l'analyse dimensionnelle n'a pas gêné les élèves, mais cela reste à vérifier. De même, l'élève n'aura sans doute pas vu que cette relation empirique résulte de l'observation d'une corrélation linéaire entre deux grandeurs, ce qui fait que les unités n'ont aucune importance. Il n'est pas précisé que les réponses données aux sous-questions seront approximatives. Cela peut poser des problèmes aux élèves les plus rigoureux.

MARCHE À PIED

L'image montre les traces de pas d'un homme en train de marcher. La longueur de pas P est la distance entre l'arrière de deux traces de pas consécutives.

Pour les hommes, la formule $\frac{n}{P} = 140$ donne un rapport approximatif entre n et P, où :

n = nombre de pas par minute, P = longueur de pas en mètres.

Question 1 : MARCHE À PIED M124Q01 - 0 1 2 9

Si la formule s'applique à la façon de marcher d'Henri et qu'Henri fait 70 pas par minute, quelle est la longueur de pas d'Henri ? Montrez la façon dont vous avez procédé.

Question 3 : MARCHE À PIED M124Q03 - 00 11 21 22 23 24 31 99

Bernard sait que la longueur de son pas est de 0,80 mètre. La formule s'applique à sa façon de marcher.

Calculez la vitesse à laquelle marche Bernard en mètres par minute et en kilomètres par heure. Montrez la façon dont vous avez procédé.

Marche à pied

	Champ	Classe	Taxo	Réussite France	Réussite Finlande	Réussite OCDE	Difficulté OCDE	Niveau
Q1	Relations et variations	Reproduction	C1	**43,2%**	41,2%	33,5%	611	**5**
Q2	Relations et variations	Connexions	C2	**24%**	27%	20,5%	664	**5**
Question aussi posée en 2000, avec les résultats suivants :			***Q1***	*41,9%*	*38,0%*	*34,4%*		
			Q2	*22,5%*	*23,2%*	*18,9%*		

Dans la première sous-question, il suffit de remplacer n par sa valeur (70) dans la formule pour trouver la réponse attendue. Toute autre réflexion sur la situation entraîne une perte de temps et risque de conduire à une réponse erronée. La démarche valorisée ici est une lecture cursive de l'énoncé, l'isolement de la seule formule présente et le seul remplacement possible dans cette mystérieuse formule d'une variable par sa seule valeur possible. Est-ce bien ce type de démarche que l'on souhaite valoriser ?

Dans la seconde sous-question, la simple substitution ne suffit pas et il faut procéder en deux étapes : trouver le nombre de pas par minute et en déduire la vitesse. La démarche est typique du questionnement de PISA : l'élève doit prendre des initiatives pour organiser sa solution. Le taux de réussite serait évidemment plus élevé si l'on demandait, comme ce serait sans doute le cas au brevet des collèges :

a) Calculer le nombre de pas par minutes de Bernard.
b) En déduire la vitesse de Bernard en mètres par minute, puis en kilomètres par heure.

4.3. Question Cambriolage

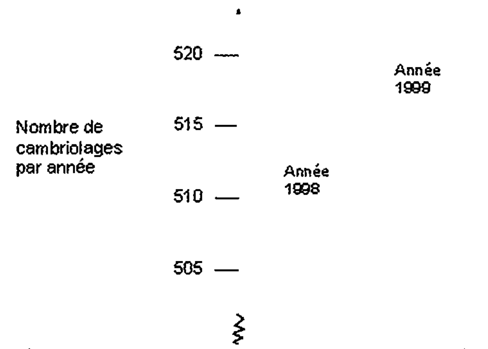
Cette question est reprise de l'étude TIMSS de 1995 (troisième étude internationale sur les mathématiques et les sciences). Elle est typique du questionnement de PISA dans le champ « incertitude ».

CAMBRIOLAGES

Question 1 : CAMBRIOLAGES M179Q01 - 01 02 03 04 11 12 21 22 2

Lors d'une émission télévisée, un journaliste montre ce graphique et dit :

« Ce graphique montre qu'il y a eu une très forte augmentation du nombre de cambriolages entre 1998 et 1999. »



Considérez-vous que l'affirmation du journaliste est une interprétation correcte de ce graphique ? Justifiez votre réponse par une explication.

L'élève doit non seulement lire et interpréter des représentations de données, mais il doit exercer son esprit critique. Cela nous fait placer la question en E1 en ce qui concerne la complexité cognitive :

« Production de jugements relatifs à des productions externes ».

Cette compétence était jusqu'à présent assez peu développée en France, mais les modifications successives des programmes de collège comme de lycée, y compris pour les lycées professionnels, lui font maintenant une place importante.

La question a aussi été utilisée dans le cadre des études EVAPM au niveau des classes terminales en 1999 et en seconde en 2003. Les résultats présentés dans le tableau sont assez cohérents ; en France, ils vont dans le sens d'une amélioration dans le temps de ce type de compétence.

Cambriolages

Champ	Classe	Taxo	Réussite France	Réussite Finlande	Réussite OCDE	Difficulté OCDE	Niveau
Incertitude	Connexions	**E1**	**29%**	46%	29%	635	**5**
Question aussi posée en 2000, avec les résultats suivants :			***26,8%***	*37,3%*	*26,3%*		
TIMSS (Troisième étude internationale) Terminales, 1995			***25%***				
EVAPM, Seconde, 2003 :			***23%***				
EVAPM, Terminales sauf S, 1999 :			***56%***				

4.4. Question Étagères

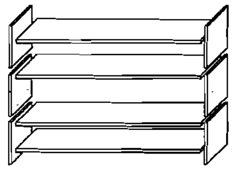
Là encore, les connaissances mathématiques nécessaires se limitent à peu de choses ; en l'occurrence, le produit des nombres entiers. Il faut quatre longues planches par étagères ; or, 4 x 6 = 24, 4 x 7 = 28 ; donc, on fera au plus 6 étagères. Mais il faut six planches courtes par étagères ; 6 x 6 = 36 ; c'est trop, on fera donc au plus 5 étagères. Il ne reste plus qu'à vérifier que les équerres et les vis disponibles sont bien suffisantes pour faire 5 étagères.

ÉTAGÈRES

Question 1 : ÉTAGÈRES M484Q01

Pour construire une étagère complète, un menuisier a besoin du matériel suivant :

4 planches longues ;
6 planches courtes ;
12 petites équerres ;
2 grandes équerres ;
14 vis.



Le menuisier dispose d'un stock de 26 planches longues, 33 planches courtes, 200 petites équerres, 20 grandes équerres et 510 vis.

Combien d'étagères complètes le menuisier peut-il construire ?

Réponse : ....

Chez nous, la question est réussie par 2 élèves sur 3. Compte tenu de sa facilité, on peut se demander ce qui a bien pu arrêter le tiers restant. Certains ont pu penser que, si l'on souhaitait faire 6 étagères, les deux planches longues en trop permettraient de faire les 3 planches courtes manquantes. Devant les questions trop faciles, les élèves ont en effet tendance à rajouter de la difficulté.

Dans le cadre d'EVAPM, nous avons posé cette question en Sixième. Seuls 15% des élèves ont trouvé la bonne réponse. Malheureusement, les données recueillies ne permettent pas de savoir ce qui a rendu la question difficile à ce niveau. Une mise en œuvre en classe, de préférence en binômes, ou par groupe de 3 ou 4 élèves, permettrait de mieux comprendre les stratégies des élèves et les procédures de contrôle auxquelles ils font ou non appel.

Étagères

Champ	Classe	Taxo	Réussite France	Réussite Finlande	Réussite OCDE	Difficulté OCDE	Niveau
Quantité	Connexions	**C2**	**62,7%**	73,7%	499	499	**3**
EVAPM, Sixième, 2005 :			***15%***				

4.5. Pommiers

Cette question est maintenant bien connue ; nous la présentons ici parce que nous l'avons reprise en seconde dans le cadre d'EVAPM, ce qui permet des comparaisons intéressantes. La première sous-question peut se traiter par induction d'une formule (le nombre de conifères est de $2n$ x 4 = $8n$) ou par prolongation de la suite des figures. Cela est aussi une constante dans PISA : la possibilité d'utiliser des démarches différentes pour aboutir au résultat cherché. Le fait que, en France, cette question, du niveau de l'école élémentaire, ne soit réussie que par moins d'un jeune sur deux (alors qu'elle l'est en Grande Bretagne par 68% et au Japon par 81%) ne manque pas d'intriguer. Là encore, les élèves ont-ils cherché des difficultés là où il n'y en avait pas ? Ont-ils bien compris la question ?

La formulation de la seconde sous-question n'incitait pas à prolonger la série de figures, ce qui était possible et que certains élèves ont fait ; les formules sont données et il suffit de résoudre l'équation $n^2 = 8n$. De toutes façons, les consignes de codage conduisaient à donner le même poids à tout résultat exact ($n = 8$), quelle que soit la démarche. Ainsi, les élèves qui ont écrit : $n \times n = 8n$, donc $n \times \cancel{n} = 8\cancel{n}$ et donc, $n = 8$, ont été valorisés au même titre que ceux qui ont trouvé les deux solutions $n = 8$ et $n = 0$ et ont ensuite justifié le rejet de la solution $n = 0$. Il semble donc qu'une démarche incorrecte ou approximative peut ainsi être considérée comme valide.

Dans ces conditions, on est un peu surpris qu'en France, seul un élève sur quatre parvienne à trouver la bonne réponse (et seulement un sur deux au Japon).

POMMIERS

Un fermier plante des pommiers en carré. Afin de protéger ces arbres contre le vent, il plante des conifères tout autour du verger.

Vous pouvez voir ci-dessous un schéma présentant cette situation, avec la disposition des pommiers et des conifères pour un nombre (n) de rangées de pommiers :

```
n = 1      n = 2        n = 3             n = 4

X X X      X X X X X    X X X X X X X     X X X X X X X X X
X • X      X •   • X    X •   •   • X     X •   •   •   • X
X X X      X       X    X           X     X               X
           X •   • X    X •   •   • X     X •   •   •   • X
           X X X X X    X           X     X               X
                        X •   •   • X     X •   •   •   • X
X = conifères           X X X X X X X     X               X
• = pommiers                              X •   •   •   • X
                                          X X X X X X X X X
```

Question 1 : POMMIERS   *M136Q01- 01 02 11 12 21 99*

Complétez le tableau :

n	Nombre de pommiers	Nombre de conifères
1	1	8
2	4	
3		
4		
5		

Question 2 : POMMIERS   *M136Q02- 00 11 12 13 14 15 99*

Il existe deux expressions que vous pouvez utiliser pour calculer le nombre de pommiers et le nombre de conifères dans cette situation :

Nombre de pommiers = n^2

Nombre de conifères = $8n$

où n est le nombre de rangées de pommiers.

Il existe une valeur de n pour laquelle le nombre de pommiers est égal au nombre de conifères. Trouvez cette valeur de n et expliquez votre méthode pour la calculer.

....

....

Question 3 : POMMIERS   *M136Q03- - 01 02 11 21 99*

Supposez que le fermier veuille faire un verger beaucoup plus grand, avec de nombreuses rangées d'arbres. Lorsque le fermier agrandit le verger, qu'est-ce qui va augmenter le plus vite : le nombre de pommiers ou le nombre de conifères ? Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

....

....

Pour la sous-question 3, l'élève, en France comme ailleurs, ne dispose ni d'une technique, ni d'une technologie, et n'a aucune théorie mathématique à laquelle se référer (nous utilisons ici les termes de la théorie anthropologique du didactique d'Y. Chevallard (2007b). S'agissant de variation de variation, la théorie renverrait à la notion de dérivée seconde, laquelle serait d'ailleurs inopérante ici.

On pouvait remarquer que lorsque n augmente de 1, le nombre de conifères, $8n$ augmente de 8, tandis que le nombre de pommiers augmente de $(n + 1)^2 - n^2$, c'est à dire de $2n + 1$. Or, dans IN, $2n + 1 > 8$ pour $n > 3$. À partir de $n = 4$, le nombre de pommiers augmente donc plus vite que le nombre de conifères. Plusieurs autres démarches étaient possibles, en particulier la comparaison des courbes représentatives des fonctions définies dans IN par : $f : x \to 8n$ et $g : x \to n$.

En France, il n'y a plus qu'un élève sur 10 qui réussisse cet item. Le fait de ne pas disposer de procédure standard et, simultanément, de devoir faire face à une situation peu familière, voire totalement étrangère au curriculum, explique facilement ce faible taux. Notons qu'avec EVAPM, on obtient à peu près le même taux en fin de seconde. Ces taux sont voisins de ceux que l'on observe dans les autres pays, sauf pour la Corée (30%).

Pommiers

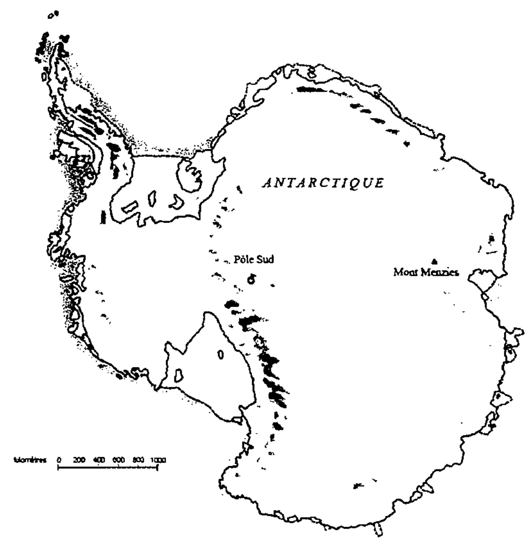
	Résultats en 2000 (la question n'a pas été reprise en 2003)					
	Champ	Classe	Taxo	Réussite France	Réussite Finlande	Réussite OCDE
Q1	Relations et variations	Reproduction	B2	**41,8%**	52,1%	49,1%
Q2	Relations et variations	Connexions	C2	**25,7%**	19,7%	24,9%
Q2	Relations et variations	Réflexion	D1	**11,2%**	12,7%	13,2%
EVAPM, Seconde, 2003			*Q1*	*79%*		
			Q2	*60%*		
			Q3	*10%*		

4.6. Question Continent

Encore une question typique de PISA. En France, nous avons été obligés d'inventer le concept de « question à prise d'initiative » pour caractériser ce type de questions pour lesquelles aucune procédure n'est indiquée ni suggérée ; dans d'autres pays, la prise d'initiative est constitutive de l'éducation mathématique et même, de l'éducation tout court. Signalons que la sous-question 1, montrée ici, n'a finalement pas été utilisée lors de la passation ; ce qui, sans doute, a rendu la question plus difficile.

CONTINENT

Vous voyez ci-dessous une carte de l'Antarctique.



De nombreuses méthodes étaient acceptées, y compris le calcul de l'aire d'un disque à peu près circonscrit à l'Antarctique, à condition que l'aire trouvée soit comprise entre 12^6 et 18^6 km^2.

Question 1 : CONTINENT *M148Q01*

Quelle est la distance entre le Pôle Sud et le Mont Menzies ? (Utilisez l'échelle de la carte pour faire votre estimation).

A La distance est comprise entre 1 600 km et 1 799 km
B La distance est comprise entre 1 800 km et 1 999 km
C La distance est comprise entre 2 000 km et 2 099 km
D On ne peut pas déterminer cette distance.

Les taux de réussite sont assez bas partout ; le maximum étant obtenu aux Pays-bas, avec 38% de réussite.

Question 2 : CONTINENT *M148Q02 – 01 02 11 12 13 14 21 22 23 24 25 99*

Estimez l'aire de l'Antarctique en utilisant l'échelle de cette carte.

Montrez votre travail et expliquez comment vous avez fait votre estimation. (Vous pouvez dessiner sur la carte si cela vous aide pour votre estimation.)

La encore, la reprise de cette question dans l'étude EVAPM de Seconde en 2003, où elle obtient 27% de réponses correctes, donne une certaine crédibilité aux scores produits par PISA.

Continent

	Résultats PISA en 2000 (la question n'a pas été reprise en 2003)					
	Champ	Classe	Taxo	Réussite France	Réussite Finlande	Réussite OCDE
Q2	Espace et forme	Réflexion	D1	**19,5%**	29,6%	19,3%
EVAPM seconde 2003				**27%**		

4.7. Question Dés à jouer

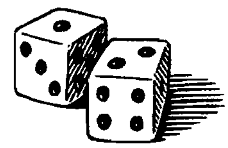
La sous-question 1 de cette question avait été préparée pour être passée avec la sous-question 2, mais elle a été finalement mise de côté ; comme bien d'autres questions, elle aurait pu aussi bien être utilisée dans le domaine « résolution de problèmes ». Nous la présentons ici pour mémoire, ne serait-ce que parce qu'avec les élèves, il peut être intéressant de remettre ces deux questions ensemble.

DÉS À JOUER

Le dessin à droite représente deux dés.

Les dés sont des cubes avec des faces numérotées selon la règle suivante :

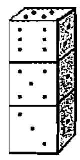
La somme des points figurant sur deux faces opposées doit toujours être égale à 7.



Question 1 : DÉS À JOUER

Vous voyez à droite trois dés empilés les uns sur les autres. Le dé 1 a quatre points sur sa face supérieure.

Combien de points y a-t-il en tout sur les cinq faces horizontales que vous ne pouvez pas voir (la face inférieure du dé 1 et les faces supérieures et inférieures du dé 2 et du dé 3) ?



La sous question 2, la seule qui ait été posée, illustre bien l'importance du texte dans PISA ; texte que l'on peut d'ailleurs trouver ici assez maladroit. Cette question est une QCM complexe, ce qui suppose l'analyse de chacune des sous-réponses proposées. La question est assez bien réussie partout (maximum 83% au Japon) ; elle ne l'est pas dans les pays où les jeux de dès sont plus ou moins proscrits par la culture ou par la religion. Il y a là un biais culturel évident.

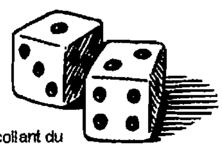
DÉS À JOUER

Question 2 : DÉS À JOUER

Le dessin à droite représente deux dés.

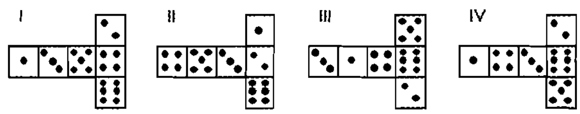
Les dés sont des cubes avec des faces numérotées selon la règle suivante :

La somme des points figurant sur deux faces opposées doit toujours être égale à 7.



Vous pouvez aisément réaliser un dé en découpant, pliant et collant du carton. Cela peut se faire de plusieurs manières. Ci-dessous, vous pouvez voir quatre découpages qui peuvent être utilisés pour faire des dés, avec des points sur les faces.

Parmi les découpages ci-dessous, lequel ou lesquels peu(ven)t être plié(s) de manière à former un dé qui obéit à la règle selon laquelle la somme des faces opposées est égale à 7 ? Pour chacun des découpages, entourez soit « Oui », soit « Non » dans le tableau ci-dessous.



Découpage	Obéit-il à la règle selon laquelle la somme des faces opposées est égale à 7 ?
I	Oui / Non
II	Oui / Non
III	Oui / Non
IV	Oui / Non

Nous avons utilisé cette question en sixième, dans le cadre d'EVAPM où elle a obtenu un taux de réussite de 33%. La question nécessitant une bonne analyse de la situation et une bonne vision dans l'espace, ce résultat est assez bon ; en tout cas, la question est tout à fait accessible à ce niveau et peut y être utilisée avec profit.

Dés à jouer

	Champ	Classe	Taxo	Réussite France	Réussite Finlande	Réussite OCDE	Difficulté OCDE	Niveau
Q2	Espace et forme	Connexions		**66,5%**	76,2%	60,4%	503	**3**
EVAPM, Sixième, 2005 :				*33%*				

5. Utilisation des questions de PISA avec les élèves

Introduire des questions de type PISA dans les exercices et devoirs formatifs donnés aux élèves peut se faire à petite dose ; cela pourrait contribuer à détruire l'idée que l'on ne peut être évalué que sur ce que l'on est en train d'apprendre, idée qui s'accompagne de son corollaire : il est légitime d'oublier ce que l'on n'est plus en train d'apprendre. Cela contribuerait, comme nous l'avons déjà souligné, à aider l'élève à comprendre que la portée des apprentissages dépasse de loin le cadre scolaire immédiat.

On peut utiliser des questions de PISA en cours de mathématiques, mais on peut aussi utiliser, en interdisciplinarité, des questions de mathématiques et des autres domaines.

5.1. Le domaine de la résolution de problèmes

À propos du domaine « résolution de problèmes », le cadre de référence de PISA précise :

> *La résolution de problèmes renvoie à la capacité d'un individu de mettre en œuvre des processus cognitifs pour appréhender et résoudre des problèmes posés dans des situations réelles, transdisciplinaires, dont la résolution passe par un cheminement qui n'apparaît pas clairement d'emblée ou fait appel à des domaines de compétence ou à des matières qui ne relèvent pas exclusivement des mathématiques, des sciences ou de la compréhension de l'écrit.*
>
> *La résolution de problèmes est un objectif éducatif central dans les curriculums de tous les pays. Les enseignants et les décideurs s'intéressent particulièrement à l'aptitude des élèves à résoudre des problèmes dans des contextes de la vie réelle, c'est-à-dire comprendre les informations disponibles, y repérer les éléments pertinents et les relations qui les unissent, construire ou appliquer une représentation externe, résoudre le problème et, enfin, évaluer, justifier et communiquer leurs solutions. Les processus intervenant dans la résolution de problèmes — tels qu'ils sont définis ici — se retrouvent dans l'ensemble des matières enseignées : les mathématiques, les sciences, les sciences humaines et les langues, pour n'en citer que quelques-unes. La résolution de problèmes est l'un des fondements nécessaires pour continuer à apprendre, participer réellement à la vie de la société et mener des activités personnelles.* (OCDE, 2004a)

La place allouée à cet article ne permet pas de présenter des questions de ce domaine, mais ce qui précède montre bien les liens existant entre ce domaine et le domaine mathématique proprement dit. En comparant les questions du domaine mathématique avec celles du domaine résolution de problème (cf. les références pour l'accès à ces questions), le lecteur pourra d'ailleurs se demander pour quelle raison certaines questions ont été placées dans un domaine plutôt que dans l'autre.

5.2. Utilisation de PISA en interdisciplinarité ?

Les questions du domaine « lecture » mettent en jeu le même type de prise d'information que celles de mathématiques. Certaines mettent en jeu des informations numériques ou relationnelles de même nature que celles rencontrées dans les questions du domaine mathématique. Cela est encore plus vrai pour le domaine des sciences. Nous n'entrerons pas ici dans le débat sur les compétences transversales, pas plus, d'ailleurs, que sur la question du transfert. Mais il est vraisemblable que l'utilisation interdisciplinaire de certaines questions de PISA rendra ce type de questions plus familier aux élèves, favorisera la communication entre enseignants et aidera les élèves à donner davantage de sens aux enseignements qu'ils reçoivent.

5.3. Utilisation des questions de PISA dans d'autres langues que le français

Ce point complète et peut enrichir la question de l'interdisciplinarité. Les questions de PISA des divers domaines étant accessibles dans de nombreuses langues, on peut envisager d'utiliser certaines questions dans l'une des langues apprises par les élèves. Cela peut intéresser les classes européennes (certaines le font déjà), mais aussi les autres classes à condition d'impliquer les professeurs de langues. La référence à un questionnement commun à de nombreux pays peut être de nature à motiver les élèves, mais cela est tout aussi vrai pour les questions utilisées en langue française.

5.4. Accès aux questions de PISA et aux question d'EVAPM

De nombreux documents relatifs aux études PISA sont accessibles sur Internet, mais en préparant cet article, nous avons organisé des documents directement utilisables avec les élèves, en français et en anglais (pour le moment). Le lecteur trouvera les adresses correspondantes dans les références.

Cet article est centré sur PISA, mais il est clair que d'autres sources présentent des questions de type PISA, et cela sera sans doute de plus en plus vrai. Les études EVAPM — qui, rappelons-le, sont des études à grande échelle organisées depuis plus de vingt ans par l'APMEP, avec le concours de l'INRP — ont, à côté de questions plus classiques, élaboré de nombreuses questions visant à évaluer des connaissances en acte, dont pas mal sont de type PISA. On trouvera un exemple de telles questions dans l'annexe téléchargeable sur internet (cf. références). Toutes ces questions sont rassemblées dans une base multicritériée, EVAPMIB, dont l'adresse est aussi donnée dans les références.

6. Pour conclure

Bien d'autres points auraient pu être évoqués dans cet article. Nous espérons simplement avoir retenu l'attention du lecteur et avoir donné aux enseignants de tous les niveaux, de l'école élémentaire à la fin de l'enseignement secondaire, le goût de faire une place dans leur enseignement à des recherches de problèmes dans lesquels la part laissée aux élèves en ce qui concerne la mathématisation de la situation, les choix à effectuer en terme de connaissances mathématiques à mobiliser, de démarches à mettre en œuvre, soit plus importante qu'elle ne l'est habituellement. Notons ici que nous parlons de formation et non d'évaluation et en tout cas, pas d'évaluation-bilan, d'évaluation notée, qui ne peut avoir de sens que si elle vient confirmer que la formation donnée a bien été reçue.

7. Références

APMEP* (1985) Dix problématiques – Mathématiques au collège – pour un renouvellement. Supplément n°1 au *Bulletin de l'APMEP*, n°345.

BODIN A. (2007) What does Pisa really assess. In S. Hopman, G. Brinek, M. Retzl (éds.) : *PISA according to PISA*, pp. 21-57. Lit Verlag, Vienne.

BODIN A. (2006a) Ce qui est vraiment évalué par PISA en mathématiques. Ce qui ne l'est pas. Un point de vue Français. *Bulletin de l'APMEP*, n°463, pp. 240-265.

BODIN A. (2006b) Les mathématiques face aux évaluations nationales et internationales. De la première étude menée en 1960 aux études TIMSS et PISA ... en passant par les études de la DEP et d'EVAPM. Communication séminaire de l'EHESS. *Repères IREM*, n°65, pp. 55-89.

BODIN A. (2006c) Un point de vue sur PISA. *Gazette des mathématiciens*, n°108, Société Mathématique de France (SMF), pp. 54-59.

BODIN A. (2005) Classification des questions d'évaluation et cadre de référence des études PISA pour les mathématiques – présentation commentée pour les enseignants. Document de travail, téléchargeable du site personnel de l'auteur : voir la première adresse internet donnée plus bas.

CHEVALLARD Y. (2007a) Les mathématiques à l'école : pour une révolution épistémologique et didactique. *Bulletin de l'APMEP*, n°471, pp. 439-461.

CHEVALLARD Y. (2007b) Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. Actes du premier congrès international sur la théorie anthropologique du didactique. L. Ruiz-Higueras, A. Estepa, & F. Javier García (éds.) : *Sociedad, Escuela y Mathemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de la Didáctico.* Universidad de Jaén (Espagne), pp. 705-746.

CHEVALLARD, Y. (2004) La place des mathématiques vivantes dans l'éducation secondaire : transposition didactique des mathématiques et nouvelle épistémologie scolaire. *La place des mathématiques vivantes dans l'éducation secondaire.* APMEP, pp. 239-264.

CMÉ (2004) *À la hauteur : Résultats canadiens de l'étude PISA de l'OCDE : La performance des jeunes du Canada en mathématiques, en lecture, en sciences et en résolution de problèmes. Premiers résultats de 2003 pour les Canadiens de 15 ans.* Ressources humaines et Développement des compétences Canada, Conseil des ministres de l'Éducation (Canada) et Statistiques Canada, Ottawa.

DUPÉ C. et OLIVIER Y. (2005) Ce que l'évaluation PISA 2003 peut nous apprendre. *Bulletin de l'APMEP*, n°460, pp. 626-644.

DURU-BELLAT M., MONS N., SUCHAUT B. (2004) Caractéristiques des systèmes éducatifs et compétences des jeunes de 15 ans : l'éclairage des comparaisons entre pays. IREDU, Dijon.

GRAS R. (1977) *Contributions à l'étude expérimentale et à l'analyse de certaines acquisitions cognitives et de certains objectifs didactiques en mathématiques.* Thèse de l'Université de Rennes.

GRAS R., BAILLEUL M., BUSSER, E., FABREGAS M., MAGNENET M., PARZYSZ B., PÉCAL M. (1996) Une approche des contenus d'enseignement par des problématiques pour le second cycle. Supplément au *Bulletin APMEP,* n°401.

HOPMAN S., BRINEK G., RETZL M. (éds) : *PISA according to PISA*. Lit Verlag, Vienne.

INRP (2006) PISA : Analyses secondaires, questions et débats théoriques et méthodologiques (coordonné par J.-Y. Rochex, collaboration d'A. Tiberghien). *Revue Française de Pédagogie*, n°157.

MEN (2007) L'évaluation internationale PISA 2003 : compétences des élèves français en mathématiques, compréhension de l'écrit et sciences. *Ministère de l'Éducation Nationale*, Dossier DEPP n°180.

MEN (2004) Les élèves de 15 ans, premiers résultats de l'évaluation internationale PISA 2003. *Ministère de l'Éducation Nationale*, Note d'information DEP n° 04.12.

MEURET, D. 2003 Pourquoi les jeunes français ont-ils à 15 ans des performances inférieures à celles des jeunes d'autres pays ? *Revue française de Pédagogie*, n°142, pp. 89-104.

OCDE (2007) *Les compétences en sciences, un atout pour réussir*, Vol. 1 et Vol. 2.

OCDE (2006) *Compétences en sciences, lecture et mathématiques : le cadre d'évaluation de PISA 2006.*

OCDE (2004a) *Apprendre aujourd'hui, réussir demain. Premiers résultats de PISA 2003.*

OCDE (2004b) *Résoudre des problèmes, un atout pour réussir – Premières évaluations des compétences transdisciplinaires issues de PISA 2003.*

OCDE (2003) *Cadre d'évaluation de PISA 2003* – Connaissances et compétences en mathématiques, lecture, science et résolution de problèmes.

OECD (2005) *PISA 2003 Technical Report.*

OECD (2004) PISA 2003, Assessment Framework – Mathematics, Reading, Science and Problem Solving, Knowledge and Skills.

ROBERT A. (2002) Comment peuvent varier les activités des élèves sur des exercices ? Le double travail de l'enseignant sur les énoncés et sur la gestion de la classe. *Petit x*, n°60, pp. 6-26.

ROUSSEAU M., FREIMAN V., DE BLOIS L., SAVARD, D. (2006). *PISA 2003 – Culture mathématique : Une analyse des forces et des conceptions alternatives des élèves canadiens.* Conseil des ministres de l'éducation du Canada (CMEC), Ottawa.

RUDDOCK G., CLAUSEN-MAY T., PURPLE C., AGER R. (2006) *Validation Study of the PISA 2000, PISA 2003 and TIMSS-2003. International Studies of Pupil Attainment.* National Foundation for Educational Research. Londres.

STEEN L. A. (éd.) (1990) : *On the shoulders of the giants – new approaches to numeracy.* National Academic Press, Washington.

* APMEP : Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public.

Accès aux documents complémentaires

Des documents directement utilisables avec les élèves, et ceux dont il a été fait référence dans l'article (les six niveaux de littéracie mathématique de PISA, les trois domaines mathématiques de PISA, le résumé de la taxonomie de R. Gras) sont téléchargeables à l'adresse

http://web.me.com/antoinebodin/pro/

Page « ÉTUDES INTERNATIONALES – PISA »
Les rapport internationaux, en anglais et en français, peuvent être téléchargés à l'adresse :

http://www.pisa.oecd.org/

Les documents et études officiels français peuvent être téléchargés sur le site du Ministère à l'adresse :

http://www.education.gouv.fr/pid53/evaluation-statistiques

La base EVAPMIB, ainsi que des informations et des documents relatifs aux études EVAPM, sont accessibles sur le site de l'APMEP : http://www.apmep.asso.fr/