LA CONDUITE EN CLASSE D'UNE SITUATION DE RECHERCHE :

UN EXERCICE PÉRILLEUX.

Groupe *« élémentaire »*
I.R.E.M. de Besançon

Le but de cet article est de relater, sans prétention, une expérience de conduite en classe d'une situation de recherche.

Le point de départ de ce travail effectué par le groupe élémentaire de l'I.R.E.M. de Besançon est la question suivante : « Comment proposer des situations mathématiques dans une classe d'école primaire située en Z.E.P ? », en vue de la création d'un document vidéo à usage formateur pour un public de formation initiale (PE2) ou continue. Des travaux similaires ont déjà été effectués ; on citera par exemple la brochure « *Expérience de narration de recherche en mathématiques* »[1] aux éditions du Kangourou.

Le protocole envisagé pour notre travail est le suivant : une même situation de recherche doit être proposée à deux classes de CM1-CM2. Une des deux classes est choisie dans une Z.E.P. - zone d'éducation prioritaire - , nous la noterons classe A. L'autre classe n'est pas classée en Z.E.P, nous la noterons classe B. Le but est de comparer les observations réalisées dans ces deux classes en ce qui concerne :

- la gestion de la classe : mise en place du débat, gestion du temps, interventions de l'enseignant,
- l'implication des élèves : activité des élèves, mise en route de la tâche demandée, impact d'une situation de débat sur le fonctionnement de la classe, outils de représentation mis en œuvre, trace écrite.

Une fiche de préparation a été mise au point ; elle est présentée ci-dessous. Il s'agit de la mise en forme d'un « problème pour chercher [2]», problème connu sous l'appellation « La somme de trois entiers consécutifs ». Elle a été donnée aux maîtres des deux classes puis, ces derniers ont été invités séparément par le groupe IREM à en prendre connaissance et à poser toutes les questions qu'ils souhaitaient à son propos. Ensuite, la fiche fut à la charge complète de l'enseignant.

---

[1] *Expérience de narration de recherche en mathématiques*. 2002 ACL Les Editions du Kangourou - ouvrage recensé sous la rubrique « Matériaux pour documentation » dans le bulletin n°441 de l'APMEP (Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public).

[2] Document d'application des programmes de mathématiques, cycle des approfondissements, Scérén CNDP - 2002.

Fiche de préparation : *« La somme de trois entiers consécutifs »*

Présentation du problème :

Un entier naturel x étant fixé, on cherche à déterminer lorsqu'ils existent, trois entiers consécutifs dont la somme est égale à x. On pourra également chercher des conditions sur l'existence de tels nombres.

Analyse mathématique du problème :

On suppose que le problème admet une solution. Soit *n* le deuxième terme de cette suite de trois nombres. On a alors :

$$(n-1)+n+(n+1)=x \Leftrightarrow 3n=x.$$

On en déduit donc que :

- si le problème admet une solution alors x est un multiple de 3 et, par contraposée : si x n'est pas multiple de 3 alors le problème n'a pas de solution ;
- si x est multiple de 3, la solution est le triplet $(n-1,\ n,\ n+1)$ où $n=\frac{x}{3}$.

Ainsi on en conclut que, si x est un nombre entier donné :

- ou bien x n'est pas multiple de 3 et alors le problème n'a pas de solution.
- ou bien x est multiple de 3 et la solution est le triplet $(n-1,\ n,\ n+1)$ où $n=\frac{x}{3}$.

Objectifs :

- Savoir ce que sont des nombres consécutifs.
- Entraînement à la résolution de problèmes : recherche de procédures, justification d'une démarche.

Matériel :

- Un premier jeu de cartes bristol sur lesquelles sont inscrits des nombres multiples de trois compris entre 50 et 130.
- Un second jeu de cartes bristol sur lesquelles sont inscrits des nombres non multiples de trois compris entre 50 et 130.

Déroulement :

Phase 1 : (Collective)
Le maître rappelle (ou demande) ce que sont des nombres consécutifs. Avec les élèves, il illustre à l'aide d'exemples et de contre-exemples. Il propose alors d'effectuer sur plusieurs exemples le calcul de la somme de trois nombres consécutifs.

Phase 2 : (Par groupe de quatre élèves)
On peut alors se poser le problème de trouver trois nombres consécutifs dont la somme est égale au nombre écrit sur la carte bristol. Chaque groupe tire une (ou plusieurs) carte du premier paquet.

Procédure attendue : des essais qui conduisent au résultat.
Aide envisagée : proposer l'utilisation d'une calculatrice et/ou fournir un encadrement des entiers cherchés.

Phase 3 : (Collective)
Mise en commun au tableau. Le maître peut demander une explication orale de la démarche utilisée par les élèves.

Phase 4 : (Par groupe de 4 élèves)
On recommence l'activité de la phase 2 mais en mélangeant le premier paquet de cartes avec le deuxième paquet de cartes. Chaque groupe va être confronté, après un certain nombre de décompositions, au problème de l'existence d'une solution. Les élèves sont donc conduits à chercher une explication…

Phase 5 : (Collective)
Mise en commun des résultats. Elle dépendra des recherches des élèves mais, on peut envisager une classification des nombres en deux catégories : ceux qui possèdent une décomposition comme somme de trois entiers consécutifs et ceux que l'on n'a pas pu décomposer.
On pourra demander pourquoi la décomposition n'est pas possible ?

Réponse attendue : par exemple pour x=61 « J'ai essayé 19+20+21=60 c'est trop petit, et 20+21+22=63 c'est trop grand ! »

On pourra demander également aux enfants de proposer des nombres et de les placer dans l'une ou l'autre des colonnes correspondant aux deux catégories…

Lors de ces séances en classes, sont présents deux caméramans et une personne chargée de prendre note de l'activité des élèves. La présence de trois adultes supplémentaires dans les classes modifie sensiblement le comportement des élèves - les témoignages des deux enseignants convergent à ce niveau -. Les élèves se sentent plus encadrés, il en ressort une meilleure implication dans la tâche demandée. La présence des caméras modifie également leur comportement ; le moment d'excitation passé, ils veulent tous « bien faire » quand ils sont filmés. Peut-être se sentent-ils plus « responsables » de leur travail quand leur image est en jeu ? Nous n'avons donc pas filmé des séances ordinaires, mais étant donné notre protocole, nous avons assisté à des séances « extraordinaires ». Les observations, ainsi biaisées, n'ont pas été à la hauteur des attentes vis à vis de la question initiale.

Par contre, il est très intéressant de noter les approches différentes qu'ont eu les deux enseignants à propos de la même fiche de préparation. Ainsi la problématique de départ, qui a orienté nos choix, a permis l'observation d'un autre phénomène que celui attendu, à savoir : ***« Le rôle du maître est un élément primordial dans la conduite en classe d'une situation de recherche »***. C'est dans ce sens que nous allons développer la suite de l'article en rapprochant cette observation d'une question de A. Robert et J. Robinet « *Comment interpréter le fait qu'une même séance d'exercices, préparée collectivement et mise au point soigneusement par plusieurs enseignants, puisse donner lieu à des réalisations très différentes ?* » (Robert, A. et Robinet J. 1992). Ce sujet a été abordé à de multiples reprises dans la littérature. On peut en particulier rapprocher cette problématique des remarques de C. Hache et A. Robert dans « Un essai d'analyse de pratiques effectives en classe de seconde, ou comment un enseignant fait "fréquenter" les mathématiques à ses élèves pendant la classe », concernant « *l'importance des prévisions des enseignants sur la nature de leur discours pendant la classe* » (Hache, C. et Robert, A.1998). On notera également le rapprochement avec le questionnement de M. Crahay dans « *Ce que le maître dit influence-t-il le comportement des élèves ?* » (Crahay, M. 1989 a et 1989 b).

Pour rendre compte des orientations prises par les maîtres au cours de la séance, dans une première partie, nous allons relater les faits tels qu'ils se sont passés. Dans une seconde partie nous donnerons des pistes qui permettent d'analyser les différences entre les deux séances.

Les séances

Présentation du problème

Dans les deux classes, les élèves sont repartis par groupe de trois ou quatre.

Classe A : Le maître rappelle ce que sont des nombres consécutifs à l'aide d'exemples et de contre-exemples. Ces exemples sont tous des triplets d'entiers (ex : 11,12,13). La consigne est énoncée oralement : *« Je vais donner à chaque groupe une carte. Sur cette carte il y a un nombre. Votre tâche est de trouver trois nombres consécutifs dont la somme est le nombre qui figure sur la carte »*. Après un moment de flottement dû à la difficulté de la consigne, le maître reprend lentement l'énoncé et les mots importants sont mis en avant. Les élèves sont invités à reformuler cette consigne à leur manière pour montrer qu'ils l'ont bien comprise. Chaque groupe devra rédiger une affiche sur laquelle devront apparaître ses résultats et réfléchir au moyen par lequel il est arrivé à les trouver. Les élèves ont à leur disposition uniquement leur ardoise.

Classe B : Le maître rappelle ce que sont des nombres consécutifs à l'aide d'un petit jeu dont la règle est la suivante : *« Je vous donne un nombre, vous devez me donner le nombre juste avant et le nombre juste après le nombre que je vous ai donné »*. Après quelques minutes consacrées à ce petit « jeu », la consigne du problème de recherche est énoncée oralement avec le support d'un exemple détaillé, écrit au tableau : *« Trouvez trois nombres consécutifs dont la somme fait 33 »*. Le résultat, trouvé après quelques tentatives est affiché sous la forme :

$$\begin{array}{ccc} & 33 & \\ \swarrow & \downarrow & \searrow \\ 10 & 11 & 12 \end{array}$$

Le maître explique alors aux élèves que leur tâche est de trouver trois nombres consécutifs dont la somme est égale au nombre inscrit sur la carte qu'il vont tirer. Les élèves ont à leur disposition leur cahier de brouillon, des crayons et une affichette.

Première phase de recherche

Les deux classes ont plusieurs points communs à ce stade de la séance :
- la consigne semble bien comprise par l'ensemble des élèves ;
- tous les élèves sont impliqués dans la tâche qui leur incombe ;
- après quelques minutes de recherche personnelle, les discussions s'animent dans les groupes ; toutes les discussions portent sur le problème en cours ;
- les procédures sont pour la plupart des essais successifs ;
- les enseignants passent de groupe en groupe pour demander aux élèves de réfléchir au moyen par lequel ils sont arrivés à trouver leurs résultats.

Il est intéressant de noter que les procédures s'affinent petit à petit. Par exemple :
- ***Classe A :*** La carte indique 93. L'élève essaie 29+30+31=90 ; il efface pour essayer 30+31+32 et s'exclame pour avoir trouvé la bonne réponse.
- ***Classe B :*** La carte indique 117. Un élève prétend avoir trouvé 120, un autre s'enquiert alors des nombres que ce dernier a choisi, soit 39, 40 et 41 et ajoute, sans calcul, « *alors il faut prendre 38, 39 et 40* ».

Selon les classes, les élèves ne travaillent pas tout à fait de la même façon. En effet :
- ***Classe A :*** Les élèves font leur recherche sur leur ardoise ; les opérations se font en colonne et sont reposées entièrement à chaque nouveau calcul. Les résultats sont présentés sous la forme 57=18+19+20.

- ***Classe B :*** Les élèves travaillent sur leur cahier de brouillon. Les opérations se font en colonnes mais, pour effectuer des essais successifs, certains élèves n'effacent que les unités des nombres mis en jeu. Les résultats sont présentés sous la forme :

$$\begin{array}{ccc} & 63 & \\ \swarrow & \downarrow & \searrow \\ 30 & 31 & 32 \end{array}$$

Premier bilan

Dans les deux classes, les élèves sont invités à présenter les résultats de leurs recherches et les procédures qu'ils ont employées.

- ***Classe A :*** Les élèves présentent des affichettes où seuls les résultats corrects apparaissent. Les procédures sont sans équivoque : « *on a fait des essais !* ». Malgré tout une élève, présentant l'affichette 54, propose comme explication : « *J'ai divisé par 3, j'ai trouvé 18, alors j'ai essayé 16+17+18, ça ne marchait pas, alors j'ai essayé 17+18+19 et j'ai trouvé !* ».
- ***Classe B :*** Les résultats sont donnés oralement. Les procédures sont toujours des essais. Les trois premiers nombres sont généralement pris « au hasard » et ensuite, en fonction du résultat de leur somme, les élèves essaient avec des nombres supérieurs ou inférieurs. On note également l'explication donnée pour la carte 129 : *« on a 120 : 3 = 40 et 9 : 3 = 3 donc on a essayé dans les 43 et on a 42+43+44=129 ! ».*

Il est à noter que, dans les deux classes, les maîtres sont restés très neutres pendant l'annonce des résultats et aucun jugement de valeur sur les procédures n'a été évoqué.

Seconde phase de recherche

Dans les deux classes, la mise en route s'effectue de manière naturelle. Les nouvelles cartes sont distribuées comme précédemment.

- ***Classes A :*** Dans chaque groupe, on peut observer le même phénomène. Les élèves répartissent les cartes en deux paquets, un paquet « facile » et un paquet « dur ». Le maître passe de groupe en groupe et, sans en noter l'importance, reformule les dires des élèves en classant les cartes sous les termes « *les possibles* » et *« les impossibles ».* Dès lors, les élèves, sans plus chercher, classent les cartes en *« possibles / impossibles ».*
- ***Classe B :*** L'agitation qui règne dans les groupes montre la prise de conscience d'un nouveau problème qui n'avait pas été envisagé. Un élève demande d'ailleurs au maître : « *C'est possible qu'il y ait des nombres impossibles ?* » et le maître élude la question. On observe des raisonnements du type : *« Pour la carte 56, 17+18+19 donne 54 et à peine un peu plus 18+19+20 donne 57, donc c'est pas possible ! ».*

Second bilan

- ***Classe A :*** Le maître recense les résultats en deux catégories : « *les possibles* » et « *les impossibles* ». Bien entendu, « *les possibles* » regroupe les nombres pour lesquels on a trouvé une décomposition additive, et *« les impossibles »* regroupe les nombres pour lesquels on n'a pas trouvé de décomposition. Le maître essaie alors de lancer un débat par la question : *« Pourquoi certains sont impossibles ? ».* Une première réponse est *« parce qu'ils sont impairs ! ».* Cette conjecture est rapidement mise en défaut par la classe qui exhibe un contre exemple (57). Le maître saisi alors au vol, la bonne argumentation lancée par une élève : *« les possibles sont multiples de 3, les impossibles ne le sont pas ! ».* Cette « vérité » est alors institutionnalisée sans débat ni preuve.

- ***Classe B :*** Le maître recense les nombres en deux catégories : « *ceux pour lesquels on a trouvé une décomposition* », et « *ceux pour lesquels on n'a pas trouvé de décomposition* ». La question de l'impossibilité arrive naturellement et les élèves tentent d'y répondre. L'argument de parité est rapidement rejeté. On remarque que les nombres pour lesquels on a trouvé une décomposition sont multiples de 3. Pour montrer que certains sont impossibles, on utilise la méthodes des essais ; par exemple : 52 est impossible car 16+17+18=51 et 17+18+19=54.

Il est à noter que les durées de ces deux séances sont sensiblement différentes : 45 min pour la classe A contre 1h05 pour la classe B

Observations et analyse

Présentation du problème

Lors de la présentation du problème à la classe, les maîtres ont pris le parti de parler de nombres consécutifs sous forme de triplets de nombres qui se suivent. Dans la classe A, ces triplets de nombres sont de la forme $n, n+1, n+2$. Dans la classe B, les triplets sont sous la forme $n-1, n, n+1$. Ces présentations sont évidemment influencées par la structure du problème que les maîtres vont présenter. L'influence de ces présentations sur les procédures des élèves n'est pas observable dans ces deux classes, mais on est en droit de se poser la question.
Dans la classe A, le maître choisit de donner la consigne à l'oral, sans support visuel et de manière très abstraite. Les élèves ont à leur charge de se représenter ce que peut être une solution du problème.
Dans la classe B, le maître traite un exemple (avec l'aide de la classe) pour illustrer la consigne. Dès à présent, les élèves ont un schéma de présentation de la solution. Ce schéma fléché ne donne-t-il pas encore une fois cette impression de structure $n-1, n, n+1$? On note que les élèves vont utiliser cette manière de présenter les solutions pendant toute la séance.

Première phase de recherche

La consigne étant bien comprise par la plupart des élèves, le travail se met en route rapidement et de manière très naturelle. Il est clair que le travail en groupe permet de réguler la compréhension de la consigne, sans intervention de l'enseignant. Ainsi, concernant la carte 60, un élève propose 40+10+10, un autre membre du groupe lui signale son erreur en lui faisant remarquer que ce ne sont pas des nombres consécutifs.
Le support d'écriture pour la phase de recherche peut-il avoir une influence sur la résolution du problème ? La version « papier / crayon » est certes moins rapide mais elle a l'avantage de laisser une trace des essais effectués. Ces traces seront alors fort utiles pour décrire et valider les procédures. Comprendre pourquoi on a fait un essai, et pourquoi cet essai n'a pas abouti est une part essentielle à la résolution d'un problème. On notera quand même que beaucoup d'élèves gomment les essais infructueux, comme si l'erreur devait être éradiquée à tout prix ! L'ardoise peut sembler plus efficace pour son aspect pratique - les essais peuvent se succéder rapidement en effaçant uniquement les unités -, encore faut-il se souvenir des essais déjà effectués. Ainsi, un élève de la classe B efface les unités de son calcul, réfléchit et recommence exactement le même calcul !

Premier bilan

Chaque groupe désigne un représentant qui donne les résultats et les procédures. Dans la classe A, les présentations au reste de la classe se font sur des affichettes, le maître n'intervient pas, hormis pour demander l'explicitation des procédures. Les élèves ont les affichettes pour base de discussion. Dans la classe B, les élèves font un rapport oral, c'est au maître de noter les solutions au tableau.
A ce stade on ne note pas de différence majeure dans la mesure où les maîtres sont restés très neutres vis à vis des solutions et des procédures décrites.

Seconde phase de recherche

La question cruciale de l'impossibilité de la décomposition en somme de trois nombres consécutifs pour les non multiples de 3 est le cœur du problème présenté aux élèves. Tous les nombres présentés sur la première série de cartes étaient décomposables en somme de trois entiers consécutifs. Le problème arrive avec la seconde série de cartes. Les élèves sont devenus experts dans leurs procédures propres de résolution, mais les voilà confrontés à des essais qui n'aboutissent plus. Il faut évidemment s'attendre à des questions, des remarques, des interrogations…C'est un moment très délicat que l'enseignant doit avoir prévu et doit savoir gérer. Une attitude de l'enseignant peut consister à renvoyer la question à l'ensemble du groupe afin de provoquer un débat. Dans la classe A, le débat est court-circuité par le glissement « difficiles » / « impossibles ». Une fois le qualificatif « impossible » utilisé par l'enseignant, les élèves n'ont plus de question, le problème est clos, il n'y a plus de problème.

Second bilan

Dans la classe B, la question de l'impossibilité de la décomposition est amenée de manière très naturelle et les élèves en apportent une preuve cohérente - 52 est impossible car 16+17+18=51 et 17+18+19=54 -. Cette démarche n'est pas envisagée dans la classe A, les élèves n'en éprouvent pas la nécessité. Dans cette classe, le maître - ayant « décrété » que certains nombres étaient « impossibles », puis ayant validé sans autre forme de procès ce qui n'était qu'une conjecture parmi d'autres - a donc complètement escamoté la phase de validation.

Le but de la séance décrite dans la fiche de préparation est atteint pour la classe B. Au niveau d'une classe de CM, le but de la séance était au maximum d'arriver à avoir une démarche qui permettait de dire si tel ou tel nombre admet ou n'admet pas une décomposition en somme de trois entiers consécutifs.

La suite du débat est orientée par les maîtres sur des questions beaucoup plus profondes « *comment reconnaît-on les nombres pour lesquels on a une décomposition et ceux pour lesquels il n'existe pas de décomposition ?* ». Les élèves n'ayant travaillé que sur des exemples, la conclusion mathématique du problème ne peut être, au mieux, qu'une conjecture basée sur l'observation. Les élèves arrivent facilement à rejeter la conjecture de parité. Les maîtres doivent alors prendre le parti de déclarer que la notion de multiple de 3 est une conjecture résistante ou même de déclarer que cette conjecture est le résultat attendu.

En effet, même si, effectivement, ce résultat est le fond du problème, est-ce vraiment la peine d'aller jusqu'à lui Le risque est alors de ne pouvoir rattacher ce résultat aux travaux effectifs des élèves. Quelle est la relation entre les essais des élèves et la conclusion du problème concernant les multiples de 3 ? Peut-on se servir de cette conjecture pour trouver effectivement la décomposition ? Cela peut donner lieu à de nouveaux problèmes … Il est en effet important que la conclusion d'un problème de recherche soit basée sur les travaux de recherche des élèves, sans aller au-delà.

Conclusion

Nous avons constaté une très bonne implication des élèves dans les deux classes. Le problème est consistant et même si son énoncé semble complexe, les élèves peuvent immédiatement mettre en route une démarche de résolution basée sur des essais. Le travail en groupe semble bien adapté à ce type d'activité. Il favorise une émulation pour la tâche demandée et une régulation quant à la compréhension de la consigne. Les erreurs sont pour la plupart corrigées sans intervention de l'enseignant. Le problème proposé s'inscrit tout à fait dans le cadre des « problèmes pour chercher » décrit dans les programmes 2002 de l'école élémentaire.

Cette narration de travail en classe permet de mettre une fois de plus un éclairage sur l'influence du maître dans la résolution de tels types de problèmes (Hache, C. et Robert, A. 1998., Crahay, M. 1989). En effet, sa conception du problème et de tous les paramètres qui le régissent, sa capacité à le circonscrire, sa gestion de la classe, son attitude, les aides qu'il peut proposer sont autant de points qui orientent le comportement des élèves et ceci de manière significative.
Qu'il se nomme, « débat scientifique en cours de mathématiques » (Legrand, M. 1993), « théorie socio-constructiviste » (Doise ,W. et Mugny, G.1981) ou « enseignement problématisé des mathématiques » (Groupe « Problématiques Lycée », 2003), le concept d'apprentissage des mathématiques par le biais de problèmes dépend de façon cruciale de l'enseignant.
La nature même d'une séance de recherche tient à quelques subtilités et le droit à l'erreur n'existe pas pour l'enseignant en charge de gérer la situation. C'est en cela que la conduite d'une séance de recherche en classe est un exercice périlleux !

L'un des buts principaux des « problèmes pour chercher » est de faire évoluer la représentation des mathématiques qu'ont nos élèves ; « *ces situations peuvent enrichir leurs représentations des mathématiques, développer leur désir de chercher, leurs capacités de résolution et la confiance qu'ils peuvent avoir dans leurs propres moyens* » *(programmes 2002 de l'école primaire*).

Il est clair qu'une situation qui se passe bien, où tous les élèves arrivent au résultat souhaité, ne peut qu'être positive. Les élèves peuvent prendre conscience petit à petit de leurs capacités et commencer à croire en la puissance de leur raisonnement. La confiance en soi, l'écoute des autres, la mise en commun du travail pour progresser sont autant de valeurs qui peuvent être travaillées grâce à des situations de recherche bien menées.
Par contre, à trop vouloir que la séance se passe bien il y a risque de dénaturer la situation, et de la rendre une fois de plus dénuée de sens aux yeux des élèves (effet topaze) (Brousseau, G. 1986 ; Brun, J. 1996). D'autre part, si la conclusion d'une séance de recherche est trop éloignée de ce qu'ont effectivement fait les élèves, il y a fort à parier qu'on ne creuse un peu plus le fossé entre le « monde des élèves » et le « monde mathématique ». Développer les capacités de recherche des élèves passe par le fait de donner du sens à la recherche. Et donner du sens à une recherche, c'est montrer qu'elle aboutit à la résolution complète d'un problème. Les élèves doivent donc reconnaître leur travail dans les conclusions d'une séance de recherche.

Les séances, comme celle décrite dans ce document, peuvent servir de base à la réflexion pour analyser nos pratiques dans les classes.

La conduite d'une situation de recherche en classe est un exercice de haute voltige, qui réclame une préparation très lourde et une grande discipline. L'enseignant y apparaît comme un metteur en scène qui doit savoir en dire juste assez pour motiver les élèves sans en dire trop au risque de court-circuiter le problème.

Mais quelle satisfaction pour l'enseignant comme pour la classe lorsque la situation est bien menée… !

Références bibliographiques

BROUSSEAU, G. (1986). *Fondements et méthode de la didactique des mathématiques*. Recherche en didactique des mathématiques, 7/2, pp. 33-115.

BRUN, J. (1996). *Didactique des mathématiques*. Delachaux et Niestlé.

CRAHAY, M. (1989 a). *Ce que le maître dit influence-t-il le comportement des élèves ?* Education et recherche, n° 1, pp.1-37.

CRAHAY, M. (1989 b). *Comportement du maître et participation des élèves*. Banques modernes, n° 1, pp.22-86.

DOISE ,W. et MUGNY, G. (1981). *Le développement social de l'intelligence*. Paris, Interéditions.

Expérience de narration de recherche en mathématiques. (2002). ACL Les éditions du Kangourou. IREM de Paris 7. Paris.

Groupe « Problématiques Lycée ». (2003). *Pour un enseignement problématisé des mathématiques au Lycée*. APMEP, tome 1 et 2, brochures n° 150 et n° 154.

HACHE, C. et ROBERT, A. (1998). Un essai d'analyse de pratiques effectives en classe de seconde, ou comment un enseignant fait "fréquenter" les mathématiques à ses élèves pendant la classe. *Recherches en didactique des mathématiques, vol. 17/3, n° 51*, pp.103-150.

LEGRAND, M. (1993). Débat scientifique en cours de mathématiques et spécificité de l'analyse. *Repères* IREM, n°10, pp.123-158.

Les problèmes pour chercher. *Les nouveaux programmes de l'école primaire*. (2003).

ROBERT, A. et ROBINET J. (1992). Représentations des enseignants et des élèves. *Repères* IREM, n°7.

TOCHON, F.V. (1993). *L'enseignant expert*. Paris, Nathan.