PRATIQUE ENSEIGNANTES ET TRANSMISSIONS DE SITUATIONS D'ENSEIGNEMENT EN ALGÈBRE

Lalina COULANGE,
DIDIREM Paris 7 et IUFM de Créteil

Brigitte GRUGEON,
DIDIREM Paris 7 et IUFM d'Amiens

Résumé. À l'occasion d'une recherche centrée sur l'élaboration et la mise en œuvre d'une séquence d'enseignement en algèbre destinée à des élèves en difficulté (Miranville 2006), nous avons rencontré des difficultés dans la transmission d'une situation d'enseignement pourtant largement diffusée : le « carré bordé » (centrale dans le document d'accompagnement « du numérique au littéral » publié par la Desco en 2007). Nous interrogeons les difficultés rencontrées par l'enseignante dans la mise en œuvre du scénario tel qu'il était construit par les chercheurs, au regard des marges de manœuvre qui subsistaient dans les mailles de ce scénario et d'hypothèses sur les routines d'enseignement de l'algèbre instaurées au sein de la classe observée. Ce qui nous renvoie à un questionnement plus général et théorique sur les conditions de diffusion de situations d'enseignement.

Mots-clés. Pratiques enseignantes, algèbre élémentaire, transmission de situations d'enseignement, mise en œuvre du professeur, gestion des phases d'une séance, collège.

I. Le contexte initial : une recherche autour des difficultés d'élèves de fin de collège en algèbre

I.1. Problématique initiale

Comme l'indique le titre, le travail sur lequel s'appuie cet article n'avait pas pour objet premier l'étude des pratiques enseignantes. La recherche en question (Miranville, 2006)[1] s'inscrit à l'origine dans le cadre d'un projet sur l'enseignement et l'apprentissage de compétences algébriques (projet Lingot, Delozanne et al., 2004, 2006) qui vise à la fois à diagnostiquer des difficultés d'élèves en algèbre et à outiller les enseignants de situations d'apprentissage adaptées aux difficultés repérées. Dans ce contexte, le travail de Miranville (2006) cherchait précisément à cerner des pistes de travail adaptées à des élèves de fin de collège aux compétences algébriques défaillantes. Nous avons, à cet effet, élaboré un scénario didactique, c'est-à-dire une suite de situations d'enseignement, afin de faire évoluer les connaissances de ces élèves de troisième en algèbre. Ce scénario a été mis en œuvre par une enseignante, que nous appellerons *Nicole*, dans ses deux classes de troisième, au sein d'un collège de la banlieue parisienne[2]. Miranville (2006) a étudié l'impact du scénario didactique ainsi expérimenté sur les connaissances d'une partie des élèves concernés. Cependant, après

[1] Mémoire de master de recherches en didactique des mathématiques de Vanessa Miranville, co-encadré par L. Coulange et B. Grugeon.
[2] Collège qui accueille un public d'élèves de classe sociale moyenne.

nos observations et l'analyse des données recueillies lors de cette expérimentation[3], il nous est apparu intéressant de relire ce travail à la lumière d'une autre perspective : la prise en compte du rôle du professeur Nicole dans la façon dont s'est joué ce scénario didactique. C'est cette relecture qui fait l'objet de notre propos. Mais avant d'entrer dans le vif du sujet, il nous faut présenter brièvement les acteurs de ce « film didactique ».

I.2. Un premier portrait de Nicole et de ses élèves

Les élèves de troisième de Nicole nous sont apparus comme majoritairement en difficulté en algèbre à la suite de la passation d'un test diagnostique informatisé (logiciel *Pépite*, autour duquel notre équipe travaille depuis 2000 ; Grugeon et Delozanne, 2003, Delozanne et al., 2005). Les résultats à ce test révèlent des difficultés importantes pour la plupart d'entre eux : d'une part dans la mobilisation des outils algébriques pour résoudre des problèmes, tant dans les problèmes de modélisation / généralisation que dans des problèmes de preuve, d'autre part dans l'interprétation et la manipulation même des expressions algébriques.

Ces difficultés paraissent renvoyer pour une part à des conceptions formalistes des écritures algébriques : les élèves semblent *grosso modo* voir le calcul algébrique comme une suite de règles ou de lois, dénuées de signification et peu articulées avec le cadre numérique. Ainsi, les arguments employés pour valider ou invalider des égalités vraies ou fausses se situent quasiment toujours dans un registre que nous avons qualifié de « légal » (Normand et al., 2004)[4] : « il faut faire la somme des coefficients », « on ne peut pas additionner les x et les nombres », etc., sans presque jamais faire référence au cadre numérique.

Fortes de ce constat, nous avons élaboré, dans le cadre de notre expérimentation, des séances visant à faire « remobiliser » par les élèves des éléments du cadre numérique, tels que la notion de contre-exemple pour montrer que l'égalité de deux expressions algébriques est fausse, afin de redonner du sens aux écritures formelles. Nous avons alors pu constater la prégnance d'arguments dans le registre légal au sein d'échanges entre certains élèves, qui acceptaient mal de rentrer dans les nouvelles règles du jeu mathématique.

> Ainsi, même si devant l'insistance de sa voisine Estelle, Élise tente effectivement d'employer un contre-exemple ($x = 2$) pour invalider l'égalité $3x+5x^2 = 8x^3$, elle ne semble pas se contenter de cet argument pour conclure : « Ok, mais je fais d'abord la justification ». Ce à quoi répond instantanément Estelle : « des x et des x^3 ne s'additionnent pas ».[5]

On peut se demander dans quelle mesure cette prégnance d'une vision formaliste de l'algèbre par les élèves ne vient pas faire écho à des pratiques ou des attentes exprimées par Nicole. En effet, certaines des interventions de l'enseignante pendant la première séance de l'expérimentation nous paraissent susceptibles de renforcer ces attitudes d'élèves.

L'extrait qui suit illustre son habitude apparente de mobiliser des arguments d'ordre légal

---

[3] Les séances ont eu lieu courant et fin avril 2006.

[4] Les travaux de Normand et al. (2004) ont permis une analyse linguistique fine des arguments produits par les élèves dans ce contexte et montré des corrélations entre la nature de ces arguments et leurs compétences algèbriques.

[5] Échanges extraits de la transcription des séances de 3e A. Les autres échanges sont extraits de transcriptions, elles aussi issues du mémoire de master de V. Miranville (2006).

(même si elle essaie visiblement de s'en détacher pour aller vers la notion de contre-exemple ou un retour à la définition des puissances) :

> Toi tu dis que $4a+3a$, c'est bien égal à $7a$, mais ils sont pas comme ça, vous oubliez les exposants. Est-ce que vous vous souvenez de quand **on a le droit** de multiplier les exposants ? (…) C'est une somme. Ça c'est bien, tu te dis « ça, je me souviens, je sais que j'ai pas le droit ». Est-ce que tu te souviens pourquoi tu n'as pas le droit ? **C'est bien déjà de savoir que tu n'as pas le droit**.

C'est ce type de spécificités des pratiques d'enseignement de Nicole qui nous a paru jouer un rôle important tout au long de la mise en œuvre de notre scénario didactique et que nous voulons interroger plus avant.

II. À l'affût d'une nouvelle problématique

Dans le contexte que nous venons de décrire, une série de questions naïves s'est rapidement posée : Quel est le rôle joué par l'enseignante dans la réalisation du film didactique correspondant à notre scénario ? En quoi ce rôle répond-il ou non, voire fait-il obstacle, aux enjeux d'apprentissage visés par ce scénario ? Et finalement, comment permettre à ce professeur de respecter les enjeux d'un scénario élaboré par des chercheurs, tout en « gardant la main » sur ses élèves, et en restant fidèle à sa propre pratique enseignante ?

Ces questions, formulées de façon naïve, renvoient de fait à des préoccupations à la fois assez anciennes et actuelles des chercheurs en didactique des mathématiques, sur la communication ou la transmission de situations d'enseignement ou de tâches mathématiques dans des contextes de classes ordinaires.

II.1. Des situations élaborées par les chercheurs… mises en œuvre par les professeurs

Préoccupation ancienne, voire fondatrice, la question théorique de la reproductibilité des situations d'enseignement s'est posée d'emblée dans le champ de la didactique des mathématiques, et est de fait le thème central de la thèse de M. Artigue (Artigue, 1984). Cette même question a joué un rôle fondamental dans le développement de la théorie des situations didactiques :

> Savoir ce qui est reproduit dans une situation d'enseignement est justement l'objet de la didactique, ce n'est pas un résultat d'observation, mais celui d'une analyse s'appuyant sur la connaissance des phénomènes qui définissent ce qu'ils laissent invariant. (Brousseau, 1986)

Cependant, au-delà de ce fil d'interrogation théorique qui a motivé de nombreuses recherches dans le champ de la didactique, la question concrète de la transmission de situations élaborées par les chercheurs dans les classes se pose autrement.

La mise en oeuvre d'ingénieries didactiques dans des contextes « ordinaires » a montré ses limites : parfois du point de vue des élèves, notamment dans le cas de publics d'élèves en difficulté (Perrin, 1993) ; mais plus encore, du point de vue des enseignants dont le rôle s'est montré souvent plus important qu'il n'était prévu par les chercheurs. Initialement, suivant Margolinas (1999), les recherches présentant des ingénieries didactiques sont restées floues sur le rôle joué par le professeur :

> Ainsi, en allant chercher les traces de l'activité du professeur dans les articles qui présentent des ingénieries nous entraîne toujours à la marge de ces textes, dans les "zones d'ombre" sans doute les moins contrôlées (…). La difficulté qui apparaît dans la dernière phrase me paraît révélatrice : même dans une revue de recherche, **on ne sait pas encore quels sont les éléments pertinents, minimaux, indispensables à préciser, quand il s'agit du rôle du professeur**. (Margolinas, 1999)

Mais à partir de la fin des années 1980, des travaux mettent en avant le poids important du rôle du professeur dans la mise en œuvre de situations didactiques, au point de « jeter un doute sur la possibilité même de leur transmission », selon Margolinas (1999). Cette auteure précise que cela vient en partie du problème des positionnements respectifs du chercheur et de l'enseignant. Le chercheur semble négliger ou n'a pas la possibilité de prendre en compte l'action du professeur en deçà du rôle que celui-ci a à jouer dans la classe, durant l'ingénierie ou la situation didactique, alors que précisément ce rôle ne pourrait être pensé indépendamment de son activité sur du plus long terme et de ce qui la caractérise : de ses coutumes de travail avec les élèves, de ses représentations du savoir mathématique à enseigner, etc.

> Il s'agit sans doute d'un effet de la relation entre un chercheur qui pense se substituer au professeur qui prépare et un professeur qui serait apparemment réduit à son rôle dans la classe. Ce type de transmission ne peut être efficace que si ces deux fonctionnements du professeur étaient suffisamment indépendants (…) ce qui revient à nier l'existence possible d'une mémoire didactique, en considérant le professeur toujours dans l'instant de l'action didactique en classe. La prise en compte d'autres dimensions cognitives et temporelles du professeur semble au contraire nécessaire. (Margolinas, 1999)

Cette incertitude autour du rôle joué par le professeur dans la mise en œuvre de situations élaborées par les chercheurs a pu en partie ou entre autres[6] inciter une partie d'entre eux à ouvrir un nouveau champ d'étude autour des pratiques enseignantes en contexte de classe ordinaire, au sein duquel les recherches abondent depuis plus d'une dizaine d'années. Toutefois cette thématique n'a pas été reliée à la question de la transmission ou des conditions de communication de situations d'enseignement élaborées dans le cadre de recherches sur l'enseignement des mathématiques.

II.2. Mises en œuvre par les professeurs… de situations élaborées par les chercheurs

Quelques recherches font cependant exception et font un lien explicite entre ces deux questions. Notamment, les travaux de Sensévy et al. (2005) étudient la façon dont deux enseignants de CM2 mettent en œuvre dans leur propre classe une situation élaborée par Guy Brousseau : la fameuse « course à 20 » (Brousseau, 1998)[7].
Les deux professeurs concernés (des enseignants expérimentés du premier degré, maîtres

---

[6] Beaucoup de facteurs peuvent expliquer l'intérêt croissant des chercheurs en didactique des mathématiques pour l'étude des pratiques enseignantes à partir des années 1990 : notamment leur implication dans la formation des enseignants au sein des IUFM a joué un rôle essentiel.

[7] La course à 20 est un jeu qui oppose deux joueurs. Le premier joueur joue un entier naturel inférieur à 3. Le deuxième joueur dit un deuxième nombre obtenu en additionnant 1 ou 2 à ce premier nombre. Le premier joueur dit un troisième nombre obtenu en additionnant 1 ou 2 à ce deuxième nombre… et ainsi de suite… Le joueur qui dit 20 le premier gagne la partie. La stratégie gagnante (à découvrir au cours de la situation par les élèves), qui pourrait être formulée ainsi : « commencer le premier et dire dans l'ordre les nombres 2 ; 5 ; 8 ; 11 ; 14 ; 17 ; 20 », repose sur la division euclidienne.

formateurs à l'IUFM) ont tout d'abord expérimenté le jeu mathématique de la course à 20. Les chercheurs leur ont ensuite demandé de mettre en œuvre la situation de la course à 20 (en les laissant libres d'organiser les situations d'enseignement correspondantes dans leurs classes respectives), puis d'analyser les données filmiques correspondantes (avec un regard croisé sur ces données).

L'analyse révèle d'une part que l'un des maîtres utilise deux techniques enseignantes peu pertinentes au regard des enjeux mathématiques de la situation : comme poser des questions aux élèves sur ce que pourrait bien signifier le sens des mots « course à 20 », afin de leur faire découvrir le fonctionnement du jeu à travers ces échanges de « questions-réponses », alors que ceci est susceptible d'engendrer un glissement métacognitif [8] éloignant les élèves de l'enjeu véritable de savoir. D'autre part, en visionnant les vidéos correspondantes, on voit que le deuxième enseignant valorise ces deux techniques enseignantes, à cause de leur caractère visiblement générique : dépassant potentiellement le champ de la situation d'enseignement considérée. Sensévy et al. (2005) affirment dès lors :

> En fait, la distance est grande entre le point de vue des chercheurs qui sont avant tout concernés par le sens mathématique spécifique des situations, et celui des enseignants qui semblent avant tout concernés par la cohérence de leurs activités en classe, et la pertinence éducative de *formes reproductibles* d'actions enseignantes. (Traduction de Sensévy et al., 2005, p. 7)

Pour le dire autrement, les *routines* ou les *techniques d'enseignement routinisables* prendraient aisément le pas sur des techniques enseignantes plus spécifiques à mettre en jeu au sein des situations élaborées par les chercheurs, ce qui compromet une transmission efficace de ces situations.

Cette étude renverse en quelque sorte le point de vue initial sur la question de la communication de situations élaborées par les chercheurs : Sensévy et al. (2005) analysent le brouillage dans la transmission des situations, dans le but d'étudier des spécificités des pratiques enseignantes. D'autres travaux relient également ces deux thématiques, mais en poursuivant un nouvel objectif : cerner les conditions d'une transmission fidèle de situations d'enseignement.

II.3. Vers les conditions d'une transmission de situations ou de tâches mathématiques ?

Plusieurs auteurs (Bloch, 2000 ; Robert, 2007) sont revenus plus récemment sur les difficultés de transmission des situations mathématiques élaborées par les chercheurs. À la différence de leurs prédécesseurs, ils mettent en avant des spécificités de ces situations susceptibles d'en rendre la transmission particulièrement délicate : elles comportent en particulier une dose d'incertitude non négligeable, notamment du point de vue de la phase d'engagement des élèves dans la situation, ou de la gestion didactique de leur activité.

Ainsi, Bloch (2000) oppose-t-elle l'enseignement « classique » (à tendance magistrale ou

---

[8] Le *glissement métacognitif* est le remplacement d'une connaissance par un de ses modèles, par une description en métalangage. L'exemple le plus frappant est probablement celui qui concerne l'usage des graphes dans les années 60 pour enseigner les structures, (…). Les propriétés ou les objets mathématiques étaient définis par des prédicats, eux même représentés par des ensembles, représentés par des graphes, eux mêmes par des « patates », etc. Chaque niveau avait son langage propre et son métalangage. (Brousseau, 1986)

« par ostension ») et une situation « comportant des phases adidactiques où la dévolution paraît très difficile à obtenir. » Ce qui recoupe ce qu'affirme Robert (2007) en évoquant les aides que le professeur pourrait avoir tendance à apporter aux élèves lors du déroulement de ces situations, découpant les tâches en sous-tâches, courant dès lors le risque d'en détourner le fonctionnement du point de vue des apprentissages visés :

> Par exemple, les situations a-didactiques pour lesquelles le professeur doit au début se contenter d'observer les élèves, de retenir ce qu'ils font, mais ne doit pas les aider directement, perdent évidemment de leur intérêt si elles sont gérées avec des aides permanentes de l'enseignant. (Robert, à paraître)

Une grande part des situations élaborées par les chercheurs sur l'enseignement des mathématiques à ce jour serait particulièrement difficile à diffuser auprès des professeurs, du moins sans en payer le prix fort : d'un accompagnement, voire d'un guidage par les chercheurs, ou de compétences expertes préalables de la part des enseignants dans la gestion de ce type de situations. [9]

Mais élargissons maintenant notre propos aux situations — voire aux tâches — mathématiques plus « ordinaires » : quelles seraient les conditions d'une diffusion la plus fidèle possible de situations d'enseignement auprès des professeurs ? C'est ce type de questionnement, allié à une problématique de formation d'enseignants, qui conduit Robert (2007) à définir le degré de robustesse des tâches, en le caractérisant de la façon suivante :

> (…) D'où notre idée d'introduire le degré de « robustesse » des tâches. Il s'agit de caractériser la manière dont les activités induites par ces tâches peuvent être ou non influencées par les déroulements. Une tâche robuste donne lieu à des activités possibles, voire a minima, peu différentes des activités analysées *a priori*, quelles que soient les interventions de l'enseignant. La robustesse correspond ainsi à un potentiel de « non variabilité » des activités attachées à un énoncé. (Robert, 2007)

Ce point de vue nous paraît intéressant dans le sens où il élargit la problématique initiale autour de la transmission de situations d'enseignement, en tentant d'en préciser les conditions du point de vue de la nature des tâches mathématiques en jeu et non pas seulement du point de vue des acteurs professeurs ou élèves de ces situations.

Quelles seraient des tâches relativement *robustes* sans que pour autant celles-ci ne deviennent totalement simples et isolées ? Et quels pourraient être des critères de robustesse ou de « non robustesse » des tâches ? Autant de questions qui nous paraissent cruciales tant du point de vue de la recherche sur l'enseignement des mathématiques que du point de vue élargi de la conception de ressources pédagogiques (notamment les manuels scolaires), voire même de la formation initiale et continue qui sous-entendent fréquemment la diffusion de situations d'enseignement.

II.4. Retour à notre questionnement

À la lueur de ces réflexions sur la transmission de situations d'enseignement des mathématiques développées ci-dessus, il nous semble intéressant de reformuler nos questions initiales de la façon suivante.

---

[9] Toutes choses que Bloch (2000) essaie de cerner en modélisant la situation du professeur au sein de situations d'enseignement comportant des phases adidactiques.

– Du point de vue des caractéristiques des situations d'enseignement concernées :
Comment caractériser le *degré de robustesse* des tâches mathématiques qui composent le scénario didactique élaboré en vue d'un enseignement de l'algèbre adapté à des élèves en difficulté ? Notamment, est-il possible de déterminer *a priori* des passages plus ou moins obligés du déroulement des situations d'enseignement en fonction des enjeux d'apprentissage et des difficultés prévisibles des élèves ? Ou à l'opposé, des zones d'incertitudes pour lesquelles le déroulement demeure potentiellement variable, ou plus sujet aux décisions du professeur et de ses élèves ?

– Du point de vue des pratiques enseignantes :
Quels sont les éléments des pratiques enseignantes susceptibles de jouer un rôle majeur dans la mise en œuvre de ce scénario didactique ? Et parmi ces éléments : quelles routines pédagogiques ou spécifiquement liées à l'enseignement de l'algèbre ? En particulier, quels choix du professeur pendant le déroulement, à travers les modalités de travail ou les aides proposées, peuvent-ils modifier le déroulement envisagé et les apprentissages visés ? Mais aussi, quelles représentations de l'enseignement de l'algèbre, quelles contraintes extérieures liées au travail réel de cette enseignante dans son établissement, peuvent-elles influer sur l'évolution du scénario didactique prévu par les chercheurs ? [10]

La méthodologie qui a guidé les analyses qui vont suivre (autour d'une situation d'enseignement issue de notre scénario didactique) découle de ce double axe de questionnement. Elle consiste tout d'abord en une analyse *a priori* de la situation : un peu particulière car conduite plutôt du point de vue du rôle joué par l'enseignant, que des élèves ou du savoir en jeu.[11] C'est-à-dire que nous cherchons à travers cette analyse à préciser le potentiel de variabilité de l'activité du professeur au cours de certaines phases prévues dans le déroulement de cette situation ; ce qui n'est pas étranger à une tentative de caractérisation du degré de robustesse des tâches mathématiques mises en jeu : nous mettrons en perspective cette dimension privilégiée de notre analyse *a priori* de l'activité ou des apprentissages des élèves susceptibles de résulter des actions enseignantes. Puis notre analyse *a posteriori* du déroulement effectif de cette situation consistera à étudier comment, dans le déroulement effectif de cette situation, l'enseignante a investi ces marges de manœuvre, les zones d'incertitude correspondantes. Nous tenterons également de dépister comment ses actions peuvent être justifiées au regard de routines, voire de régulations, dans ses pratiques.

III. Étude autour d'une situation emblématique : le carré bordé

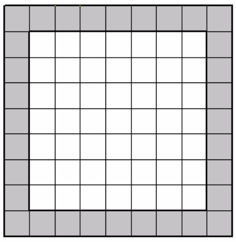
Dans le cadre de notre scénario didactique, à la suite d'une première phase destinée à déstabiliser les connaissances erronées en algèbre (en revenant sur l'interprétation des écritures algébriques dans le cadre numérique ou dans le cadre géométrique), nous avons envisagé la mise en œuvre d'une séance inspirée d'une situation d'apprentissage élaborée

[10] Nous reprenons la description proposée par Robert (2007) pour approcher les pratiques enseignantes en imbriquant deux points de vue : celui des apprentissages des élèves à travers leurs activités et celui du métier à travers les déterminants extérieurs, institutionnels et personnels rendant compte du travail réel.

[11] Nous reprenons l'idée des différentes dimensions à distinguer dans une analyse *a priori* approfondie de situations d'enseignement dans un contexte « ordinaire », avancée par Sensévy et al. (lors d'une intervention au séminaire national en 2007) : du point de vue du professeur, des élèves et du savoir mathématique.

dans le cadre d'une recherche et d'une expérimentation autour de l'enseignement de l'algèbre (Combier et al., 1997) : « le carré bordé ».

La tâche ou le problème mathématique sur lequel se base cette situation consiste à établir une formule qui permet de calculer le nombre de carreaux grisés de la bordure, quel que soit le nombre de carreaux du côté du carré blanc :



Conçue à l'origine pour initier des élèves de sixième à la production d'une formule algébrique, cette situation est devenue assez emblématique d'une partie des nouvelles attentes officielles de l'enseignement de l'algèbre au collège (concernant notamment la production et l'usage de formules). On voit effectivement réapparaître le « carré bordé » dans le document d'accompagnement intitulé : « du numérique au littéral » (Desco, 2007). Les auteurs de ce texte élargissent l'emploi potentiel de cette situation du début à la fin du collège : en évoquant la possibilité de produire la formule s'appuyant sur la notion d'aire, telle que $n^2 - (n-2)^2$, avec n le nombre de carreaux du côté du carré « global », de montrer l'équivalence entre les différentes formules produites en faisant appel aux connaissances sur le développement et la factorisation, etc.

Il nous a semblé pour notre part intéressant de l'employer dans le contexte présent, pour élaborer une situation d'enseignement adaptée à des élèves de fin de collège en difficulté en algèbre, et ce pour différentes raisons :

- Dans sa version d'origine, le problème du « carré bordé » peut permettre de prouver la nécessité d'utiliser une lettre en tant que variable dans la production d'une formule pour modéliser/généraliser une situation et en cela, redonner une signification nouvelle aux expressions algébriques (apparemment dénuées de sens pour de nombreux élèves de troisième des deux classes de Nicole) comme programme de calcul du nombre de carreaux de la bordure grisée ou comme différence d'aires de deux carrés.
- Suivant les prolongements envisagés dans le projet document d'accompagnement, le travail sur l'équivalence des différentes formules produites par les élèves peut permettre un retour sur le travail technique de transformation des expressions algébriques (développement / factorisation) dans un contexte de modélisation.

Préambule : un manque méthodologique lié au glissement de problématique

Précisons que nous ne disposons pas de données objectives concernant la façon dont le scénario prévu par les chercheurs autour « du carré bordé » a été présenté à Nicole ; exception faite de la feuille d'activité qui lui a été transmise (jointe en annexe) et qu'elle a reprise telle quelle. Nous avons certes des souvenirs quant à la façon dont la situation d'enseignement a été présentée, communiquée à l'enseignante au fil d'entretiens menés avec elle (pour lui présenter à la fois l'ensemble de l'expérimentation envisagée, les résultats de ces élèves au test, le scénario didactique élaboré, etc.). Mais nous ne disposons d'aucune donnée vidéo ou audio relatives à ces entretiens.

Cela représente un manque méthodologique certain et dans le cadre d'une recherche qui viserait d'emblée à cerner le rôle du professeur dans la transmission de situations d'enseignement, nous aurions procédé différemment. Mais rappelons que la problématique initiale du travail engagé ne concernait pas la façon dont un enseignant pouvait s'approprier ce scénario et le mettre en œuvre.

La seule chose que nous pouvons raisonnablement affirmer, c'est que la deuxième auteure à qui cette tâche incombait s'est efforcée de « faire au mieux » dans le temps et le cadre impartis. Son objectif était bien sûr que Nicole s'approprie le scénario prévu par les chercheurs et y reste la plus fidèle possible, ou préserve les enjeux didactiques essentiels : notamment ceux liés à la fonctionnalité de l'algèbre comme outil de modélisation.

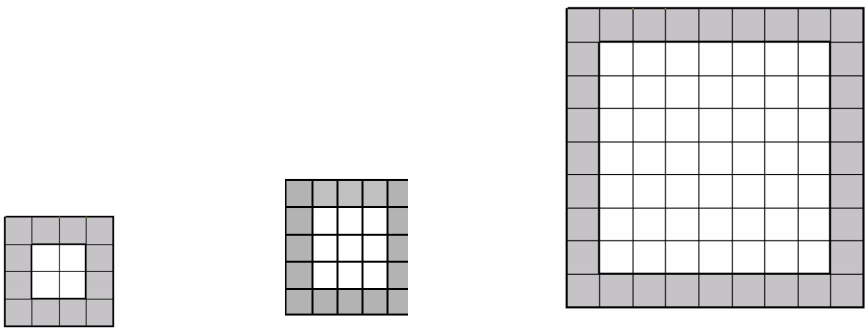
III.1. Analyse a priori de la situation « carré bordé » du point de vue du professeur

Nous décrivons le scénario prévu par les chercheurs de la situation d'enseignement « le carré bordé », tout en présentant une analyse a priori du point de vue du professeur, autour de certaines étapes.[12]

III.1.1. Dévolution du problème, vers la recherche de procédures numériques

Voici l'énoncé qui a servi de support à la première étape du scénario :

1. Quel est le nombre de carrés en bordure des trois carrés ci-dessous ?



Carré 2 Carré 3 Carré 7

Cette étape doit permettre une présentation du problème du carré bordé à partir de quelques cas particuliers « simples »[13] : les carrés 2, 3 et 7. Ce choix de valeurs numériques raisonnables doit permettre aux élèves des stratégies de base qui peuvent aller du dénombrement à partir des figures représentées, à des premières stratégies de calcul numérique du type $4 \times 7 + 4$ ou $4 \times (7 + 1)$, etc. Même pour des élèves de fin de collège,

[12] Nous avons dans les faits élaboré cette analyse *a priori*, après observation des séances mises en œuvre dans la classe de Nicole. Notre projet initial n'étant pas d'étudier le rôle du professeur, elle n'a d'ailleurs pas été précédée d'une analyse préalable (avant déroulement) faite du point de vue de l'enseignant. Mais comme toute analyse *a priori*, elle n'en demeure pas moins un outil théorique destiné à démêler ce qui relève du nécessaire et du possible dans le déroulement d'une situation didactique.

[13] Dans le document d'accompagnement, la variable implicitement mise en avant n'est pas le nombre de carreaux du côté du carré « global » mais le nombre de carreaux du côté du carré blanc.

cette étape nous paraît essentielle pour que les élèves s'approprient le problème posé et entrevoient des premières stratégies numériques.

Le rôle du professeur lors de cette phase, à travers les tâches qu'il peut proposer, reste assez ouvert. Les difficultés prévisibles du côté de la recherche de stratégies pour les élèves sont certes limitées (la stratégie de base par le dénombrement étant toujours accessible) et la dévolution des tâches correspondant à la première question de l'énoncé en est certainement facilitée. Le temps accordé à cette phase doit dès lors rester limité (5 minutes tout au plus). Mais l'enseignant peut par exemple faire reformuler ou non les questions par les élèves pour expliciter « les carreaux en bordure », les interroger dès cette première phase sur ce que signifie les intitulés « carré 2 », « carré 3 », pour engager davantage les élèves dans la dévolution du problème générique du carré bordé, en leur faisant notamment pressentir la variable implicitement mise en avant : le nombre de carreaux du côté du carré blanc.

III.1.2. Recherche d'une procédure numérique dans un cas plus complexe

La deuxième question posée aux élèves est la suivante :

> *2. Quel est le nombre de carrés en bordure du carré 56 ?*

Cette question est destinée à conduire les élèves à dépasser le cap des stratégies de dénombrement éventuellement conservées lors de l'étape précédente : la représentation du carré 56 n'étant pas fournie et étant fastidieuse, les élèves doivent certainement abandonner la procédure de dénombrement et mettre en œuvre des procédures de calcul numérique, qui peuvent être du type : $4 \times 56 + 4$; $4 \times (56 + 1)$; $2 \times (56 + 2) + 2 \times 56$; $(56 + 2)^2 - 56^2$.

Suivant ce que l'enseignant a ou non mis en avant lors de l'étape précédente, il pourra ou non s'attarder avec eux sur ce que signifie l'intitulé « carré 56 » afin de s'assurer de leur compréhension de la situation générique à modéliser par la suite, laisser du temps de recherche aux élèves ou les accompagner dans la production des formules avec un guidage plus ou moins important appuyé sur des stratégies développées à la question précédente.

En ce qui concerne les stratégies de calcul numérique mises en œuvre par les élèves dans le cas d'une phase de recherche, le professeur peut choisir de s'y attarder plus ou moins : décider de les rendre publiques à l'oral ou à l'écrit (en faisant apparaître les écritures correspondant aux calculs), d'amener l'ensemble de la classe à les valider ou à les invalider ou à l'opposé, de les laisser dans la sphère du travail individuel ou par binômes d'élèves. Cette phase apparaît donc assez ouverte du point de vue du professeur, alors qu'elle paraît cruciale pour la suite de la situation d'enseignement : en effet, il s'agit bien ici d'aménager un milieu suffisamment riche, constitué en partie des différentes expressions numériques et de la formulation des stratégies de calcul sous-jacentes liées au contexte, afin de faciliter la production d'une formule algébrique et sa validation dans l'étape qui va suivre.

III.1.3. Passage à la formule

La question censée inciter le passage à la formule est la suivante :

> *3. Quel est le nombre de carreaux en bordure de « n'importe quel carré » ?*

En réponse à cette question, les élèves peuvent produire soit des formulations en langage naturel (du type « multiplier le nombre de carreaux d'un côté du carré blanc par 4 et ajouter

4 »), soit des formules algébriques diverses, correspondant dans tous les cas aux calculs effectués à l'étape précédente : c'est dans ce sens que le résultat des actions d'élèves lors de la phase « carré 56 » sert de point d'appui lors de cette phase. Dans le cas présent, on peut penser que le contexte (classe de troisième, travail qui vient à la suite de séances dédiées à un travail autour les expressions algébriques) favorise la mobilisation d'une variable pour généraliser et la production de formules algébriques. Ces formules peuvent dès lors être de différents types : $4x + 4$; $4(x+1)$; $2(x+2) + 2x$; $(x + 2)^2 - x^2$. Notons que si l'enseignant ne donne pas d'indication à ce sujet, ces formules peuvent impliquer l'usage de différentes lettres : *x, n,* etc., selon les élèves ou les groupes d'élèves concernés. Ceci pourrait dès lors être l'occasion d'établir le fait que le choix d'une lettre pour désigner une variable donnée importe peu (lors d'une phase de mise en commun des différentes formules).

Parce qu'il dépend en partie du déroulement des étapes précédentes et repose sur les enjeux fondamentaux de la situation pour l'enseignant, le rôle du professeur pendant cette phase paraît à la fois crucial et très ouvert : comment va-t-il engager les élèves dans cette généralisation, dans la production d'une formule algébrique *via* l'utilisation d'une lettre-variable (sans toutefois forcément la donner) ? Va-t-il s'appuyer sur les expressions numériques produites à la question précédente et le rôle de 56 comme nombre générique ? Quel temps va-t-il attribuer à la production des formules ? Comment va-t-il invalider ou valider les formules : en s'appuyant sur d'éventuels contre-exemples, par des allers-retours avec la situation à modéliser, ou en proposant des arguments plus formels (concernant l'interprétation des expressions en particulier le parenthésage, les priorités des opérations en jeu, etc.) ? Comment organisera-t-il une éventuelle mise en commun autour des différentes formules produites par les élèves ?

Une partie du rôle du professeur n'est pas non plus sans lien avec le déroulement envisageable pour la dernière phase de la situation, centrée sur un questionnement relatif à l'équivalence des formules produites par les élèves.

III.1.4. Équivalence de formules

Cette dernière phase ne fait l'objet d'aucune question de l'énoncé. Elle correspond toutefois à un enjeu important de la situation : prouver l'équivalence des expressions algébriques produites en amenant les élèves à mobiliser leurs connaissances sur le calcul littéral.

Là encore, le déroulement de cette étape dépend fortement de celui des phases précédentes, des formules qui auront été produites et rendues publiques. On peut envisager des marges de manœuvre non négligeables pour le professeur, selon les objets de savoir algébrique qu'il peut choisir de mettre en avant. Notamment, il peut mettre l'accent sur le développement (qui permet aisément de prouver que $2(x+2) + 2x = 4x+4$, mais aussi, au travers des par les identités remarquables, que $(x+2)^2 - x^2 = 4(x+1)$) ou sur la factorisation (qui permet aisément de prouver que $4x+4 = 4(x+1)$ mais rend sans aucun doute la tâche plus délicate pour prouver l'équivalence entre les autres formules). Ce choix dépendra certainement et fortement du travail en cours dans la classe sur le calcul algébrique.

III.1.5. Conclusions de l'analyse *a priori* du point de vue du professeur

L'analyse *a priori* de la version de situation du « carré bordé » présentée ci-dessus, du point de vue du professeur, révèle des zones d'incertitude importantes lors des différentes phases envisagées dans le scénario didactique suggéré par les chercheurs. Cette situation conserve certes une part de robustesse du point de vue des procédures susceptibles d'être mises en œuvre par les élèves, lors des principales étapes considérées : dénombrement ou calcul numérique, production de formules algébriques. Mais le professeur conserve des marges de manœuvre non négligeables dans le déroulement des premières étapes, relatives à la dévolution de la situation générique à modéliser : notamment, quelle place accorde-t-il aux premières stratégies de dénombrement ou de calcul numérique, considérées comme nécessaires pour l'appropriation de cette situation ? Quel temps y consacre-t-il ?

La phase de production des formules algébriques qui suit sera en partie contrainte par le déroulement des étapes précédentes, en particulier les tâches et les modalités de travail mises en place par le professeur (part du travail individuel ou collectif, nature des interventions du professeur). Mais quoiqu'il en soit, là encore, le professeur garde une marge de liberté : au travers d'indications données ou non en amont de la production d'expressions algébriques (comme indiquer qu'il s'agit d'utiliser une lettre-variable, préciser le choix d'une lettre donnée, etc.) susceptibles d'influer sur les apprentissages visés. Enfin la façon dont l'enseignant se saisit des formules algébriques produites par les élèves (la mise en commun, la validation, etc.) et organise le travail en aval sur l'équivalence de ces expressions littérales peut également varier et avoir des répercussions importantes sur les apprentissages des élèves.

Remarquons que les zones d'incertitude prévues autour de la situation « carré bordé » par notre analyse a priori du point de vue de l'enseignant, correspondent à des phases-clés par rapport aux processus de dévolution de la situation et d'institutionnalisation des connaissances en jeu. Dès lors, elles sont susceptibles d'avoir un impact non négligeable sur les apprentissages potentiels d'élèves dans la situation d'enseignement correspondante.

Voyons maintenant comment l'enseignante observée dans le cadre de notre recherche, Nicole, investit singulièrement ces espaces de liberté, lors de la mise en œuvre de la situation du carré bordé dans une de ses classes de troisième, identifiée comme 3^{e} A.

III.2. Analyse a posteriori de deux réalisations du carré bordé : le rôle de Nicole

III.2.1. Première mise en œuvre dans la Troisième A

a. Dévolution et stratégies de base « zappées » ?

D'emblée, lors de sa première intervention dans la classe de 3^{e} A, Nicole modifie le scénario didactique prévu par les chercheurs. Elle écrit simultanément les deux premières questions de l'énoncé, et annonce qu'il s'agit de « trouver une méthode pour compter les carreaux en bordure du carré 56. ». Dès lors, on peut penser que les élèves s'interdisent le dénombrement (première stratégie de base) même pour les cas simples, pour répondre aux attentes explicitées par l'enseignante : trouver une méthode de calcul généralisable. Mais on peut faire l'hypothèse que cela gêne la dévolution de la situation pour une partie des élèves (qui n'entrevoient pas précisément l'intérêt de trouver des stratégies de calcul numérique pour les premiers cas de carrés bordés).

Quoiqu'il en soit, Nicole laisse peu de temps de recherche et envoie très rapidement des élèves au tableau expliquer leurs calculs en réponse au cas du « carré 4 » ; soit, dans l'ordre de leurs interventions :

- Yohan, qui produit le calcul $2 \times 4 + 4$;
- Géraldine, qui explicite une stratégie mixte, entre calcul et dénombrement : elle calcule l'aire du « grand » carré auquel elle retranche les 4 carreaux dénombrés qui constituent le « petit » carré $4 \times 4 - 4$;
- Elise, qui produit le calcul $(2+1) \times 4$.

Si elle prévoit visiblement dans un premier temps de détailler les stratégies de calcul pour le « carré 3 », une simple remarque d'élève (« Mais c'est la même chose madame ») conduit en apparence à une régulation spectaculaire de l'action de l'enseignante qui détourne fortement le scénario didactique prévu. Elle ne revient pas sur les carrés 3 et 7, ni ne laisse de temps de recherche personnelle autour de la question de l'énoncé concernant le « carré 56 » : Nicole envoie des élèves au tableau et prend en charge la généralisation des méthodes entrevues sur le carré 4 au carré 56 (voire à d'autres cas numériques évoqués à l'oral) en leur dictant quasiment tout le détail des calculs correspondants.

> *Nicole* : On va voir. Xavier, viens appliquer ça (en montrant le calcul de Yohan) pour le carré 56. Comment on peut faire ? La longueur c'est quoi ? 56 (…) Donc voilà son raisonnement, c'est de dire « j'ai cette barre là 4 fois, si elle fait 56, elle fait 56, si elle fait 38, elle fait 38, si elle fait 1 million, elle fait 1 million, on s'en fiche et ensuite, il rajoute 4 coins. Donc tu marques $56 \times 4 + 4$. (…)

Les questions de Géraldine mettent en évidence que la stratégie mobilisée par Xavier n'a certainement pas été reconnue par d'autres élèves :

> *Géraldine :* Le côté c'est 56, c'est çà ? Pourquoi 56 fois 4 ? Ah oui, c'est les 4 côtés. Ben non.
> *Nicole :* Donc finalement, tu trouves 228, pas 224.
> *Géraldine :* Pourquoi fois 4 ? Ah ! Il y a 4 côtés, oui.
> *Nicole* : Tu fais la longueur du carré blanc 4 fois, donc c'était 56, ça aurait pu être 38, je sais pas moi. Plus on y rajoute les 4 coins.

L'épisode relatif à la tentative de généralisation de la méthode « par les aires » de Géraldine, fortement guidée par l'enseignante, montre aussi que cette généralisation ne va pas de soi pour certains élèves :

> Samantha passe au tableau. *Nicole :* L'aire du grand carré, elle vaut combien ?
> *Samantha :* Longueur au carré.
> *Nicole :* Oui, mais combien vaut la longueur ? 56. Donc 56+2 au carré, 58 au carré. Et le petit carré ? Le petit carré, il a pour côté 56. Son aire ?
> *Samantha :* Si le côté est de 56, eh ben son aire, elle est de … 54 ?
> *Nicole :* L'aire d'un carré c'est quoi ? Côté au carré. Si le côté fait 56 ?
> *Samantha :* 56 au carré ?
> Samantha écrit $(56+2)^2 - 56^2$, mais dit qu'elle ne comprend rien. Nicole réexplique la méthode de Géraldine.

Lors de cette première mise en œuvre du « carré bordé » en troisième, l'enseignante observée passe donc très rapidement sur les phases consacrées à la recherche de stratégies de base de dénombrement et de calcul numérique. Nicole prend dès lors une grande part du travail numérique attendu à sa charge, semblant en sous-estimer nettement le rôle du point de vue d'une dévolution satisfaisante de la situation (pour permettre aux élèves de dégager les stratégies de calcul liées au contexte correspondant aux expressions numériques et généralisables dans le cadre algébrique) et du point de vue des élèves qui se retrouvent contraints de suivre les explications de leur professeur.

De fait, l'activité dans le cadre numérique devient un prétexte à faire saisir aux élèves ses attentes, en amont du travail algébrique technique à venir. Ainsi, à la suite de l'épisode retranscrit ci-dessus, Nicole va-t-elle demander à l'élève envoyée au tableau d'utiliser les identités remarquables pour développer l'expression numérique $(56+2)^2–56^2$ et effectuer le calcul numérique correspondant.

b. Production forcée et guidée de formules

L'enseignante introduit l'étape centrée sur la production des formules par un assez long discours qui, d'une part, met en avant l'enjeu de la toute dernière phase du scénario didactique à venir ensuite (prouver l'équivalence des expressions algébriques correspondantes) puis qui, d'autre part, donne une indication sur la lettre-variable x à employer pour produire ces formules. De plus, Nicole, au vu de la réaction de la classe, semble vouloir relier le travail en cours dans la séance au travail mené dans le cadre d'un devoir à la maison, à savoir, choisir l'écriture d'une expression la plus adaptée en fonction du calcul visé. Elle s'appuie ainsi sur la mémoire de la classe pour tenter de remobiliser les élèves et de les enrôler à partir d'une intervention collective : d'où le long monologue non envisagé *a priori*.

> *Nicole :* Il y a quelqu'un qui a dit là c'est plus long, là c'est plus compliqué, selon les expressions, donc on n'a pas encore vu si elles étaient équivalentes, il vous faudra choisir celle qui vous permet d'obtenir un calcul le plus rapide possible. Aujourd'hui, apparemment, il y en a qui sont un peu plus rapides quand on regarde le détail des calculs. Dans le devoir maison, vous avez une expression, quand on vous demande de développer l'expression, ça fait une autre formulation, quand on vous demande de la factoriser, cela fait une autre formulation, et ensuite on vous demande de faire le calcul pour $x = –2$, je crois dans votre devoir maison. Eh bien à vous de choisir la bonne expression qui va au plus vite pour vous, au plus simple pour vous. Est-ce que je prends la 1^re^ expression : l'expression développée, l'expression factorisée ? (…). Maintenant, on vous demande de faire ce travail là quand le côté vaut *x*. J'avais déjà bien avancé le travail en essayant de commenter chaque nombre, expliquer ce que représente chaque nombre.

Là encore, à la suite de cette intervention, c'est sur le mode collectif et très rapidement que Nicole gère dès lors la production de ces formules : elle envoie une « bonne » élève au tableau qui réussit à écrire les expressions $x \times 4 + 4$ et $(x+1) \times 4$, et qu'elle guide pas à pas dans l'écriture de l'expression correspondant à la méthode « des aires ».

À travers cet épisode, l'introduction de l'algèbre pour modéliser la situation du « carré bordé » n'a pas été clairement problématisée pour les élèves : l'enseignante observée ne permet pas à la production d'expressions algébriques de venir répondre à un véritable questionnement mathématique, mais plutôt à ses interventions didactiques. Mais comme l'extrait de discours cité ci-dessus le suggère, pour Nicole, le principal enjeu de la séance ne se situe sans doute pas dans la production de formules pour modéliser une situation : il paraît plutôt lié à la dernière étape prévue dans le scénario didactique, relative au travail sur l'équivalence entre les expressions littérales. Ceci explique le survol de l'étape de production d'expressions algébriques pour en venir plus rapidement à travailler la technique, ici motivée par la question de l'équivalence des expressions.

c. Vers un travail « technique » autour de la factorisation

L'analyse de l'épisode de cette séance, correspondant à la dernière phase prévue dans notre scénario didactique révèle plusieurs faits marquants. Tout d'abord, le peu d'allers-retours avec la situation « carré bordé » qu'il s'agissait à l'origine de modéliser ; mise à part une intervention brève destinée à lancer cette phase :

> Nous, en essayant de raisonner sur la figure, on a trouvé trois expressions différentes permettant de calculer le nombre de carreaux en bordure. Effectivement pour montrer qu'elles sont équivalentes, tu peux peut-être développer ou factoriser certaines… ,

l'enseignante n'y fait plus du tout référence par la suite.

D'autre part, Nicole incite rapidement les élèves à factoriser deux des expressions produites, notamment celle correspondant à la méthode « par les aires », $(x+2)^2 - x^2$, en s'aidant d'un formulaire autour des identités remarquables ; elle va jusqu'à préciser l'identité en jeu :

> *Nicole :* $a^2 - b^2$. La fiche rose. Essaie de me le factoriser. Toute la classe, essayez de factoriser. (…) Vous essayez de factoriser : vous indiquez quelle formule, la 3e identité remarquable. Elle a reconnu qu'elle avait cette somme-là $a^2 - b^2$, c'est-à-dire la différence de deux carrés. Ça, ça fait partie de vos compétences exigibles, donc essayez. Vous avez la formule sous les yeux.

Cet épisode montre encore l'importance accordée par Nicole à relier cet épisode aux compétences exigibles en fin de la classe de troisième. À la suite de cette intervention, les élèves disposent d'un temps de travail individuel dédié à la factorisation de $(x+2)^2 - x^2$, et de $4x + 4$, pendant lequel Nicole passe dans les rangs, donnant des aides plus ou moins adaptées aux élèves en difficulté [14].

Au final, en l'absence de lien explicite avec la problématique de modélisation de la situation « carré bordé », on peut se demander s'il subsiste une différence entre le travail effectué par les élèves pendant cette phase de la séance et l'accomplissement de tâches simples et isolées autour de la factorisation.

d. Conclusions autour de cette première mise en oeuvre

L'analyse *a posteriori* de l'ensemble de cette séance sur le carré bordé révèle un écart marquant entre le scénario didactique projeté par les chercheurs et sa mise en œuvre par l'enseignante observée. Nicole accorde finalement très peu de temps à des phases pourtant cruciales pour la dévolution de la situation (correspondant à la recherche de stratégies numériques sur des cas simples et un cas plus complexe), ou nécessaires en vue d'une problématisation de la démarche de modélisation algébrique : elle gère ces phases de façon essentiellement collective, en guidant fortement le travail d'élèves envoyés au tableau.

Pour l'enseignante, l'enjeu prépondérant de la situation « carré bordé » est visiblement le travail formel permettant de prouver l'équivalence entre les expressions littérales, correspondant à la toute dernière phase de l'activité, enjeu d'ailleurs rappelé en cours de

---

[14] Pour aider Fanny dans la factorisation de $4x+4$, Nicole fait appel au cadre des grandeurs et au calcul d'aires de rectangles vu lors de la séance précédente : « c'est le petit rectangle de 4 sur 1. Donc, si tu prends 4, il reste 1… c'est comme si t'avais l'aire d'un rectangle de côtés x et 4, 4 tout seul, c'est l'aire d'un rectangle de côtés 4 et 1, c'est pour ça qu'on met toujours le 1 ». Ce qui dans ce contexte est une aide maladroite car susceptible d'engendrer un brouillage supplémentaire avec la situation initiale « carré bordé ».

séance en écho au travail demandé en devoir à la maison (cf. III.2.1.b) : c'est l'unique étape pendant laquelle elle laisse les élèves travailler individuellement. L'enseignante ne semble pas entrevoir l'intérêt du travail prévu en amont pour donner une signification aux expressions algébriques que les élèves manipulent : elle ne fait pas référence à la situation à modéliser ; ses injonctions se font essentiellement sur un mode légal ; il s'agit d'appliquer des règles formelles de calcul algébrique (du type « identités remarquables ») :

> *Nicole :* Tout d'abord, est-ce que t'as bien une somme pour avoir le droit de factoriser ? Est-ce que ceci est une somme ou un produit ?
>
> (...) *Nicole :* Ce sont trois expressions différentes, et on voudrait trouver un moyen de prouver qu'elles sont équivalentes. La première expression c'est une somme, donc on peut peut-être envisager de la mettre sous forme de produit, il y a un facteur commun, la deuxième c'est une différence de deux carrés, on reconnaît une identité remarquable.

On peut penser que ce décalage provient du fait que la situation « carré bordé » (telle qu'elle est pensée à l'origine) est inhabituelle pour ce professeur, tant du point de vue des connaissances algébriques qu'elle est censée mettre en jeu (démarche de modélisation algébrique, production de formules),

> *Nicole :* (...) c'est pas parce qu'on fait pas comme d'habitude qu'il faut essayer de ....

que d'un point de vue plus pédagogique : relativement à la question de la gestion du temps, à la nécessité d'articuler toute séance avec le travail en cours pour assurer l'avancée du temps didactique en lien avec les enjeux de cette classe d'examen, à la place de l'activité des élèves dans ce type de situations, à la façon de se saisir de cette activité lors de mises en commun.

III.2.2. Éléments autour d'une deuxième mise en œuvre en Troisième B

Peu après cette première expérimentation, Nicole a à nouveau mis en œuvre la situation du carré bordé dans sa deuxième classe de Troisième (identifiée comme 3e B). Mais le scénario prévu n'a pu être mené à terme : l'enseignante a dû commencer par revenir sur une activité abordée la semaine précédente, ce qui a fortement diminué le temps accordé au travail autour du « carré bordé ».

Pourtant, plusieurs éléments du déroulement observé de la séance concernée révèlent une évolution assez nette dans la gestion de Nicole :

- Elle accorde plus de temps à la recherche de stratégies numériques dans les cas simples et dans des cas plus complexes (le « carré 56 », mais elle leur demande également « le carré 200 »), prend le temps de reformuler plusieurs de ces stratégies :

  > *Nicole :* Alors, Jonathan, il s'est dit, voilà si mon carré à l'intérieur, il a 200 de côté, 200 carreaux de côté, ça veut dire que la bordure elle, elle a 202 carreaux de côté. Donc il a ajouté 202, 202, puis encore 202, puis encore 202, puis il a enlevé 4. Pourquoi ?

- L'enseignante laisse les élèves plus autonomes dans la production de formules pour modéliser la situation même si elle a commencé elle-même une tentative de généralisation non aboutie pour s'appuyer ensuite sur le travail d'élèves engagés eux-mêmes dans la généralisation : Nicole leur laisse le choix de la désignation par telle(s) ou telle(s) lettre(s). Ce qui permet de soulever plusieurs questions autour de la production de formule : certains élèves n'identifiant pas clairement les variables en jeu, utilisant de nombreuses lettres « tous azimuts », etc.

Nicole : Oui, mais Marianne, elle a fait avec des lettres, donc ça va faire une généralisation de ce qu'a fait Jonathan (…) Marianne écrit $2\,(l + L)$ Marianne, elle a voulu exprimer ça avec les côtés, alors, est-ce que tu peux nous préciser ce que t'appelles L et l ? Un petit dessin, pour voir ce que c'est. Parce que quand on utilise des lettres, il faut dire à quoi elles correspondent. Alors, ça veut dire que L, c'est ça et l pour toi c'est quoi ? Voilà, elle met L ici, ton l c'est quoi ? C'est la même chose, alors pourquoi tu as utilisé deux lettres ? C'est un carré. Alors en fait, tu aurais pu utiliser la même lettre, puisque c'est la même chose, donc on va mettre que L. Donc finalement, on en a combien de L ? / *Elève :* un seul / 1, 2, 3, 4. Donc finalement, tu mets $4L$, L fois 4, d'accord ? Et ensuite t'as enlevé ça ? Est-ce que ça suffit d'enlever 4 ?

- Nicole laisse ainsi proposer quatre expressions s'appuyant sur des stratégies de calcul distinctes : $4L + 4$; $2\,(L + 1)$; $2\,(L + (L - 2))$; $(c + 2)^2 - c^2$. Les échanges montrent les difficultés de certains élèves mais aussi l'incertitude de Nicole à analyser les formules des élèves et à prendre des décisions parmi les marges de manœuvre pertinentes pour avancer en fonction des objectifs visés :

(Jonathan est venu au tableau et a écrit $a\,(b$+c).) *Nicole :* Donc lui, il a mis des lettres partout, il a mis du a, du b, du c. Alors, est-ce que tu peux expliquer à quoi correspondent tes lettres pour donner du sens à ta formule. À quoi correspond b, à quoi correspond c ?

Nicole : C'est un facteur commun mais je ne vois pas le lien pour l'instant entre le dessin et ta formule. Je vais être obligée de vous aider, sinon on ne va pas avoir le temps.

De plus, Nicole reste toujours inquiète du temps qui passe. D'ailleurs, le temps imparti pour cette séance n'a malheureusement pas permis de voir comment l'enseignante allait se saisir des différentes formules produites par ses élèves.

L'évolution constatée autour de la gestion par l'enseignante des premières phases de la situation « carré bordé » correspond à une diminution d'écart avec le scénario didactique élaboré par les chercheurs. Ce changement peut laisser penser à une appropriation progressive par Nicole des enjeux de ce scénario, des connaissances visées autour de la démarche de modélisation algébrique, en particulier le rôle de la lettre-variable pour généraliser.

III.3. Les questions soulevées par nos analyses : pratiques de professeurs *versus* scénarios didactiques

À la lumière de nos analyses, nous formulons différentes hypothèses sur les difficultés vécues par Nicole dans la gestion du scénario des chercheurs. Nous distinguons les difficultés rencontrées par Nicole en nous appuyant sur les origines des déterminants de pratiques des enseignants (Robert, 2007). Les actions de Nicole peuvent être sous-tendues par :

- des représentations sur l'enseignement de l'algèbre en particulier en lien avec la conception formaliste de l'algèbre qui apparaît fréquemment dans les interventions du professeur, sur l'analyse et la prise en charge des difficultés des élèves (la meilleure aide possible : leur donner des recettes) ;
- la pression du temps et des exigences d'une classe d'examen avec la proximité du brevet des collèges et d'épreuves assez stéréotypées, ou même des exigences implicites d'enseignement dans son établissement qui rendent difficile de s'éloigner de pratiques habituelles.

La comparaison des deux protocoles montre une appropriation progressive du scénario au vu de deux évolutions : la mise en place d'une phase de recherche permettant aux élèves une meilleure dévolution de la situation et la plus grande autonomie laissée aux élèves dans la production des formules algébriques, en particulier dans le choix de la variable. Quelles peuvent en être les raisons ? D'abord, la classe de 3^e B est une classe plus en difficulté que la 3^e A dans laquelle Nicole s'autorise à laisser davantage les élèves chercher. D'autre part, Nicole a déjà analysé avec un des chercheurs le déroulement de la séance réalisée en 3^e A et a commencé à prendre la mesure des enjeux de la production de formules, du travail sur la validité des expressions algébriques, sur l'évolution possible des difficultés des élèves en calcul algébrique. Aussi, laisse-t-elle vivre davantage les phases de recherche pour permettre aux élèves de produire, tant des expressions numériques que des expressions algébriques.

Mais, on remarque aussi les doutes de Nicole à choisir parmi les marges de manœuvre celles les plus adaptées aux réponses ou erreurs des élèves, difficultés liées peut-être en partie à sa conception formaliste encore prégnante de l'enseignement de l'algèbre mais aussi à son inquiétude marquée du temps qui passe vu la période de l'année et la proximité du brevet.

Conclusion

À la lueur de ce travail, nous nous interrogeons brièvement sur les conditions de diffusion de situations d'enseignement, qu'elles soient produites par la recherche en didactique des mathématiques ou par d'autres « ingénieurs » de l'enseignement des mathématiques. Et ce, suivant deux principaux axes de questionnement.

D'une part, ce travail montre l'intérêt d'analyses a priori de situations didactiques qui interrogent davantage le rôle de l'enseignant dans la mise en œuvre de ces situations (déjà mis en avant par Sensévy et al., 2007), voire d'en évaluer l'impact potentiel du point de vue des apprentissages d'élèves. Revenons à la notion de robustesse de tâches mathématiques (Robert, 2007), que nous avons reprise à notre compte pour poser notre problématique : des analyses a priori de situations du point de vue de l'enseignant nous renseignerait sur la robustesse des tâches mathématiques sollicitées. Et ceci nous paraît à ne pas négliger pour mieux comprendre les conditions de diffusion de situations didactiques afin d'éviter les malentendus souvent constatés entre les ingénieurs qui produisent des situations d'enseignement et les enseignants qui les utilisent, et qui peuvent se traduire par des phénomènes de détournement, voire de rejet, de ces situations.

Mais ces analyses a priori de situations, « du point de vue de l'enseignant » ne sauraient être menées sans une étude concomitante des pratiques enseignantes, voire des déterminants de l'évolution de ces pratiques. À la lueur de l'exemple précédent, on voit bien comment l'utilisation d'une situation « isolée » d'enseignement prend appui sur des coutumes didactiques, des routines des pratiques enseignantes : notre exemple est sans doute d'autant plus frappant que les micro-routines enseignantes concernant l'enseignement de l'algèbre sont souvent surchargées de médiations qui prennent appui sur le registre « légal », très éloignées d'un questionnement sur la validité des expressions algébriques. On voit aussi comment l'utilisation d'une situation d'enseignement peut faire évoluer les pratiques enseignantes et dès lors, les usages de cette situation à venir, au fil d'une appropriation progressive de ses enjeux didactiques. Reste également à savoir « à quel(s) prix », cette évolution peut éventuellement se produire : d'un accompagnement individualisé dans la mise en œuvre par les chercheurs ou ingénieurs (difficile si on envisage une diffusion plus large), d'un scénario (voire de plusieurs scénarios) suffisamment détaillé ou mettant en avant plus clairement des phases cruciales, explicitant les enjeux de la situation, etc. ?

Bibliographie

ARTIGUE M. (1984) Modélisation et reproductibilité en didactique des mathématiques. *Cahier de didactique des mathématiques,* n°8, IREM de Paris 7.

BLOCH I. (2000) L'articulation du travail mathématique du professeur et de l'élève dans l'enseignement de l'analyse en première scientifique. *RDM,* Vol. 19, n°2, pp. 221–266.

BLOCH I. (2005) Comment analyser la pertinence des réactions mathématiques des professeurs dans leur classe ? Comment travailler cette pertinence dans des situations a-didactiques ? *Actes du séminaire de didactique national*, IREM de Paris 7 et ARDM.

BROUSSEAU G. (1986) Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 7, n° 2, pp. 33–116.

BROUSSEAU G. (1998) *Théories des situations didactiques*. Éditions La Pensée Sauvage, Grenoble.

COMBIER G., PRESSIAT A., GUILLAUME J.-C. (1996) *Les débuts de l'algèbre au collège, Au pied de la lettre !* Éditions INRP.

DELOZANNE E., GRUGEON-ALLYS B., CHENEVOTOT F., ARTIGUE M., COULANGE L., GELIS J.-M., JACOBINI P., NORMAND-ASSADI S., PREVIT D., ROGALSKI J., VINCENT C. (2005) Modélisation et mise en œuvre d'environnements informatiques pour la régulation de l'apprentissage, le cas de l'algèbre avec le projet LINGOT. *Projet École et sciences cognitives 2002 : Les apprentissages et leurs dysfonctionnements*. Rapport de fin de projet, mars 2005.

DELOZANNE E., GRUGEON B. (2004) EIAH et apprentissage de l'algèbre élémentaire : les projets Pépite et Lingot. *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques 2003*, IREM de Paris 7 et ARDM.

DESCO (2006) Du numérique au littéral. *Projet de document d'accompagnement*, Eduscol.

MARGOLINAS C. (1999) Les pratiques de l'enseignant – une étude de didactique des mathématiques – recherche de synthèses et de perspectives. Bailleul (éd.) : .*Actes de la dixième École d'Été de didactique des mathématiques*, Houlgate.

MIRANVILLE V. (2006) Situations d'enseignement adaptées à des élèves de troisième en difficulté dans le domaine du calcul algébrique. *Mémoire de Master 2 recherche en didactique des mathématiques*, Université Paris 7.

NORMAND-ASSADI S., COULANGE L., DELOZANNE E., GRUGEON B. (2004) Linguistic Markers to Improve the Assessment of students in Mathematics: an Exploratory Study, *Proceedings of the 7th Conference on Intelligent Tutoring Systems*, Maceió, Brasil.

SENSEVY G., LIGOZAT F., LEUTENEGGER F., MERCIER A. (2005) The teacher's action, the researcher's conception in mathematics, in Bosch (éd.), *Actes CD-ROM du congrès européen sur l'enseignement des mathématiques CERME 4*, 17-21 février 2005, San Feliu de Guixols.

ROBERT A. (2007) Stabilité des pratiques des enseignantes de mathématiques (2nd degré) : une hypothèse, des inférences en formation. *RDM*, 27 (3), pp. 271-312.