

Ranger des disques dans un triangle

Un problème de recherche de « Maths-à-Modeler »

On cherche à ranger 1, 2 ou 3 disques, tous de mêmes dimensions, dans un triangle équilatéral « le plus petit » possible (c'est-à-dire dont les côtés ont la plus petite mesure). Les disques ne doivent pas se chevaucher.

Pour un seul disque, il n'est pas difficile de se convaincre que le triangle cherché est celui-ci dont les trois côtés sont tangents au disque (*figure 1*). Il reste à prouver que ce triangle est équilatéral et que c'est le plus petit !

Pour 3 disques, on peut faire la **conjecture** que le triangle équilatéral le plus « petit » est celui donné ci-dessous (*figure 2*) : chaque côté du triangle est tangent à deux des trois disques. Il reste à prouver que cette conjecture est vraie, ce qui est moins facile que lorsqu'on a un seul disque.

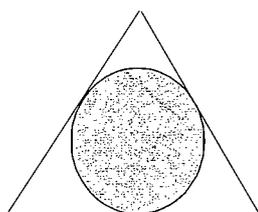


figure 1

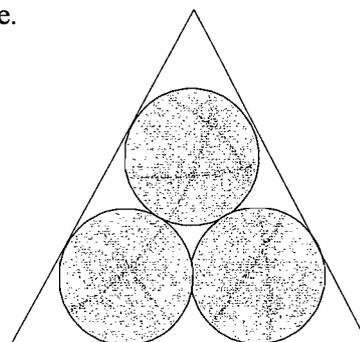


figure 2

Qu'en est-il pour 2 disques ? La question peut se poser ainsi :

Peut-on ranger deux disques identiques dans un triangle équilatéral plus petit que celui de la figure 2 ?

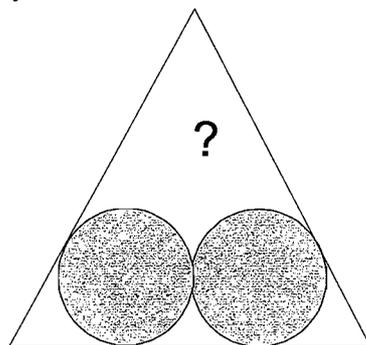


figure 3

La réponse, cette fois, n'est pas évidente. Si on garde le même triangle équilatéral que pour 3 disques (*figure 3*), il y beaucoup de place perdue !

Cependant, on ne voit pas bien comment placer les 2 disques pour pouvoir réduire la taille de ce triangle ... Alors ? Quelle est la réponse ? Et comment la prouver ?