

L'UTILISATION D'UN PROBLEME SPATIAL EN ASTRONOMIE PEUT-ELLE FAVORISER L'APPRENTISSAGE DU CONCEPT D'ANGLE ?

Laurence BERTY-RENE
Professeur des Ecoles
Valérie MUNIER
IUFM de Montpellier

Ce travail, réalisé à l'IUFM de Montpellier dans le cadre du mémoire professionnel d'un professeur des écoles stagiaire, privilégie une approche interdisciplinaire - géométrie / astronomie - du concept d'angle par des élèves de CM2. Ce concept, reconnu comme particulièrement difficile, est abordé au travers d'une situation physique - l'observation de la trajectoire du Soleil - dans laquelle les élèves sont amenés à repérer et à conceptualiser la hauteur du Soleil comme un angle. Les élèves sont conduits à réinvestir cette notion dans des activités géométriques en articulant ainsi l'espace physique et l'espace géométrique afin de permettre une meilleure appropriation de ce concept.

Cadre du travail

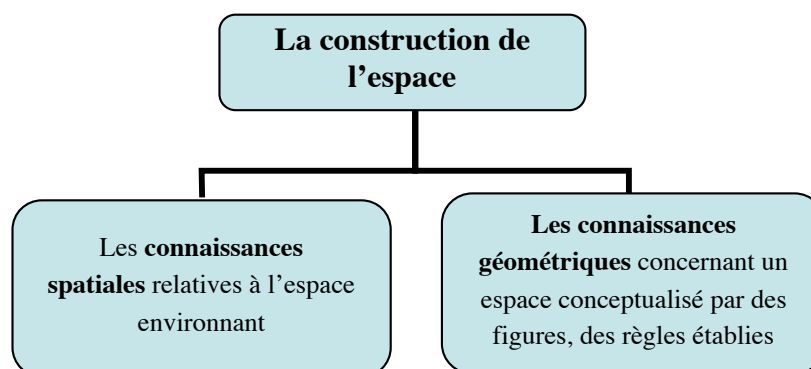
Le développement des recherches sur les perceptions pendant les premières années de l'enfance a mis en évidence une grande précocité des diverses sensibilités primaires des données spatiales (audition, vision, toucher et proprioception : sensibilité aux mouvements). L'intégration de ces informations au niveau cortical se développerait, selon Pêcheux (1990) moins précocement, en interdépendance avec l'environnement physique et social. Piaget (1947) développe pour sa part une théorie de l'évolution avec l'âge de la maîtrise de l'espace. Il identifie, dans l'évolution avec l'âge des comportements spatiaux, la prise en compte progressive de contraintes toujours plus nombreuses. Il souligne aussi le rôle de l'activité à tous les niveaux : « *L'intuition de l'espace n'est pas une lecture des propriétés des objets, mais bien dès le début une action exercée sur eux* ».

Pourtant on observe chez certains jeunes élèves des capacités insoupçonnées alors que chez d'autres, plus âgés, la perception de l'espace paraît plus difficile. Sans être en mesure d'en déterminer les causes, on peut tout de même se demander comment y remédier.

L'enseignement de la géométrie

La scolarité obligatoire a un rôle essentiel à jouer sur le développement des compétences liées à l'espace, et cela dès les premières années de l'enfant. Ainsi, une place fondamentale

est accordée aux concepts d'espace et de temps dans les compétences transversales au cycle 1. Au cycle 3¹, la construction de la notion d'espace renvoie à divers champs disciplinaires comme l'EPS, la géographie, les sciences et la technologie, les arts plastiques, mais une grande partie des connaissances spatiales sont fortement liées au savoir géométrique. Selon Berthelot et Salin (1994), la géométrie, à l'école élémentaire, renvoie en fait à deux champs de connaissances : celui des « *connaissances spatiales* » qui permettent à chacun de contrôler ses rapports à l'espace environnant et celui des « *connaissances géométriques proprement dites* ».



Lorsqu'on fait de la géométrie à l'école élémentaire, on est amené à mettre en relation ces deux types de connaissances et à articuler différents espaces.

Yves Chevallard (1990) définit un « *espace sensible* » contenant des objets accessibles par le biais des sens, un « *espace physique* », construit, où on manipule des objets conceptuels (rayons lumineux, droite de visée), et enfin « *l'espace de la géométrie* », construit lui aussi, fait de points, de droites, de cercles, de sphères... Pour lui la relation entre la réalité sensible et la théorie (géométrie et physique) est un des points fondamentaux de tout enseignement des sciences et c'est en partant du monde sensible qu'on parvient, par modélisation, au monde géométrique.

Guy Brousseau (1982) distingue trois espaces qui sont construits par emboîtement :

- *un micro-espace* où l'enfant dispose d'une vue globale qui lui permet de considérer simultanément le tout et ses parties (la feuille de papier, l'espace des objets que l'on peut déplacer) ; c'est dans cet espace que se situent toutes les activités géométriques concernant les angles de cette séquence ;
- *un méso-espace*, espace plus grand où l'enfant n'a plus une vue globale de l'espace mais la vision de différents endroits perçus et mémorisés de façon séquentielle ;
- *un macro-espace* qui met en jeu des problèmes de repérage et d'orientation ; l'enfant n'a pas de perception globale du macro-espace ; il en a donc généralement une représentation miniaturisée et schématisée ; dans cet espace, il n'y a pas de possibilité de contrôle global de l'action ; c'est le cas par exemple de l'espace astronomique, dans lequel on ne peut pas agir sur la position du Soleil.

Certains auteurs comme Berthelot et Salin (1995) ont montré que l'enseignement de la géométrie à l'école primaire ne prenait pas suffisamment en compte les problèmes spatiaux - qui sous-tendent l'existence des connaissances « spatio-géométriques » - et sous-estimait la difficulté d'acquisition des connaissances spatiales par les élèves. Les rapports adéquats entre l'espace et les concepts géométriques enseignés sont en fait largement à la charge de l'élève.

¹ M.E.N.(2002) – « *Les nouveaux programmes : Qu'apprend-on à l'école élémentaire ?* », CNDP

Les recherches relatives à l'enseignement de l'espace développées par ces auteurs mettent pourtant en avant la nécessité « *d'introduire explicitement dans l'enseignement des mathématiques de la scolarité obligatoire, des objectifs relatifs à certaines connaissances spatiales utiles, en particulier pour le macro-espace et pour la maîtrise des représentations matérielles des objets* ». Ils insistent en particulier sur la nécessité de mettre en place des situations d'apprentissage efficaces pour l'appropriation par les élèves de connaissances spatiales sans toutefois occulter que ces situations sont souvent complexes. C'est sans doute cette complexité qui explique qu'actuellement l'enseignement de la géométrie est la plupart du temps frontal, limité le plus souvent au micro-espace. Berthelot et Salin ont en effet montré que les connaissances géométriques sont, la plupart du temps, présentées de façon ostensive, c'est-à-dire montrées et non construites comme des outils de résolution de problèmes. Les élèves ne sont quasiment jamais confrontés à des situations problèmes ou à activités de modélisation permettant l'articulation de l'espace sensible et de l'espace mathématique et ainsi l'acquisition de connaissances spatiales.

Malgré les difficultés que pose la mise en œuvre de telles activités, l'enseignant doit trouver les moyens de développer l'acquisition des connaissances spatiales et géométriques et de faciliter l'articulation des espaces sensible et géométrique. Nous avons alors émis l'hypothèse suivante : « *l'utilisation de problèmes spatiaux issus de situations physiques, dans l'espace sensible, pouvait favoriser cette articulation et l'apprentissage de concepts mathématiques* ». Une telle démarche permet de plus d'inscrire l'apprentissage mathématique et plus particulièrement géométrique dans une démarche scientifique plus globale conformément aux programmes. En effet, même si les disciplines mathématiques, sciences expérimentales et technologie se constituent au cycle 3, elles sont regroupées dans les nouveaux programmes de 2002 dans une partie intitulée « *Education scientifique* », afin de permettre « *d'articuler un enseignement de mathématiques exigeant avec la découverte du champ disciplinaire des sciences expérimentales et de la technologie* ».

Le concept d'angle

Nous avons choisi de travailler sur le concept d'angle, réputé comme particulièrement difficile pour les élèves. Ce concept relève de plusieurs définitions, que Mitchelmore et White regroupent en trois catégories : angle de rotation, angle de secteurs et paire de demi-droites issues d'un même point (M&W, 1998). Outre ces définitions mathématiques, ces auteurs ont recensé les situations physiques dans lesquelles les élèves pouvaient rencontrer le concept d'angle et les ont classées en sept catégories :

- inclinaison par rapport à l'horizontale ou la verticale de « lignes » ou « objets » (arbres, pieds d'une chaise) ou de « surfaces » (toitures, coteaux) ;
- rotation autour d'un axe simple, unidirectionnelle et illimitée (porte à tambour) ou bidirectionnelle et limitée (porte à battant) ;
- croisement de deux segments ;
- angles fixes (partie d'un objet rigide proche d'un bord ou d'un sommet) qui peuvent être soit deux surfaces formant un angle (mur), soit le coin d'une surface plane (plateau de table, carreau) ;
- ouverture : une région de l'espace délimité par deux rayons partant du même point (solide : éventail ou fluide : cône lumineux de la lampe) ;
- une courbe : un objet (boomerang) ou une trajectoire (une balle de cricket) ;
- une direction : la déviation d'une ligne à partir d'une autre fixe (imaginaire) qui peuvent être soit un objet (direction d'un compas), soit une trajectoire (mouvement d'une personne, d'un bateau, d'un avion).

Pour aider les élèves à s'appropriier ce concept, ces auteurs préconisent de les amener à identifier et comparer les angles dans l'espace sensible, à les mettre en relation avec des modèles abstraits, ainsi qu'à les reconstruire (en aucun cas, selon les auteurs, une définition de l'angle ne devrait être imposée). Ils considèrent que c'est le fait d'associer la reconnaissance d'angles variés dans des situations quotidiennes à des modèles abstraits qui permet aux élèves de mieux s'appropriier le concept d'angle. C'est donc pour Mitchelmore et White l'articulation de l'espace sensible et de l'espace géométrique qui permet la conceptualisation de l'angle.

Nous avons choisi pour notre part, dans la séquence présentée ici, conformément à notre hypothèse, de mettre en relation ces deux espaces avec l'espace physique défini par Chevallard. Nous cherchons ainsi à déterminer si les expériences que les élèves peuvent avoir dans les divers espaces et leurs interactions peuvent permettre une meilleure appropriation du concept d'angle. Ce concept sera donc à la fois appréhendé à travers une situation physique, appartenant à l'espace sensible, ici le *macro-espace* (astronomie) et dans l'espace géométrique, ici le *micro-espace* de la feuille de papier, dans des activités de géométrie plus traditionnelles.

La conceptualisation de l'angle dans l'espace physique n'étant nécessaire que dans des cas très particuliers, notamment le repérage des astres, c'est l'observation de la trajectoire du Soleil au cours de la journée qui nous servira de situation de départ. En effet pour repérer la trajectoire du Soleil, il faut tout d'abord être capable de repérer sa position à un moment donné. Pour cela, il faut déterminer deux grandeurs : la hauteur du soleil (angle entre la direction du soleil et le plan horizontal) et son azimut (angle entre le plan vertical contenant le Soleil et le nord). On dispose pour cela de plusieurs méthodes qui sont présentées page 77 : méthode de l'ombre, de la règle et de la visée.

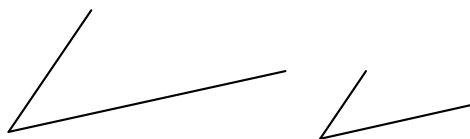
Nous nous sommes appuyés, pour élaborer notre séquence d'enseignement sur les aspects théoriques relatifs à la construction des connaissances spatiales évoqués plus haut et sur des résultats de recherches en didactique plus spécifiques. Nous nous sommes en particulier fortement inspirés des travaux de Merle et Munier relatifs au concept d'angle, ces auteurs ayant proposé, mis en œuvre et analysé plusieurs séquences d'enseignement au cours desquelles l'angle est introduit à partir de situations de physique.

Les difficultés des élèves sur les concepts en jeu

Nous résumons ci-dessous les difficultés, identifiées par de nombreux chercheurs, que peuvent rencontrer les élèves dans les deux champs disciplinaires.

Les difficultés liées au concept d'angle

Plusieurs recherches ont mis en évidence de nombreuses difficultés liées au concept d'angle ; en particulier Balacheff (1988) a montré que « *l'angle est perçu comme la donnée de deux segments ayant une extrémité commune et des supports distincts* ». Cette conception amène les élèves à considérer deux figures qui diffèrent par la seule longueur des segments qui les constituent comme représentant des angles différents. Par exemple pour les élèves les deux angles ci-dessous ne sont pas égaux.



Les élèves ont de plus du mal à reconnaître un angle comme une sous-figure d'une figure existante. Ces difficultés sont, depuis 2002, soulignées dans les programmes² [14] : « *Les élèves doivent comparer des angles [...] en particulier des angles situés dans une figure* ». Il est précisé : « *Les élèves doivent, en particulier, prendre conscience du fait que les longueurs de « côtés » n'ont aucune incidence sur le résultat de la comparaison des angles* ».

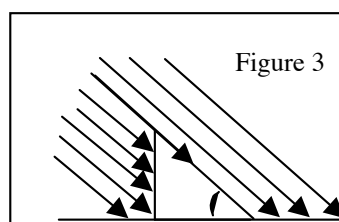
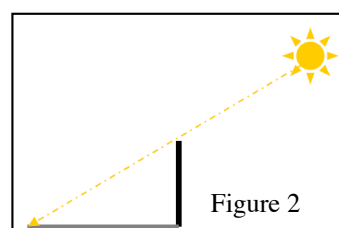
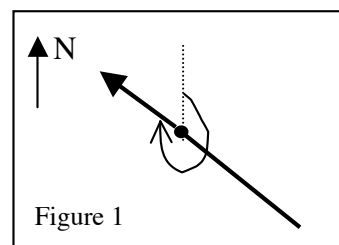
De plus, selon Berthelot et Salin, la représentation de l'angle sous forme d'une partie de l'espace dont l'étendue est de dimension finie peut être une source d'obstacle didactique. Ces auteurs montrent de plus que les situations d'apprentissage des angles proposées dans les manuels ne permettent pas toujours de faire appréhender au mieux ce concept par les élèves. Comme pour la plupart des activités géométriques, l'espace de travail reste essentiellement celui de la feuille de papier et, malgré les intentions affichées, les élèves ne sont confrontés à aucune activité de modélisation de l'espace sensible. Quand elle est évoquée, la référence à l'espace sensible ne sert en fait que de prétexte à des activités de tracés (ostension déguisée).

Astronomie à l'école primaire : le mouvement apparent du Soleil

En astronomie, les difficultés peuvent être de plusieurs ordres et proviennent en particulier des liens entre vocabulaires courant et scientifique. En effet, dans le langage courant, le mot « hauteur » désigne une longueur. En revanche, dans le contexte de l'astronomie, la « hauteur » du Soleil (ou d'un autre astre) désigne l'angle que font la direction dans laquelle on peut l'observer à un instant donné d'une part, et le plan horizontal d'autre part. Cela conduit à des expressions comme « le Soleil est haut (ou bas) dans le ciel » dans lesquelles les termes « haut » et « bas » ne désignent pas des longueurs mais des angles. Si l'on n'y prend garde, les élèves peuvent assimiler, à tort, « haut » à « loin » et « bas » à « proche » comme le souligne Rolando (1993).

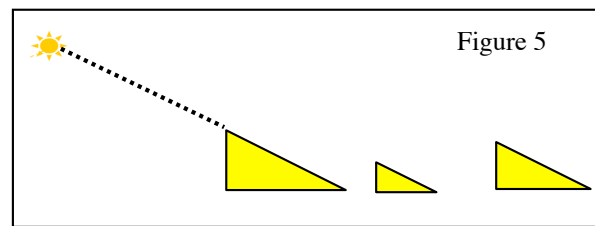
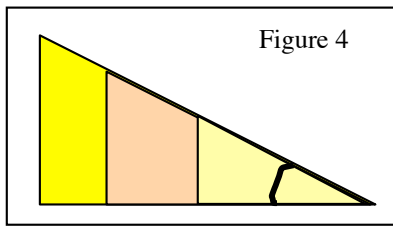
Comme nous l'avons indiqué, trois méthodes permettent de repérer la position du Soleil.

Dans la « **méthode de l'ombre** », les élèves utilisent l'ombre d'un repère vertical (bâton, gnomon). Pour déterminer l'azimut du Soleil, les élèves doivent déterminer l'azimut de l'ombre sur leur relevé (fig. 1) à l'aide d'un cadran de boussole par exemple et en déduire l'azimut du Soleil (à l'opposé), ou repérer directement dans la cour, à l'instant du relevé, l'azimut du Soleil à l'aide d'une boussole. Ils sont ensuite conduits à mettre en relation la longueur de l'ombre du gnomon et la hauteur du Soleil (fig. 2). Pour cela ils doivent schématiser l'expérience de profil (fig. 3). La réalisation d'une seule expérience et sa schématisation ne permet pas aux élèves d'identifier la hauteur du Soleil comme l'angle entre le plan horizontal et la direction des rayons solaires. Cette expérience doit donc être reproduite à un même instant avec plusieurs objets de longueurs différentes, par exemple des vis de 3.5, 6.5 et 8.5 cm le long. La confrontation des différents schémas permettra alors aux élèves d'identifier le seul invariant dans ces figures : l'angle entre le sol et les



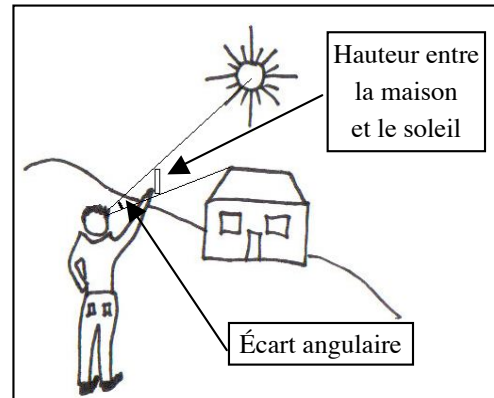
² M.E.N.(2002), *Mathématiques au cycle 3 – Document d'application des programmes*, SCEREN

rayons solaires, que l'on définira alors comme étant la hauteur du Soleil (fig. 4 et 5).



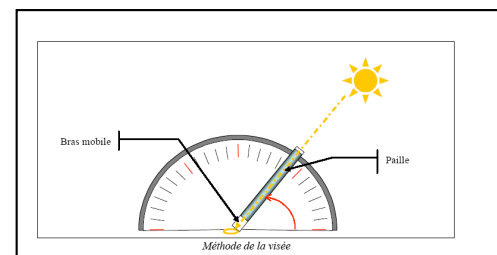
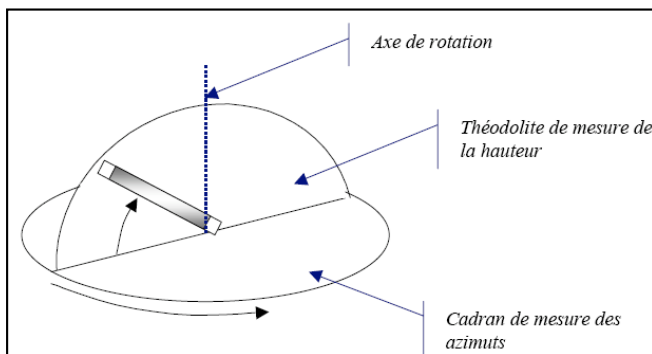
Un des intérêts de cette approche est que l'angle sera repéré dans une figure géométrique.

La « **méthode de la règle** » consiste à repérer la distance entre le Soleil et un repère fixe (horizon, bâtiment) : en tenant une règle verticale à bout de bras vers le Soleil on "mesure" la distance à l'endroit où les droites de visée coupent la règle (fig.1). Cette méthode permet de repérer l'écart angulaire entre l'horizontale et la direction du Soleil par un simple calcul trigonométrique, ce qui n'est pas accessible à des élèves de cycle 3. Beaucoup d'élèves utilisent spontanément ce type de technique et ils mesurent alors une distance en centimètres.

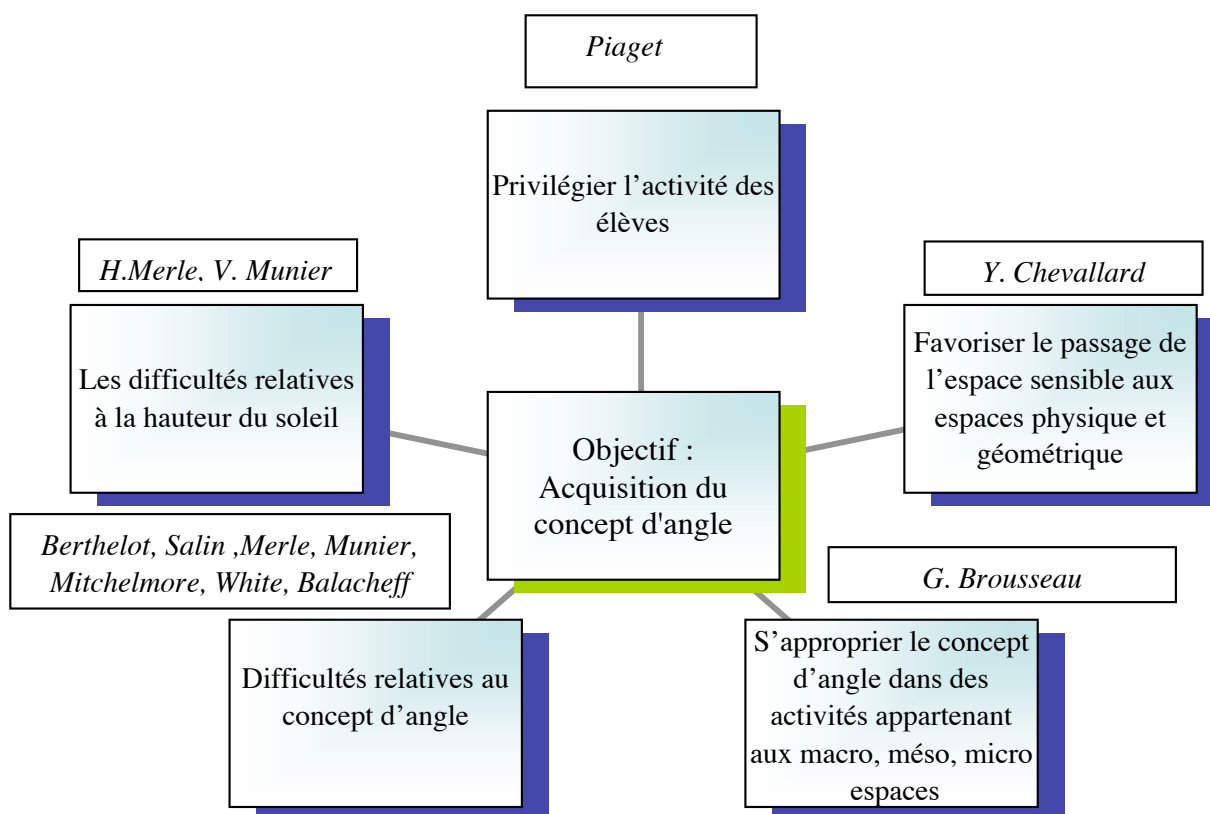


Comme ils n'ont pas conscience du caractère angulaire de la hauteur du Soleil (qu'ils assimilent à une longueur) ils se demandent alors par quel nombre il faut multiplier ce résultat car ils sont étonnés d'avoir une valeur « si petite », et ils suggèrent souvent des conversions du type : « *Il faut le multiplier par un million* ».

La « **méthode de la visée** » consiste à mesurer directement l'écart angulaire entre le plan horizontal et la direction des rayons solaires. Pour opérer cette visée il est nécessaire d'élaborer un dispositif simple et non dangereux pour les yeux, par exemple un théodolite simplifié. Nous avons retenu celui proposé par le centre de ressources de Palavas. Sur un socle horizontal, on colle un rapporteur gradué sur lequel sont indiqués les points cardinaux, le 0° étant situé au nord (convention des géographes), de manière à conserver les graduations portées sur une boussole. Sur ce socle est articulée, à l'aide d'une vis, une planchette verticale qu'on orientera dans le plan du Soleil. Sur cette planche on colle un demi disque et on fixe à l'aide d'une attache parisienne deux bandelettes de carton. L'une est solidaire de la planchette et fixée horizontalement ; sur l'autre on fixe une paille. Elle peut ainsi pivoter et viser le Soleil. Lorsque la branche est correctement alignée vers le Soleil, un mince pinceau de rayons solaires la traverse et forme une petite tache circulaire sur le sol.



Le schéma ci-dessous récapitule les divers éléments théoriques qui ont contribué à l'élaboration de notre séquence d'enseignement :



Expérimentation

Déroulement général

Cette séquence a été proposée à 24 élèves de CM2 lors d'un stage en responsabilité. Elle peut se décomposer en deux parties.

La première regroupe 5 séances d'astronomie relatives à l'observation et au repérage de la trajectoire du Soleil dans le ciel au cours d'une journée. Cette observation a été menée en relation avec le repérage des points cardinaux et la formation des ombres, ce qui permet de réactiver, de réinvestir, voire de construire pour certains élèves, ces notions.

- Séance 1 : Relevé des représentations des élèves sur la trajectoire du Soleil
- Séance 2 : Réalisation d'un premier protocole d'observation
- Séance 3 : Familiarisation, en classe, avec la méthode de l'ombre portée : le gnomon. Manipulation et schématisation : le principe de formation des ombres
- Séance 4 : Repérage de la hauteur et de la direction du Soleil dans la cour à l'aide de gnomons. Phase de synthèse en classe.
- Séance 5 : Repérage de la hauteur du Soleil à l'aide d'un théodolite simplifié. Rédaction par les élèves d'une trace écrite et d'un schéma de la trajectoire du Soleil.
- Evaluation.

La seconde est plus spécifique à la géométrie, incluant un pré-test et deux post-tests sur les angles (immédiat et différé) et trois séances de géométrie. Les élèves de cette classe avaient déjà été confrontés au concept d'angle quelques semaines avant la mise en œuvre







de la séquence, ils avaient en particulier été amenés à distinguer les angles droits, aigus et obtus, sans mise en relation avec l'espace sensible ni utilisation de technique de reproduction et de comparaison des angles.

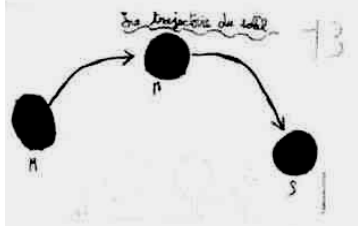
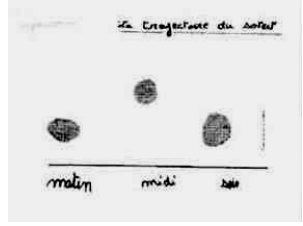
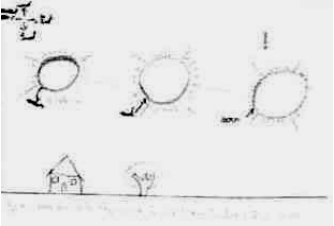
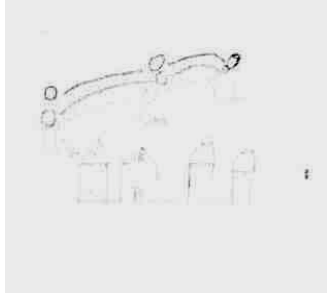
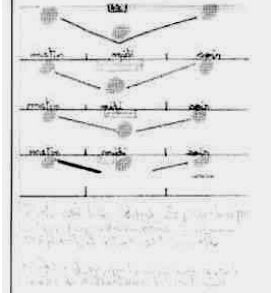
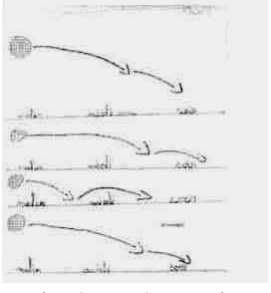
- Pré-test.
- Séance 1 : Identification d'angles dans l'espace sensible. Introduction des différentes techniques de comparaison des angles. Résolution d'un problème de communication relatif aux angles à l'aide du jeu du géométriscrabble de Berthelot et Salin (1994).
- Séance 2 : Construction de triangles rectangles de dimensions données en liaison avec les relevés faits par les élèves en astronomie. Identification de la hauteur du Soleil comme un angle. Comparaison des angles correspondant à des hauteurs différentes du Soleil.
- Séance 3 : Construction et comparaison d'angles : phase d'entraînement
- Post-test puis post-test différé à 2 mois et demi.

Dans cette séquence, les élèves sont amenés à faire des aller-retour entre les espaces sensible, physique et géométrique. Les outils mathématiques introduits en géométrie, sont réinvestis pour comparer les mesures faites en astronomie, afin de donner du sens aux apprentissages conformément aux programmes de 2002.

Les séances d'astronomie

Dans la première séance, les élèves ont été sollicités individuellement pour dessiner et expliquer en quelques phrases la trajectoire du Soleil au cours d'une journée, et cela à toutes les saisons. L'analyse des conceptions des élèves a permis de mettre en évidence six types de trajectoires dont des exemples et les effectifs associés figurent ci-dessous.

Type de trajectoire	Courbe	V inversé	Rectiligne	Ascendante uniquement	V	Descendante uniquement
						
Nombre d'élèves	13	6	3	1	1	1

 <p>Trajectoire en courbe</p>	 <p>Trajectoire en V inversé</p>	 <p>Trajectoire rectiligne</p>
 <p>Trajectoire ascendante uniquement</p>	 <p>Trajectoire en V</p>	 <p>Trajectoire descendante uniquement</p>

Cette séance permet de mettre en évidence deux difficultés. Plusieurs élèves expliquent les saisons par la variation de la distance Terre-Soleil : « *en hiver le Soleil est plus loin de la terre c'est pour ça qu'il fait froid, s'il fait froid c'est parce qu'il (le Soleil) s'est un peu éloigné de la terre* ». Cette difficulté se combine avec la confusion liée au vocabulaire courant évoquée précédemment, l'assimilation de la hauteur du Soleil à une longueur (confusion « bas » et « proche ») : « *en été et au printemps le Soleil est plus bas qu'en hiver..., en automne et en hiver, il est plus haut..., le Soleil est bas quand il fait chaud, haut quand il fait froid* ».

A l'issue de cette séance les élèves se mettent d'accord sur le fait que pour savoir qui a raison, il faut aller observer la trajectoire du Soleil pendant une journée.

La deuxième séance d'astronomie a consisté pour les élèves à élaborer, en groupe, un protocole d'observation du mouvement apparent du Soleil (et a permis d'explicitier les règles de sécurité relative au rayonnement solaire). L'objectif de cette séance était de mettre en évidence les difficultés relatives au repérage de la position du Soleil.

Dans un premier temps, les six affiches de la séance précédente ont été posées au tableau. Les élèves ont rappelé oralement les hypothèses émises sur la trajectoire du Soleil, puis ont proposé comme la fois précédente d'aller observer le Soleil dans la cour de récréation.

Au cours de cette séance il est nécessaire d'introduire une règle d'or : « *Il ne faut jamais fixer le soleil, même avec des lunettes de soleil, cela présente des risques graves pour nos yeux* ».

Après le partage de la classe en 6 groupes et la désignation des rapporteurs et des secrétaires, chaque groupe a essayé de trouver un moyen de repérer la position du soleil au cours de la journée de classe, avec la consigne de préciser par écrit sa méthode, le matériel nécessaire et les relevés de positions.

De retour en classe, les élèves ont présenté et confronté leurs méthodes : presque tous les groupes (sauf un qui a utilisé le principe du gnomon), repèrent la hauteur et/ou l'azimut du soleil avec une méthode voisine de celle de la règle, mais de manière très approximative. Un seul groupe repère azimut et hauteur. Nous avons regroupé dans le tableau suivant les grandeurs identifiées par les différents groupes pour repérer la position du soleil. Les séances ultérieures, qui visent non seulement à repérer de façon plus précise la hauteur du soleil mais aussi à faire concevoir aux élèves que celle-ci n'est pas une distance mais un angle, sont donc bien nécessaires !

Il a été nécessaire de faire une mise au point de l'utilisation de la boussole avec les élèves pour retrouver les directions des points cardinaux. En effet, certains élèves étaient en désaccord quand il s'est agi de dessiner « la rose des vents » sur leur affiche.

	GROUPE 1	GROUPE 2	GROUPE 3	GROUPE 4	GROUPE 5
HAUTEUR	-	+	+	-	+ ou -
AZIMUT	+	+	+ ou -	+	+

Certains problèmes ont facilement été repérés par les élèves : il faut une journée ensoleillée, la feuille de relevé doit comporter le panorama de la cour. Une question les a préoccupés : où se placer dans la cour pour pouvoir observer le soleil toute la journée ? (notions d'obstacles dans le champ visuel, de zones d'ombre qui se déplacent au cours de la journée)

En revanche, certaines difficultés que nous avons prévues (liées à la précision des relevés) n'ont pas été identifiées par les élèves : comment reporter précisément l'emplacement du soleil sur la feuille de relevé ? Quel objet choisir comme gnomon ? Comment dessiner l'ombre de cet objet, la mesurer et indiquer son orientation (imprécision) ?

En fin de séance, après discussion collective, la confrontation des différentes méthodes a débouché sur la nécessité de mesurer deux grandeurs pour repérer la position du soleil : la hauteur et l'azimut. Les élèves se sont mis d'accord un protocole possible : choisir un point de repère fixe dans la cour, toujours se placer sur ce point pour faire les observations, représenter la ligne d'horizon sur la feuille, utiliser toujours le même instrument de mesure (la règle ou le même bâton), écrire l'heure de relevé.

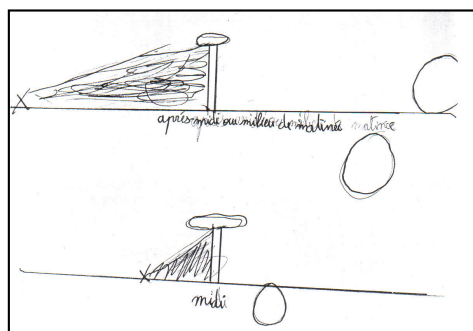
Cette séance d'observation a permis d'invalider quatre des trajectoires proposées initialement par les élèves. Pour trancher entre les deux dernières, il faut mettre en place une méthode plus précise. C'est ce qui va être fait dans la suite des séances. Un repérage précis de la trajectoire du Soleil est aussi nécessaire si on souhaite poursuivre ce travail au cours de l'année et étudier l'évolution de la trajectoire du Soleil au cours des saisons.

La séance 3 portant sur le principe de formation des ombres, se déroulait dans l'espace de la classe. Le choix ayant été fait pour la suite du travail d'utiliser la méthode de l'ombre, notre objectif était de dégager les points suivants :

- l'ombre et la source lumineuse sont à l'opposé ;
- la longueur de l'ombre varie en fonction de la hauteur de la source lumineuse.
- la source lumineuse, l'extrémité de la vis et celle de l'ombre sont alignées (propagation rectiligne de la lumière).

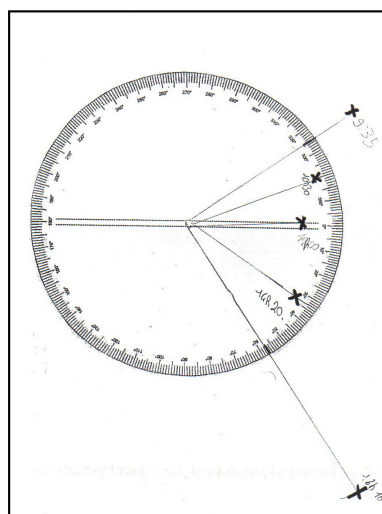
Après un temps d'appropriation libre du matériel (gnomon simplifié et lampe de poche), il a été demandé aux élèves de faire individuellement, sur une feuille A4, un schéma qui permette de bien voir où sont la vis et l'ombre par rapport à la lampe. L'objectif était d'amener les élèves à une schématisation de profil.

Les productions des élèves ont été affichées au tableau où elles ont été exploitées collectivement afin de dégager les avantages et les critères de réussite de la schématisation de profil. Lors de la discussion autour de la position de la lampe, certains élèves ont émis l'hypothèse de l'alignement « lumière - extrémité du vis - extrémité de l'ombre ». Dans chaque groupe, les élèves ont ensuite expérimenté, en utilisant une ficelle, pour tester cette hypothèse d'alignement.



A chaque fois qu'un problème était évoqué dans un groupe, nous avons veillé à le faire partager et vérifier par les autres groupes en alternant travail de groupe et phases collectives.

Cette phase de représentation a permis de faire appréhender par les élèves la nécessité de la schématisation de profil d'une part, mais aussi de construire des notions essentielles relatives à la propagation de la lumière et à la formation des ombres qui seront réinvesties lors de l'utilisation du gnomon solaire dans la cour. C'est à travers cette schématisation que l'élève est amené à passer de l'espace sensible à l'espace physique : il modélise la lumière, « invisible », par un rayon lumineux rectiligne issu de la source.



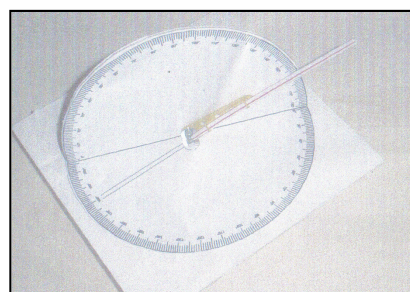
Lors de la séance suivante, la maîtresse a présenté les gnomons, le tableau et le principe du relevé d'ombres.

Cette séance a permis aux élèves d'utiliser sur une journée le gnomon solaire. La première mesure a été faite avec le groupe classe pour rappeler les étapes du relevé. L'emplacement du gnomon a été repéré à l'aide d'un repère tracé à la craie par les élèves, puis ils ont orienté à l'aide d'une boussole le cadran de boussole imprimé sur la feuille de relevé (le 0° devant être placé vers le nord) et noté une croix lisible sur l'extrémité de l'ombre. A tour de rôle, chaque élève de chaque groupe est descendu avec une boussole faire son relevé. Les élèves ont effectué cinq relevés au cours de la journée.

Volontairement nous avons donné sans commentaire des vis de tailles différentes aux différents groupes (cf. méthode de l'ombre). En fin de journée, nous avons affiché les relevés avec les tableaux correspondants. Puis les élèves ont relié les croix au point de fixation de la vis. Les heures des relevés ont aussi été notées au tableau ainsi que les directions de l'ombre et du soleil correspondantes.

L'objectif de la séance 5 était de repérer la hauteur du soleil à l'aide du théodolite simplifié (méthode de la visée). N'ayant pas eu le temps sur la durée de la séquence de faire élaborer le système par les élèves, nous leur avons proposé un théodolite simplifié issu du centre de ressources de Palavas.

La maîtresse a tout d'abord précisé le mode d'emploi du théodolite : il faut tout d'abord orienter le cadran horizontal à l'aide d'une boussole, faire tourner le cadran vertical afin de le positionner dans le plan vertical contenant le Soleil, puis faire pivoter la paille jusqu'à ce qu'elle soit face au Soleil (on obtient une tâche lumineuse circulaire à sa base) ; pour finir on repère par un trait la hauteur du soleil.



On pourrait envisager d'associer les élèves à l'élaboration de ce dispositif comme cela a été fait dans Munier&Merle (1994) ce que nous n'avons pas fait par manque de temps.

Les élèves ont ensuite manipulé dans la cour pour se familiariser avec le fonctionnement du théodolite. Ils ont repéré la hauteur du soleil à quatre moments différents de la journée. Deux relevés supplémentaires étaient initialement prévus, mais la cour de récréation, peu ensoleillée, ne nous a pas permis d'achever tous les relevés. À ce stade-là, tout comme lors de la séance précédente, les élèves ont repéré des angles mais sans en avoir conscience.

À la fin de la séance, les élèves ont représenté la trajectoire du Soleil sur un panorama, validé l'hypothèse d'une trajectoire courbe et rédigé collectivement un résumé du travail réalisé au cours de cette séquence.

Les séances de géométrie

Rappelons que les élèves de cette classe avaient déjà abordé brièvement la notion d'angle, ils connaissaient les termes d'angle aigu, obtus et droit, mais ils n'avaient pas abordé le concept d'angle en référence à un problème spatial.

Afin d'évaluer le niveau de conceptualisation initial des élèves et après leur avoir fait verbaliser ce qu'ils connaissaient sur les angles, nous leur avons proposé deux exercices : le premier consistait à dessiner un angle quelconque, le deuxième à comparer des angles « à vue d'œil » (la comparaison des angles à l'aide des techniques usuelles n'ayant pas encore été abordée).

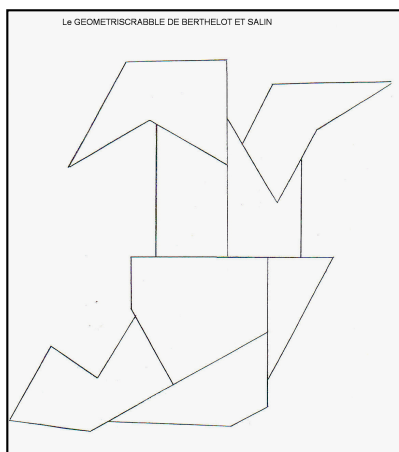
L'analyse des résultats de ce pré-test a mis en évidence que près de la moitié des élèves compare la longueur des cotés mais pas leur écartement, ce qui montre bien que la conception erronée principale, évoquée précédemment, n'est pas dépassée.

La première séance de géométrie, décomposée en deux temps, consistait tout d'abord à identifier des angles dans l'espace sensible (en référence aux travaux de Mitchelmore et White) et à les catégoriser. Après avoir identifié différents angles dans leur environnement, les élèves ont été amenés à les catégoriser. Face à leurs difficultés, la maîtresse a suggéré les notions de « variance » ou « d'invariance » comme critères de catégorisation.

Les élèves reconnaissent facilement certains angles droits de la classe comme l'intersection des murs, les coins du tableau, des fenêtres, les pieds, les coins des tables... qu'ils classent après argumentation dans la catégorie des angles qui ne varient pas et qui sont droits.

Ils identifient aussi l'angle formé par les aiguilles de l'horloge qu'ils comparent avec celles des montres, ce qui a permis de les assimiler à un écartement qui varie (avec des longueurs d'aiguilles variables). Enfin la maîtresse leur a demandé s'ils voyaient des angles en leur désignant les angles de rotation de la porte autour de ses gonds ou des stores à lattes pivotants autour des fenêtres ; beaucoup d'élèves ne s'approprient pas cette catégorie. Cette tentative serait sûrement à compléter, à approfondir et à mettre en relation avec des modèles angulaires plus abstraits (Mitchelmore et White).

Dans un deuxième temps, nous avons présenté le jeu du « géométriscrabble » (puzzle à pièces polygonales) mis au point par Berthelot et Salin, dans lequel les enfants sont amenés à paver des surfaces en emboîtant les différentes pièces. Pour cela les élèves doivent mobiliser le concept d'angle de secteur, l'intervention des longueurs des côtés étant la plupart du temps non pertinente pour résoudre le problème. Nous avons choisi d'utiliser huit pièces du jeu avec les trois règles mises au point par les auteurs (seule la règle 3 a été légèrement modifiée). Ces règles permettent une introduction ludique des techniques de comparaison des angles, induisent la superposition des angles comme moyen de validation et permettent de préciser les termes de « coté » et de « sommet » d'un angle. Après un temps de familiarisation avec ce type de matériel et le principe du jeu, les élèves ont successivement joué en respectant trois règles.



Avec la règle n°1, les élèves, après avoir tiré une pièce au hasard, essaient de l'encastrent convenablement dans une pièce déjà posée. Ils sont donc conduits à faire des comparaisons d'angles par tâtonnement.

La règle n°2 incite les élèves à faire des prévisions (anticipation) en s'appuyant sur des comparaisons visuelles d'angles (comme dans le pré-test de géométrie) avant de vérifier expérimentalement.

Dans la règle n°3, ce n'est pas le hasard qui décide de la pièce fournie au joueur. C'est lui qui doit en commander une à son co-équipier, dont il pense qu'elle convient à un endroit explicité par lui à l'avance, mais le joueur ne voit pas l'ensemble des pièces disponibles. Il doit donc fournir une information lui permettant d'honorer sa commande.

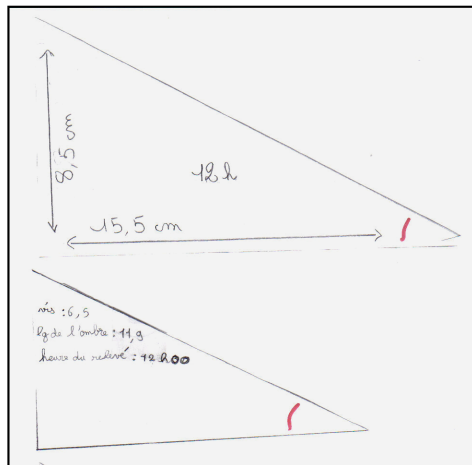
Cette règle a permis tout d'abord d'introduire les techniques usuelles de comparaison des angles : le papier calque, les gabarits dont le gabarit particulier d'angle droit (demi feuille de papier pliée deux fois) et la fausse équerre (deux bandelettes de carton articulées par une attache parisienne).

L'enjeu de la deuxième séance était de mettre en relation l'espace sensible et l'espace géométrique et de faire ainsi le lien astronomie/géométrie. Elle était donc particulièrement importante au vu de nos objectifs. Elle s'est déroulée en plusieurs phases :

Les relevés d'ombres réalisés par les élèves en astronomie ont été affichés et le tableau suivant a été reproduit au tableau :

Heure du relevé \ Hauteur de la vis	9h30	12h00	16h00
3,5 cm	11,5 cm	7 cm	18,5 cm
5,5 cm	17,4 cm	9 cm	30 cm
6,5 cm	20,6 cm	11,9 cm	34,2 cm
8,5 cm	29,3 cm	15,5 cm	43 cm

Dans cette séance, en phase 1, les élèves ont construit des triangles rectangles, correspondant à la schématisation de profil, à partir des données qu'ils ont dû retrouver dans le tableau précédent (hauteur du gnomon et longueur de l'ombre), ce qui avait été travaillé lors de la séance 3 d'astronomie. Chaque élève devait construire un triangle.



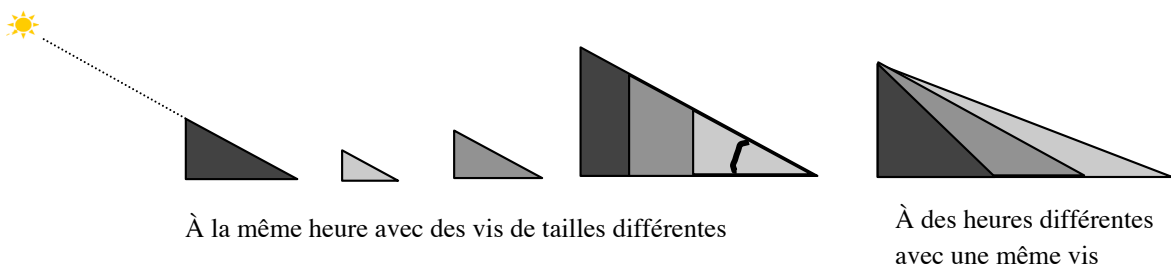
En phase 2, les angles correspondant à la hauteur du Soleil ont été surlignés dans les triangles réalisés par les élèves, d'une couleur différente selon l'heure du relevé, et les triangles ont été classés au tableau dans le cadre suivant :

9h30	12h00	16h00
ANGLES NOIRS	ANGLES ROUGES	ANGLES VERTS

Les élèves ont été invités à noter *individuellement* les remarques que leur inspiraient ces différents triangles, puis nous en avons fait une analyse collective.

L'égalité, pour une même heure, des angles, bien qu'ils aient des côtés de longueurs différentes, a été relevée par plus de deux tiers des élèves.

C'est en fait à ce moment-là que les élèves réalisent que la hauteur du Soleil est un angle : à une heure donnée le Soleil est à un endroit donné dans le ciel, quelle que soit la longueur du gnomon utilisé. Or, "la seule chose qui est pareille" dans les triangles correspondants c'est l'angle entre le sol et la direction du Soleil. La maîtresse confirme que c'est cet angle qu'on appelle la hauteur du Soleil.



Dans la phase 3, afin de vérifier cette égalité, des élèves volontaires ont comparé au tableau quelques angles par superposition des triangles, puis la totalité des triangles ont été répartis dans la classe et ils ont été comparés deux à deux à l'aide de papier calque.

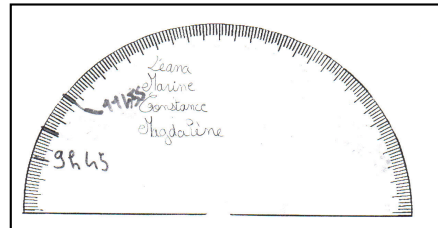
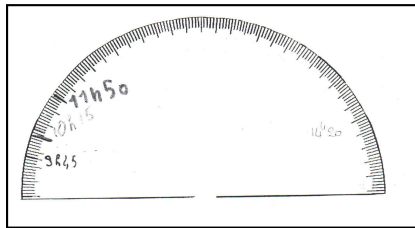
Le concept d'angle, appréhendé dans une situation physique, a été exploité au cours de cette séance dans des activités géométriques. Les élèves ont montré par superposition

l'égalité des angles correspondant à la hauteur du soleil à un moment donné de la journée, alors que les cotés, représentant l'ombre et la vis, ont des longueurs différentes.

La dernière séance de géométrie avait un double objectif :

- mettre en relation les relevés faits avec le théodolite avec le concept d'angle en géométrie ;
- mettre en relation les mesures faites avec le gnomon et avec le théodolite.

Les élèves ont dû dans un premier temps, tracer sur leurs cahiers de mathématiques deux triangles correspondants à deux mesures faites avec le gnomon, puis fabriquer deux gabarits correspondant aux deux mesures faites avec le théodolite à la même heure.



Ils les ont ensuite comparés avec le papier calque et collés sur leurs cahiers.

Ils ont facilement vérifié l'égalité des angles pour une même heure quelle que soit la méthode utilisée : « *Le gnomon et le théodolite sont des méthodes équivalentes, elles permettent toutes les deux de repérer la hauteur du soleil.* ».

Une conclusion collective a été élaborée : « *Les mesures faites avec le théodolite correspondent bien avec celles du gnomon, ce sont des angles qui correspondent à la hauteur du soleil* ».

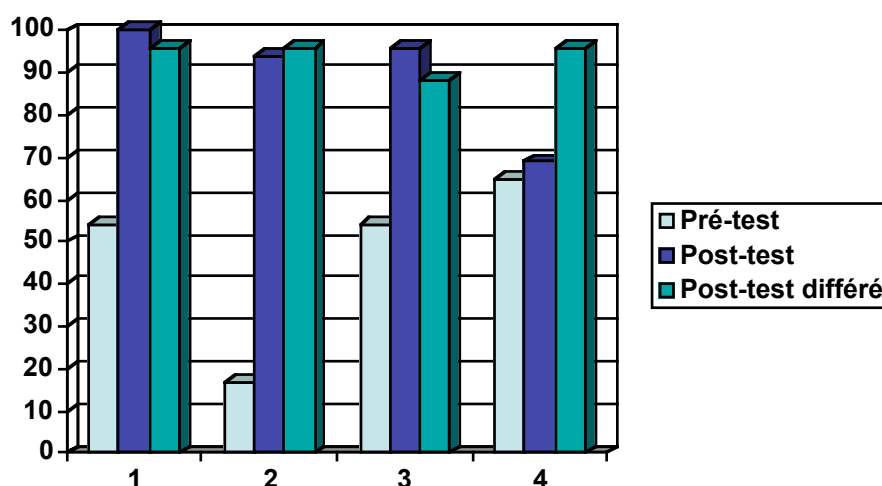
Résultats : évaluation de l'efficacité du dispositif

Afin d'évaluer l'efficacité de ce dispositif et pour voir dans quelle mesure les élèves ont dépassé les différents obstacles liés au concept d'angle, nous avons mis en place un post-test immédiat et un post-test différé à 2 mois et demi. Un des exercices était issu de l'article de Berthelot et Salin paru dans le numéro 56 de Grand N. Il s'agissait de comparer des paires d'angles, les configurations ayant été choisies pour contrôler si les élèves conçoivent la taille des angles comme indépendante de celle de leurs côtés.

	<ol style="list-style-type: none"> 1. Comparaison de 2 angles égaux (A et B). 2. Comparaison d'angles différents ayant la même orientation (A et C, B et C). 3. Comparaison d'angles rentrants égaux, d'orientation variée (E et F). 4. Comparaison d'angles différents, d'orientation variée (B et D, C et D). <p><i>Pour chaque paire, les cotés ont des longueurs différentes, les angles les plus grands ayant dans certains cas les côtés les plus courts.</i></p>
--	---

Pour cette épreuve, les pourcentages de bonnes réponses obtenus par Berthelot et Salin varient entre 74% et 93 %.

Nos résultats sont regroupés dans le diagramme suivant :



Pour ces comparaisons d'angles aigus, on constate que nos résultats ont oscillé entre 84 et 100 % de réussite ; ils sont donc très positifs. On remarque de plus une progression importante et une certaine stabilisation des connaissances.

Conclusion

Notre hypothèse était que l'articulation des espace sensible, physique et géométrique était à même de favoriser l'appropriation d'un concept géométrique et plus largement de participer à la construction de connaissances spatiales.

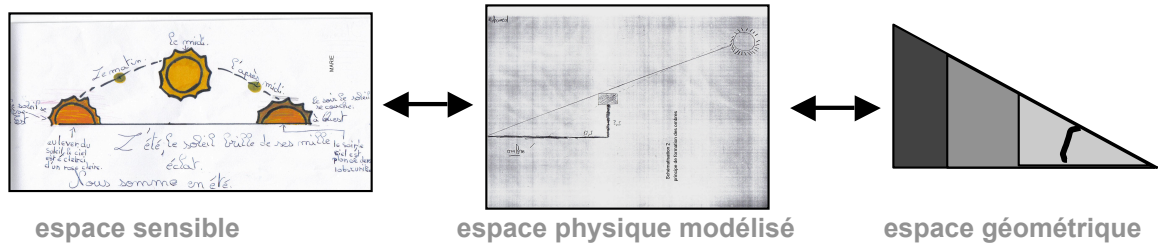
Dans le cadre de cette séquence les élèves ont été confrontés à différentes conceptions de l'angle :

- le repérage de la hauteur du Soleil avec le théodolite et le gnomon correspond à un repérage de l'inclinaison des rayons solaires par rapport à l'horizontale ;
- la mesure de l'azimut du Soleil à l'aide du théodolite correspond à la déviation entre la direction visée et celle du nord ;
- avec le géométriscrabbe les élèves ont manipulé des secteurs angulaires.

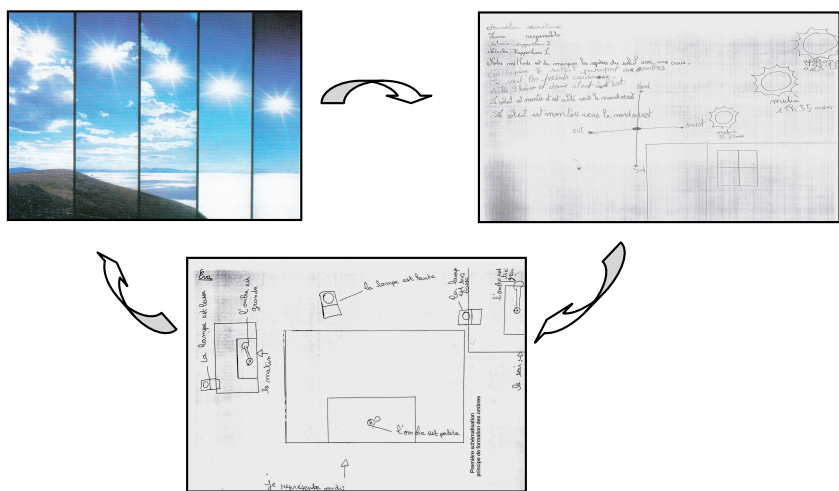
Les résultats des évaluations de géométrie montrent que la majorité des élèves a atteint le niveau de conceptualisation visé. Ainsi, pour les angles, ils ont pour la plupart dépassé l'idée que la longueur des côtés a une importance dans la « taille » de l'angle.

Les évaluations réalisées en astronomie montrent qu'à l'issue de la séquence, la majorité des élèves définit la hauteur du soleil comme un angle, ils ont donc aussi dépassé la conception erronée consistant à assimiler celle-ci à une distance.

De plus, les mesures faites avec le gnomon et le théodolite ont été exploitées dans des activités géométriques, ce qui a permis aux élèves de créer des liens entre deux champs disciplinaires distincts, de faire de l'angle un concept « transversal ». On peut espérer qu'ils ont ainsi développé des compétences et des savoir-faire transférables. Le dispositif mis en place permet de prolonger l'acquisition de compétences spatiales, essentiellement travaillées au cycle 2, au cycle 3 alors que la définition de « champs disciplinaires » ne permet pas toujours la mise en interaction d'activités appartenant à des espaces variés.



Le dispositif proposé a donc permis de mettre en relation les espaces sensible, physique et géométriques, mais aussi de pratiquer des activités dans les micro, méso et macro espaces (micro espace de la feuille de papier, meso espace de la cours et macro espace astronomique) :



Les élèves, qui sont plus ou moins à l'aise avec les activités géométriques classiques se situant exclusivement dans l'espace graphique, ont trouvé ici l'opportunité d'appréhender le même concept dans des espaces différents, et son assimilation en a sans doute été facilitée. Ainsi nous avons constaté que même les élèves en difficulté sur le plan scolaire, en particulier en géométrie, ont eu des résultats aux tests très satisfaisants.

Au cours de cette séquence, les élèves sont en situation d'investigation ; ils sont amenés à émettre et à confronter des hypothèses. Sur un plan plus général, dans cette démarche, faire et dire se complètent et s'enchevêtrent ; les élèves expliquent et échangent leurs observations, hypothèses, procédures et leurs conclusions ; chacun peut s'exprimer et le groupe-classe progresse conjointement. La mise en place de cette démarche permet de plus à l'enseignant d'anticiper et d'évaluer les difficultés des élèves, et ainsi de sélectionner des problèmes et activités permettant de les résoudre. Le dispositif mis en œuvre a ainsi facilité la prise en compte d'un grand nombre de difficultés et a permis à la plupart des élèves de les dépasser. Il n'est bien sûr pas possible de déterminer la part respective de ces différents points dans l'efficacité du dispositif, mais on peut constater que l'ensemble des activités telles qu'elles ont été mises en œuvre permet l'acquisition des connaissances visées par les élèves. Nous avons ainsi atteint nos objectifs, notre souci ayant été tout au long de ce travail à la fois de transmettre les savoirs mais aussi d'améliorer notre efficacité et ainsi de développer des compétences professionnelles car comme le dit Y.Chevallard, « L'enseignant n'est pas seulement un agent d'exécution des programmes, mais un agent de production du curriculum ».

Références bibliographiques

BALACHEFF N. (1988) *Une étude des processus de preuve en mathématique chez les élèves de collège*, Thèse d'état, Université Joseph Fourier de Grenoble, pp. 395-46.

BERTHELOT R., SALIN M-H. (1994) L'enseignement de la géométrie à l'école primaire, *Grand N*, n°53, p.39-53, IREM de Grenoble.

BERTHELOT R., SALIN M-H. (1999) L'enseignement de l'espace à l'école primaire, *Grand N*, n°65, p.37-59, IREM de Grenoble.

BERTHELOT R., SALIN M-H. (1994) Le processus d'enseignement des angles au cycle3 , *Grand N*, n°56, p.69-116, IREM de Grenoble.

CHEVALLARD Y. (1990) Autour de l'enseignement de la géométrie au collège , *Petit x*, n°27, p.41-76, IREM de Grenoble.

MITCHELMORE M., WHITE P (1998) Development of Angle Concepts : A Framework of Research , *Mathematics Education Research Journal*, vol.10, n°3, p.4-27.

MERLE H., MUNIER V. (à paraître) Une approche expérimentale du concept d'angle à l'école élémentaire à travers la notion de champ visuel , *Actes du Colloque International sur l'Enseignement des Sciences - Expérimentation et construction des concepts* (Charleville-Mézières, 2003).

MERLE H., MUNIER V. (2004) De l'utilisation d'un instrument à la maîtrise des concepts en jeu : l'exemple de la boussole à l'école élémentaire , in : A. Giordan, J.-L. Martinand et D. Raichvarg (coord.), *Actes des XXV^{èmes} JIES*, (Chamonix, 2003).

MERLE H., MUNIER V. Comment conceptualiser la hauteur du soleil en tant qu'angle au cycle3 ? , *ASTER* 36, p.39-68.

PECHEUX M-G. (1990): *Le développement des rapports des enfants à l'espace* , Nathan université.

PIAGET J. (1947) : *La représentation du monde chez l'enfant* , Vendôme, PUF, Bibliothèque de philosophie contemporaine.

ROLANDO J-M. (1993) : *L'astronomie, la Terre et les astres*, CDDP de Haute Savoie.

RAGACHE C. & C. (1992) *La création du monde , Mythes et légendes*. Hachette jeunesse.

Centre de ressources de Palavas : <http://crpal.free.fr>.