

UNE CALCULATRICE POUR SIMPLIFIER DES FRACTIONS : DES TECHNIQUES INATTENDUES.

Laura WEISS, IFMES¹, Genève

Ruhel FLORIS, DiMaGe², Université de Genève

Résumé. Une expérimentation a été menée dans plusieurs classes du début du secondaire (13-16 ans) à Genève sur les procédures de simplification de ‘grandes’ fractions numériques (numérateur et/ou dénominateur supérieurs à 100), lorsqu’une calculatrice est à disposition. Les techniques observées ne sont pas celles attendues par leurs enseignants, dans la mesure où les élèves se trouvent être instrumentés par l’artefact et ne font que peu appel à leurs connaissances sur la factorisation des nombres. Des remarques des élèves éclairent leurs démarches, qui peuvent être reliées à la faiblesse de l’encadrement théorique dans l’enseignement des fractions à Genève et à l’utilisation sans pilotage didactique de la calculatrice en classe.

Mots-clés. didactique des mathématiques, fractions, simplification, factorisation, techniques, calculatrice, instrumentation, procédures d’élèves, curriculum, degrés scolaires 7 à 10.

Introduction

L’introduction en classe de mathématiques d’outils électroniques de calcul a eu parfois pour conséquence un changement drastique des techniques enseignées, songeons par exemple au calcul des racines carrées ou aux fonctions trigonométriques. Dans d’autres cas, l’évolution est moins abrupte : pour des opérations mettant en jeu de grands nombres, il n’est plus indispensable de faire appel aux algorithmes de calcul écrit, longs et fastidieux, car, avec la calculatrice, la réponse est immédiate et reproduire un calcul ne demande que peu d’effort. Cependant, ces techniques sont encore enseignées et nombreux sont ceux qui les considèrent essentielles dans la formation des élèves en mathématiques, alors qu’en ce XXI^{ème} siècle, la maîtrise du calcul écrit peut difficilement être considérée comme socialement vitale³. Il est très intéressant d’étudier les contraintes, en particulier institutionnelles, qui peuvent expliquer ces évolutions différentes, ainsi que le font Assude (1996) ou Birebent (2007), ce n’est pas notre

¹ Institut de Formation des Maîtres de l’Enseignement Secondaire, Genève ; laura.weiss@unige.ch.

² Didactique des Mathématiques, Section des Sciences de l’Education, Université de Genève ; ruhal.floris@unige.ch

³ C’est-à-dire qu’il n’y a sans doute plus aucun contexte socio-économique –en dehors de l’école– dans lequel cette maîtrise est vraiment indispensable, vu la disponibilité à bas prix des calculatrices. La légitimation de leur enseignement ne peut donc pas se trouver là. Elle pourrait porter sur l’apport du travail des techniques de calcul écrit à la compréhension des opérations et à leur contrôle. Mais il s’agit là d’un débat qui semble très ouvert en 2008...

propos principal dans cet article, mais nous y reviendrons dans la conclusion.

Nous nous intéressons aux procédures de simplification de ‘grandes’⁴ fractions lorsqu’une calculatrice est à disposition. Pour des numérateurs et dénominateurs au-delà de 100, les élèves ne peuvent généralement pas faire appel à un répertoire mémorisé de multiples des entiers pour la recherche d’un diviseur commun et doivent donc exploiter d’autres techniques pour effectuer ce type de tâche.

Nous avons demandé aux élèves de sept classes de différents niveaux, du 7^e au 10^e degré scolaire (école secondaire, 12 à 16 ans) de simplifier une série de ‘grandes’ fractions. Nous avons ramassé les feuilles des résultats de tous les élèves et le bref questionnaire auquel ils ont répondu et avons examiné les traces des calculs faits avec leurs calculatrices. Nous avons ensuite interrogé quelques élèves, pour lesquels nous connaissions le niveau de mathématiques selon leur enseignant, et avons les résultats de l’exercice et les traces sur la calculatrice. Nous avons aussi demandé à une vingtaine de professeurs de mathématiques, en plus qu’aux titulaires des classes testées, de se prononcer sur l’intérêt de la tâche proposée et sur la pertinence du choix de certaines fractions. Parallèlement, nous avons étudié les indications du curriculum de mathématiques du Cycle d’orientation concernant les degrés 7 à 9 (Cycle d’orientation, 2003, voir annexe 5) à propos de la simplification des fractions.

La simplification des fractions est un classique de l’enseignement. Toutefois les variables didactiques choisies (grands nombres, divisibilité du numérateur et du dénominateur par d’autres nombres que 2, 3 et 5) changent la situation par rapport à ce qui est enseigné dans le contexte institutionnel genevois où nous avons mené notre expérience et devraient amener les élèves à mettre en place des stratégies différentes de celles applicables aux fractions possédant des facteurs de simplification immédiatement apparents. En proposant cette tâche avec la calculatrice, nous voulions vérifier si la disponibilité de l’outil avait une influence sur les démarches des élèves, et si oui dans quelle mesure.

Dans cet article, après avoir posé la problématique de cette recherche, nous décrivons la tâche proposée aux élèves et comment ceux-ci l’ont perçue, ainsi que les modalités de l’expérimentation. Nous rappelons brièvement quelques éléments de théorie qui semblent pertinents dans ce contexte, puis nous décrivons les procédures les plus fréquentes des élèves, en nous arrêtant sur un cas significatif. Cela nous permet de constater l’apparition de techniques imprévues, dont nous attribuons l’émergence à l’utilisation peu systématique et sans pilotage didactique de la calculatrice en classe.

I. Problématique

Nous partions du constat⁵ que, dans l’enseignement des mathématiques, la majorité des enseignants du début du secondaire, à Genève en tout cas, interdisent l’utilisation de la calculatrice en classe, n’hésitant pas à expliciter des raisons légitimant à leurs yeux cette interdiction, telles que le besoin de continuer à exercer le calcul, particulièrement

4 Ici on catégorisera comme ‘grandes’ fractions celles dont numérateur et dénominateur dépassent quelques dizaines (typiquement au dessus de 100) et qui ne sont pas simultanément des produits de puissances de 2, 3 ou 5.

5 Ce constat est issu de nombreuses années d’expérience de l’enseignement des mathématiques au début du secondaire, et de la participation à des commissions d’enseignants (élaboration de programmes, relecture de moyens d’enseignement, rédaction de tests).

le calcul mémorisé et le calcul réfléchi⁶. L'introduction aux fractions est un très bon prétexte pour faire cela, mais cela implique de choisir principalement des fractions simplifiables par 2, 3 ou 5, leurs puissances et leurs produits. En effet les critères de divisibilité étudiés à la fin de l'école primaire et au début du secondaire concernent essentiellement ces nombres et quelques unes de leurs puissances (4 et 9 par exemple) ainsi que 10.

Nous postulons que, à force de rencontrer essentiellement de telles fractions, la plupart des élèves se contentent de diviser numérateur et dénominateur par ces trois nombres⁷, après avoir ou non appliqué le critère de divisibilité pour s'éviter des divisions inutiles, et affirment très rapidement l'irréductibilité de la fraction, quand ces quelques simplifications se révèlent impossibles. Il nous semble que les situations d'enseignement ainsi mises en place pour les élèves correspondent au 'théorème en acte'⁸ : « *pour simplifier une fraction, on divise numérateur et dénominateur par 2, 3 et 5. Si ces divisions ne donnent pas de quotient entier, la fraction est irréductible* ». Pour vérifier une telle hypothèse, nous avons proposé à des élèves de l'école secondaire genevoise de travailler sur la simplification de fractions à l'aide de la calculatrice.

Nos premières questions pourraient être formulées ainsi :

- Une tâche de simplification de 'grandes' fractions incite-t-elle les élèves à recourir à la recherche exhaustive des diviseurs du numérateur et du dénominateur en exploitant la décomposition des entiers en facteurs, premiers ou non, officiellement exercée au tout début du secondaire I ?
- La disponibilité de la calculatrice a-t-elle un effet sur leurs démarches ?

II. L'expérimentation

L'expérimentation a eu lieu dans plusieurs classes du Cycle d'orientation genevois. Afin de prendre en compte les conditions différentes pour les élèves dans la disponibilité de l'outil, nous avons élargi l'échantillon des élèves à deux classes de la scolarité postobligatoire (élèves de 16 à 18 ans), au Collège de Genève, qui prépare à la maturité gymnasiale et au SCAI, école d'accueil pour des élèves arrivés depuis peu à Genève. Dans ce type de classes, la calculatrice est généralement autorisée, sans regard de l'enseignant sur l'utilisation qui en est faite. Plus précisément, il s'est agi de (pour situer les classes dans le système genevois (voir annexe 4):

- trois classes de 7^e année regroupement A (ci-après 7A) : 23 ou 24 élèves de 12-13 ans, voie pré-gymnasiale
- une classe de 8^e année regroupement B (ci-après 8B) : 14 élèves de 13-14 ans, voie non pré-gymnasiale,
- une classe de 9^e année regroupement A (ci-après 9A) : 23 élèves de 14-15 ans, voie pré-gymnasiale,

⁶ Le calcul mémorisé fait appel aux tables d'addition et de multiplication apprises par cœur. Le calcul réfléchi fait appel aux propriétés des nombres (base 10, élément neutre, opposé, inverse, écriture fractionnaire, etc.) et des opérations (associativité, commutativité, distributivité, etc.) permettant le calcul mental.

⁷ Il n'est pas nécessaire de tenter la division par 10, la plupart des élèves reconnaissent une fraction dont numérateur et dénominateur se terminent par 0 comme égale à la fraction où un zéro final a été supprimé à chaque nombre.

⁸ Un 'théorème en acte' ou 'théorème-élève' (Vergnaud, 1991) est une conséquence du contrat didactique : il s'agit d'une règle fautive, mais ayant un certain domaine de validité, souvent implicite, que les élèves établissent à partir de leur pratique.

- une classe de 1^{ère} année du collège niveau 2 : 17 élèves de 15-16 ans, préparant la maturité gymnasiale, niveau fort de mathématiques,
- une classe du SCAI : classe d'intégration de 10 élèves de 15-18 ans ne parlant pas le français, arrivés à Genève depuis moins d'une année.

L'expérimentation a eu lieu pendant un cours de mathématiques, soit de 45 minutes, soit de 1 heure 30, selon les classes. Elle s'est faite en présence des titulaires des classes pour les mathématiques. Ceux-ci ont apporté de l'aide aux élèves au moment du travail individuel, mais la gestion de la leçon a été laissée en main de l'expérimentatrice.

Le travail mathématique en classe avec la calculatrice a cette particularité : l'utilisateur prend rarement la peine de noter les opérations qu'il effectue car, dans le travail personnel, l'écrit sert généralement comme mémoire annexe pour noter des résultats intermédiaires et la pose des opérations est liée à la nécessité de procéder par étapes. Avec la machine à calculer, ces besoins disparaissent. Pour analyser les traces des essais des élèves, nous avons utilisé des calculatrices TI34II, modèle distribué dans l'enseignement public genevois aux élèves en 5^e primaire (10-11 ans) pour toute la scolarité obligatoire (jusqu'au 9^e degré, 15-16 ans) qui garde en mémoire les calculs effectués précédemment.⁹

Déroulement en classe

L'intervention en classe de l'expérimentatrice a été articulée en deux parties. Une première partie de 30 à 45 minutes correspondait à l'expérimentation proprement dite. Pour cette partie, les élèves reçoivent

- un outil : une calculatrice numérotée par élève avec la demande de noter le numéro de celle-ci sur la feuille des consignes et sur le questionnaire ;
- une feuille de consignes (annexe 1) proposant la simplification de 6 à 10 'grandes' fractions, selon les classes et le temps à disposition ;
- un questionnaire à réponses libres ou à choix multiples selon les classes portant sur
 - les fractions faciles et difficiles à simplifier et pourquoi elles le sont ;
 - les procédures utilisées pour les fractions 'difficiles'.

Selon les classes, l'enseignant fait lire la consigne, rappelle en interaction avec les élèves ce que signifie simplifier des fractions et précise la demande d'aller jusqu'à l'irréductibilité de celles-ci. Dans aucune classe, il n'y a eu de problèmes de compréhension de la tâche. La deuxième partie, qui occupait les 15 à 60 minutes restantes, a consisté en un enseignement, par l'expérimentatrice en interaction avec les élèves, de la gestion des fractions avec la TI34II, ainsi que de la découverte de certaines limites de l'outil.

Pour mieux comprendre leurs activités, il nous semble important de clarifier le contrat de l'expérimentation, tel que les élèves ont pu se le représenter à partir des informations qu'ils avaient reçues :

- Les élèves s'attendent à une leçon pour « apprendre à utiliser la calculatrice », avec la présence d'une personne 'experte' aux côtés de leur enseignant de mathématiques.
- Les élèves n'ont rien eu à préparer pour cette leçon de mathématiques : pas d'exercices écrits ou de révision. Les éventuels devoirs déjà donnés ne seront ni contrôlés ni corrigés.

⁹ Il s'agit d'une calculatrice très semblable à la TI-Collège, permettant en particulier la représentation des fractions (avec des limitations), leur simplification en plusieurs étapes et la division euclidienne.

- Les élèves ont apporté leur calculatrice pour cette leçon (qu'ils n'ont pas utilisée !); éventuellement, s'ils n'ont plus celle distribuée par l'école, ils en ont emprunté, voire acheté une¹⁰.
- Les élèves reçoivent en prêt une calculatrice du même modèle que la leur (d'une autre couleur) avec consigne d'utiliser librement la calculatrice prêtée et de ne pas en effacer les registres (demande respectée à environ 90%, malgré l'habitude de plusieurs élèves de tout effacer après l'utilisation).
- Les élèves sont autorisés à communiquer avec leur voisin.
- Les élèves complètent la feuille de la tâche à leur rythme. Ces feuilles sont ramassées sans que cela ne donne lieu à une évaluation de leur travail. Quand ils ont fini, il leur est demandé de compléter le petit questionnaire joint.

III. Eléments d'analyse épistémologique et institutionnelle

La technique experte permettant la simplification jusqu'à l'irréductibilité de n'importe quelle fraction passe par la recherche du PGCD à l'aide des algorithmes d'Euclide par division ou par soustraction. Ainsi, si la fraction à simplifier est $110/264$, en utilisant la division on effectue les calculs : $264=110*2+44$; $110=44*2+22$; $44=22*2+0$ et le PGCD est 22 (dernier reste non nul) ou par soustractions successives: $264-110=154$; $154-110=44$; $110-44=66$; $66-44=22$; $44-22=22$, PGCD = 22. En divisant numérateur et dénominateur par 22, on obtient la fraction irréductible $5/12$.

Les élèves genevois avec lesquels l'expérience a été menée n'ont pas l'algorithme d'Euclide à disposition. En effet, cette technique ne fait pas partie des programmes de mathématiques des différents cantons suisses romands et il ne semble pas non plus que ce fut le cas dans le passé. On peut constater par exemple qu'elle est absente du manuel d'arithmétique de la société suisse des professeurs de mathématiques de 1943 (Addor *et al.*, 2^{ème} édition), destiné aux élèves du début de l'école secondaire, qui présente en revanche la méthode que nous décrivons ci-dessous. De ce fait, de nombreux enseignants de mathématiques ne connaissent pas la technique via la méthode d'Euclide de recherche du PGCD dans ce contexte numérique, même s'ils l'ont certainement vue dans le cas plus général des fractions rationnelles au cours de leurs études. Comme en France (Abou Raad et Mercier, 2006), le PGCD n'est pas non plus cité dans le curriculum de mathématiques du Cycle d'orientation genevois, qui n'évoque que la recherche de « multiples communs, diviseurs communs » à propos des entiers, mais à Genève une longue tradition d'enseignement de cette notion dès la fin de l'école primaire (voir par exemple Corome, 1985) la garde particulièrement vivace.

Techniquement, la recherche du PGCD est introduite par l'énumération de tous les diviseurs des deux nombres et la recherche du plus grand commun ; ultérieurement, dès la 7^e année, elle s'appuie sur la décomposition des nombres en produit de facteurs premiers, obtenue par division par les nombres premiers successifs en utilisant un algorithme ad hoc :

264 2	110 2
132 2	55 5
66 2	11 11
33 3	1
11 11	
1	

Le PGCD est le produit des facteurs communs (ci-dessus, 2 et 11)¹¹.

10 Certains élèves, leur calculatrice étant introuvable et ne réussissant pas à s'en procurer une, en ont spécialement acheté pour cette leçon.

11 L'accent mis par le curriculum sur la résolution de problèmes a d'ailleurs induit chez les enseignants

En se référant à l'annexe 5, qui présente la partie du curriculum genevois concernant les fractions, on constate que si dans le vocabulaire à connaître l'expression « rendre irréductible une fraction » est bien précisée, il ne lui est pas associé une technique définie de simplification, ni un « Outil de vérification »¹² permettant de s'assurer que la fraction obtenue soit vraiment irréductible. En effet, la simplification des fractions, qui est indiquée dans les « Techniques et savoir-faire » est présentée sous la forme $a/b = a'/b'$ avec $a = ka'$ et $b = kb'$, $b \neq 0$ et $k \neq 0$, sans que les propriétés de k ne soient précisées, en particulier qu'il doit être le PGCD de a et b pour que a'/b' soit irréductible, alors que c'est le cas dans le manuel de 1943 (Addor *et al.*). Dans les manuels genevois des années '90, il était précisé : « Dans une fraction irréductible, le pgcd du numérateur et du dénominateur est égal à 1. [Pour] rendre la fraction irréductible, il suffit de diviser numérateur et dénominateur par leur pgcd » (Cycle d'orientation de l'enseignement secondaire, 1996 : 81). Cependant, puisque les « multiples, diviseurs et la décomposition en facteurs premiers » sont proposés comme « outils pour réduire des fractions », on peut inférer que les auteurs de ce curriculum considèrent que c'est à l'aide de la décomposition des numérateur et dénominateur qu'une fraction peut être rendue irréductible de façon certaine.

Finalement, la technique la plus probable pour les élèves romands consistera donc à rechercher des diviseurs communs et à simplifier jusqu'à ce qu'ils n'en trouvent plus.

IV. Quelques éléments de théorie

Quel est le statut didactique de la calculatrice ? Il importe ici de distinguer l'environnement de l'élève du milieu didactique construit pour résoudre la tâche. L'environnement comporte les objets physiques qui l'entourent, les personnes – camarades, enseignant, expérimentatrice – les outils matériels à disposition – feuilles d'énoncés, papier de brouillon, crayon, stylo, gomme, effaceur, etc. et *calculatrice*. Le milieu se compose d'éléments plus abstraits : la tâche avec sa consigne et les différents problèmes posés, les connaissances dont les élèves disposent pour résoudre le problème et tous les objets pertinents pour résoudre la tâche, le contrat didactique. Ici la *calculatrice* fait donc partie du milieu, car son utilisation est proposée pour résoudre la tâche.

L'exemple de la racine carrée le montre : l'introduction de la calculatrice dans le milieu peut faire disparaître rapidement et complètement une technique des programmes d'enseignement. Mais ce n'est pas toujours le cas, les algorithmes écrits des quatre opérations élémentaires ou le calcul littéral se maintiennent. Quelles sont les conditions qui distinguent ces différents cas ?

La théorie de la transposition didactique (Chevallard, 1985) et l'approche anthropologique (Chevallard, 1999) nous semblent être un cadre théorique adapté à l'étude de cette question. Il s'agit en particulier de tenir compte du contexte curriculaire. En ce qui concerne la racine carrée, qui était uniquement utile comme savoir-faire, permettant par exemple d'exploiter le théorème de Pythagore, la modification de la technique n'a pas bouleversé l'équilibre avec d'autres notions

la construction de problèmes pseudo-concrets permettant l'application du PGCD, problèmes qui mettent en scène fleuristes et autres commerçants acharnés à préparer des bouquets tous semblables avec différentes fleurs.

12 Terminologie du Curriculum de mathématiques 7^e-8^e-9^e (version de juin 2003).

mathématiques (Assude, 1996). En outre, l'utilisation de la calculatrice n'empêche pas un travail sur le sens de la racine carrée, en particulier sur les moyens de justifier les résultats obtenus. On peut se demander si ce dernier point n'est pas à l'origine de la position réservée des enseignants de certains pays envers l'utilisation de la calculatrice. (Floris & Conne, 2007).

Lagrange (2000) adapte l'approche anthropologique en caractérisant l'activité mathématique de l'élève par une dynamique à trois composantes : technique, tâche et théorisation. Dans ce modèle, la conceptualisation mathématique correspond à la construction et à l'adaptation de techniques en réponse à des types de tâches.

« Dans cette dynamique, les tâches sont d'abord des problèmes. Les techniques s'élaborent relativement aux tâches puis se hiérarchisent. Des techniques officielles émergent et les tâches 'se routinisent' en devenant des moyens pour perfectionner ces techniques. L'environnement théorique se constitue pour rendre compte des techniques, de leur fonctionnement et de leurs limites. Il se développe ensuite au cours d'un 'travail de la technique' qui vise à la fois l'amélioration des techniques et leur maîtrise. » (Lagrange, 2000 : 16)

Dans notre expérimentation, nous avons pu observer les techniques développées par les élèves pour répondre à la tâche de simplification de 'grandes' fractions en utilisant la calculatrice. Nous verrons ci-dessous comment nous avons pu y reconnaître la mobilisation ou non par les élèves de concepts mathématiques et la mise en œuvre ou non de leurs connaissances.

Certains éléments de la Théorie des Situations Didactiques (Brousseau, 1998) nous semblent ici également pertinents. Rappelons que cette théorie modélise les connaissances en les associant aux stratégies gagnantes dans un jeu. De ce point de vue, en proposant des fractions inhabituelles (hors contrat), nous proposons un saut informationnel ayant pour objectif de pousser les élèves à changer de stratégie, changement favorisé par la mise à disposition d'une calculatrice afin de faciliter les calculs. Nous prévoyons la nécessité d'une rétroaction afin de faire prendre conscience aux élèves que certaines fractions qu'ils déclarent irréductibles ne le sont en fait pas.

Pour prendre en compte plus finement les phénomènes liés à l'utilisation de la calculatrice, les distinctions de Rabardel (1995) nous semblent particulièrement éclairantes. Il considère en effet que l'outil doit être vu *a priori* comme un objet physique, qu'il nomme artefact, mais que dès qu'il est utilisé dans un but précis, il est caractérisé aussi par la construction psychologique de l'utilisateur, qui lui confère ainsi le statut d'instrument : « *un instrument n'existe pas en soi, un artefact devient un instrument quand un sujet a pu se l'approprier pour lui-même et l'a intégré dans sa propre activité* ». Si l'élève qui l'emploie, allant parfois même jusqu'à détourner son utilisation standard au profit de la résolution de la tâche, donne le statut d'instrument à la calculatrice, on dira qu'il instrumentalise la calculatrice. Mais dans cette genèse instrumentale, il se peut qu'on observe, en lieu et place de l'adaptation par l'utilisateur de l'artefact à ses besoins, un processus dans lequel l'artefact conditionne l'action de l'utilisateur. Plusieurs indices nous montrent que c'est ce type d'instrumentation qui a eu lieu dans le cas de notre expérimentation.

V. Les procédures utilisées par les élèves

Majoritairement, toutes classes confondues, les élèves simplifient 'à la main' des fractions telles $2500/7500$, en procédant parfois à la vérification du résultat à la calculatrice par comparaison des écritures des quotients $2500:7500$ et $1:3$. Lorsque numérateur et dénominateur sont tous deux divisibles par 2 ou 5 de façon apparente (nombres pairs ou finissant par 5), la plupart des élèves procèdent à ces simplifications comme première démarche, en divisant à la main ou à l'aide de la calculatrice numérateur et dénominateur par 2 ou par 5. Il en va de même pour certains élèves pour la simplification par 3 (division successive du numérateur et du dénominateur par 3). Pour les autres fractions, les élèves vont 'à la pêche' des diviseurs communs sans systématique apparente en tentant des divisions, le plus souvent par 7, par 9, par 11, par 21 ou par 17.

Visiblement, hormis les élèves de 1^e année du collège réussissant le mieux en mathématiques, les élèves ne convoquent pas pour résoudre la tâche proposée la factorisation des entiers en produit de nombres, premiers ou non. C'est ce principe en effet qui permet de simplifier n'importe quelle fraction en étant sûr que le résultat final est irréductible.

Nous nous proposons de nous arrêter un moment sur le cas de la fraction $241/150$ que nous qualifions de cas d'école. Pour cette fraction, on peut définir une technique experte qui amène rapidement au constat de son irréductibilité. En effet comme le dénominateur $150 = 2 \times 3 \times 5^2$, la fraction n'est simplifiable que si le numérateur 241 est divisible par les facteurs premiers de 150, 2 ou 3 ou 5. Or on constate au premier coup d'œil que 241 ne se divise pas par 2 car il est impair, ni par 5 car son dernier chiffre n'est pas 5. Il reste à vérifier si 241 est divisible par 3. Cela peut se faire de différentes façons, toutes relativement immédiates. On peut par exemple appliquer le critère de divisibilité par 3 en additionnant ses chiffres $2 + 4 + 1 = 7$ et en constatant que cette somme n'est pas multiple de 3. On peut aussi partir de la table de multiplication de 3 qui contient 24, ce qui implique que $240 = 24 \times 10$ est un multiple de 3, $241 = 240 + 1$ n'en est donc pas un. Enfin il est encore possible d'utiliser la calculatrice pour calculer $241 : 3 = 80,33333333$ qui donne un quotient non entier. Il n'est donc point besoin de chercher longuement les diviseurs de 241 (qui est premier) pour décréter que la fraction est irréductible.

Que font les élèves face à cette fraction qui a été proposée dans toutes les classes testées ? Dans le questionnaire auquel ils ont répondu, la majorité des élèves classe cette fraction parmi les plus difficiles à simplifier. A partir des traces sur leurs calculatrices, on peut constater que la plupart des élèves testés ne maîtrise pas la technique experte décrite ci-dessus. Beaucoup d'entre eux essaient des divisions de 241 et de 150 par beaucoup d'entiers, en allant 'à la pêche' de diviseurs possibles, premiers ou non, sans organisation précise, le plus souvent 7 et 17. Même des élèves ayant de très bons résultats en mathématiques, qui exploitent dans d'autres cas la décomposition des nombres, tentent la division de 241 par 7, sorte d'acquit de conscience, avant de déclarer la fraction irréductible.

Face au nombre 241 qui 'résiste' à se laisser diviser, on voit aussi apparaître des techniques élémentaires, telles la division systématique de 241 par tous les entiers successifs (dans un cas même à partir de 1 !) jusqu'à 29, la division systématique de 241 par tous les premiers successifs jusqu'à 23 ou enfin la division de 241 par 150 dans

l'espoir que l'écriture décimale de la fraction permette de retrouver une écriture fractionnaire plus simple. Ces techniques d'essais systématiques se retrouvent pour d'autres fractions 'résistantes' et semblent être, quand les diviseurs ne sont pas apparents et que la 'pêche' ne donne pas ses fruits, une façon de construire une technique qui réponde à la tâche de simplification des fractions. On verra ainsi dans les traces laissées sur les calculatrices, souvent après deux ou trois essais par 3 ou par 7, la division systématique de l'un des nombres de la fraction par les entiers successifs et la division de l'autre quand l'entier choisi divise le premier.

Quelques remarques d'élèves peuvent éclairer leurs démarches. Par exemple, *Valérie*, élève brillante du collège, rendant sa feuille sans aucune faute, justifie sa tentative de division de 241 par 7 par le fait qu'elle avait d'abord observé seulement le numérateur et qu'« *on ne peut pas savoir si un nombre est divisible par 7* », mais reconnaît que le libre accès à la calculatrice modifie un peu son comportement : « *évidemment, avec la calculatrice on essaie des divisions, parce que sinon pour certaines on n'essaierait même pas, par exemple pour simplifier par 9 comme pour 972/729, je ne l'aurais pas fait à la main, j'aurais plutôt cherché à diviser par 3, parce que j'aurais pu le faire de tête... enfin peut-être par 9 aussi, mais c'est plus compliqué !* ». Et à la question successive « *pourquoi n'as-tu pas essayé d'autres divisions pour simplifier 241/150 ?* » *Valérie* fait appel à ses connaissances : « *parce que j'ai réfléchi que 150 ne pouvait pas être divisible par d'autres nombres premiers...* ».

De même *Zoé*, élève de 9A obtenant de bons résultats en mathématiques, qui rendra une feuille avec sept réponses justes sur huit, vient demander de l'aide pour la simplification de la fraction 241/150 :

Zoé : j'ai tout essayé, je ne trouve vraiment pas !

Enseignante : que signifie tout ?

Zoé : tous les nombres, à partir de 2... ah non, je n'ai pas essayé 14... , au moment où elle commence à taper, elle s'exclame : *mais non, il est pair, cela ne va pas, il faut que j'essaie des impairs 17, 19, 21*, elle commence à diviser, voilà ça ne joue toujours pas, avant de taper 21, elle s'arrête... *non pas 21, il est divisible par 3 et ça ne marche pas avec 3, en fait peut-être que 241 est premier ?*

Enseignante : est-ce important que 241 soit premier pour que la fraction soit irréductible ?

Zoé, après un court instant de réflexion, étonnée de sa propre découverte : *ben non, il suffit de chercher les diviseurs de 150, comme 15, 10...*

Toujours à propos de cette fraction qu'il a notée irréductible, sur la calculatrice de *Thomas* on trouve le calcul $150 : 7$. A la question « *comment as-tu procédé ?* », *Thomas* répond : « *j'ai vu que 241 n'était pas divisible par 2 ni par 3 ni par 5, alors j'ai dit que c'était irréductible* ». Face à l'insistance de l'expérimentatrice : « *mais j'ai vu que tu as essayé de diviser 150 par 7...* », *Thomas* se justifie : « *oui, je pensais bien que cela ne marchait pas, mais comme j'avais la calculatrice, c'était juste une vérification, on peut pas savoir quand un nombre est divisible par 7, alors j'ai contrôlé.* »

L'expérimentation dans la classe du SCAI a été différente, puisqu'il s'agit d'une classe particulière constituée de dix élèves qui ne sont à Genève que depuis quelques mois, en provenance d'Amérique latine, du Moyen Orient, d'Afrique noire. Ces élèves ont d'une part peu l'habitude des calculatrices et d'autre part une vision des mathématiques axée principalement sur leur aspect calculatoire. D'ailleurs, ils utiliseront très peu la calculatrice lors de cette expérience, préférant plutôt le calcul

écrit. Avec la calculatrice, ils se limitent à vérifier l'égalité entre la fraction initiale et la fraction simplifiée à partir des quotients en écriture décimale. Ainsi on trouve comme traces 250:750 suivi de 1:3. Chez plusieurs élèves, on voit aussi 241:150. Leur autre utilisation de la calculatrice correspond à des vérifications¹³ de divisions comme 187:17 suivi de 340:17. En ce qui concerne 241/150, c'est seulement sur les calculatrices de deux élèves de la classe qu'on trouve des opérations comme 241:2; 241:6; 241:7; 241:3. Sur dix élèves, cela correspond à un pourcentage de 20%, bien plus faible que celui qu'on rencontre dans les autres classes, de ces essais qui pourraient être évités en utilisant les critères de divisibilité pour 241 ou en connaissant les diviseurs de 150.

Nous avons relevé d'autres procédures pour d'autres fractions. A la question, « comment as-tu procédé pour les fractions difficiles à simplifier pour y arriver quand même ? », un élève de 9A explique, à propos de la fraction 187/340, « j'ai calculé le quotient du numérateur par le dénominateur, puis j'ai retrouvé l'écriture fractionnaire, sinon je n'aurais pas trouvé ! » ce qui correspond à la démarche suivante : $187 : 340 = 0,55 = 55/100 = 11/20$.

Nombreux sont les élèves qui utilisent cette division du numérateur par le dénominateur, quand ils ne trouvent pas rapidement un diviseur commun. Ainsi Olivier (voir annexe 2.1) catégorise rapidement les fractions comme irréductibles, s'il ne réussit pas à appliquer la méthode du passage par l'écriture décimale « je n'ai pas trouvé de diviseurs communs, alors j'ai pensé que la division donnerait peut-être un nombre facile pour reconstituer une fraction, mais cela n'a pas marché, j'ai trouvé un périodique, c'est embêtant pour retrouver la fraction ». Quand on lui rappelle la décomposition en facteurs premiers qu'il a étudiée et qu'on lui montre sur un exemple son efficacité pour trouver d'autres diviseurs communs, il reste cependant peu preneur de l'outil. Cela est probablement dû au type de fractions proposées en classe, comme l'énonce Julie (voir annexe 2.2) « mais c'est [la décomposition en facteurs premiers] plus long que de trouver directement le diviseur commun et avec les fractions qu'on a en classe, si ça ne se simplifie pas par 2 ou 3 ou des trucs comme ça, c'est irréductible »¹⁴.

Le recours à la décomposition systématique des numérateur et dénominateur en produit de facteurs, puis la simplification des facteurs identiques, est le fait seulement d'une partie des élèves de 1^e année du Collège considérés par leur enseignante comme les meilleurs, qui, à ce moment de l'année, sont justement en train d'étudier le calcul avec des fractions rationnelles. Les élèves qui ont suivi cette démarche ont fait une utilisation minimale de la calculatrice, privilégiant la décomposition par écrit selon l'algorithme enseigné en 7^e (divisions par les nombres premiers successifs, voir paragraphe III). Notons de plus que, dans cette classe, à ce niveau scolaire, la calculatrice est systématiquement autorisée.

Et pourtant les élèves testés, sauf peut-être ceux de la classe du SCAI, ont tous étudié les critères de divisibilité, en tout cas par 2, 3, 5 et 10. Ils connaissent, comme

13 Nous pensons qu'il s'agit de vérifications et non d'essais de divisions, car elles correspondent à des divisions qui donnent des quotients entiers, alors qu'il n'y a pas de traces de divisions qui ne conviennent pas (quotients non entiers). D'ailleurs, sur les feuilles il y a plusieurs divisions posées.

14 Il nous semble que la limite, posée par les concepteurs du programme de mathématiques du CO genevois (voir annexe 5) pour éviter une surenchère de calcul gratuit (communication personnelle), d'opérer avec des fractions 'raisonnables', de dénominateur et numérateur ne dépassant pas 2 chiffres, a pour effet de renforcer des 'théorèmes en acte' tels que « pour simplifier une fraction, il suffit de tenter de diviser numérateur et dénominateur par les nombres 2 ; 3 ; 5 ; 7 », ce qui est correct lorsqu'on se restreint aux nombres de deux chiffres.

‘propriété en acte’ ou comme ‘propriété déclarative’¹⁵, le théorème de la décomposition des entiers en facteurs premiers et ont appris à calculer le plus grand diviseur commun et le plus petit multiple commun de deux ou plusieurs nombres en les décomposant en facteurs premiers. En ce qui concerne les fractions, les élèves de ces degrés scolaires savent les simplifier, les amplifier et les comparer par différentes méthodes, en plus de calculer avec. Le lien écriture fractionnaire – écriture décimale des nombres rationnels est aussi travaillé en classe au moment de l’introduction des fractions en 7^e année et reste un acquis à voir les démarches des élèves testés (voir des extraits du curriculum en annexe 5). On peut donc conclure que les élèves sont bien outillés pour résoudre la tâche proposée.

Face à cette tâche il apparaît des régularités dans le comportement des élèves de classes différentes :

- même si les divisions se font sans effort avec une calculatrice, il est plus long de les faire que de ne pas les faire, mais il est sans doute plus rassurant d’avoir contrôlé par un essai que 241 ne se divise pas par 7 par exemple ;
- les élèves ont bien retenu qu’ils ont appris des critères de divisibilité pour certains nombres et pas pour d’autres : le critère de divisibilité par 7 n’étant pas étudié car trop compliqué, les élèves en concluent qu’ « on ne peut pas savoir si un nombre est divisible par 7 », sous entendu sans essayer la division
- les pratiques constatées d’essai-erreur ont fortement déçu les enseignants des classes testées, qui considéraient les critères de divisibilité et la simplification des fractions comme des acquis pour leurs élèves;
- lorsque les élèves entrent dans des démarches de divisions, que ce soit en allant ‘à la pêche’ ou systématiques, ils ne convoquent plus les critères de divisibilité : on découvre ainsi, rarement, des divisions à partir de 1, mais plus fréquemment des divisions par les nombres impairs à partir de 2, et surtout des divisions par tous les entiers successifs y compris tous les pairs, même quand le nombre à diviser est impair, ou encore par 6 alors qu’il n’est pas divisible par 3...
- des divisions systématiques par les nombres premiers successifs ne sont le fait que des meilleurs élèves en mathématiques et sont rarement faites à la calculatrice : ces élèves-là décomposent numérateur et dénominateur en facteurs premiers en bonne partie à la main, en exploitant la technique enseignée en 7^e année (voir paragraphe III ci-dessus).

VI. Interprétation : transformation des techniques, mais où est la théorie ?

Étant donnée la possibilité ou l’injonction implicite, dans l’expérimentation menée, d’utiliser la calculatrice, beaucoup d’élèves ne convoquent pas ou peu leurs connaissances sur les critères de divisibilité des entiers, sauf si ceux-ci leur offrent une réponse immédiate comme dans le cas de 250/750. Quand ils se trouvent confrontés à des nombres qui « résistent à se laisser réduire » par un facteur immédiatement apparent comme 2, 5 ou 10, ou par quelques petits nombres premiers, typiquement 3 et 7, voire 11, les élèves entrent dans des démarches de tentatives systématiques de

¹⁵ Terminologie du curriculum de mathématiques du Cycle d’orientation de Genève : une ‘propriété en acte’ est une propriété que l’élève applique sans nécessairement savoir l’énoncer ; une ‘propriété déclarative’ peut être énoncée par l’élève, qui, de plus, sait quand elle peut être appliquée.

divisions. Si certains persistent dans leurs essais et finissent par trouver le diviseur commun, nombreux sont ceux qui abandonnent peu au delà de dix, sur la base du contrat didactique implicite lié au type de simplifications habituellement rencontrées dans les exercices en classe.

A ce propos, nous avons questionné des professeurs de mathématiques du Cycle d'orientation sur la pertinence de la tâche proposée¹⁶. Majoritairement, ils considèrent que le sujet est important et surtout utile comme prétexte pour revoir les tables de multiplication, objectif cohérent avec le choix d'interdire l'utilisation de la calculatrice. Ils relèvent aussi que la simplification des fractions est aussi exercée lors du calcul avec les fractions (additions, multiplications) et qu'il n'est donc pas nécessaire de pousser trop loin ce sujet. Quant à la grandeur des fractions proposées, selon eux, numérateur et dénominateur ne devraient pas trop dépasser la centaine, pour que les élèves puissent faire appel aux répertoires mémorisés jusqu'à 12x12. Tous évoquent comme outil disponible dès la 8^e année la factorisation des numérateur et dénominateur, peu conscients semble-t-il de la faible mobilisation de la part des élèves de cette connaissance.¹⁷ Enfin sur un autre plan, les enseignants interrogés signalent qu'il faut avoir des exigences différentes entre les élèves de section pré-gymnasiale et les autres, pour lesquels il faut en rester à des fractions plus simples comme par exemple 24/36 ou d'autres produits de puissances de 2, 3 et 5 inférieurs à 100, avec comme seule exception, toutes sortes de fractions équivalentes à 1/2 ou à 2 (numérateur double du dénominateur et vice-versa).

Particulièrement pertinente nous semble ici l'analyse de Mercier (1995), à propos de la différence entre deux manières de traiter la simplification des fractions :

$$\frac{18}{12} = \frac{18 : 6}{12 : 6} \quad \text{ou} \quad \frac{18}{12} = \frac{6 \times 3}{6 \times 2}$$

Alors que l'écriture de gauche décrit l'action à effectuer (diviser par un même nombre), celle de droite n'explique pas la technique permettant de trouver la décomposition, mais le lien avec les propriétés mathématiques utilisées. Pour l'enseignant, l'écriture de gauche facilite le guidage de l'élève, en particulier s'il est en difficulté. C'est d'ailleurs bien celle que l'on retrouve dans les manuels utilisés à Genève et chez la plupart des enseignants. Pour l'exemple des fractions ci-dessus, puisque les nombres font partie du répertoire multiplicatif mémorisé, le PGCD de 6 se trouve aisément et la différence entre les deux façons de faire peut paraître insignifiante à l'enseignant ou à l'observateur, alors que ce n'est pas le cas pour les fractions envisagées dans notre étude.

Le type de fractions proposées dans l'expérimentation ne permettant pas l'utilisation de techniques basées sur les répertoires mémorisés, avec la disponibilité de la calculatrice les élèves ont été amenés à développer une technique consistant à diviser systématiquement par les entiers successifs ou les impairs successifs, voire, mais rarement, les nombres premiers successifs, sans exploitation des critères de divisibilité

¹⁶ La lecture des extraits du curriculum du Domaine Nombres et Opérations (voir annexe 5) permet de constater que peu de précisions sont données aux enseignants genevois sur ce qu'il convient de faire en ce qui concerne la simplification de fractions, à part l'indication qu'il faut opérer avec des fractions « raisonnables », de dénominateur et numérateur ne dépassant pas 2 chiffres.

¹⁷ On retrouve ici l'illusion de transparence et le décalage noté par Robert (2007) dans le numéro 74 de cette revue.

ou de la factorisation¹⁸. En fait, ces connaissances ne semblent pas disponibles dans ces conditions, ce qui n'est pas surprenant puisque la simplification de fractions se travaille habituellement sans elles. En outre, ces stratégies mathématiquement moins complexes sont, dans ce contexte, plus économiques que la mobilisation des connaissances relatives aux critères de divisibilité.

La disponibilité de la calculatrice semble avoir un effet menant à une sorte de régression par rapport à des compétences pourtant travaillées en classe et s'il y a émergence d'une théorie chez certains élèves, elle reste bien en deçà de ce que leurs enseignants pensaient pouvoir attendre de leur part. Tout se passe comme si le milieu didactique imaginé par les enseignants ne correspondait pas à celui effectivement actualisé.

Dans le temps très court qui leur a été accordé, les élèves, loin de s'appropriier la calculatrice comme un instrument efficace, ont plutôt été instrumentés par cette dernière, qui les conduit à des démarches de résolution utilisant le plus possible l'outil, mais de façon relativement élémentaire. L'action avec la calculatrice est tellement peu coûteuse que la réflexion préalable à l'action ne se justifie pas et que l'intégration des connaissances ne se fait pas. En d'autres termes, la genèse instrumentale est ici très limitée.

Au vu de ces constats, nous avons encore tenté de proposer la même tâche selon une nouvelle modalité, en fin de séance dans la classe de 1^{ère} année du collège et dans une autre classe de 7^e année : la consigne « simplifie en un nombre minimum de calculs » a été donnée sous la forme d'un défi-concours pour des groupes de 3 élèves qui devaient rendre le plus rapidement les fractions simplifiées jusqu'à l'irréductibilité, avec une pénalisation de 3 secondes lors de chaque utilisation de la calculatrice. Ce système s'est révélé difficile à mettre en place et à gérer en classe par deux adultes. Seule observation : le retour au calcul écrit chez un certain nombre de groupes, les plus honnêtes, alors que d'autres ont préféré faire des divisions systématiques à la calculatrice, plus ou moins en cachette. Ces conditions ont ainsi bloqué la genèse instrumentale, sans favoriser l'émergence des techniques visées.

Il nous paraît judicieux de comparer ces résultats avec ceux obtenus lors d'expérimentations menées à ce même niveau scolaire par Kieran & Guzman (2007) et mettant au contraire en évidence le travail de théorisation des élèves. Cette mise en perspective fait apparaître l'importance d'organiser matériellement, dans l'espace et dans le temps (*d'orchestrer*) l'instrumentation des environnements informatiques¹⁹ (voir Floris & Conne, 2007). Dans le cas étudié par Kieran et Guzman, la classe travaille plusieurs jours de suite sur une série de tâches, avec des présentations par les élèves de leurs méthodes, facilitées par l'utilisation de calculatrice permettant l'affichage de plusieurs lignes et d'une tablette de rétroprojection.

Dans cette perspective, il s'agirait de mettre en place une séquence de 3-4 leçons, traitant de fractions de plus en plus 'grandes', avec parties collectives et explicitation du lien de la simplification des fractions avec le PGCD ou avec la décomposition en facteurs.

18 Dans le **Thème : Usage de la Calculatrice et des Outils Informatiques** du curriculum de mathématiques du CO genevois (voir annexe 5) on constate le rappel sur les critères de divisibilité et le calcul mental, mais la difficulté mise en évidence par notre expérimentation n'est pas anticipée.

19 Et la calculatrice en est un !!

VII. Conclusion

On pourrait hâtivement conclure de cette expérimentation que la calculatrice, par sa facilité d'emploi, fait obstacle à la mise en application de propriétés ou de théorèmes mathématiques, ici la décomposition en facteurs. Ce pourrait être la conclusion de certains enseignants. Il nous semble qu'il y a deux raisons à cet échec relatif. Tout d'abord, dans le programme du Cycle d'orientation Genevois, et dans les moyens d'enseignement correspondants, l'utilisation de la décomposition en facteurs n'est pas la technique visée pour la simplification des fractions, cela n'est pas enseigné. L'autre raison est liée aux habitudes d'utilisation trop rare de la calculatrice, à la brièveté du travail des élèves et au caractère essentiellement privé de ce travail, bref l'absence d'une genèse instrumentale.

Il nous faut remarquer l'importance du rôle de l'enseignant. Très souvent, l'utilisation de la calculatrice relève pour lui de la sphère privée des élèves qui n'ont d'ailleurs souvent pas le même modèle (bien que cela ne soit en principe pas le cas au secondaire inférieur à Genève). Il n'y a pas de prise en charge didactique de l'outil.

Dans la réflexion sur cette prise en charge, le point de vue d'intégration des tâches, techniques et théorisation (Lagrange, 2000) nous paraît fondamental²⁰, dans la mesure où il permet de comprendre pourquoi certaines techniques disparaissent alors que d'autres se maintiennent ou se développent ; nous estimons que, dans une perspective curriculaire assez large, entre l'étude de propriétés arithmétiques et la simplification des fractions rationnelles, le travail avec de 'grandes' fractions à l'aide de la calculatrice pourrait trouver sa place.

D'un point de vue transpositif assez général, celui des besoins culturels et sociaux, l'utilisation des environnements informatiques devrait à l'avenir prendre de plus en plus de place par rapport à aux algorithmes posés. Le processus est cependant relativement lent, et son accélération dépend de niveaux qui ne sont pas ceux de la classe, de l'établissement ou même du système scolaire, mais de choix de politique éducative dans lequel la formation initiale et continue des enseignants joue un rôle important.

A ce propos, on peut relever que certains intervenants dans les débats sur l'école continuent à craindre que l'utilisation de la calculatrice dès le début de la scolarité puisse faire perdre aux élèves toute aisance dans le calcul numérique, surtout si elle est considérée comme un outil de plus à disposition des élèves²¹, à côté des répertoires de calcul mémorisés, du calcul réfléchi, de l'estimation et des algorithmes de calcul exact. En contradiction avec ces craintes, des expériences avec de très jeunes enfants montrent les possibilités de mise en place très tôt d'une utilisation instrumentée de la calculatrice (voir del Notaro & Floris, 2006). Il s'agit à notre avis de poursuivre un travail d'apprentissage systématique de l'outil, en permettant aux élèves d'en comprendre les potentialités et les limites (voir Chevallard, 2006) en les habituant à opérer des contrôles des résultats à l'aide justement des répertoires mémorisés, du calcul réfléchi et de l'estimation des résultats.

²⁰ D'intégration praxéologique pourrait-on dire.

²¹ Moyens d'enseignement romands de mathématiques Méthodologie 5^e

Références

ABOU RAAD N. & MERCIER A. (2006). Sur le manque d'une théorie algébrique de la factorisation : le cas du PGCD. *Petit x*, 72, 40-51.

ADDOR J.-H, POST M., SCHNEIDER Ch. & VANEY F. (1943). Arithmétique I, société suisse des professeurs de mathématiques, Lausanne : Payot.

ARTIGUE M. (1997). Le logiciel DERIVE comme révélateur de phénomènes didactiques liés à l'utilisation d'environnements informatiques pour l'apprentissage *Educational Studies in Mathematics* 33, 2.

ASSUDE T. (1996). Un phénomène d'arrêt de la transposition didactique: un exemple avec l'objet 'racine carrée'. *Bulletin de l'APMEP* 403, 135-143.

BIREBENT A. (2007). Le calcul numérique à l'épreuve de l'intégration de la calculatrice : le problème didactique de l'approximation décimale et son analyse à l'aide du concept de contrat institutionnel. In R. Floris & F. Conne (Eds.), *Environnements informatiques, enjeux pour l'enseignement des mathématiques*. Bruxelles: De Boeck.

BROUSSEAU G. (1998), *Le contrat didactique: l'enseignant, l'élève et le milieu*, In N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland, V. Warfield (Eds), *Théorie des situations didactiques*, (chap. 5) pp. 299-327, La Pensée Sauvage, Grenoble.

CHEVALLARD Y. (1985, 1991). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble: La Pensée Sauvage.

CHEVALLARD Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique, *Recherches en Didactique des Mathématiques* 19(2), 221-266.

CHEVALLARD Y. (2006). La calculatrice, ce bon objet. *Les dossiers de l'ingénierie éducative*, 54, 20-25.

COROME (1985). *Mathématiques 6^e année*. Neuchâtel : CDIP.

Cycle d'orientation (2003). *Curriculum de mathématiques 7^e-8^e- 9^e*. Genève : DIP.

Cycle d'orientation de l'enseignement secondaire (1996). *Mathématiques 8^e Générale*. Genève : DIP.

FLORIS R. (2000). *Le rôle du contrat didactique*. Journées sur les environnements informatiques de calcul symbolique et d'apprentissage des mathématiques, Rennes : IREM de Rennes.

FLORIS R., & CONNE F. (Eds.) (2007). *Environnements informatiques, enjeux pour l'enseignement des mathématiques*. Bruxelles: De Boeck.

KIERAN C., & GUZMAN J. (2007). Interaction entre technique et théorie : émergence de structures numériques chez des élèves de 12 à 15 ans dans un environnement calculatrice. In R. Floris & F. Conne (Eds.), *Environnements informatiques, enjeux pour l'enseignement des mathématiques*. Bruxelles: De Boeck.

LAGRANGE J.B. (2000). L'intégration d'instruments informatiques dans l'enseignement : Une approche par les techniques. *Educational Studies in Mathematics* 43, 1-30.

MERCIER A. (1995). Le traitement public d'éléments privés du rapport des élèves aux objets de savoir mathématiques, In G. Arsac, J. Gréa, D. Grenier & A. Tiberghien (Eds.), *Différents types de savoirs et leur articulation*. Grenoble: La Pensée

Sauvage.

DEL NOTARO L. & FLORIS R. (2006). L'utilisation de la calculatrice dans l'enseignement de la numération à l'école élémentaire. *Actes du colloque emf2006*, Cédérom. Sherbrooke, 27-31 mai 2006.

RABARDEL P. (1995). *Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments contemporains*. Armand Colin.

RABARDEL P. (1999). *Éléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques* in Bailleul M. (éd) *Actes de la X^{ème} école d'été de didactique des mathématiques*, IUFM de Caen.

ROBERT A., RODITI E., & GRUGEON B. (2007). Diversités des offres de formation et travail de formateur d'enseignants de mathématiques du secondaire. *Petit x*, n°74, 60-90.

TROUCHE L., (2002c). Genèses instrumentales, aspects individuels et collectifs, in D. Guin, L. Trouche, (Eds.), *Calculatrices Symboliques ; Transformer un outil en un instrument de travail mathématique : un problème didactique*. pp 243-275. Grenoble : La Pensée Sauvage.

VERGNAUD G. (1991). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en didactique des mathématiques* 10.2-3, 133-170.

Annexe 1. Feuille de consignes

Nom :

Calculatrice n° :

Activité avec la calculatrice : simplification de fractions

- **Simplifie si possible les fractions suivantes à la main. Tu peux utiliser la calculatrice pour vérifier tes divisions.**

S'il est impossible de la simplifier, note que la fraction est irréductible.

Note s'il te plaît toutes les étapes de calcul intermédiaires

a) $\frac{2500}{7500} =$

b) $\frac{72}{108} =$

c) $\frac{241}{150} =$

d) $\frac{176}{165} =$

e) $\frac{256}{243} =$

f) $\frac{749}{7000} =$

g) $\frac{187}{340} =$

h) $\frac{110}{264} =$

Nom :

Calculatrice n° :

- **Questions se rapportant à l'exercice 1:**

- Quelle fraction a été la plus facile à simplifier ?
Pourquoi ?
- Quelle fraction a été la plus difficile à simplifier ?
Pourquoi ?
- Comment as-tu procédé pour les fractions difficiles à simplifier pour y parvenir tout de même ?
- Quand on ne « voit » pas immédiatement le facteur de simplification, comment peut-on procéder ?

Annexe 2. Extraits d'entretiens avec des élèves

2.1 Olivier (9 ans, élève aux résultats moyens en mathématiques, 5 résultats justes sur 8) à propos de la fraction $176/165$ notée irréductible, sur la calculatrice $176 : 165$.

Question : comment as-tu procédé ?

Olivier : je n'ai pas trouvé de diviseurs communs, alors j'ai pensé que la division donnerait peut-être un nombre facile pour reconstituer une fraction, mais cela n'a pas marché, j'ai trouvé un périodique, c'est embêtant pour retrouver la fraction.

Question : Alors tu as décidé que c'était irréductible

Olivier : oui parce que ça ne marche pas avec 2, ni avec 3, ni avec 5... 6 non, parce que pas avec 2, 7 pas non plus.

Question : mais tu as essayé avec 7 ?

Olivier : non parce que je pensais que cela devait être irréductible, mais on peut essayer, *il essaie* $176 : 7$, non ça ne va pas ! On peut continuer encore avec 8, non pas 8 c'est pair, alors 9, on peut voir avec 9, mais je ne pense pas que ça joue, *il prend la calculatrice pour essayer...*

Question : mais 9, il est "fabriqué" comment ?

Olivier : ah, oui c'est 3×3 , *il renonce à essayer*, "donc ça ne va pas. Bon on peut continuer, 10 non, 11, on peut essayer avec 11 ?

Question : tu peux essayer... "

Olivier : je ne crois pas que ça joue... *il essaie* $176 : 11$, ah ça donne 16, alors j'essaie avec 165 ! Ah oui, la fraction n'était pas irréductible, ça donne $16/15$.

Question : mais pour trouver ce facteur 11, on n'aurait pas pu faire autrement ? Parce que si au lieu de 11, le diviseur commun avait été 29, tu aurais dû continuer encore longtemps...

Olivier : ben, j'aurais pas trouvé !

Question : mais pour trouver les diviseurs d'un nombre, il n'y a pas d'autre moyen ? Juste essayer ?

Olivier : mais ici, il faut des diviseurs communs, alors oui, il faut essayer, jusqu'à trouver celui qui convient aux deux nombres.

Question : et la décomposition en facteurs premiers ? Vous ne l'avez pas apprise en classe ?

Olivier : ah, oui, ce truc ! Je ne me souviens pas.

Question : parce qu'on voyait tout de suite certains diviseurs de 176 ou de 165. Par exemple tu n'as pas pensé à diviser 165 par 5 pour voir ce que ça donnait ?

Olivier, essaie $165 : 5 = 33$: oui avec 33 on aurait pu voir que 3 est un diviseur de 165, mais je le savais, parce que si on fait $1+6+5 = 12$ ça se divise par 3.

Question : oui, mais 33 c'est 3×11 et tu aurais pu savoir que 165 se divise par 11 et tu aurais pu essayer $176 : 11$, non ?

Olivier : oui peut-être, mais je ne crois pas que j'y aurais pensé.

2.2 Julie, (Julie, (7A, élève ayant de bons résultats en mathématiques, 6 résultats justes sur 8) à propos de la fraction $176/165$ notée irréductible, pas de traces.

Question: Comment as-tu procédé ?

Julie: Il n'y a pas de diviseurs communs donc c'est irréductible...

Question: Mais qu'est-ce qui te fait dire qu'il n'y a pas de diviseurs communs ?

Julie: Je ne sais pas ça se voit !

Question: Cherchons ensemble. 165 est divisible par quoi ?

Julie: Par 1 et 5, et aussi 3.

Question: Mais il n'a pas d'autres diviseurs ?

Julie: Non 1 et 3 et 5, c'est tout.

Question: "Mais $3 \times 5 = 15$ donc 15 c'en est un. Tu ne peux pas en trouver d'autres?"

Julie: Il faut faire plein d'essais. *Prend la calculatrice.* Mais j'ai déjà essayé en classe.

Question: Non je n'ai pas vu d'essais sur ta calculatrice.

Julie: Alors j'ai pensé qu'il n'y avait pas de diviseurs qui jouaient pour les deux nombres.

Question: Revenons à 165 et 15. On sait que 165 est divisible par 5 et par 3, on ne peut pas trouver d'autres diviseurs ?

Julie: Oui en essayant.

Question: Mais si ça se divise par 5 et 3, c'est bien 5 fois quelque chose ou 3 fois quelque chose, non ?

Julie: Bin on peut essayer $165 : 15$, elle essaie $165 : 15$ ah oui ça donne 11.

Question: Et alors pour la fraction $176/165$ qu'est-ce que ça dit ?

Julie: On divise 176 par 11, elle tape $176 : 11$, ça donne 16, alors la fraction n'était pas irréductible, c'est $16/15$.

Question: Est-ce que tu te souviendras de chercher les diviseurs par cette méthode ?

Julie : Oui, mais c'est plus long que de trouver directement le diviseur commun et avec les fractions qu'on a en classe, si ça ne se simplifie pas par 2 ou 3 ou des trucs comme ça c'est irréductible.

Annexe 3. Réponses des élèves.

Quelques fractions considérées faciles ou difficiles à simplifier

	Fractions proposées	Fractions faciles	Quelques commentaires	Fractions difficiles	Quelques commentaires	Méthodes pour y parvenir
1C	$\frac{2500}{7500}, \frac{972}{729}, \frac{241}{150}, \frac{1792}{6118}$ $\frac{1024}{6561}, \frac{749}{7000}, \frac{2288}{2145}$ $\frac{68}{170}, \frac{680}{391}$	$\frac{2500}{7500}$ (16 / 17 élèves)	On enlève les zéros et on divise par 3 (sic!) Visuellement on imagine une réponse Quand il y a des multiples de 5	$\frac{2288}{2145}$ (8 élèves) et tout un choix d'autres	Nombres trop grands et trop proches Celles composées de nombres premiers (sic!) Il faut beaucoup de calculs	Décomposer les nombres en chiffres (sic !) premiers Par tâtonnement à la calculette J'ai essayé les critères de divisibilité par 1 (sic!), 2, 3 et 5, J'ai divisé par les nombres premiers de plus en plus grands
SCAI	$\frac{250}{750}, \frac{72}{108}, \frac{241}{150}$ $\frac{175}{165}, \frac{256}{243}, \frac{749}{7000}$ $\frac{187}{340}, \frac{110}{264}$	$\frac{250}{750}$ (10/10 élèves) $\frac{110}{264}$	Les nombres appartiennent au livret de 11 Ça se simplifie par 5 Num et dén divisibles par 10	$\frac{187}{340}$ (4 élèves) $\frac{241}{150}$ (2 élèves)	On doit chercher un diviseur commun Je ne savais pas si la fraction était irréductible	J'ai essayé toutes les divisions par les entiers successifs (2,3,4,5,6 ..) Diviser par les nombres premiers 2,3, 5,7
9A	$\frac{2500}{7500}, \frac{72}{108}, \frac{241}{150}$ $\frac{256}{243}, \frac{749}{7000}, \frac{187}{340}$ $\frac{110}{264}, \frac{175}{165}$	$\frac{2500}{7500}$ D'autres fractions comme $\frac{72}{108}$ et $\frac{749}{7000}$ sont aussi citées	C'est évident Ce sont des multiples de 100 On peut enlever les deux zéros On voit qu'elle se simplifie par 5	Une grande variété de réponses, dont $\frac{241}{150}$; $\frac{187}{340}$; $\frac{256}{243}$; etc.	Il a fallu chercher longtemps par quoi simplifier Je n'ai pas vu qu'on pouvait simplifier par 7 Parce qu'il y avait un nombre premier (sic!)	J'ai cherché le pgcd de tête ou avec la calculatrice On divise le num par le dén et on simplifie (sic!) le résultat avec une fraction de dén 100 ou 1000 etc. On essaie avec la calculette On divise chiffre par chiffre (sic !) successivement Il faut décomposer le nombre

8	$\frac{250}{750}, \frac{91}{130}, \frac{241}{150}, \frac{256}{874}$ $\frac{1024}{6561}, \frac{749}{7000}$ $\frac{680}{748}, \frac{340}{187}$ $\frac{176}{165}, \frac{108}{243}$	$\frac{250}{750}$ D'autres fractions comme $\frac{749}{7000}$ et $\frac{256}{874}$ sont aussi citées	C'est divisible par 2 et par 5 Num et dén sont divisibles par 10 C'est divisible par 7 J'ai vu tout de suite qu'on pouvait simplifier par 2	Une grande variété de réponses, toutes les fractions sont citées une ou deux fois, sauf $\frac{749}{7000}$ et $\frac{250}{750}$	Parce que je ne voyais pas par quel nombre je pouvais simplifier Parce qu'il n'y avait de diviseur commun apparent Parce qu'on ne pouvait simplifier ne par 2 ni par 5	J'ai essayé toutes les divisions par les entiers successifs (2,3,4,5,6 ..) J'ai essayé toutes les divisions par les premiers successifs (2,3, 5,7...) J'ai essayé des divisions
7	$\frac{250}{750}, \frac{91}{140}, \frac{241}{150}, \frac{256}{874}$ $\frac{100}{117}, \frac{749}{7000}, \frac{176}{165}, \frac{108}{243}$ ou bien dans la classe parallèle $\frac{1250}{3750}, \frac{108}{243}, \frac{241}{150}, \frac{256}{874}$ $\frac{749}{7000}, \frac{91}{140}, \frac{1024}{6561}$	Celles qui finissent par des nombres pairs et $\frac{749}{7000}$	Je savais par cœur le résultat ; C'est divisible par 10 ; On voit tout de suite quand on peut diviser par 2	Une grande variété de réponses, $\frac{176}{165}$; $\frac{91}{140}$; $\frac{749}{7000}$ Celles qui finissent par des nombres impairs	Les nombres sont trop grands On ne trouve pas le diviseur commun Il y a des nombres premiers On ne peut pas diviser par 2	J'ai essayé toutes les divisions par les entiers successifs (2,3,4,5,6 ..) J'ai essayé à diviser les 2 nombres par les premiers successifs J'ai essayé les divisions par les entiers successifs du num. et quand le résultat était entier du dén.

Annexe 4. La structure scolaire genevoise

La Suisse compte 26 cantons et chacun a sa propre structure scolaire. A Genève, canton où l'expérimentation rapportée par cet article a eu lieu, le système scolaire est divisé en trois ordres d'enseignement : l'Ecole primaire comptant 6 années, le Secondaire I, nommé Cycle d'orientation comptant 3 années et le Secondaire II, nommé Enseignement postobligatoire comptant, selon les institutions scolaires, 3 ou 4 années et se terminant par une maturité gymnasiale ou un diplôme. L'école est obligatoire jusqu'à 15 ans et comporte 9 années scolaires, de la 1ère primaire à la 9ème du Cycle d'orientation.

Entre 6 et 12 ans, les élèves suivent une école primaire hétérogène. Selon leurs résultats de 6e année, ils sont ensuite orientés dans l'un des deux regroupements du cycle d'orientation: le regroupement A suivi par environ $\frac{3}{4}$ des élèves d'une volée et le regroupement B pour les élèves les plus faibles. A la fin de la 9e année, les élèves promus de 9A peuvent poursuivre leurs études dans l'une ou l'autre école de l'Enseignement postobligatoire, alors que les élèves de 9B ne le peuvent que sous certaines conditions. Parmi les écoles du postobligatoire, on trouve le collège qui amène à la maturité gymnasiale donnant accès à l'Université, l'école de commerce, l'école de culture générale, les écoles professionnelles. Pour les élèves de plus de 15 ans arrivant à Genève sans parler le français ou ayant de grosses difficultés scolaires, une structure nommée le SCAI (Service des classes d'accueil et d'intégration) les accueille pour les orienter au mieux de leurs possibilités et intérêts.

Annexe 5. Extraits du Curriculum de mathématiques 7^e 8^e 9^e, Cycle d'orientation, D.I.P. Genève (version de juin 2003).

DOMAINE : NOMBRES ET OPÉRATIONS

Intentions. L'étude de ce domaine sur les trois années du C.O. a pour but de permettre aux élèves de résoudre des problèmes numériques. Ce faisant on enrichira leur connaissance des nombres. On permettra aux élèves :

- 1) D'élargir leur représentation des différents types de nombres
- 2) D'opérer avec ces nombres à l'aide de techniques appropriées en calcul mental, réfléchi, approché, écrit et au moyen de la calculatrice
- 3) De résoudre des problèmes numériques en choisissant les opérations et les écritures de nombres adaptées à la situation [...]

Commentaires. Les élèves ont utilisé à l'école primaire les entiers positifs et quelques décimaux. Au CO, on leur permettra d'élargir leur représentation des nombres, en particulier en passant du nombre associé à une quantité à une conception plus abstraite (passage des naturels aux relatifs) et en passant du discret au continu (passage des entiers aux réels). Ils seront ainsi confrontés à deux obstacles : d'une part l'idée fautive selon laquelle un nombre serait toujours la mesure d'une quantité et d'autre part la croyance fautive selon laquelle chaque nombre posséderait un successeur unique et bien déterminé (par analogie avec les entiers). Ainsi ils seront sensibilisés à la variété des

nombres réels. Parallèlement on leur fera découvrir les différentes écritures des nombres : écriture des entiers, écriture décimale, écriture fractionnaire, [...] et constater qu'un même nombre peut toujours avoir plusieurs écritures.

C'est en proposant une grande variété de problèmes, [...] des problèmes basés [...] sur les propriétés des fractions que les élèves enrichiront leur connaissance des nombres et développeront leur aisance dans les opérations.

On privilégiera le calcul mental [...]. Selon la situation, l'utilisation de la calculatrice permet de décharger les élèves du travail technique au profit de plus de réflexion. On lui fera une place de plus en large de la 7^{ème} à la 9^{ème} [souligné par nous]. [...]

Progression et contenus : [...] On étudiera les différents sens de l'écriture fractionnaire qui a parfois fait l'objet d'une sensibilisation à l'école primaire. Cette étude des différentes significations des fractions sera complétée par une initiation à l'addition et à la soustraction des fractions, qui pourra s'effectuer tantôt sur des représentations géométriques, tantôt par la recherche d'une unité de référence commune.

En 8^e [...]. Les élèves apprendront à calculer avec des fractions en privilégiant les fractions positives avec des dénominateurs simples.

En 9^e ce domaine devrait perdre de son importance au profit du calcul algébrique mais il sera évidemment nécessaire de réactiver les règles de calcul avec les relatifs et les fractions en augmentant la complexité des situations, entre autres dans le cadre d'autres domaines. [...]

7^e - SENS DE L'ÉCRITURE FRACTIONNAIRE

Intentions : Ce module a pour objectif de :

Permettre aux élèves de s'approprier les diverses interprétations d'une écriture qui est l'expression de plusieurs concepts et notions - partage, rapport, opérateur, division, nombre rationnel - et d'être à même d'en reconnaître la signification et de l'utiliser dans un contexte problématique donné.

Problèmes

- *partages de grandeurs*
- *comparaison de nombres ou de grandeurs*
- *comparaison de rapports*

Outils de vérification

- *amplification et simplification*

Techniques et savoir-faire

- *amplifier, simplifier et rendre irréductibles des fractions*

Commentaire : On étudiera les ensembles de multiples, de diviseurs et la décomposition en produits de facteurs premiers dans le but de mettre en évidence... En particulier on pourra faire découvrir et justifier les critères de divisibilité par 2, 3, 5, 10 et utiliser ces outils pour réduire des fractions [souligné par nous].

Propriétés en actes et déclaratives

- *conditions d'égalité de fractions :*
 - *deux fractions sont égales si et seulement si elles ont la même écriture décimale*
 - *deux fractions sont égales si et seulement si on peut obtenir l'une de l'autre*

par amplification ou simplification

Commentaire : Les élèves devront être capables de reconnaître des fractions égales en les simplifiant, en les amplifiant ou en mettant en évidence leur écriture décimale commune ; ils devront être aussi capables d'énoncer les règles de simplification et d'amplification, ainsi que le fait que deux fractions égales ont une même écriture décimale.

☐ **Vocabulaire et syntaxe**

- *amplifier, simplifier, réduire irréductible*

8^{ème} - OPERER AVEC LES RATIONNELS POSITIFS

Intentions : L'étude de ce module a pour objectifs :

- 1) permettre aux élèves de résoudre des problèmes faisant intervenir des fractions et opérer avec celles-ci.
- 2) permettre aux élèves d'enrichir leur stock de nombres.

☐ **Problèmes**

- *comparaison de nombres ou de grandeurs*
- *comparaison de rapports*
- *problèmes d'estimation*
- *problèmes de partages*

☐ **Obstacles et erreurs caractéristiques**

- *confusion entre la simplification et la division par un entier*
- *confusion entre l'amplification et la multiplication par un entier*

☐ **Techniques et savoir-faire**

- *amplifier, simplifier, rendre irréductibles des fractions*

Commentaire : On ne donnera pas un ensemble de recettes à appliquer, mais on opérera avec les fractions en donnant du sens aux opérations. **On s'exercera avec des fractions "raisonnables" : si la fraction n'est pas simplifiable par un facteur inférieur à 10, numérateur et dénominateur ne dépasseront pas 2 chiffres [souligné par nous].**

☐ **Propriétés en acte et déclaratives**

- *amplification d'une fraction* $\frac{a}{b} = \frac{ka}{kb}$ $b \neq 0$ et $k \neq 0$
- *simplification d'une fraction* $\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'}$ avec $a = ka'$ et $b = kb'$, $b \neq 0$ et $k \neq 0$

☐ **Vocabulaire et syntaxe**

- *simplifier, amplifier, réduire*

THEME : USAGE DE LA CALCULATRICE ET DES OUTILS INFORMATIQUES

Intentions :

- 1) Permettre aux élèves de manipuler correctement une calculatrice.
- 2) Permettre aux élèves d'avoir un regard critique sur les résultats affichés par la calculatrice.
- 3) Décharger partiellement les élèves des calculs pour leur permettre de se consacrer plus à la réflexion et à la démarche mathématique.
- 4) Utiliser la calculatrice comme moyen participant à l'apprentissage de notions mathématiques.

Commentaires :

L'utilisation de la calculatrice dans le cours de mathématiques n'implique pas l'abandon de l'apprentissage du calcul mental, ni des algorithmes de calcul écrit. Le calcul mental et réfléchi a de grandes qualités formatrices, car il pousse les élèves à observer et utiliser les propriétés des nombres et des opérations (par exemple anticiper la parité d'un résultat, ou savoir que la somme de termes positifs est supérieure aux différents termes), et les incite à l'ingéniosité, tout en favorisant la mémorisation. La non-maîtrise des tables de multiplication ne peut pas être compensée par l'emploi de la calculatrice, parce que celle-ci ne permet pas la découverte de ces propriétés : introduits dans une calculatrice, les nombres ont tous le même statut, et il n'est pas plus facile de multiplier par 100 que par 167. **Dans le même sens, la connaissance des critères de divisibilité par exemple, ou des diviseurs et des premiers multiples des nombres entiers simples n'est pas devenue inutile avec l'avènement des outils électroniques, car elle est un outil pour ordonner le monde des nombres. De plus, un certain niveau de calcul mental est nécessaire à un emploi profitable de cet outil, car c'est par le calcul mental ou réfléchi qu'on peut procéder à la vérification des résultats produits par la calculatrice en anticipant l'ordre de grandeur ou d'autres caractéristiques des nombres affichés [souligné par nous].**

Le paradigme disciplinaire des mathématiques au CO choisi dans les Objectifs d'apprentissage (cf. Choix à la fin du Curriculum) privilégie entre autres le fait de se poser et de résoudre des problèmes. En cohérence avec ces choix, l'objectif de la résolution d'un problème n'est donc pas prioritairement l'obtention d'un résultat numérique, mais bien l'activité développée par l'élève pour arriver à ce résultat. Ceci relativise l'importance de la partie calculatoire. Dans ce cadre, il sera donc utile de différencier clairement deux situations :

- *l'utilisation de la calculatrice est à proscrire quand le travail mathématique demandé est l'apprentissage et l'entraînement des algorithmes de calcul ;*
- *l'utilisation de la calculatrice est fructueuse quand elle décharge l'esprit de calculs répétitifs ou trop complexes, ainsi :*
 - elle devient un véritable outil de recherche, quand elle permet à l'élève de multiplier les essais pour observer des régularités ou pour vérifier des conjectures;
 - elle permet d'élever le niveau conceptuel des problèmes que l'élève peut tenter de résoudre, quand elle lui donne l'occasion d'entrer dans une résolution de problème à laquelle il renoncerait face à la lourdeur et à la difficulté des calculs;
 - elle devient un outil pour la différenciation, quand elle permet à tous les

élèves, y compris à ceux qui peinent sur le calcul mental ou écrit, d'accéder à des problèmes relativement complexes.

□ Objectifs

☒ *Apprendre à utiliser les différentes touches et fonctions de la calculatrice.*

Si les touches d'introduction des nombres et des quatre opérations sont souvent évidentes pour les élèves, l'apprentissage de la signification d'autres touches est à faire au fur et à mesure qu'ils peuvent en comprendre l'usage.

☒ *Apprendre à utiliser les ressources de la calculatrice.*

On constate que l'utilisateur d'une calculatrice ne l'emploie souvent que pour une opération à la fois, inscrit le résultat intermédiaire, efface l'affichage et réintroduit les nombres. On montrera aux élèves qu'on peut enchaîner les calculs, utiliser les parenthèses et des mémoires pour obtenir un résultat en une suite continue de calculs sans effacement. En particulier lors de calculs avec des nombres comportant beaucoup de chiffres, on encouragera l'utilisation de la mémoire pour éviter des erreurs de réintroduction du nombre et pour ne pas perdre la précision donnée par les chiffres non affichés des résultats intermédiaires.

☒ *Garder un contrôle sur la pertinence du résultat affiché par la calculatrice (en cas de faute de frappe par exemple).*

Pour atteindre cet objectif, on développera le calcul approché.

☒ *Utiliser la calculatrice comme outil de vérification.*

A l'inverse de l'objectif précédent, dans des exercices d'entraînement au calcul, on pourra demander aux élèves d'exécuter d'abord les calculs par écrit à l'aide des algorithmes de calcul, y compris le calcul de fractions, et de la hiérarchie des opérations, puis de vérifier leurs résultats à l'aide de la calculatrice.

☒ *Etre capable de faire la différence entre résultat exact et résultat approché.*

Il faut savoir interpréter un résultat affiché par une calculatrice : par exemple est-ce un nombre périodique arrondi ou un résultat exact ? Toutes les calculatrices ont dans ce domaine des limites qu'on peut explorer, qui peuvent différer d'une calculatrice à l'autre.

☒ *Etre capable de se limiter dans un résultat aux chiffres significatifs en rapport avec la question posée.*

Si, en ce qui concerne les prix, la plupart des élèves savent arrondir le résultat aux 5 cts près, il n'en va pas toujours de même pour d'autres grandeurs. On pourra ainsi voir une masse en grammes donnée avec 8 décimales. Il y a en ce domaine aussi un apprentissage à mener avec les élèves pour les convaincre que la précision peut être adaptée à la question posée.

□ Obstacles et erreurs caractéristiques

- *Théorème - élève : "un résultat affiché par la calculatrice est juste d'office, puisqu'elle ne se trompe jamais, donc il n'y a pas lieu d'opérer des vérifications."*
- *La calculatrice n'affichant que des résultats décimaux, elle conforte les élèves dans la croyance que tous les nombres sont des décimaux.*
Par exemple, avec la calculatrice, $\sqrt{2} = 1.414213562373$.
- *La calculatrice renforce le sens procédural du signe égal.*

Cependant, les calculatrices avec deux lignes d'affichage induisent moins l'égal procédural dans la mesure où elles ne remplacent pas le calcul par le résultat, comme dans les calculatrices de la génération précédente. De même, elles évitent partiellement les "fausses égalités" en affichant le terme "Ans" pour indiquer qu'elles appliquent le nouveau calcul au résultat du précédent.

Progression : Ce thème sera travaillé comme les autres dans le cadre des domaines, mais il nécessite ponctuellement un travail spécifique. En 7e, on vérifiera que les élèves maîtrisent les quatre opérations et les suites de calculs simples.

On y ajoutera, s'il y a lieu, l'utilisation :

- des touches de correction, des parenthèses, des mémoires, des touches se rapportant à l'écriture fractionnaire et au passage de l'écriture fractionnaire à l'écriture décimale et vice-versa.

En 8e, on réactivera ces connaissances et on y ajoutera l'utilisation :

- de la touche (-) pour opérer avec les relatifs, des touches permettant d'opérer avec les fractions, de la touche %, de la touche $\sqrt{\quad}$, de la touche $1/x$ pour utiliser les inverses, des touches x^2 et $\sqrt{\quad}$, de l'écriture scientifique.

En 9e on ajoutera l'utilisation :

- des touches x^y et $\sqrt[3]{\quad}$.

Évaluation : Ce thème ne donnera pas lieu à une évaluation certificative.