ANALYSE D'UNE SITUATION D'ARGUMENTATION EN GEOMETRIE DES SOLIDES EN CLASSE DE CM1- CM2

Anne-Cécile Mathé[1]
Lirdhist[2], Université Claude Bernard- Lyon 1

Les situations de débat en classe sont un lieu privilégié d'expression de conceptions de l'élève sur l'objet d'étude qui lui est présenté et constituent un bon indicateur du rapport que celui-ci entretient avec les objets de savoir qui lui sont enseignés.

L'objet de notre étude est l'analyse du fonctionnement, tant opératoire que cognitif, de phases de débats sur le vocabulaire de géométrie apparues au sein d'une séance de géométrie des solides en classe de cycle 3 et l'identification de moments d'argumentation produits par les élèves. Ce travail ouvre par là sur quelques pistes de réflexion concernant la portée de ces moments en termes d'apprentissage et leur enjeu épistémologique.

Sur l'apprentissage de la géométrie, les travaux de R. Berthelot et M.H. Salin (1992) ont notamment mis en évidence la nécessité de permettre aux élèves de s'approprier les concepts géométriques tant à travers l'acquisition d'un vocabulaire qu'en lui donnant du sens à travers des situations didactiques bien choisies. En effet, le vocabulaire de la géométrie des solides convoqué à l'école élémentaire fait de mots d'usage courant un langage spécifique en leur assignant des sens particuliers. Un travail sur le sens du lexique utilisé et le caractère spécifique du vocabulaire de la géométrie paraît donc essentiel pour une compréhension partagée et opératoire des objets étudiés. Dans cette optique, cet article étudie un exemple de situations d'argumentation autour du lexique de géométrie plane et spatiale.

Quelques éléments théoriques à propos de l'argumentation

L'argumentation n'est pas chose simple à définir « *car il s'agit d'une démarche dans laquelle des aspects très différents se trouvent étroitement associés, surgissant dans toute situation d'interaction sociale où il faut persuader un interlocuteur ou réfuter une thèse* » (Duval -1990).

[1] Cet article est le reflet d'un mémoire de DEA, élaboré sous la direction et avec l'aide précieuse de **Claude Tisseron.**

[2] Laboratoire Interdisciplinaire de Recherche en Didactique et Histoire des Sciences et Techniques

Pour Plantin (1996), l’argumentation est une opération qui prend appui sur un énoncé assuré (accepté), l’argument, pour atteindre un énoncé moins assuré (moins acceptable), la conclusion. Argumenter, c’est donc adresser à un interlocuteur un argument, c’est-à-dire une bonne raison, pour lui faire admettre une conclusion et l’inciter à adopter les comportements adéquats.
Les éléments entrant dans le discours argumentatif peuvent être définis de manière plus ou moins stricte et les modalités d’explicitation et d’articulation des prémisses pourront être plus ou moins complexes. Toutefois, les travaux récents de Plantin (1996) proposent désormais une modélisation du discours argumentatif dont nous nous servirons et dont nous rappelons ici quelques grandes lignes.

Une modélisation du dialogue argumentatif

Plantin distingue quatre stades dans le fonctionnement du dialogue argumentatif.

Premier stade : un point de vue

L’argument apparaît toujours dans des situations de dialogue, amorcées par une réflexion quelconque. Le locuteur produit d’abord un discours minimal exprimant un point de vue, une affirmation, une thèse.
Notons qu’en classe de mathématiques, cette réflexion est nécessairement suscitée par l’enseignant, soit directement, par une question, soit plus indirectement, par la mise en place d’une situation dans laquelle les élèves sont confrontés à un objet problématique.

Deuxième stade : une opposition

Il se peut que la proposition soit tout simplement acceptée par l’interlocuteur. Cependant, le proposant s’expose à l’incompréhension ou à la contestation de son interlocuteur, qui peut l’exprimer de façon plus ou moins virulente, allant du doute au rejet, à travers un contre-discours.
L’argumentation suppose que l’on s’interroge sur la validité de la proposition. Il doit y avoir doute, mise en doute, divergence d’opinion et finalement opposition dans le discours. Il ne peut y avoir argumentation sans confrontation d’un discours et d’un contre-discours. Le développement d’une argumentation ne peut donc se faire que sous certaines conditions à la fois culturelles et individuelles et suppose, selon les mots de Plantin, une « *situation démocratique* ».
Du point de vue de la gestion en classe de telles situations, le terme « *démocratique* » désigne un type de contrat dans lequel la responsabilité de la validation sera dévolue aux élèves.

Troisième stade : un questionnement

Ainsi opposé à un contre-discours, la proposition est problématisée. Le thème du débat s’engage alors par le biais d’une question, explicite ou implicite, pour laquelle proposant et opposant soutiennent des réponses contradictoires.

Quatrième stade : les arguments

Le proposant peut justifier son point de vue en présentant un certain nombre de données confortant sa proposition. Ces données prennent souvent la forme de faits que le proposant cherche à faire reconnaître à son (ou ses) locuteur(s).
Il a alors pour mission d’expliciter et de légitimer le lien de causalité liant données et proposition. Le proposant crée alors un *lien de passage* qui fournit aux données un statut d’*argument* et à la proposition une valeur de *conclusion*.

Argumentation et démonstration mathématique

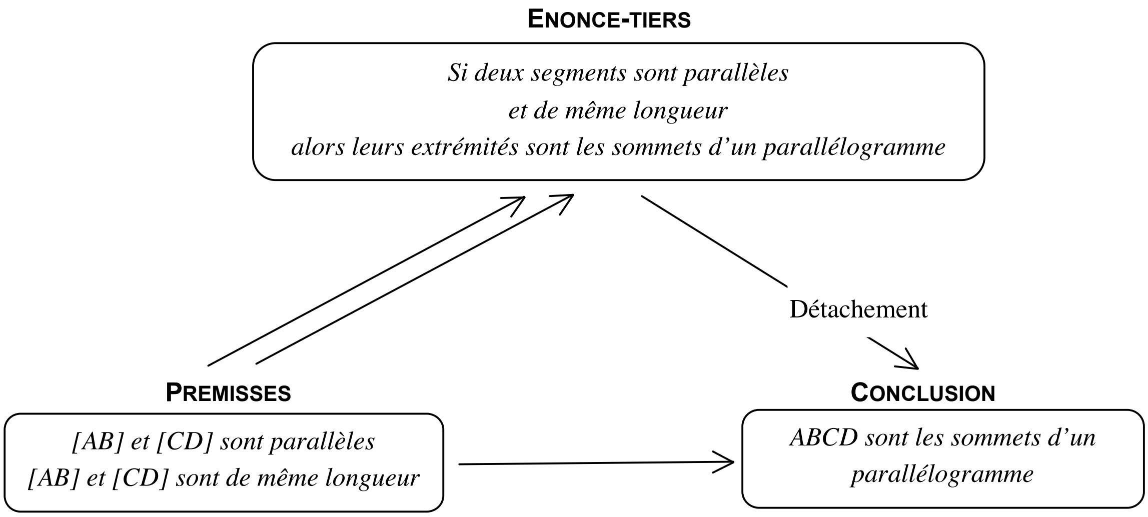
L'argumentation, en mettant en œuvre une démarche de raisonnement, semble parfois s'apparenter à la démonstration. Les formes discursives que prennent l'une et l'autre sont d'ailleurs souvent assez proches et leurs fonctionnements cognitifs ne paraissent pas, de prime abord, si éloignés. Comment alors distinguer pratiquement les deux démarches et évaluer le rapport qu'elles entretiennent ?

Duval (1992) propose d'évaluer la « *distance cognitive* » entre argumentation et démonstration en établissant un parallèle entre le fonctionnement cognitif de chacune des démarches. Son étude, dont nous nous proposons de rendre succinctement compte ici, est principalement axée sur l'analyse du mode de justification des affirmations, dans une argumentation et dans une démonstration.

Les raisonnements valides en langue naturelle sont majoritairement des raisonnements déductifs. Ce type de raisonnement est fondamental en géométrie, même dans les raisonnements par l'absurde. C'est pourquoi nous nous attachons ici à comprendre son schéma opératoire.

Le fonctionnement d'un pas de déduction est bien connu, il est défini par la règle fondamentale du *modus ponens* ou règle de détachement.

Duval le présente ainsi[3] :



- Chacune des flèches représente une vérification indépendante.
- Le nombre de prémisses doit être égal au nombre de conditions requises dans l'énoncé-tiers.
- Il doit y avoir recouvrement entre les propositions données par les prémisses et les conditions de l'énoncé-tiers.
- La flèche liant l'énoncé-tiers à la conclusion montre que la conclusion résulte de la partieconséquence de l'énoncé-tiers.
- La flèche reliant les prémisses et la conclusion n'est qu'un raccourci dont on se contente souvent dans le discours. On concède parfois à l'interlocuteur le rappel du nom de l'énoncé-tiers.

Comme en témoigne ce schéma, un pas de déduction s'organise en fonction du statut opératoire des propositions qu'il comporte nécessairement : prémisses et énoncé-tiers.

Contrairement au pas de raisonnement dans une argumentation, ce statut ne dépend pas du

[3] *Schéma de Duval* in « Petit x » n°31, p44 - Irem de Grenoble

contenu des affirmations mais du statut théorique qui leur est préalablement fixé : hypothèses, théorèmes, définition… Une prémisse ne peut être qu'une hypothèse donnée au départ ou une conclusion obtenue d'un pas antérieur. Un énoncé-tiers ne peut être qu'un élément d'un corpus prédéterminé de définitions et théorèmes. Dans un pas de déduction, la relation de justification est donc constituée par une opération de *détachement* effectuée sur des propositions considérées sous l'angle de leur statut et non celui de leur contenu.

Ainsi, la possibilité de distinguer argumentation et démonstration ne semble poser théoriquement aucun problème. Elle est toutefois moins aisée que ce que la théorie nous laisse entendre, surtout lorsqu'il s'agit d'un discours en langue naturelle.
Tout d'abord, la distance discursive entre les deux modes de fonctionnement cognitif est généralement faible. De plus, la variété des formes discursives pouvant être considérées comme des discours argumentatifs est si grande qu'il semble difficile de caractériser une forme argumentative type.
Pour notre part, nous identifierons les phases d'argumentation dans la séance observée par le biais de l'analyse à la fois de l'intention du discours et de son fonctionnement : c'est-à-dire le statut des éléments qui le composent (au minimum : prémisse, énoncé-tiers et conclusion) et la nature des inférences qu'il met en jeu.

Par ailleurs, dans la mesure où l'argumentation constitue le mode de raisonnement naturel, intrinsèquement lié au langage courant, le recours à des situations mobilisant spontanément l'argumentation, comme celles préconisées par les Instructions Officielles dans le cadre de l'apprentissage de la géométrie à l'école primaire, ne favoriserait-il pas la découverte du raisonnement mathématique ?

Le dispositif expérimental

Une équipe de recherche pluridisciplinaire est engagée sur l'analyse d'un dispositif complexe d'ateliers scientifiques montés par l'école de Saint Martin le Châtel (Ain) sur le thème « *Jeux et enjeux des langages dans la construction des savoirs à l'école* ». Dans la suite de cet article, il ne sera plus question que de cette école et nous la désignerons par « l'école ».

Les enseignants ont élaboré un nouveau projet d'école : *« En communiquant, expérimentant, qu'est-ce que j'apprends ? »*. Celui-ci marque leur volonté de produire des discours de types différents dans des situations d'apprentissage variées, avec de véritables enjeux de communication autour d'objets d'apprentissage identifiés. Ce dispositif concerne les sciences à travers des « ateliers scientifiques ».
Lors de sa conception, l'objectif déclaré de ce dispositif était de mettre les élèves en situation de recherche en les confrontant à un ou plusieurs problèmes devant lesquels les élèves seraient amenés à émettre des hypothèses devant être débattues, critiquées, modifiées. Plus encore, ces « ateliers » sont construits par les enseignants et reconnus par les élèves comme des moments de communication et de production privilégiés. Dans une seconde phase des ateliers, les élèves élaborent librement en groupes des exposés qu'ils vont ensuite présenter aux élèves des autres classes de l'établissement. L'originalité de ce dispositif ne réside pas, bien sûr, dans le caractère « expérimental » des situations d'apprentissage qu'il met en place, mais plutôt dans les lieux d'échange qu'il constitue. Il induit en effet un rapport nouveau des élèves aux objets d'apprentissage choisis. Ces moments donnent souvent lieu à des débats au sein de la classe.

Nous nous limiterons ici à l'analyse des ateliers de géométrie de la classe de CM1-CM2, et plus précisément à l'étude du fonctionnement de la seconde séance. Cette étude constitue, nous le rappelons, une première entrée dans ce travail d'analyse de l'important corpus constitué au fil des observations en classe. Nous cherchons avant tout à identifier et caractériser les phases d'argumentation afin d'en saisir le fonctionnement opératoire et cognitif.

Le corpus obtenu, base de notre analyse, est composé des enregistrements audio et vidéo de la séance, des traces écrites des élèves, des fiches de préparation de l'enseignant et de ses notes concernant le déroulement effectif de la séance.

La séance choisie correspond à la seconde séance du dispositif d'« ateliers scientifiques » mené en géométrie des solides en classe de CM1-CM2. Lors de la première séance, les élèves avaient ébauché un travail de classification de solides matérialisés par des boîtes d'emballages (cylindres, prismes…). Au cours des discussions générées par ce travail de tri, trois critères de classement avaient émergé : la « *forme* » des solides (« *formes carrées* » et « *formes arrondies* »), leur taille, le nombre et la nature de leurs faces.

Cette première séance a permis l'émergence d'un vocabulaire propre à la géométrie des solides : « *arête* », « *côté* », « *face* », « *polygone* ». Elle souligne toutefois une certaine imprécision du vocabulaire employé par les élèves pour décrire les solides qui leur étaient présentés. L'utilisation récurrente du mot « *forme* » par exemple, qui n'appartient pas au vocabulaire spécifique de la géométrie et qui, pour les élèves comme pour l'enseignant, désigne aussi bien des figures planes que des solides, témoigne de la difficulté des élèves à nommer de façon précise et sans équivoque les objets géométriques qu'ils étudient. Elle met aussi en évidence les différences de référents utilisés par les élèves. L'enseignant a relevé des « *divergences de points de vue sur les notions d'arête et de sommet* ». Ce travail de classement de solides souligne ainsi la difficulté rencontrée par les élèves à donner du sens au vocabulaire de la géométrie.

Cette première séance laisse par ailleurs entrevoir des difficultés quant à la différenciation des objets de géométrie plane de ceux de la géométrie des solides. La première rencontre des élèves avec les solides ne se fait usuellement que par le biais de leur représentation en perspective cavalière, sur fiche, alors même que la différentiation du vocabulaire de géométrie plane et de celui propre aux solides est l'un des enjeux de l'apprentissage de la géométrie à l'école élémentaire. L'emploi du mot forme pour désigner tant les solides que la nature de ses faces ne pourra sans doute qu'amplifier cette assimilation.

Questions de départ, axes de travail

Notre travail s'articule autour de trois axes : la dynamique de la séance observée, le cheminement des conceptions des élèves puis l'analyse du fonctionnement des moments argumentatifs observés.

La dynamique de la séance observée

En premier lieu, nous nous proposons de rendre compte du déroulement effectif de la seconde séance de l'« atelier », objet de notre analyse. Notre but est de déterminer à la fois les objets de connaissance ou de savoir qui apparaissent au cours des débats, les acteurs qui en sont à l'origine, ce qui est repris comme objet de débat, ce qui reste en suspens.

Le cheminement des conceptions des élèves

Par une analyse précise du lexique employé par les élèves, du contexte dans lequel il est utilisé, des autres mots et donc des notions auxquelles il fait référence, nous nous efforcerons, dans un second temps, de déterminer une trame du cheminement des conceptions des élèves. Cette étude a d'abord pour but de saisir l'activité cognitive effective des élèves permise par la situation ; elle nous permettra sans doute aussi de repérer des phases discursives apparaissant décisives à l'expression puis à la confrontation et la remise en cause des conceptions des élèves.

L'analyse du fonctionnement des moments argumentatifs observés

L'objet de cette dernière analyse est de déterminer précisément le caractère argumentatif des échanges observés et d'en saisir le fonctionnement opératoire. Pour ce faire, nous réinvestirons les modèles théoriques de phases argumentatives proposés par Plantin et Duval.

Dynamique de la séance observée

Ce paragraphe rend compte de l'évolution globale de la deuxième séance de l'"atelier", objet de notre analyse. Soucieux de déterminer la dynamique globale de la séance, nous avons choisi de reprendre dans un premier temps son déroulement effectif en nous attachant à déterminer quels étaient les concepts géométriques, les référents, les différents registres introduits au cours des discussions.
Le but de cette partie est d'expliciter le déroulement de la séance. L'objet de notre travail étant l'analyse des phases argumentatives permises par la situation, nous n'aborderons pas l'analyse critique de la construction de la séance telle qu'elle a été faite par le professeur.

Phase de rappels - Définition du polygone

L'enseignant commence la séance par une phase de rappel du travail de la séance précédente. Les élèves utilisent les mots « forme », « classement », livrant ainsi un premier cadre de réflexion. Toutefois, l'enseignant guide et oriente rapidement la discussion.

L'enjeu, à peine masqué, de ces rappels est pour lui de récapituler les critères de classement évoqués lors de la première séance de l'atelier et de faire émerger le mot de polygone[4], sur lequel il souhaite axer un classement plus précis des solides.
L'emploi du mot « polygone » marque un premier tournant dans le déroulement de la séance. Soucieux de vérifier que les élèves saisissent clairement la signification de ce mot, qui sera utilisé dans la suite de la séance, l'enseignant engage immédiatement la discussion sur la définition du mot : « *Qui se rappelle de la définition de polygone ?* »
La discussion prend toujours l'allure de rappels. Néanmoins les objets auxquels elle se réfère sont différents de ceux visés par la discussion précédente car il s'agit désormais de se mettre d'accord sur le vocabulaire à employer et les objets qu'il désigne.

La définition du polygone s'élabore dans un premier temps par tâtonnements : « *Déjà, c'est une forme qui a des côtés plats.* » Le vocabulaire géométrique émerge peu à peu dans les interventions des élèves : « *côtés* », « *sommets* », « *arêtes* », en faisant l'objet de définitions approximatives comme « *Un côté, c'est ce qui ne peut pas rouler* ».
Puis une élève se résout à regarder la définition figurant dans son cahier de mathématiques et la lit à la classe. La tâche incombant aux élèves est alors modifiée : il ne s'agit plus d'établir une définition mais de saisir le sens de celle dont ils disposent. Après réflexion, ils se mettent d'accord sur une reformulation de définition : un polygone est une « forme à plusieurs côtés ».

[4] **Note de l'éditeur** : on peut faire l'hypothèse que cette volonté de l'enseignant de faire émerger dans ces circonstances le mot polygone participe à l'ambiguïté.

Représentation d'un polygone au tableau - Discussion autour des « côtés », « faces », « arêtes »

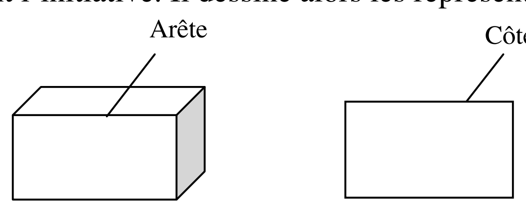
Soucieux de lever toute ambiguïté concernant cette notion de polygone, l'enseignant décide de changer de registre de représentation et envoie un élève – Luc - au tableau afin de *« dessiner un polygone »*. C'est autour du rectangle tracé au tableau que s'expriment alors les premières divergences de points de vue et se construisent les débats.
Luc ayant dessiné le « polygone » au tableau expose sa conception du côté : pour lui, côté et face ont même sens, *« c'est la largeur »*. Or, le polygone est défini comme étant une forme géométrique à plusieurs côtés. Un polygone est donc nécessairement un solide. Le rectangle n'est pas un polygone.
Un débat s'amorce, les élèves exposent ce qu'ils pensent avoir compris et se contredisent. La majorité de la classe se rallie au point de vue de Luc (position 1), excepté une élève, Marie, pour qui le côté a la même fonction que l'arête et qui refuse de confondre côté et face (position 2). Plus encore, certains élèves fournissent d'autres arguments corroborant la position 1. Julie, par exemple, fait référence à des souvenirs de la classe de CE2, évoquant des affiches représentant des *« photos de polygones en relief »*.
Son intervention ouvre le débat à une nouvelle approche de la question problématisée ici. Les élèves étendent leur vocabulaire en se rattachant à de nouveaux champs lexicaux. Des expressions de la vie courante telles que *« vu de face »*, *« vu de côté »* sont alors évoquées. Les élèves appréhendent maintenant le plan via l'espace, en percevant les figures planes comme des *« solides vus de face »* et dissocient à présent l'objet et sa représentation : *« Un solide, c'est un polygone. Mais un polygone, ça peut être dessiné, par exemple ça aussi c'est un polygone » (il désigne le rectangle dessiné au tableau)*. La représentation des solides au tableau ou sur les fiches n'apparaissent plus que comme des points de vue, des interprétations.

Réflexion sur la nature des sommets

Un élève demande à aller au tableau pour *« prouver quelque chose »*. Il dessine un rectangle et en efface les côtés un à un en expliquant que *« si on efface les arêtes, il reste les sommets »*. Une question se pose alors à l'ensemble de la classe : les sommets sont des points à part entière ou constituent-ils uniquement l'intersection d'arêtes (ou de côtés) ? Les élèves ne sont pas d'accord. L'un d'entre eux prend l'exemple du croisement entre deux routes pour tenter de montrer qu'il n'y a pas de sommet sans arêtes. La question n'est pas élucidée pour les élèves (l'exemple du cône, présentant un sommet qui ne constitue pas le point d'intersection d'arêtes, aurait pourtant pu être éclairant).

Débat autour d'un dessin : l'enseignant livre un nouveau support à la réflexion

L'enseignant se lève et se dirige au tableau. Il marque ainsi une rupture dans l'activité de la classe en reprenant l'initiative. Il dessine alors les représentations suivantes :



La première réaction des élèves est de dire à l'enseignant qu'il s'est trompé, sans doute volontairement. Néanmoins, cet enrichissement du milieu induit rapidement de nouvelles réflexions : les élèves commencent à revenir consciemment sur leurs points de vue et différencient le vocabulaire relatif aux figures planes et celui propre aux solides. Ils se mettent d'accord pour réserver le mot « arête » à la géométrie des solides. Néanmoins, pour beaucoup, le côté désigne toujours une face. Les élèves argumentent : certains d'entre eux mettent en lien le rectangle et le pavé : le solide est composé de figures planes.

Réflexion sur l'origine du mot arête

Une élève intervient : « *Moi je sais pourquoi on l'appelle arête.* »
Une nouvelle réflexion est donc engagée. Elle ne porte plus sur l'objet géométrique proprement dit mais sur l'origine de sa dénomination. Les élèves tentent en réalité de saisir la nature et les propriétés de l'objet en comprenant « *pourquoi on l'a appelé ainsi* ». Le parallèle établi entre l'arête géométrique et l'arête de poisson paraît d'abord anodin, fruit d'un simple jeu de mots. Cependant, certains élèves voient en cet homonyme une véritable source de sens : « *C'est parce que par exemple une arête de poisson c'est souvent dur et un peu droit.* »
L'enseignant s'efforce alors de différencier les champs lexicaux et évoque pour la première fois la nécessaire spécificité du langage : « *On n'est plus dans un terme géométrique.* »

Une première modification consciente de point de vue

Une élève déclare spontanément : « *Au début, j'avais pas compris. Mais il a raison Luc en fait.* » Pour la première fois depuis le début des débats, une élève change consciemment et explicitement d'opinion. Tous, jusque là, tentaient de convaincre la position « adverse » mais refusaient d'intégrer les arguments d'autrui dans leur propre argumentation.
Cette élève revient sur la nature du sommet et s'accorde à dire qu'un sommet n'existe que parce qu'il est point d'intersection de plusieurs arêtes.

Le solide, un assemblage de figures planes

Un élève découvre avec étonnement que la face du pavé dessiné par l'enseignant au tableau est similaire au rectangle qui figure à ses côtés. Il va au tableau et efface les faces du pavé pour ne laisser que le rectangle. Le maître acquiesce et l'élève retourne à sa place, perplexe.
Le solide n'est plus considéré ici comme un objet insécable mais on essaie d'en appréhender la structure. Les élèves mettent en lien les objets géométriques qu'ils tentent de saisir.

Différenciation du vocabulaire propre aux figures planes de celui des solides

Un élève, tentant de comprendre les légendes apposées par l'enseignant au tableau, différencie pour la première fois le vocabulaire propre aux figures planes de celui employé pour décrire les solides :

- Enseignant : « *Pourquoi je n'ai pas mis arête là ?* »
- Elève : « *Parce que c'est une figure plane.* »

Certains adeptes de la position 1 (« polygone = solide ») commencent à envisager la position selon laquelle le rectangle serait un polygone.

Passage discursif

Luc et Marie reviennent sur leurs positions respectives en les modifiant sensiblement au regard des réflexions qui ont alimenté les débats depuis le début de la séance. Luc consent à réserver le mot « arête » aux solides et nomme « droites » les côtés des figures planes. Pour lui, la face est désormais le côté des solides qui se présente devant nous. Marie refuse la thèse selon laquelle les objets changeraient de nom selon la façon dont on les regarde. L'enseignant résume les positions de chacun, sans les départager.

Un élève déclare « *avoir compris* » : il assimile le mur à une figure plane et nomme le bord du mur « *côté de la figure plane* ». Il existerait donc des côtés dans une figure plane. Les autres élèves commencent à douter de leur définition du côté.

Réflexion autour d'un cube en carton - Conclusion de l'enseignant

L'enseignant reprend en main la discussion et saisit un cube en carton. Avec les élèves, il récapitule les positions de chacun. Il différencie langage courant et vocabulaire spécifique de la géométrie.
Quelques élèves semblent avoir changé d'avis et déclarent avoir compris ce qu'était un polygone « *grâce à la discussion* ». Il apparaît que le solide est composé de plusieurs figures planes. Les figures planes sont délimitées par des côtés ; ces segments changent de nom lorsqu'on assemble les figures planes pour former un solide : ils deviennent des arêtes.

L'enseignant clôt la séance en dressant un bilan des points sur lesquels les élèves semblent s'être mis d'accord. Il insiste sur la nécessité de différencier le langage courant du vocabulaire spécifique de la géométrie : le même mot peut révéler des sens différents selon le contexte dans lequel il est employé. Il évoque aussi la nécessité de « *toujours prouver ce que l'on dit, en mathématiques.* » [5]

On le constate à travers cette analyse, la nature et le contenu des activités menées lors de cette séance ont été largement influencés par les réflexions et les interventions des élèves et du maître. S'il paraît n'intervenir qu'épisodiquement, l'enseignant assure tout de même ici deux fonctions majeures : il pose des contraintes de justification et il enrichit le milieu dans lequel interagissent les élèves en proposant plusieurs registres de représentation des objets géométriques étudiés. Or, l'appréhension des objets et de leur sens, outre leur dénomination, est ici inhérente à cette pluralité de registres : les élèves semblaient s'être mis d'accord sur une première définition du polygone, forme composée de côtés ; ce n'est que par le dessin (et la maquette du cube) que les élèves, et l'enseignant, ont pu percevoir leurs divergences de conception. Notons que l'ampleur de cette divergence n'avait pas été anticipée par l'enseignant et que sa gestion a pris plus de temps que prévu. Elle aurait pourtant pu être envisagée à l'issue de la séance 1.
En donnant aux élèves la possibilité de s'exprimer librement et de commettre des erreurs, la situation leur permet d'éprouver leurs conceptions en les confrontant à d'autres points de vue et d'expérimenter leurs intuitions.

La question du sens du vocabulaire de la géométrie des solides est ici problématisée par le biais de la confrontation des différents points de vue des élèves, essentiellement dues à la polysémie des mots en jeu en géométrie des solides. Les situations de débats en classe apparaissent donc pertinentes, non plus seulement à partir de problèmes mais aussi autour de définitions ; la nécessité de « *fixer ce que l'on a appris* » à travers des phases d'institutionnalisation classiques restant incontournable.

Cheminement des conceptions des élèves : une entrée lexicale

Le paragraphe précédent nous a permis de dégager la dynamique de la situation étudiée, par le biais de l'analyse des interactions, à la fois entre élèves et enseignant mais aussi entre les élèves eux–mêmes. Nous nous proposons désormais de mettre en évidence le cheminement des conceptions des élèves. L'objet de ce paragraphe est de saisir les modifications, voire les apprentissages, permis par la situation, par le biais d'une étude du

---

[5] Un paragraphe sur la preuve sera développé plus loin.

discours des élèves. Au regard de notre sujet d'étude - le fonctionnement et la portée de phases d'argumentation - nous nous sommes attachés à décrire, de façon la plus exhaustive possible, les mots employés par les élèves, le contexte dans lequel ils étaient utilisés, le lexique ou les notions auxquelles ils étaient rattachés.

Nous recenserons ici les occurrences de quatre mots apparaissant centraux dans les phases argumentatives observées : « forme », « polygone », « côté », « arête ».
Le but de cette partie est de suivre le cheminement des conceptions des élèves, en s'attachant à ces quatre « mots clés », enjeux de l'acquisition du vocabulaire géométrique.
Notons que, dans ce paragraphe, nous ne différencierons pas les élèves, c'est pourquoi nous ne les désignerons plus par leur nom mais par « élève ».

« Forme »

Le mot « forme » avait déjà été employé lors de la première séance de l'atelier par l'enseignant comme par les élèves. Il désignait alors l'aspect général aussi bien d'un solide que de ses faces. Le mot avait d'abord été utilisé pour décrire la nature des faces des solides, premier critère de classement, par des expressions telles que *« formes arrondies / non arrondies », « formes carrées », « formes polygonales »*. Il se situait aussi au centre du questionnement sur le lien à établir entre la taille d'un solide et sa *« forme »*. Pour les élèves, au terme de la première séance, ce mot semble donc appartenir à la fois au vocabulaire de la géométrie plane et à celui de la géométrie des solides. Nous verrons dans la suite de l'analyse que tous les mots n'ont pas ce statut, ce qui provoque chez les élèves quelques malentendus.

Lors de la seconde séance, le mot « forme » s'impose d'emblée comme un critère de classement des solides : *« On avait travaillé sur les solides, sur leur forme. Il fallait les classer »*. Là encore, la forme désigne à la fois l'aspect général d'un solide et celui de ses faces, qui lui est étroitement lié. Néanmoins, le terme s'avère rapidement associé à un vocabulaire propre à la géométrie plane : *« forme carrée », « figure »*. Implicitement, la forme devient un objet plan permettant de décrire les objets de l'espace.
Malgré tout, certains élèves continuent à utiliser le mot « forme » pour désigner l'allure d'un solide ou le solide lui-même. Même l'enseignant, en utilisant l'expression "forme plane" semble laisser entendre qu'il existerait des formes « non planes », conformément à l'usage culturel du mot.
Le terme se révélant ainsi être un mot polysémique provoque son abandon dans les discussions observées. Il ne paraît en effet pas être assez précis pour un travail de classement, même s'il subsiste pour certaines descriptions.

Notons que « forme » est le seul terme qui n'appartient pas au lexique officiel de la géométrie de l'école et du collège. Face à la tâche de tri de solides, les élèves utilisent dans un premier temps les outils qu'ils ont facilement à leur disposition : les critères élémentaires de ressemblance de la vie quotidienne, à travers un vocabulaire d'abord simple, non spécifique.
Les élèves orientent toutefois leur description au regard du cadre de travail qui leur est proposé : ils sont en classe de géométrie, ils s'attachent donc à des caractères qu'ils jugent « géométriques » : il ne sera question ni de la couleur des solides, ni de leur fonction…Ces conventions sociales et culturelles sont implicites, mais indéniablement présentes ici à travers le contrat *« nous sommes en mathématiques »* induit par la situation et évoqué à plusieurs reprises par les élèves.

La forme apparaît donc comme un premier critère de classement, assez vague, qui s'appliquerait tant à des solides qu'à des figures planes, dont la fonction se résumerait à qualifier l'allure générale des objets géométriques étudiés. Ainsi, la définition et le champ d'utilisation du mot ne sont pas clairement établis. L'ambiguïté demeure donc, notamment à travers l'expression *« forme polygonale »,* au centre des débats au début des échanges.

″Polygone″

D'abord critère de classement à travers la dualité *« formes polygonales »* / *« formes non polygonales »* suggérée par la fiche distribuée, le polygone revêt rapidement le statut d'objet géométrique. Il est introduit dès le début de la séance par l'enseignant qui le présente comme *« un nom qui était…en forme plane »*. Le cadre de définition du polygone semble donc fixé : c'est un élément de géométrie plane.
Néanmoins, les élèves, victimes de la polysémie des mots qu'ils emploient, se placent immédiatement entre plan et espace.
En témoigne le passage suivant :

- Enseignant : « *Qui est-ce qui se rappelle de la définition de polygone ?*
- Elève : « *Déjà, c'est une forme qui a des côtés plats.* »
- Enseignant : « *C'est quoi un côté ?* »
- Elève : « *Ben, c'est ce qui ne peut pas rouler*. »
- Elève : « *Monsieur, c'est un objet où il y a des sommets*. »

Bien que l'enseignant mette implicitement en opposition arêtes, sommets (éléments de l'espace) et polygones, certains élèves basculent ainsi d'emblée dans l'espace. Se rattachant à l'étymologie du mot, ces élèves associent le polygone au terme « côté » qui navigue lui-même entre deux et trois dimensions. Nous le verrons dans la suite de l'analyse, pour la majorité des élèves, un côté est avant tout une face, mot auquel il est souvent assimilé dans le langage courant. L'interprétation des élèves de l'expression *« formes polygonales »* corrobore dans un premier temps cette conception :

- Elève : « *Poly, c'est plusieurs, monsieur ?* »
- Elève : « *Formes polygonales, c'est…où il y a plusieurs formes*. »

Le mot « forme » désigne ici les figures planes. Une forme polygonale s'avèrerait alors être un objet géométrique composé de plusieurs « formes », c'est-à-dire de plusieurs faces, ce ne pourrait être qu'un solide.
Le polygone devient ainsi *« un solide qui a des sommets »,* par opposition aux « formes arrondies » qui constituaient la seconde classe de solides dans le tri de la première séance. Notons que le mot « forme » désignait alors les solides eux-mêmes.

Une élève décide alors de regarder la définition du polygone écrite au début de l'année dans son cahier. L'enseignant lui demande de la lire à l'ensemble de la classe.

- Elève : « C'est une figure géométrique délimitée par une ligne polygonale (brisée, fermée). »

Aux yeux des élèves, le polygone redevient une figure plane délimitée par une ligne brisée dont ils saisissent le sens en faisant appel à des images de l'espace sensible : *« un circuit électrique »* , *« des montagnes qu'on voit à l'horizon »*.
Au terme de cette première phase argumentative, les élèves semblent s'être mis d'accord sur un point : un polygone est une figure plane à plusieurs côtés.

Le changement de registre de représentation, du langage naturel au dessin, met clairement en évidence les ambiguïtés engendrées par le langage naturel et la complémentarité des

modes de représentation. On passe en effet du mot à une représentation graphique de la chose, les malentendus sur les objets désignés apparaissent ainsi de façon flagrante.
L'enseignant s'aperçoit ainsi que certains élèves n'ont pas encore saisi le sens du mot côté en géométrie et l'associent toujours au sens qu'il revêt dans le langage courant, assimilable à celui du mot face. Le polygone est donc pour eux un objet en relief :

- Elève : « *Tous les objets en 3D sont des polygones.* »

De plus, les souvenirs que les élèves conservent de l'étude des polygones en classe de CE2 corroborent cette conception. Sans doute confondent-ils avec la notion de polyèdre ; mais l'enseignant n'intervient pas.
Nous comprenons ici que la difficulté des élèves à saisir l'objet « polygone » est directement lié à la polysémie du mot « côté ». Pour appréhender le premier, il leur faut désormais parvenir à définir le second.

« Côté »

Dans un premier temps, le côté semble être un élément du plan pour la majorité des élèves. Le mot est d'abord employé pour décrire les figures planes ; Luc parle des « *côtés d'une forme carrée* ». Néanmoins, le mot « côté » est rapidement associé à celui de "forme", générant ainsi une ambiguïté certaine quant au statut de l'objet désigné :

- Elève : « *C'est une forme qui a des côtés plats* »

S'agit-il d'un objet du plan ou de l'espace ?
Les élèves sont tout de même d'accord sur un point : le côté est *quelque chose de droit*. Il est constamment opposé aux notions de cercles, de courbes.

- Elève : « *Le côté c'est dans des droites et les lignes courbes c'est un petit peu le contraire.* »

Lors de la seconde phase de la séance, un élève a pour mission d'aller dessiner le polygone de son choix au tableau, le « côté » bascule alors de façon flagrante dans le vocabulaire de la géométrie des solides. Le mot ne désigne plus les segments de droite délimitant une figure plane mais uniquement les faces d'un solide. Il s'oppose alors clairement au mot ″arête″ :

- Elève : « *Mais, Monsieur, arête et côté c'est pas du tout pareil !* »
- Elève : « *Un côté c'est entre deux arêtes* »

Les élèves concluent donc qu'il n'y a pas de côté dans un rectangle. Donc un rectangle n'est pas un polygone (poly : plusieurs- gones : côtés). Seule une élève s'oppose au point de vue général en soutenant que les objets désignés sont des faces et non des côtés, et que le côté « *a la même fonction que les arêtes* »
Puis, certains élèves font référence à leurs souvenirs de CE2 concernant l'étude des polygones. Ils évoquent des photos et des dessins de polygones « *en relief* ». Le mot « côté » change alors de champ lexical. Les expressions « vue de face », « vue de côté » confortent les élèves dans leur conception du côté-face et font de la face un côté particulier : « *c'est le côté qui se présente devant nous lorsque l'on regarde le solide* ».

Comme nous l'avons vu plus haut, afin de relancer le débat, l'enseignant dessine au tableau et soumet aux observations des élèves les représentations ci-dessous.

C'est au cours des discussions que suscitent cette figure qu'émergent pour la première fois une distinction entre le vocabulaire relatif aux figures planes et celui propre aux solides :

- Enseignant : « *Pourquoi je n'ai pas mis "arête" là ?* »
- Elève. : « *Parce que c'est une figure plane.* »

Les élèves commencent alors à revenir sur leur position. Néanmoins, certains d'entre eux ne se résolvent pas à conférer au mot "côté" un autre sens que celui de face :

- Elève : « *Alors moi tout à l'heure je m'étais trompé aussi. C'est que ici là sur la figure plane, il n'y a pas d'arête, c'est des droites.* »

Ils reviennent alors à la définition du « côté » qu'ils avaient déjà évoquée lorsqu'il était question des photos vues en CE2 :

- Elève : « *Je pense que la face c'est toujours le côté qu'il y a devant nous* »

Or tous les élèves ne sont pas de cet avis. Ils parviennent désormais à formuler leurs définitions et les différences de points de vue émergent de façon flagrante.

- Elève. : « *Je pense que dans le solide, on appelle les arêtes les bords et sur la figure plane, on appelle ça les côtés.* »

Les élèves s'opposent et se contredisent, sans parvenir à se départager. L'un d'entre eux prend alors pour exemple le mur de la classe. Se rattachant aux expressions de la vie courante, il considère le mur comme une figure plane et explique que le bord du mur ne peut être que le *« côté »* du mur. Il existerait donc des côtés dans une figure plane…

L'enseignant choisit alors de récapituler les positions de chacun à l'aide d'un cube en carton dont une face est évidée.
Deux conceptions s'opposent :

- Selon la première, le côté est une face, la face étant le côté se présentant de front lorsque l'on regarde le solide. Pour certains, on appelle « *arête* » les segments délimitant une figure plane ; d'autres différencient le vocabulaire relatif aux figures planes et celui propre aux solides et nomment ces segments *"droites"*. Ces élèves s'appuient sur les expressions de la vie courante : « *vue de face* », « *vue de côté*, *être de face* ».
- Pour la seconde, il n'y a pas de côté dans les solides. Les « côtés » désignent uniquement ces segments délimitant les figures planes. Ces élèves critiquent vivement l'hypothèse selon laquelle le même objet changerait de nom selon l'orientation du solide, ou celle de l'observateur. Ils différencient de façon claire le vocabulaire de géométrie plane et celui de la géométrie des solides. Néanmoins, le sens habituellement donné au mot « côté » ne semble pas leur donner raison.

« Arête »

Nous l'avons vu à travers l'étude du sens conféré au mot *côté*, l'*arête* constitue pour les élèves les segments délimitant un solide. Malgré les précisions de l'enseignant en début de

séance, le mot désigne aussi pour certains d'entre eux les bords d'une figure plane : ne différenciant pas de façon précise le vocabulaire de la géométrie plane et celui de la géométrie des solides, il s'agit pour eux du même objet, placé dans des contextes différents.
L'« arête » désigne donc un segment, un fragment de ligne droite. Les élèves, soucieux de rattacher ce vocabulaire qu'ils ne se sont pas encore approprié à ce qu'ils savent déjà, s'adonnent à quelques métaphores et jouent sur les nombreux homonymes du mot. Plus que de simples jeux de mots, les élèves semblent trouver en ces correspondances de réelles justifications au sens donné au mot « arête » :

- Elève : « *Je pense que dans le solide, on appelle les arêtes les bords et sur la figure plane, on appelle ça les côtés.* »
- Elève : « *Je sais pourquoi on l'appelle l'arête.* »
- Elève : « C'est parce que par exemple les arêtes du poisson c'est souvent dur et un peu droit »

Comme pour le mot « côté », cet exemple reflète clairement la prégnance des élèves à rattacher au vocabulaire du langage courant le vocabulaire spécifique qu'ils découvrent ou s'approprient ici. Peut-être serait-il opportun de consacrer une étude ultérieure à la place donnée par les élèves à ces métaphores qui paraissent parfois jouer un rôle important dans le processus d'appropriation du vocabulaire de la géométrie.

Analyse fonctionnelle des phases argumentatives discursives produites par les élèves

Après avoir appréhendé la séance dans sa globalité, nous attachant à en comprendre la dynamique générale, nous étudions maintenant le caractère argumentatif des phases discursives élaborées par les élèves au cours de la séance observée.
Nous inspirant des schémas caractérisant l'argumentation proposée par Plantin et Duval, nous souhaitons déterminer précisément le caractère argumentatif des échanges observés et en saisir le fonctionnement. Nous analysons ainsi les passages choisis selon deux axes : d'abord en mettant en évidence les étapes du discours argumentatif modélisé par Plantin ; ensuite en montrant le fonctionnement des pas de raisonnement constituant ses phases.

Les phases discursives faisant l'objet de notre analyse ont été choisies pour leur pertinence au regard de notre sujet d'étude. Dans un souci de clarté, nous ferons figurer les passages concernés au sein de notre rédaction.

Premier exemple

Luc, invité par l'enseignant à tracer un polygone au tableau, vient d'y dessiner un rectangle. Les discussions s'engagent alors pour déterminer le caractère polygonal du rectangle, mais Luc intervient, signalant à l'enseignant qu'il n'avait pas terminé : il voulait dessiner un pavé. L'enseignant lui demande d'exposer son point de vue en lui reformulant clairement la question qui préoccupe alors la classe : *« Est-ce que tu as dessiné un polygone, c'est-à-dire avec la définition que Julie a donnée tout à l'heure ? »*

- Luc : « *Ah ben non, parce que là il n'y a pas de côtés* ». **(Un point de vue)**
- Enseignant : « *Il n'y a pas de côtés là ?* »
- Luc : (il prend une boîte cubique et revient au tableau) « *Par exemple, les côtés c'est ça par exemple* (il montre les faces du cube). **(justification)**
- Enseignant : « *Attends. Tu peux expliquer ce que tu entends par côté ?* »
- D. : « *Oui, mais il n'y a pas d'arêtes ?* » **(contre-argument 1)**

- Luc : « *Mais si, ça c'est les arêtes* (il montre les côtés du rectangle) ». **(réponse au contre-argument 1)**
- Marie: « *Mais là c'est des faces, c'est pas des côtés.* » **(contre-argument 2)**
- Luc : « *Mais si, les côtés, c'est bien ça* (il montre les faces) *et dans la figure* (au tableau) *il y a pas de côté.* » **(réponse au contre-argument 2)**
- D. : « *Non, il n'y a qu'une face.* » ***(réponse au contre-argument 2)***
- Julie. : « *Les côtés c'est la largeur.* » ***(autre réponse au contre-argument 2)***
- E. : « *En 3D, c'est des polygones mais là c'est une figure plane.* » ***(conclusion)***

Conformément aux modélisations de Duval et Plantin, nous pouvons schématiser le discours de Luc par les pas de raisonnement suivants :

Prémisse 1
Le rectangle est une figure plane

Loi de passage (ou énoncé-tiers)
Un côté, c'est une face

Conclusion 1-Prémisse 2
Il n'y a pas de côtés dans un rectangle

Loi de passage (ou énoncé-tiers)
Un polygone est une forme géométrique à plusieurs côtés

Conclusion 2
Un rectangle n'est pas un polygone

La conclusion du premier pas de raisonnement tient lieu de prémisse au second.

La mise en relation des prémisses et des énoncés-tiers requiert la mobilisation de tout un réseau sémantique permettant d'exploiter les propriétés des objets concernés.
Les énoncés-tiers n'ont pas ici de statut théorique mais une valeur de certitude, d'évidence liée au contexte et au contenu de ce qu'ils affirment. On voit ici que leur valeur épistémique varie d'un individu à un autre, voire chez un même individu en fonction non seulement de l'état de connaissance du sujet mais aussi du contexte de la discussion, nous le verrons à travers les exemples suivants.

Deuxième exemple

- D. (il désigne le mur de la classe devant lui). « *Tout ce mur là c'est comme une figure plane et là-bas* (il désigne le coin du mur) *c'est bien un côté.* » **(prémisse, énoncé-tiers)**
- Enseignant : « *Si on prend le mur, effectivement, tu as une figure plane. Là, on est d'accord.* » **(validation de la prémisse)**
- Ensemble : « *Oui* »
- Enseignant : « *Le concept de figure plane est établie* ».
- D. (il se lève.) « *Là, c'est un côté.* » **(énoncé-tiers)**
- On entend : « *C'est une arête* ! » **(contestation de la validité de l'énoncé-tiers)**
- D. : « *Vous, vous dites que y'a que ça, et ben là, c'est le côté droit de la figure plane.* »
- Luc : « *Ça veut dire que ça* (le rectangle dessiné au tableau*) c'est un polygone, ça ?* »

Comme précédemment, la valeur épistémique de l'énoncé-tiers est inhérente à son contenu, lequel n'a aucun statut théorique. Sa validité est donc discutable, et discutée. Elle

dépend du contexte de la discussion et de l’état de connaissance de celui qui argumente comme de ceux à qui il s’adresse.
La conclusion est ici implicite mais, au regard du contexte du discours, l’objet de l’argumentation ne fait aucun doute. Plus encore, cette conclusion constitue implicitement la prémisse d’un second pas de raisonnement visant à inclure le rectangle dans la famille des polygones. En témoigne l’intervention de Luc.

Le pas de raisonnement de cette argumentation pourrait être modélisé de la façon suivante :

Prémisses
Le mur est une figure plane

Conclusion
Une figure plane présente des côtés.

Enoncé-tiers
On appelle côté le bord du mur

Les échanges discursifs observés ici relèvent indubitablement de raisonnements, dans la mesure où les protagonistes s’attachent en premier lieu à évaluer la valeur épistémique des propositions qu’ils avancent.
Néanmoins, les remarques de l’enseignant concluant la séance ont donné lieu à une réflexion sur le statut à donner à de tels moments dans le cadre plus large de l’apprentissage du raisonnement mathématique.

L’enseignant conclut en effet la séance de la façon suivante :
« Tout ça, c’est pour vous montrer que, des fois, on a des croyances….En mathématiques, il faut toujours prouver ce qu’on dit »

Comme nous l’avons vu avec le modèle de Duval, il est vrai que la démonstration, ou plus généralement le raisonnement mathématique, et l’argumentation, au sens de Plantin, adoptent souvent des formes discursives assez proches. En témoignent les phases argumentatives que nous présentons dans cette dernière partie.

De plus, ces démarches sont toutes deux motivées par le même souci de justifier, de prouver au sens large du terme. Ainsi, l’exercice de l’argumentation en classe de mathématiques favorise sans aucun doute la propension des élèves non seulement à exprimer leurs propres conceptions, mais aussi et surtout à justifier de façon systématique les thèses qu’ils avancent.
Plus encore, la séance étudiée ici met en évidence la pertinence de la mise en place de telles situations non plus autour des problèmes classiques qui constituent pour les élèves des défis intellectuels mais aussi autour des définitions même du vocabulaire en jeu dans l’apprentissage de la géométrie à l’école primaire.

Néanmoins, on ne saurait confondre preuve mathématique et argumentation.
Si le fonctionnement opératoire des phases discursives observées peut laisser penser que les élèves de CM s’initient ici à des premières formes de raisonnement mathématique, l’analyse de leur fonctionnement cognitif, éclairée par le cadre théorique que nous livre Duval, nous incite rapidement à faire marche arrière.
L’enchaînement des étapes argumentatives, que nous avons ici mises en relief en citant les phases concernées, s’appuie en effet constamment sur la valeur épistémique des propositions liée à la compréhension spontanée de leur contenu sémantique. L’enjeu des

débats est ici de saisir, de définir les objets élémentaires de la géométrie des solides tout en s'appropriant le vocabulaire qu'il met en œuvre. Les élèves ne disposent ainsi d'aucun corpus dont la valeur de vérité ait été préétablie et soit admise par tous. Or, le fonctionnement même de la démonstration repose sur la valeur épistémique issue du statut théorique préalablement fixé des propositions qu'elle met en scène. Le passage de l'argumentation à la démonstration exige ainsi une évolution du statut des propositions des élèves et donc une modification profonde des mécanismes cognitifs qu'ils mettent en œuvre.

Par ailleurs, du point de vue des mathématiques proprement dites, cette étude montre clairement que les argumentations mobilisées en classe de mathématiques peuvent remplir différents rôles : prouver un résultat attendu bien sûr, mais aussi délimiter des prémisses par l'explicitation d'énoncés de base, ou élaborer une conjecture. L'intervention de l'enseignant en fin de séance, expliquant qu'« *En mathématiques, il faut toujours prouver ce qu'on dit* », illustre la tendance de l'institution scolaire à ne reconnaître comme raisonnement mathématique que les démonstrations destinées à prouver un résultat. Mais ici, contrairement à ce qu'affirme l'enseignant, il ne s'agissait en aucun lieu de « prouver » mais de constituer un corpus de référence et d'appréhender le vocabulaire spécifique de la géométrie des solides. Quelques travaux mettent d'ailleurs progressivement en évidence l'existence de formes variées de ces raisonnements, les études sur l'apprentissage de la *démonstration* ont montré l'importance du *raisonnement déductif* au collège, (Arsac, 1992), puis récemment du *raisonnement argumentatif* à l'école (ERMEL 2001).

Conclusion

L'un des enjeux de l'école est de permettre aux élèves de s'approprier les langages spécifiques des diverses disciplines, tant par l'acquisition de leur lexique que par la compréhension de leur signification à travers des situations didactiques bien choisies. Or, le vocabulaire de la géométrie des solides convoqué à l'école élémentaire fait de mots du langage courant un langage spécifique en leur assignant un sens particulier. Un travail sur le sens du lexique utilisé et le caractère spécifique du vocabulaire de la géométrie paraît donc, pour les élèves, primordial à une bonne compréhension de la nature des objets étudiés et de leur dénomination. Cet effort est d'ailleurs tout à fait comparable à celui fourni par les Grecs inventant la géométrie. Citons Valéry qui s'exprimait ainsi à leur sujet :

> « *Songez à la subtilité et à la volonté qu'il leur a fallu pour accomplir l'ajustement si délicat, si improbable, du langage commun au raisonnement précis… Ils se sont fiés à la parole et à ses combinaisons pour les conduire sûrement à l'espace.* »[6]

Par ailleurs, l'analyse de la séance observée dans le cadre d'« ateliers scientifiques » en géométrie des solides a souligné la possibilité de mettre en place, en cycle 3, des situations didactiques donnant lieu à la construction de véritables moments argumentatifs par les élèves. Ces phases ont pu être identifiées en rapprochant l'analyse de leur fonctionnement, tant opératoire que cognitif, aux modèles théoriques de Plantin et de Duval.

Or, l'étude présentée ici met en évidence la capacité des élèves placés dans ces situations de débat à exprimer leurs propres conceptions, à justifier leurs propositions et à intégrer l'argumentation de leurs pairs dans leur propre argumentation, modifiant ainsi leur position. Ces moments didactiques apparaissent alors comme un outil précieux à la mise en place d'un vocabulaire de géométrie commun.

---

[6] Valéry, cité par Gonseth dans *PhiloS. mathématique*, 1939, p. 8

En effet, nous l'avons vu, ces situations permettent aux élèves non seulement de se familiariser avec des mécanismes de justification systématique mais aussi d'appréhender une étape fondamentale de toute activité mathématique : la constitution d'un corpus de référence, dont la valeur de vérité doit être préétablie et admise par tous.En effet, le travail de Duval auquel nous avons fait référence dans cet article concerne l'apprentissage de la démonstration dans un contexte dans lequel les énoncés élémentaires sont déjà bien stabilisés ; mais, l'activité mathématique ne saurait se limiter à de tels raisonnements. La constitution d'un corpus de référence constitué d'énoncés « élémentaires » délimitant un vocabulaire spécifique apparaît en effet ici comme un objectif préalable à toute activité mathématique ; la situation d'argumentation en classe étudiée ici a permis aux élèves de mener à bien cette première étape du raisonnement mathématique. L'argumentation en classe de mathématiques n'aurait ainsi pas pour unique but d'initier les élèves à des démarches de résolution de problèmes face à un défi posé mais constituerait également une étape essentielle de l'activité mathématique en permettant aux élèves de délimiter le sens des prémisses.

Il nous paraît toutefois central de ne pas confondre ces exercices argumentatifs avec une initiation à la preuve mathématique. Si ces deux formes de raisonnement adoptent souvent des formes discursives assez proches, elles relèvent pourtant de mécanismes cognitifs différents : alors que l'argumentation s'appuie sur des règles relevant de la logique naturelle et s'attache à déterminer la valeur de vérité de propositions en analysant leur contenu sémantique, la démonstration suit des règles strictes de logique formelle. La valeur de vérité des propositions d'une preuve mathématique est directement, et uniquement, liée à leur statut théorique, relativement à un corpus dont la valeur épistémique a été préétablie et est admise par tous, ce qui n'est pas le cas ici. Pour l'enseignant qui conduit la situation, la distinction que nous venons de faire n'est pas perçue puis qu'il conclut la séance en disant : « *Tout ça, c'est pour vous montrer que, des fois, on a des croyances… En mathématiques, il faut toujours prouver ce qu'on dit.* »

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

ARSAC & CO., 1992. *Initiation au raisonnement déductif au collège,* Presses Universitaires de Lyon.

BARBIN, 1991. *Les éléments de géométrie de Clairault□ une géométrie problématisée, Repère n°4,* Topiques éditions.

BERTHELOT ET SALIN, 1992. *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire*, Thèse Université Bordeaux I, LADIST.

BERTHELOT ET SALIN, 1994. *L'enseignement de la géométrie à l'école primaire*, *Grand N n°53*, pp.39 à 56, IREM de Grenoble.

CLAIRAULT, 1986. *Eléments de géométrie* , réédition Siloë, Laval.

DUVAL, 1990. *Pour une approche cognitive de l'argumentation*, *Annales de didactique et de sciences cognitives*, vol. 3, p.195, IREM de Strasbourg,

DUVAL, 1992. *Argumenter, démontrer, expliquer□continuité ou rupture cognitive□, Petit x_ n°31*, pp.□7 à 61, IREM de Grenoble.

ERMEL, 2001. *Apprentissages numériques et résolution de problèmes*, CM2, Hatier.

FISCHBEIN, 1987. *Intuition in Science and Mathematics, An Educational Approach*, Reidel.

GONSETH, 1945-1955.*La géométrie et le problème de l'espace*, Editions du Griffon, Lausanne.

HOUDEMENT ET KUZNIAK, 2000. *Formation des maîtres et paradigmes géométriques*, *Recherches en Didactiques des mathématiques*, vol. 20, p.89-116, La Pensée Sauvage, Grenoble.

FOURNIER ET HELAYEL, 2001. *Enseigner la géométrie à l'école primaire*, Cycle des approfondissements, Bordas,

LARGEAULT, 1993. *Intuition et Intuitionnisme*, Vrin,

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE, 2002. *Qu'apprend-on à l'école primaire□*

PARSZYSZ, 1991. *Recherches en Didactiques des mathématiques*, vol. 11, 2/3, p.211-240, La Pensée Sauvage, Grenoble et bulletins 364, 386, 396, 412, APMEP

PECHEUX, 1990. *Le développement des rapports des enfants à l'espace*, Nathan Université,.

PIAGET ET INHELDER, 1966. *L'image mentale chez l'enfant.*

PIAGET ET INHELDER, 1947. *La représentation de l'espace chez l'enfant*

PLANTIN, 1996. *L'argumentation*, Mémo Seuil,

SINACEUR, 1991. *La dialectique de l'espace selon Ferdinand Gonseth, La figure et l'espace*, Actes du VIII° colloque inter-IREM,

TOULMIN, 1958. *Les usages de l'argumentation*, traduction 1994 Presses Universitaires de France.

VIGNAUX G., 1976. *L'argumentation*, p.171, Librairie DROZ, Genève-Paris.