

# DES ECRITS

## POUR PRESENTER DES DESSINS GEOMETRIQUES<sup>1</sup>

Alain PIERRARD  
IA-IPR de mathématiques  
IUFM de Grenoble

Les nouveaux programmes de l'école primaire, en distinguant les horaires de «*la maîtrise du langage et de la langue française*» et ceux portant plus spécifiquement sur «*la littérature et l'observation réfléchie de la langue française*», affirment fortement la contribution de toutes les disciplines à la construction des compétences linguistiques. «*La maîtrise du langage et de la langue française constitue l'objectif majeur du programme de l'école élémentaire. Elle donne lieu à des contenus spécifiques. Mais elle se construit aussi dans la transversalité de l'ensemble des apprentissages.*» [1]

De nombreuses situations confrontent les élèves à différents types de textes en mathématiques : «*Les textes descriptifs comme ceux qui accompagnent une figure en géométrie, les textes informatifs comme les définitions et théorèmes, les textes narratifs comme les énoncés d'un certain genre de problèmes, des textes injonctifs comme les consignes d'exercices, des textes explicatifs comme les rédactions de solution ou les formulations de procédures ainsi que des textes argumentatifs comme les démonstrations* » [2]. Si de nombreuses remarques ont été faites sur les spécificités du lexique utilisé en mathématiques, si les caractéristiques des textes narratifs des énoncés traditionnels de problème ont été analysées, si les spécificités des consignes ont donné lieu à de nombreux articles, les approches des productions écrites des élèves en géométrie sont peu nombreuses.

Or, depuis 1980, les programmes de l'école élémentaire mettent en valeur les activités géométriques de description et de construction de figures géométriques :

- « *Savoir, pour différents objets géométriques, les reproduire, les décrire et les représenter, les construire à partir d'une description ou d'une représentation.*» (1980) [3]
- « *Reproduction, description, représentation et construction de différents objets géométriques.*» (1985) [4]
- « *l'élève doit être capable de reproduire, décrire et de construire quelques solides et quelques figures planes, de les identifier dans une figure complexe.*» (1990) [5]

---

<sup>1</sup> Une version courte de cette étude a été publiée en 2004 dans la Revue *Lire, Ecrire à l'école*, n°20 et n°22, CRDP de l'Académie de Grenoble, CNDP. C'est avec l'aimable autorisation de la revue que nous publions cette nouvelle version.ç

Ces contenus et compétences nécessitent cependant d'être précisés car les tâches prescrites définies par les verbes utilisés (*reproduire, identifier, décrire, représenter, construire*) ne sont ni indépendantes, ni hiérarchisées ce qui justifie les critiques qui ont pu être faites à cette présentation.

Les documents d'application des programmes 2002 [6] proposent deux tâches qui nécessitent la reconnaissance de manière perceptive d'une figure plane, sa dénomination et son identification dans une figure complexe

- *Tracer une figure, soit à partir de la donnée d'un modèle, soit à partir d'une description, d'un programme de construction ou d'un dessin à main levée*
- *Décrire une figure en vue de l'identifier dans un lot de figures ou de la faire reproduire sans équivoque.*

L'insistance est ainsi mise sur la position occupée dans la situation de communication par l'élève -destinataire dans le premier cas, il est énonciateur dans le second- et la nature des informations fournies ou à fournir. Les activités concernées renvoient à la mobilisation de compétences géométriques distinctes et à la production de textes aux caractéristiques différentes. Un élève ne peut produire une description géométrique que s'il connaît les attentes de l'enseignant, les contraintes de la situation de communication et les conditions de validation de son message [7].

Notre contribution porte sur les conditions de production, en géométrie, des textes injonctifs ou descriptifs par les élèves dans ces situations de communication.

## Figures et dessins géométriques

Le statut du dessin en géométrie a été étudié dans de nombreux travaux didactiques que nous ne présenterons pas ici. Nous en rappellerons simplement quelques conclusions pour éclairer la suite de nos propos.

Sur un plan mathématique, la figure géométrique est un objet conceptuel défini par des propriétés ayant un sens dans un système axiomatique donné. Sur un plan cognitif, il est possible d'envisager la représentation mentale d'une figure simple comme la coordination d'une image mentale et de savoirs déclaratifs associés. Mais si figure géométrique, représentation mentale de cette figure et dessin géométrique sont de natures différentes, ils apparaissent cependant liés. L'image mentale de la figure simple se construit par exemple par généralisation de multiples représentations dessinées, la signification du dessin n'est pas identique s'il présente de manière conventionnelle une figure simple et donc s'il « traduit une représentation mentale (« trace un rectangle ») ou s'il détermine l'objet géométrique lui-même (« reproduis le dessin géométrique »).

On sait que pour le jeune enfant l'espace géométrique est confondu avec l'espace sensible de la réalité -il associe connaissances spatiales et connaissances géométriques, confond figures et formes matérielles... Face à ce constat on peut d'ailleurs s'interroger sur l'existence de réelles connaissances géométriques à cet âge [8]. C'est parce que l'élève, en situation scolaire, observe, manipule et dessine des formes de manière répétitive qu'il va progressivement les mettre en relation, créer des classes et se forger une image mentale flexible des figures simples (par exemple, si le stéréotype du carré « sur sa base » est incontournable, il faut pouvoir le transformer par similitude). Progressivement, à l'école élémentaire et au collège, des invariants vont se dégager qui conduiront l'élève à passer d'une approche perceptive à une approche instrumentée pour vérifier ses conjectures. La géométrie devient, au deuxième niveau, une modélisation de la réalité qui nécessite non plus une justification mais une démonstration, même si le dessin de la figure reste un support très prégnant de raisonnement.

Enfin, au troisième niveau, la géométrie s'abstrait de sa relation avec l'espace sensible pour ne devenir qu'un système axiomatique [9].

On distingue ainsi [10]□

- les problèmes spatiaux dont la finalité concerne l'espace sensible et qui portent sur la réalisation d'actions (fabriquer, déplacer, dessiner,...) et de communications à propos d'actions ou de constats,
- les problèmes de géométrie qui se réfèrent à un espace conceptualisé où le dessin ne permet pas de valider la proposition étudiée ; il faut les résoudre grâce à une démonstration obéissant aux règles du débat géométrique.

La relation entre figure et dessin géométrique nécessite ainsi des activités de codage de différents ordres selon le niveau de l'approche géométrique où l'on se situe. Pour clarifier nos propos, nous distinguerons□

- la figure, objet géométrique abstrait, qui peut être une figure géométrique simple (carré, triangle, cercle...) connue par des élèves à un moment donné de leur apprentissage ou une figure géométrique complexe constituée, parfois, de figures simples ;
- la figure-dessin que nous définirons comme le dessin prototypique d'une figure simple ou élémentaire, reconnaissable directement par mobilisation de l'image mentale mémorisée ;
- le dessin géométrique d'une figure complexe.

## **Textes et dessins géométriques**

Si une figure peut être associée à sa figure-dessin ou à son dessin géométrique, elle peut être présentée sous d'autres formes□schéma (le dessin à main levée nécessitant le codage des propriétés), textes de caractéristiques différentes. Passer d'une présentation à une autre relève d'une activité de transcodage puisque les conventions utilisées dans chaque cas sont différentes. C'est dans ce contexte que les variables didactiques usuellement mises en évidence prennent leur sens□complexité de la figure, particularités des supports, outils géométriques disponibles, types de consignes...□elles caractérisent l'activité cognitive de transcodage des élèves.

Les programmes 2002 de l'école élémentaire indiquent, parmi les activités à mettre en œuvre sur les figures planes, la construction et la description [1]. Les documents d'application énoncent la compétence□«*Décrire une figure en vue de l'identifier dans un lot de figures ou de la faire reproduire sans équivoque*□ [6]. Il s'agit de deux situations de transcodages (du dessin géométrique d'une figure complexe à sa présentation sous forme de texte) qui nous semblent cependant devoir être clairement distinguées car elles renvoient à des opérations cognitives, à des connaissances mathématiques et à des compétences linguistiques distinctes. Explicitons les contraintes de ces transcodages.

### **Des situations productrices de textes pour construire des dessins géométriques**

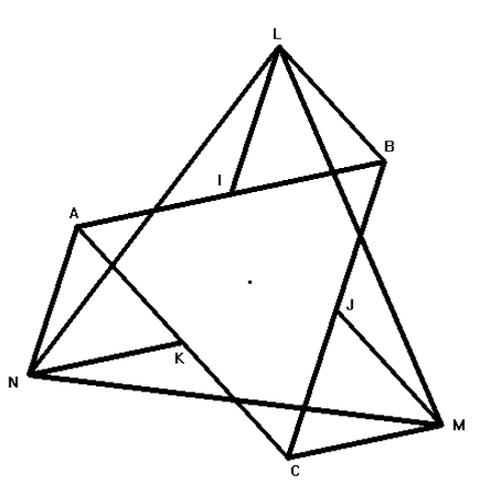
Il s'agit de produire un programme de construction correspondant à «*l'énoncé de la suite des étapes qui permettent de construire la figure*□ [6].

#### **Approche géométrique**

La géométrie à l'école élémentaire est une géométrie des figures, «*cela signifie que c'est à travers l'étude des figures que se constituent la science géométrique, ses concepts, ses méthodes* [13]. Ainsi, proposer aux élèves des situations de communication centrées sur la

construction de figures en demandant à l'un d'entre eux (ou à un groupe) de rédiger, à partir d'une figure disponible sous forme de dessin géométrique, un texte permettant à un autre enfant (ou groupe) de retracer ce dessin géométrique sans pouvoir le consulter, leur permet de s'appropriier progressivement les exigences de la géométrie.

Présentons les opérations cognitives en jeu à partir d'un exemple destiné à des élèves de collège.

	<p>L'émetteur du message doit☐</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- analyser la figure présentée sous forme de dessin géométrique, c'est-à-dire, par exemple☐ <ul style="list-style-type: none"> <li>• repérer des figures élémentaires constituant la figure complexe (<i>décomposer la figure en 5 triangles☐ ABC, ILB, JMC, AKN, LMN</i>),</li> <li>• identifier certaines propriétés des figures simples mises en évidence (<i>constater que les 5 triangles sont équilatéraux</i>),</li> <li>• expliciter les relations qui lient les figures simples (<i>rôle des milieux des côtés du triangle ABC, position des sommets du triangle LMN, alignement de K,I,L...</i>),</li> </ul> </li> <li>- hiérarchiser, à partir de cette analyse, les étapes de construction du dessin géométrique (<i>par exemple, tracer d'abord ABC, puis ILB, JMC, AKN, enfin LMN</i>),</li> <li>- écrire un programme de construction en tenant compte du fait que le destinataire ne dispose pas de la figure</li> </ul>
--	--

Pour l'émetteur, l'élaboration d'un programme de construction nécessite la coordination de nombreuses tâches (analyser, identifier, relier, hiérarchiser, nommer, communiquer...) qui mobilisent l'ensemble des savoirs géométriques des élèves sur les figures (connaissance des figures, propriétés, vocabulaire, usage des outils...). Cette activité conduit l'élève à passer de l'énumération des éléments simples repérés à l'explicitation de leurs interrelations.

L'exigence de la communication, dont l'élève prend d'autant plus conscience qu'il est tour à tour énonciateur et destinataire, l'amène à préciser son analyse et à utiliser une expression rigoureuse. Par exemple, les remarques faites par les destinataires l'incitent progressivement à abandonner un vocabulaire spatial au bénéfice d'un vocabulaire géométrique pour prendre en compte la non permanence de sa propre orientation. Pour le récepteur, le tracé du dessin géométrique est aussi formateur puisqu'il doit se référer à des savoirs (propriétés et construction des figures simples) et des savoir-faire (utilisation des outils géométriques). Par ailleurs, la situation d'élaboration d'un programme de construction est également motivante puisque les élèves sont confrontés à une forme de défi dont la réussite peut être immédiatement constatée. La comparaison du produit et du modèle est également très riche dans le domaine de la maîtrise de la langue car elle se fait sous forme d'un débat qui nécessite verbalisation et justification.

## Approche linguistique

Nombreux et divers sont, dans la vie quotidienne, les écrits qui prescrivent des actions : notices de montage, recettes, modes d'emploi, instructions techniques... Les programmes de construction de figures géométriques en font évidemment partie. Nous parlerons pour ces derniers de texte injonctif car l'analyse des modèles fournis par les « experts » (manuels, corrigé de concours ...) montre qu'ils sont mono-séquentiels alors même qu'ils peuvent juxtaposer des séquences différentes dans les productions des élèves.

Les programmes de construction se présentent comme une suite d'instructions ordonnées chronologiquement. Comme tous les textes injonctifs, ils *mettent en jeu un faire à construire ou à venir et satisfont ainsi à une finalité pragmatique* [12]. Si on reprend le schéma de Virbel présenté par Claudine Garcia-Debanc [14] le locuteur a pour visée de faire accomplir l'action dénotée dans l'énoncé (tracer une figure donnée) à un destinataire qui ne peut l'accomplir que grâce à l'énoncé (ce qui est d'autant plus vrai, ici, que le résultat de l'action n'est connu qu'à l'issue de l'action) contrairement, par exemple, à un texte explicatif qui présentent les propriétés d'une figure-simple que le récepteur connaît.

Ce « dire sur le faire » se traduit dans un programme de construction de figures géométriques comme dans d'autres séquences injonctives par :

- la connaissance explicite du contexte. Même si contrairement à d'autres textes injonctifs, ils ne sont pas précédés d'un titre jouant *un rôle essentiel de désignation d'un objet référentiel du monde réel* [14], leur production est directement liée aux conditions de leur réalisation (le temps scolaire, une discipline d'enseignement, des destinataires supposés semblables à l'énonciateur, un contrat didactique...)
- une suite d'étapes nettement repérées (tirets, numérotation...) mettant en valeur la suite séquentielle d'actions
- la présence de verbes définissant directement les actions à accomplir
- l'usage du présent, de l'impératif et de l'infinitif. Le choix du mode n'est pas neutre puisqu'il traduit un degré de proximité avec le destinataire [12]. Les manuels de CM utilisent la seconde personne du singulier de l'impératif afin d'être proches des élèves et de les impliquer dans la tâche, les programmes « experts » sont rédigés à l'infinitif sans destinataire précis, ce qui rend compte de leur généralité. Les élèves proposent des textes de formes très différentes (par exemple, seconde personne du singulier du présent, seconde personne du pluriel de l'impératif).

## Des situations productrices de textes pour décrire des dessins géométriques

Comme le souligne J-P Jaffré, cité par Dominique Lahanier-Reuter [7], toute description suppose la mise en correspondance d'un objet (ici, un texte) avec l'objet de référence (ici, le dessin géométrique) et renvoie donc aussi bien à l'action (décrire) qu'au produit (le texte). Nous n'évoquerons pas la présentation des caractéristiques d'une « figure-dessin » sous forme d'un texte descriptif que l'on rencontre souvent dans les phases d'institutionnalisation : par sa généralité, son approche plus exhaustive que sélective, par le point de vue objectif qu'il présente, il est très éloigné des textes produits par les élèves. Nous reprendrons la nouvelle proposition des programmes 2002 qui fait référence à une description permettant de reconnaître une figure parmi « un lot » de figures.

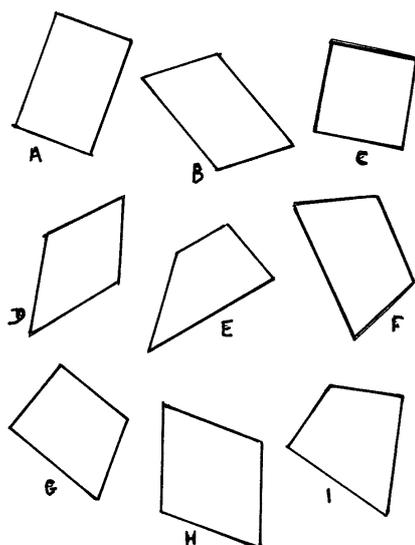
## Approche géométrique

L'élève doit rédiger un message qui permette de différencier sans ambiguïté le dessin géométrique d'une figure complexe d'autres dessins de figures. Comme dans le cas de la production d'un programme de construction, l'élève doit identifier les figures simples qui

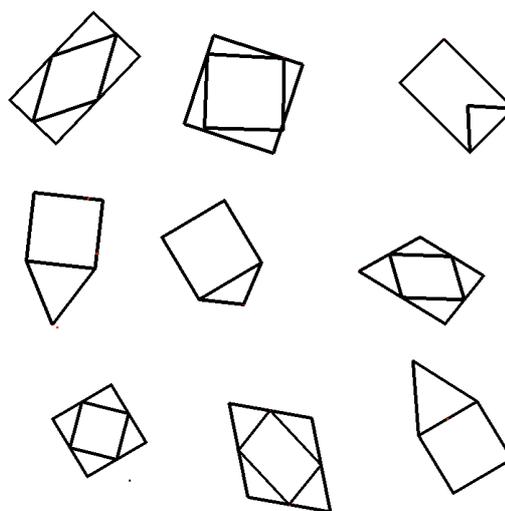
constituent la figure complexe, caractériser les relations qui les associent, mais cette analyse est insuffisante si on tient compte du destinataire. En effet, celui-ci dispose du même lot de dessins géométriques que l'énonciateur et doit s'y référer. L'énonciateur a donc pour tâche de comparer les figures complexes entre elles, de déterminer leurs similitudes et leurs différences. Le problème posé est alors clairement un problème de traitement de l'information □ parmi toutes les informations données par une figure associée à un dessin géométrique, lesquelles choisir pour donner des informations discriminantes □ Illustrons cette approche par deux exemples répondant à la même consigne □

*Le maître ou la maîtresse t'a indiqué une figure.*

*Rédige une description qui permet de reconnaître cette figure parmi toutes les autres.*



Document A



Document B

Dans le premier cas (document A), il s'agit de présenter une figure simple. L'élève doit mobiliser ses connaissances sur les quadrilatères et reconnaître le quadrilatère particulier attribué en en recherchant les propriétés spécifiques. S'il n'a pas le droit de citer le nom de la figure (*c'est un carré*), il énoncera les propriétés caractéristiques repérées dans un texte informatif (*c'est un quadrilatère qui a deux côtés parallèles et un angle droit*).

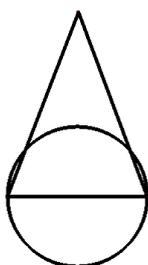
Dans le deuxième cas (document B), la confrontation à une figure complexe le conduit à en isoler les figures simples (un triangle et un quadrilatère ou deux quadrilatères) dont la détermination n'est pas suffisante et à rechercher les informations pertinentes nécessaires (*la figure comprend un carré et un triangle équilatéral*). Cependant, contrairement au texte injonctif, le texte descriptif n'exige pas l'exclusion de tout implicite (*il est inutile de préciser qu'un côté du carré est aussi côté du triangle ou que le triangle équilatéral est extérieur au carré*).

Dans la situation de description, l'élève est ainsi beaucoup plus mobilisé sur les propriétés des figures que dans la situation de construction, ce qui peut être d'un accès plus aisé au départ.

Il est à souligner combien cette situation d'apprentissage favorise les confrontations entre élèves (justification ou argumentation) puisqu'elle suppose que le destinataire puisse expliquer son choix (ou ses choix si on lui demande d'être exhaustif) et que le locuteur puisse justifier son texte.

## Approche linguistique

Le texte descriptif produit n'est ni une définition (texte informatif) puisqu'il n'utilise pas de référents mémorisés comme dans le cas du document A précédent, ni une liste ou une énumération exhaustive puisqu'il ne s'agit pas de donner tous les éléments caractérisant la figure complexe (comme le montre la production liée au document B). Proche d'une séquence descriptive, il met en jeu, selon Jean-Michel Adam [15] trois opérations : l'assimilation qui induit analogie, comparaison et métaphore, l'aspectualisation qui correspond au développement des parties et de leurs qualités et la thématization qui fait d'un « aspect » un sous-thème. En géométrie, si la première opération n'est pas attendue même si elle se révèle parfois discriminante, elle est parfois présente dans les descriptions des élèves (*c'est comme une maison...*). La deuxième opération est en revanche centrale (la relation entre les figures simples repérées et la figure complexe) et la troisième peut être présente quand, ayant repéré une sous-figure, on en développe les particularités. Remarquons que ces trois opérations qui peuvent être conjointes dans la même séquence descriptive (voir exemple ci-dessous) ne peuvent être simplement juxtaposées mais doivent être articulées. En géométrie, l'ordonnancement des informations (définition de l'aspect général avant le développement de sous-thèmes) est un critère de pertinence du texte produit.



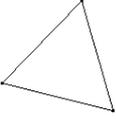
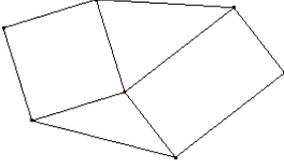
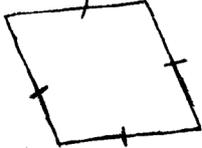
Face à cette figure, un élève a écrit :

- *c'est comme un chapeau de clown* (assimilation par analogie qui dépend de l'orientation du dessin)
- *il y a un cercle et un triangle dont un côté est diamètre du cercle* (aspectualisation par explicitation des figures simples et lien)
- *Le triangle est isocèle* (thématisation par mise en évidence de la particularité d'une sous-figure).

## Des situations de transcodages

Nous avons évoqué la singularité de toute situation de transcodage qui renvoie à des activités de natures différentes comme le montrent les exemples précédemment développés de construction et de description de figures. Nous proposons une caractérisation non exhaustive de ces situations : beaucoup sont ou peuvent être présentes dans les classes, certaines correspondent à des sous-tâches qui peuvent être travaillées isolément lors de moments de structuration ou lors de phases d'entraînement.

	Trans-codage	Caractéristiques de la tâche
<b>FIGURES SIMPLES</b>	De la figure simple à la figure-dessin	<p>Il s'agit de faire correspondre un dessin géométrique à une figure géométrique simple. Le texte relève de la consigne. Le dessin est un prototype de tous les dessins qu'il est possible de tracer. Il doit rendre lisible les propriétés connues de la figure et permettre de les vérifier en utilisant des outils géométriques. Sa réalisation nécessite donc la maîtrise d'une suite d'actions hiérarchisées (programme de construction mémorisé). Cette première correspondance est mobilisée dans la plupart des autres activités.</p> <p>Exemple : <i>Trace un rectangle.</i></p>

	Trans-codage	Caractéristiques de la tâche
<b>FIGURES SIMPLES</b>	De la figure simple au schéma	<p>Il s'agit de faire correspondre un dessin à main levée à une figure géométrique simple. Comme précédemment, le dessin est un prototype de tous les dessins qu'il est possible de tracer. Il doit rendre lisible les propriétés connues de la figure en en donnant un codage symbolique. Cette activité allège la tâche de l'élève puisqu'elle ne nécessite pas une construction mais elle mobilise des savoirs formalisés sur les propriétés géométriques.</p> <p>Exemple☐  <i>Dessine à main levée un triangle rectangle.</i></p>
	De la figure-dessin à la figure simple	<p>Il s'agit de reconnaître une figure simple par vérification de ses propriétés et de la nommer. Il peut s'agir également d'identifier une figure simple dans le dessin géométrique d'une figure complexe.</p> <p>Exemples☐</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">   </div> <p><i>Quelle est cette figure☐</i>      <i>Quelles figures connues peux-tu repérer dans ce dessin géométrique☐</i></p>
	Du schéma à la figure simple	<p>Il s'agit de reconnaître une figure géométrique simple en prélevant les informations codées sur un dessin à main levée. Cette activité suppose la mobilisation de propriétés géométriques explicites.</p> <p>Exemple☐</p> <div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p><i>Quel est ce parallélogramme☐</i></p> </div> </div>
	De la figure simple au texte informatif	<p>Il s'agit de présenter une figure géométrique simple en en donnant certaines propriétés. Le texte attendu est un texte informatif. Les informations données dépendent de la situation de communication (définition ou présentation de conditions nécessaires et suffisantes).</p> <p>Exemple☐  <i>Explique ce qu'est un losange ou Comment reconnais-tu un losange☐</i></p>
	Du texte informatif à la figure simple	<p>Il s'agit d'identifier une figure simple à partir d'un texte informatif.</p> <p>Exemple☐  <i>C'est un quadrilatère qui a quatre angles droits et dont tous les côtés ne sont pas égaux.</i></p>

	Trans-codage	Caractéristiques de la tâche
FIGURES SIMPLES	De la figure simple au texte injonctif	<p>Il s'agit de formaliser un programme de construction utilisé implicitement lors du tracé d'une figure-dessin.</p> <p>Exemple☐</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>tu traces un segment [AB]</i></li> <li>- <i>tu traces la perpendiculaire à (AB) passant par A</i></li> <li>- <i>tu places le point C sur cette perpendiculaire</i></li> <li>- <i>tu traces [CB]</i></li> </ul> <p><i>Le triangle BAC est un triangle rectangle.</i></p>
	Du texte injonctif à la figure simple	<p>Il s'agit d'identifier une figure simple à partir d'un programme de construction.</p> <p>Il faut remarquer que cette opération est de second ordre puisque la réalisation du programme de construction qui permet de tracer la figure-dessin précède la reconnaissance de la figure.</p> <p>Exemple☐</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>tu traces un segment [AB]</i></li> <li>- <i>tu traces la perpendiculaire à (AB) passant par A</i></li> <li>- <i>tu places le point C sur cette perpendiculaire</i></li> <li>- <i>tu traces [CB]</i></li> </ul> <p><i>Quelle est la figure ABC☐</i></p>
FIGURES COMPLEXES	Du dessin géométrique ou du schéma au texte descriptif	<p>Il s'agit de décrire, à partir d'un dessin géométrique, une figure complexe, en présentant les figures simples qui la constituent et en mettant en évidence les relations qui les lient. Cette activité inclut des transcodages référés aux figures simples précédemment présentés. La description attendue n'est pas l'énumération impossible de tout ce qui peut être observé mais la présentation des éléments pertinents pour distinguer la figure complexe parmi d'autres figures complexes. (voir III.2)</p>
	Du texte descriptif au dessin géométrique ou au schéma	<p>Situation réciproque de la situation précédente, il s'agit pour le destinataire de reconnaître le dessin géométrique parmi d'autres dessins géométriques à partir d'une description. (voir III.2)</p>
	Du dessin géométrique ou du schéma au texte injonctif	<p>Il s'agit de proposer une suite d'actions ordonnées n'utilisant que des connaissances sur les figures simples et les propriétés élémentaires géométriques. Le programme de construction ainsi défini ne doit faire aucune référence implicite à la figure représentée par le dessin. (voir p.23-25)</p>
	Du texte injonctif au dessin géométrique ou au schéma	<p>Il s'agit de reproduire un dessin géométrique en utilisant les instructions données par le texte injonctif (programme de construction). En dehors des connaissances géométriques nécessaires à la réalisation des actions présentées, aucune liberté d'interprétation n'est laissée au lecteur. (voir P.23-25)</p>

Les activités de transcodage les plus exigeantes, mais aussi les plus riches, utilisées dans nos classes, sont celles qui mettent en jeu des figures complexes. Elles permettent de formaliser des savoirs géométriques, de construire ou de renforcer des savoir-faire (tracé, utilisation des outils géométriques...) et nécessitent un usage de types de textes dont on néglige souvent l'apprentissage.

## DES OUTILS POUR ANALYSER LES MESSAGES PRODUITS PAR LES ELEVES

Cette première approche des écrits de présentation de figures complexes met en évidence l'articulation entre l'analyse géométrique de la figure et les caractéristiques du texte produit et permet de bien différencier la situation de description d'une figure et la situation de production d'un texte de construction d'une figure. Ainsi, un texte descriptif est très mal adapté à une situation de construction de la figure, puisqu'il suppose que le récepteur se forge une image mentale de la figure avant de la dessiner et qu'il élabore lui-même certains sous-programmes de construction ; inversement un texte prescriptif serait inadapté à une situation de reconnaissance de figures puisque le récepteur devrait construire la figure avant de la comparer aux figures dont il dispose.

Pour élaborer une grille d'analyse de messages rédigés par les élèves, **destinée au maître**, il est nécessaire de caractériser les trois opérations définies par Denis Apothéloz cité par Grandaty [12]□

- *Les opérations de découpage de l'objet qui reposent sur l'identification du tout et des sous-parties et sur leur désignation* (approche mathématique),
- *les opérations de sélection des informations relatives à cet objet global et à ses sous-parties* (aspect sémantique),
- *les opérations d'ordonnement de ces informations* (aspects pragmatiques et morpho-syntaxique).□

### Grille d'analyse des productions d'élèves

#### *Analyse de la figure complexe (approche mathématique)*

- Quelles sont les figures simples identifiées□
- Quelles en sont les propriétés mobilisées□
- Quelles relations lient ces sous-figures (direction des droites, égalité des mesures, utilisation de points remarquables...)□
- Le vocabulaire utilisé est-il adapté d'un point de vue géométrique□

Remarquons que cette étude diffère, selon que l'on est confronté à une séquence majoritairement descriptive ou à une séquence majoritairement injonctive. Dans la description, nous retrouvons en effet directement les réponses aux questions posées alors que dans le programme de construction, si les figures simples sont nommées, les relations qu'elles entretiennent sont implicites puisqu'elles se déduisent des actions proposées.

#### *Choix des informations (aspect sémantique)*

- Le texte respecte-t-il le principe de cohérence□ Ne mélange-t-il pas des cadres de savoir différents (savoirs géométriques, savoirs spatiaux, savoirs culturels...)□
- Le texte respecte-t-il le principe de complétude□ Est-il autosuffisant et donc compréhensible sans autres informations□
- Le texte est-il pertinent□ Ne correspond-il qu'à une figure et une seule□
- Le texte respecte-t-il le principe d'économie□ Ne présente-t-il pas des informations redondantes ou inutiles à la réalisation de la tâche□

**Caractéristiques du texte (aspects pragmatiques et morpho-syntaxique).**

- Le texte produit est-il en adéquation avec la situation de communication ☐ A qui s'adresse le texte, dans quel but, dans quels contextes ☐
- Le texte produit répond-il aux critères du type de texte attendu ☐

La forme du texte dépend ainsi de la finalité de la production ☐ texte informatif si le destinataire a une image mentale préexistante de la figure, texte descriptif si le destinataire doit reconnaître une figure dans un lot de figures, texte injonctif si le destinataire doit construire une figure pour laquelle il ne dispose d'aucune référence. Cependant, l'approche des textes n'est pas normative ☐ dans certains cas, des textes descriptifs permettent de construire aisément une figure.

- **Pour un texte prescriptif** ☐

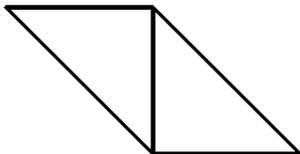
- Le texte met-il en évidence de manière claire la succession des étapes ☐
- Utilise-t-il des verbes d'action ☐
- Y a-t-il continuité du choix de la personne et du mode de conjugaison des verbes ☐

- **Pour un texte descriptif** ☐

- Le texte organise-t-il la présentation de la figure ☐
- Propose-t-il une approche de la propriété la plus générale aux propriétés particulières ☐
- Y a-t-il continuité du choix de la personne, du temps et du mode de conjugaison des verbes ☐

## Exemples d'utilisation de la grille des productions d'élèves

### Production d'un programme de construction



Nous présentons l'étude parallèle de trois productions d'élèves (orthographe rétablie) réalisées à partir de cette figure en présentant successivement les trois entrées dégagées précédemment.

### Les messages

#### Message 1

*Pour dessiner cette figure : il faut tracer un trait de 4 cm, après vous formez un angle droit de 3 cm du côté gauche et vers le haut, avec le 2<sup>ème</sup> trait forme un autre angle droit de 4 cm qui va vers la gauche, maintenant remplis les trous et trouve le nom de cette forme.*

#### Message 2

*C'est un quadrilatère ABCD.*

*AB = 4 cm BC = 5 cm*

*CD = 4 cm DA = 5 cm*

*La diagonale BD est de 3 cm*

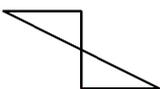
#### Message 3

*Une des diagonales de la figure mesure 3 cm. De chaque côté de cette diagonale, il y a deux triangles rectangles dont les deux autres côtés mesurent 4 cm et 5 cm. Les côtés de la figure qu'on obtient sont parallèles et égaux 2 à 2.*

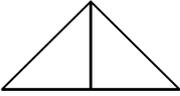
### L'analyse de la figure

Critères	Message 1	Message 2	Message 3
<b>Identification des figures simples</b>	Aucune appropriation globale de la figure qui est perçue comme une suite de segments	Présentation de la forme de la figure complexe (le quadrilatère et sa diagonale)	Référence à un parallélogramme (approche globale) et à deux triangles rectangles (caractérisation des sous-figures).
<b>Mobilisation des propriétés</b>	perpendicularité	référence exclusive aux mesures	côtés opposés «Parallèles et égaux deux à deux» et mesures des segments
<b>Adaptation du lexique</b>	«Angle droit»	vocabulaire géométrique	vocabulaire géométrique

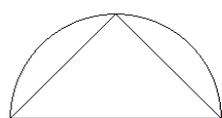
### Le choix des informations

Critères	Message 1	Message 2	Message 3
<b>Cohérence</b>	Associe cadre spatial (côté gauche, vers le haut, vers la gauche) et cadre géométrique (angle droit, mesures).	Cohérent, cadre géométrique	Cohérent, cadre géométrique
<b>Complétude</b>	Incomplet «Remplis les trous» suppose que la figure ne peut être qu'un quadrilatère convexe.	Suppose la connaissance de procédures de tracé des quadrilatères à partir des mesures	Incomplet pour un élève de CM (utilise pour la construction de la figure des savoirs géométriques pas ou peu maîtrisés par des élèves)
<b>Pertinence</b>	Non pertinent car il permet le tracé d'au moins une autre figure 	Pertinent si le quadrilatère est convexe par convention	Pertinent
<b>Economie</b>	Redondant	Redondant	Redondant

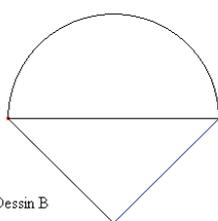
## Les caractéristiques du texte

Critères	Message 1	Message 2	Message 3
<b>Adéquation du texte produit avec la situation de communication</b>	Texte injonctif, programme de construction. (suite d'actions à suivre chronologiquement)  Pas de nécessité pour le lecteur de se forger une image mentale préalable de la figure.	Texte descriptif, définition de la figure puis liste de propriétés métriques.  Nécessité pour le récepteur de se forger une image initiale de la figure et d'élaborer lui-même son programme.	Texte descriptif, présentation des parties avant de les inclure dans une figure générale, elle-même définie par des propriétés.  Nécessité pour le récepteur de se forger une image initiale de la figure et d'élaborer lui-même son programme.
<b>Réponse aux critères du type de texte attendu</b>	Instructions et marqueurs temporels ( <i>après, maintenant</i> ).  Mélange des formes verbales ( <i>il faut tracer, vous formez, forme, remplis</i> )	Pas de hiérarchie. Pas de propriétés énoncées  Respect des conventions d'un texte descriptif (présent)	Pas de hiérarchie des informations (information la plus générale en fin de message). L'ordre des informations peut conduire les récepteurs à tracer une autre figure.    Respect des conventions d'un texte descriptif (présent)

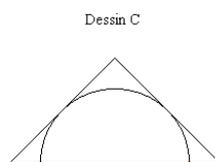
## Production d'une description de figure



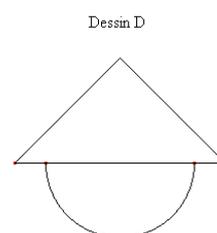
Dessin A



Dessin B



Dessin C



Dessin D

## Les messages (dessin B)

### Message n°1

*Il y un cercle à moitié et un triangle. Le triangle est sur le cercle et fait comme un chapeau.*

### Message n°2

*Tu traces un cercle et tu effaces la moitié du bas. Tu traces un triangle dans le cercle avec un sommet sur le cercle au-dessus du milieu du cercle.*

Message n°3

*Il y a un demi- cercle et un triangle. Le triangle n'est pas dans le cercle. Il a un côté aussi grand que la longueur du cercle.*

*L'analyse de la figure*

Critères	Message 1	Message 2	Message 3
<b>Identification des figures simples</b>	Demi-cercle et triangle	Demi-cercle et triangle	Demi-cercle et triangle
<b>Mobilisation des propriétés</b>	Non	Repérage du centre, présentation de la position du sommet du triangle.	Utilisation d'une relation topologique et d'une égalité des longueurs
<b>Adaptation du lexique</b>	Lexique mathématique peu maîtrisé («Cercle à moitié»)	Lexique mathématique correct (cercle, triangle, sommet) avec cependant la confusion entre moitié et centre du cercle	Lexique mathématique assez correct avec cependant une confusion sur «la longueur du cercle»

*Choix des informations*

Critères	Message 1	Message 2	Message 3
<b>Cohérence</b>	Mêle cadre géométrique et dessin figuratif	Mêle cadre spatial et cadre géométrique	Cohérent
<b>Pertinence</b>	Non, car l'image du chapeau ne conserve pas son pouvoir d'évocation si on change l'orientation de la figure	Non car la présence de «sur»	Oui.
<b>Complétude</b>	Non, la description correspond à plusieurs figures	Oui	Oui
<b>Economie</b>	Oui toutes les informations sont utiles	Oui toutes les informations sont utiles	Oui toutes les informations sont utiles

*Caractéristiques du texte*

Critères	Message 1	Message 2	Message 3
<b>Adéquation du texte produit avec la situation de communication</b>	Texte descriptif	Texte prescriptif (programme de construction)	Texte descriptif
<b>Réponse aux critères du type de texte attendu</b>	Présentation des constituants de la figure (utilisation d'une image) Utilisation de verbes d'état	Suite d'instructions ordonnées, présentées par des verbes d'action (tracer, effacer)	Présentation des constituants de la figure (utilisation d'une image) Utilisation de verbes d'état

## APPRENDRE A ECRIRE DES TEXTES DESCRIPTIFS OU PRESCRIPTIFS ASSOCIES A DES FIGURES GEOMETRIQUES

Les exemples présentés témoignent des difficultés que rencontrent les élèves de CM lors de la production de textes de « descriptions » géométriques en raison des exigences de la tâche tant sur le plan mathématique que sur le plan linguistique.

Les évaluations nationales qui proposent des exercices ne mobilisant que des connaissances géométriques de base et ne nécessitant pas la production d'un texte injonctif complexe témoignent de compétences peu élaborées par les élèves<sup>2</sup>. Cette faible réussite peut, au moins partiellement, s'expliquer par la faible place accordée à ce type de tâches à l'école ou plus exactement par l'absence d'une progression favorisant la construction des compétences mobilisées. En effet, le plus souvent, les situations d'échange de messages géométriques ne sont mises en place qu'anecdotiquement dans les classes et les erreurs et difficultés souvent constatées ne sont guère reprises. Tout se passe comme si la capacité de produire un produit conforme à une norme ne se construisait pas à l'école, mais relevait de la sphère privée. Cette approche, en particulier dans le domaine d'une pratique d'écriture, pose problème puisque tous les élèves n'arrivent pas à l'école avec les mêmes acquis culturels [19]. Or, nous avons souligné l'importance que peut avoir cette activité pour construire des compétences géométriques et langagières.

Pour pallier ces difficultés nous proposons dans la suite de cet article une série d'activités qu'il est possible de mettre à l'œuvre en classe.

### Des questions initiales

#### Connaître les figures simples : un préalable ?

Pour produire des textes de présentation de figures complexes, l'élève doit savoir analyser les dessins géométriques qui les représentent ce qui suppose que la correspondance entre figure-dessin et figure soit maîtrisée. Il faut ainsi aider l'élève à se construire une image mentale flexible des figures simples en les représentant dans la plus grande diversité de positions spatiales possibles. Cette préoccupation ne devrait pas être cantonnée à quelques exercices de superposition ou de reconnaissance perceptive, mais devrait être une préoccupation constante des enseignants (et des auteurs de manuel) lors de tout tracé de figure.

De nombreuses activités d'enseignement de la géométrie associent représentations textuelles et représentation dessinée d'une figure. Il s'agit, par exemple, de nommer ou de tracer une figure simple définie par des propriétés, de la reconnaître parmi un lot de figures à partir d'une description, de la dessiner en utilisant un programme de construction mémorisé. Ces activités indispensables sont fréquemment mises en œuvre dans les classes, mais elles correspondent souvent à des apprentissages implicites qui ne donnent pas aux élèves des repères formalisés.

Pour éviter cet écueil, il est important d'accompagner ces activités de la demande aux élèves d'une justification écrite de leurs résultats sous forme de textes explicatifs. Cette production les aide à dépasser leur approche exclusivement perceptive des figures et leur

---

<sup>2</sup> Un item de l'évaluation nationale (septembre 2000) de début de sixième permet de confirmer ce constat. La consigne est « Rédige un texte qui permet à quelqu'un qui ne voit pas la figure de la tracer en respectant les dimensions. Seuls 38,5% des élèves rédigent un message utilisant les mots « Cercle », « Carré », « Sommet » permettant de construire la figure. L'exercice est beaucoup moins réussi par les élèves de REP.

permet d'accéder ainsi à une approche instrumentée (vérification de l'égalité de segments avec le compas ou le double décimètre, utilisation de l'équerre pour vérifier la perpendicularité...).

Nous pensons qu'il est important que les principaux résultats géométriques soient formalisés et consignés dans un cahier-mémoire de géométrie, utilisé tout au long du cycle 3. Outre, les définitions et les propriétés des figures simples, ce «Cahier mémoire» peut contenir un répertoire de programmes de construction («Construire un carré dont on connaît un côté, construire un triangle à partir des trois longueurs de ses côtés», «Utiliser les propriétés des diagonales pour construire un losange»...) élaboré tout au long du cycle (et en 6<sup>ème</sup>) que les élèves peuvent consulter lors de la construction des figures complexes.

Il serait alors tentant de considérer que les figures complexes ne peuvent être abordées qu'après une étude approfondie des figures simples. Outre que l'ensemble de ces connaissances ne sera jamais maîtrisé par les élèves à l'école primaire, ce serait oublier que l'activité de description concourt en elle-même à la construction de ces connaissances. Il est donc souhaitable de confronter les élèves à des figures complexes parallèlement à ce travail sur les figures simples.

### Apprendre à analyser des figures complexes avant de produire des textes ?

L'élève doit apprendre à analyser une figure complexe.

- Il doit être capable d'identifier et de caractériser les figures simples qui la constituent. Cette décomposition du «Tout en parties» peut être plus ou moins difficile selon le nombre de figures simples.
- Il doit pouvoir expliciter les relations qui lient ces figures simples et discriminer une figure de base de celles qui en dépendent.

Plusieurs activités favorisent cet apprentissage sans nécessiter obligatoirement une formalisation des procédures

- reproduction de figures complexes selon des modalités didactiques qui peuvent fortement faire varier la nature cognitive de l'activité (support, outils de tracé, type de figures, position de la figure, agrandissement...) - même s'il s'agit toujours de percevoir, tracer, planifier et qui dépendent du statut de l'objet à reproduire [16] ;
- réalisation d'une figure complexe à partir de figures simples comme dans le cas des puzzles géométriques. [17]

Cependant, la mise en évidence des figures simples nécessite le plus souvent des explications ou des justifications qui mobilisent des compétences langagières il est donc difficile de séparer l'analyse d'une figure complexe de la production d'un texte de présentation.

### Lire des textes associés à des figures complexes

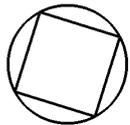
Quand l'élève trace un dessin géométrique à partir d'un texte présentant une figure complexe, il reconnaît, avec l'aide du maître, des modèles de séquences descriptives (description de figure) ou injonctives (programme de construction) qu'il a déjà, le plus souvent, étudié en français et qu'il pourra réinvestir dans des situations de production écrite en mathématiques. Au-delà de la compréhension de la forme du texte attendu, les activités de lecture permettent simultanément à l'énonciateur d'appréhender les exigences du traitement des informations requis par la situation. Elles apprennent également au destinataire à lire un message sans interprétation personnelle (on sait que lors d'échanges de messages, émetteurs ou récepteurs peuvent être responsables des erreurs constatées)

avec, dans le cas particulier des descriptions de figures, un travail spécifique de mise en évidence de tous les tracés possibles (ce qui peut être assimilé à une argumentation par contre-exemple).

### Lire des textes descriptifs

Nous proposerons plusieurs types d'activités illustrés par des exemples permettant à des élèves de CM2 ou 6<sup>ème</sup> de s'approprier ce type d'écrit.

### Reconnaître parmi plusieurs textes descriptifs celui qui est associé à une figure complexe.



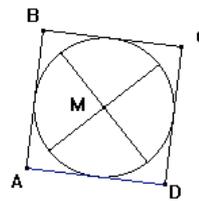
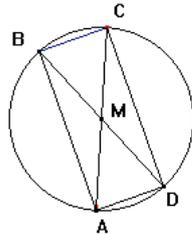
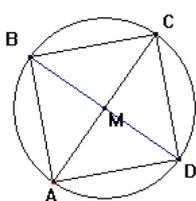
Description n°1 □ Le cercle est dans un carré de 2,6 cm de côté.

Description n°2 □ Le carré 2,6 cm de côté est dans un cercle.

Description n°3 □ Le carré de 3,7 cm de côté est dans un cercle.

Les élèves doivent vérifier la présence des figures citées (carré, cercle) ce qui les conduit à repérer les figures simples dans la figure composée, puis valider les relations entre figures (inclusion et mesures).

### Reconnaître une figure complexe parmi des figures complexes à partir d'un texte descriptif.



La figure est faite d'un cercle et d'un carré. Le centre du cercle est le centre du carré. Le rayon du cercle est égal à la moitié du côté du carré.

Les élèves doivent vérifier la présence des figures citées (carré, cercle) puis valider les caractéristiques d'une des sous-figures (le cercle est un sous-thème) en mettant en jeu des savoirs géométriques. La symbolisation des propriétés des figures (égalité des côtés, perpendicularité...) peut être un outil d'aide pour les élèves car les propriétés géométriques des figures sont alors explicitées.

### Rendre « économique » une description proposant des informations superflues.

- Les informations proposées reprennent des propriétés connues de la figure □  
Trace un losange de centre  $O$  dont les diagonales sont perpendiculaires.
- Les informations sont redondantes □  
Trace un carré  $ABCD$  de 6 cm de côté.  
Trace un cercle de centre  $A$ , passant par  $B$  de rayon 6 cm.  
Il coupe  $[AD]$  en  $D$ . (...)

### Hierarchiser les informations données par une description.

La situation est une situation de description d'une figure parmi un lot de figures. L'élève connaît la figure à décrire. (figure analysée page 17)

Une des diagonales de la figure mesure 3 cm. De chaque côté de cette diagonale il y a deux triangles rectangles dont les deux autres côtés mesurent 4 cm et 5 cm. Les côtés de la figure qu'on obtient sont parallèles et égaux 2 à 2.

Cette activité est plus complexe car elle se réfère à la structure même du texte descriptif et nécessite que l'élève anticipe les conduites du récepteur. L'élève doit réorganiser la description en commençant par les informations les plus générales, en présentant ensuite les caractéristiques des figures simples qui constituent la figure complexe et en énonçant, enfin, les liens entre ces figures.

### ***Construire une figure correspondant à une description.***

*Construis cette figure ☐ elle est faite d'un rectangle et d'un demi-cercle. Les extrémités du demi-cercle sont aussi les extrémités d'une diagonale du rectangle.*

Cette tâche est plus sollicitante puisqu'elle exige que les élèves se construisent une image mentale du tracé recherché et constituent un programme de construction personnel. On privilégiera alors, si les élèves y sont habitués, des dessins à main levée qui présentent les propriétés de la figure afin d'alléger cette tâche. Cette activité met en évidence la nécessité d'une adéquation entre la situation et le type de message produit.

### **Lire des textes injonctifs**

Nous proposerons là aussi plusieurs types d'activités illustrés par des exemples permettant à l'élève de s'approprier ce type d'écrit.

### ***Tracer une figure complexe à partir d'un programme de construction en disposant d'une représentation dessinée de la figure.***

Suivre un programme de construction en disposant d'une représentation dessinée de la figure à construire allège la tâche de l'élève puisqu'il lui suffit d'associer les consignes successives à des éléments de la figure ce qui facilite leur interprétation éventuelle. De plus la tâche de l'élève est facilitée par le dessin joint qui valide ses tracés successifs. Cependant, pour ne pas réduire le tracé à une simple reproduction, il est nécessaire que le dessin de la figure de référence diffère du dessin à produire ☐ échelle, format, lignes de construction effacées, dessin à main levée...

### ***Tracer une figure complexe à partir d'un programme de construction.***

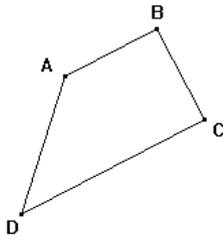
Tracer une figure complexe à partir de la séquence injonctive ne devrait normalement pas poser de problèmes aux élèves. On sait cependant que les élèves sont souvent de mauvais récepteurs des messages. Plusieurs raisons peuvent expliquer ce constat ☐

- l'élève peut ne pas maîtriser les connaissances implicites supposées connues (vocabulaire géométrique, constructions élémentaires...) ☐
- il peut ne pas s'être approprié la logique du texte (organisation séquentielle des actions) ☐
- il peut se faire une représentation de la figure attendue et ne pas réellement lire toutes les étapes décrites.

Dans tous les cas, un travail systématique de lecture de programme de construction s'avère nécessaire.

### ***Associer un programme de construction à un dessin géométrique.***

Associer un programme de construction à une figure relève d'une autre approche de la découverte de la figure. En effet, il s'agit soit de tracer la figure et de la comparer à la (aux) figure(s) présentée(s), soit de donner une fonction descriptive au texte injonctif.



Parmi ces trois programmes, quel est celui qui est associé à cette figure ?

#### Programme n° 1

Trace un segment  $[AB]$  de 2 cm.  
 Trace un cercle de centre B et de rayon 2 cm.  
 Marque un point C sur ce cercle.  
 Trace un segment  $[CD]$  de 4 cm perpendiculaire à  $[BC]$ .  
 Joins D et A.

#### Programme n° 2

Trace un segment  $[AB]$  de 2 cm.  
 Trace un segment  $[BC]$  de 2 cm perpendiculaire à  $[AB]$ .  
 Trace un segment  $[CD]$  de 4 cm perpendiculaire à  $[BC]$ .  
 Joins D et A.

#### Programme n° 3

Trace un segment  $[AB]$  de 2 cm.  
 Trace un segment  $[BC]$  de 2 cm perpendiculaire à  $[AB]$ .  
 Marque le point D au milieu du segment  $[BC]$ .  
 Joins D et A.

## Ecrire des textes associés à des figures complexes

### Mettre en place des séquences d'apprentissage

Les activités précédentes permettent aux élèves de se construire progressivement une méthodologie d'analyse des figures complexes, d'apprendre à investir les propriétés géométriques qu'ils connaissent dans des situations de lecture de textes descriptifs ou prescriptifs et de s'approprier le vocabulaire spécifique utilisé.

Cependant, savoir « lire » des textes mathématiques ne peut être considéré comme un préalable à l'écriture de ces mêmes textes, la didactique du français nous a appris les relations qui lient apprentissage de la lecture et apprentissage de l'écriture de textes. « Le problème de l'écriture en mathématiques est indissociable du problème de la lecture. (...) Les élèves deviennent à leur tour les lecteurs de leurs propres écrits, des écrits des autres diffusés dans la classe, et lecteurs aussi des commentaires de l'enseignant à leurs propres productions. (...) Cette dimension de la lecture est essentielle pour le travail de réécriture qui leur est demandé par la suite » ce travail de réécriture ne se fait pas forcément sur les mêmes exercices mais sur des exercices de même type dans lesquels on introduit de petites variations [18]. Il est alors possible de considérer que l'apprentissage de la rédaction de textes de présentation de figures géométriques peut s'organiser selon des modalités proches de ceux présentés par Bernard Schneuwly [19] pour « l'amélioration des capacités de production d'un texte appartenant à un genre précis dans une situation de communication déterminée »

- **Proposer aux élèves de faire une première production mobilisant leurs connaissances et leur représentation de la tâche.** Cette première production constitue le point de départ des activités d'enseignement-apprentissage elle permet à l'enseignant de repérer les capacités et difficultés initiales des élèves ; elle permet aux élèves de donner sens aux ateliers ultérieurs.
- **Organiser des ateliers** autour d'un problème d'écriture dans la production du genre de texte visé.
- **Mettre en évidence** la définition de critères pour l'élaboration du texte.
- **Remettre les élèves en situation d'écriture.** Une nouvelle production permet de mettre en pratique les critères élaborés et d'évaluer les progrès des élèves.

Ainsi, et d'autant plus en géométrie en raison du double apprentissage mathématique - français visé, il paraît important de ne pas multiplier les exercices préliminaires avant de placer réellement les élèves en situation de production<sup>3</sup>.

En revanche, lors d'ateliers, la confrontation à des descriptions de figures ou à des programmes de construction prototypiques doit être envisagé «*Il faut pour dégager les caractéristiques susceptibles de guider la mise en œuvre du projet, soit pour répondre aux questions que sa réalisation ne manque pas de poser*» [1] .

### Mettre en place un cadre explicite de travail

Un cadre de travail est installé progressivement. Les élèves sont placés dans une situation de production dont les finalités et les contraintes sont clairement établies afin que le texte puisse avoir une cohérence interne□

- la situation est une situation de communication différée dont les destinataires sont d'autres élèves ayant les mêmes référents mathématiques□
- les connaissances outils relèvent de la géométrie□
- le texte doit permettre de reconnaître ou de construire une figure conforme à celle présentée, en énonçant des informations nécessaires et suffisantes□ la validation du message se fait en comparant la figure initiale et la figure choisie ou produite.

### Proposer des activités adaptées aux élèves

On évite bien évidemment des exercices laissant une entière liberté aux élèves. L'expérience montre en effet que les figures «*compliquées*» produites ne sont guère descriptibles. Le choix de la figure complexe est un choix didactique essentiel que le maître fait en fonction des compétences de ses élèves, des contenus mathématiques mobilisés, de ses objectifs d'apprentissage... Le maître choisit également les outils géométriques mis à disposition (par exemple, l'absence de règle graduée incite les élèves à définir une figure dans sa généralité).

Des aides sont rassemblées au fur et à mesure des besoins et mises à disposition des élèves□

- dans le champ des mathématiques□ cahier mémoire de la classe (ou d'affiches) présentant les éléments institutionnalisés de géométrie, fiche rappelant les exigences mathématiques de cohérence et d'économie□
- dans le domaine de la maîtrise de la langue□ grilles de critères caractérisant les séquences injonctives et descriptives géométriques□ le but est «*d'aider les élèves à écrire les descriptions, c'est-à-dire de les aider à composer, organiser et planifier leurs productions*» [18].

---

<sup>3</sup> [20] C Garcia-Debanco□*Ainsi, l'interaction lecture-écriture est souvent perçue par les enseignants comme une démarche applicative : l'observation des textes d'auteurs ou des écrits sociaux permet de mettre en évidence des propriétés linguistiques à respecter dans le texte à écrire. Aussi passent-ils souvent beaucoup de temps à analyser les textes avant de passer à la phase d'écriture. La relation dynamique entre lecture et écriture est alors perdue de vue : il ne faut pas passer trop de temps à l'analyse avant de se lancer dans le projet d'écriture ; les textes peuvent être des ressources, en cours de projet, pour analyser et améliorer sa propre écriture. Le projet d'écriture permet ainsi d'avoir un regard d'artisan sur les textes littéraires, de les observer à travers leur mode de fabrication, de construction, comme un artisan ou un bricoleur observe un objet afin d'en tirer des enseignements lui permettant de réaliser un autre objet qui ne sera pas identique.*□

Il est possible de construire des grilles de critères alliant les deux domaines en simplifiant la grille d'analyse des messages présentés pour le maître<sup>4</sup>.

### Aider les élèves à écrire des programmes de construction

Les «activités décrochées» organisées lors des ateliers permettant de travailler des situations directement référées à des savoirs méthodologiques trouvent naturellement leur place dans la séquence didactique. Nous privilégions des activités liées à l'écriture des programmes de construction de figures complexes. La suite des tâches proposées ne correspond pas à un ordre d'utilisation en classe. Elle a pour simple ambition de mettre en évidence la diversité des situations utilisables en fonction des besoins des élèves. Les propositions faites peuvent s'adapter aux textes descriptifs.

Rédiger des programmes ne mobilisant que des alignements.

Pour initier les élèves à la forme du texte injonctif, il est intéressant de proposer au départ des situations peu sollicitantes pour un élève de CM sur le plan géométrique.

Nous proposons d'utiliser deux exercices des livrets du MEN d'aide à l'évaluation du cycle des apprentissages fondamentaux (figure 2) et du cycle des approfondissements (figure 3) ayant la même figure de référence (figure 1).

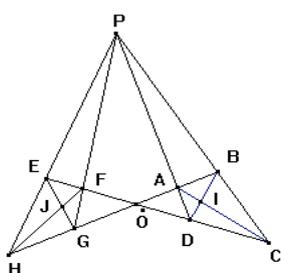


Figure 1

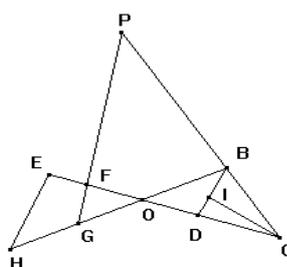


Figure 2

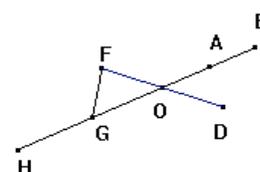


Figure 3

Les élèves émetteurs ont simultanément la figure de référence et la figure 2 ou 3. Ils doivent rédiger un programme de construction permettant à un élève ne possédant que la figure 2 (ou 3) de tracer la figure de référence. En dehors de la mise en évidence des alignements et de la désignation des segments et des droites, aucun savoir géométrique n'est utile. On voit combien la tâche de rédaction varie selon les configurations choisies. Dans le premier cas, il suffit d'énumérer les segments à tracer, en revanche, dans le second cas, les informations doivent être présentées selon un ordre contraignant. Les élèves peuvent ainsi comprendre l'importance de l'organisation hiérarchisée d'un programme de construction.

Rédiger un programme de construction à partir d'un modèle.

Il s'agit de proposer le programme de construction d'une figure puis de demander à l'élève de rédiger le programme de construction d'une figure proche de celle précédemment utilisée.

---

<sup>4</sup> Ce travail n'est envisageable qu'en fin de cycle 3. S'il est utile dans le cadre d'une évaluation formatrice de construire avec les élèves des critères de validité du produit, il faut éviter un certain formalisme voire une dérive techniciste qui donnerait la priorité à la forme sur le fond comme le dénoncent de nombreux didacticiens du français.

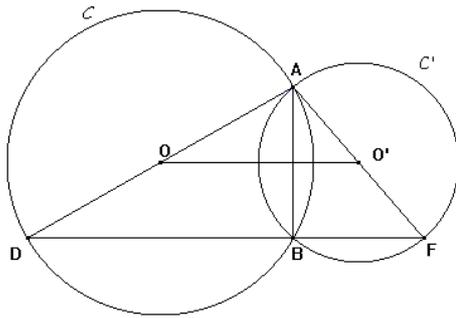


Figure 1

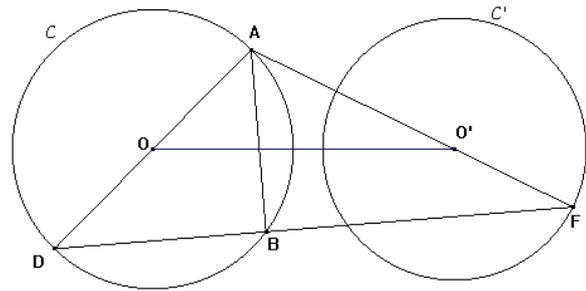


Figure 2

Voici un programme de construction de la figure n°1.

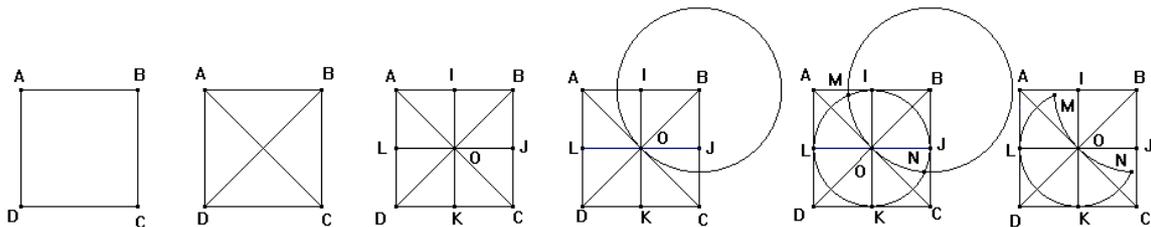
Trace un cercle  $C$  de centre  $O$ . Place un point  $O'$  à l'extérieur du cercle  $C$ .

Trace un cercle  $C'$  de centre  $O'$  qui coupe  $C$  en deux points  $A$  et  $B$ .

Place le point  $D$ , point d'intersection de  $(AO)$  avec le cercle  $C$ . Place le point  $F$ , point d'intersection de  $(AO')$  avec le cercle  $C'$ . Trace les segments  $[OO']$ ,  $[AB]$ ,  $[AD]$ ,  $[AF]$ ,  $[DF]$ .

Ecris le programme de construction de la figure 2.

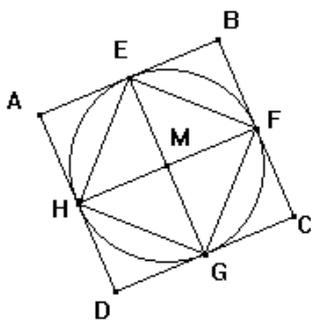
Rédiger un programme de construction dont les étapes sont matérialisées par des dessins successifs.



La tâche de l'élève est fortement allégée par la succession des dessins. L'analyse géométrique du dessin étant en grande partie présentée, il peut alors se centrer sur la rédaction du texte. Il est d'ailleurs possible de différencier la situation d'écriture en diminuant le nombre de dessins intermédiaires, en fournissant certains éléments, en mettant à disposition un lexique...

Organiser le texte d'un programme de construction.

L'élève dispose du dessin d'une figure complexe, il doit remettre en ordre les items du programme de construction.



Rétablis l'ordre des phrases permettant de reproduire exactement cette figure.

Joins les points  $E, F, G, H$ .

Trace les diagonales du carré  $EFGH$ .

Note  $M$  le point de rencontre des diagonales.

Trace un carré  $ABCD$  dont le côté a pour longueur  $3,5$  cm.

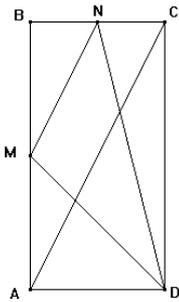
Trace un cercle de centre  $M$  passant par  $E$ .

Place le milieu  $E$  de  $[AB]$ , le milieu  $F$  de  $[BC]$ , le milieu  $G$  de  $[CD]$ , le milieu  $H$  de  $[DA]$ .

Cette tâche suppose que l'élève se demande toujours de quelles informations il dispose et hiérarchise ainsi les étapes du tracé. Dans l'exemple proposé, il est impossible de placer les points E, F, G, H avant de connaître leur spécificité et donc de se référer au carré.

### Corriger un programme de construction

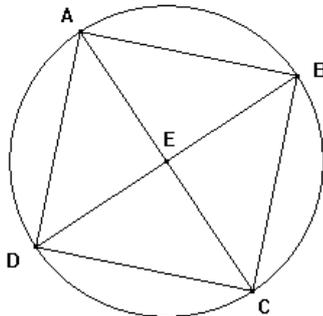
L'élève dispose d'une figure (dessin géométrique ou dessin à main levée) et d'un programme de construction il lui faut vérifier que le programme correspond à la figure et le modifier si nécessaire.



Trace le rectangle  $ABCD$  tel que  $[AB]$  mesure 6 cm et  $[BC]$  4 cm.  
 Trace la diagonale  $[AC]$ .  
 Place  $M$  au milieu de  $[BC]$  et  $N$  au milieu de  $(CD)$ .  
 Trace  $[MN]$ ,  $[MD]$ ,  $[NB]$ .

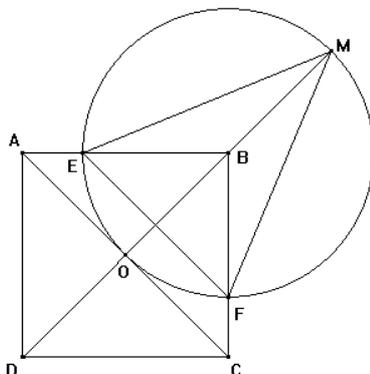
### Compléter un programme de construction

Cette activité permet à l'élève de repérer les tracés effectués et ceux non effectués et de disposer d'un modèle pour achever sa rédaction.



Un enfant a rédigé un message permettant de reproduire la figure. Termine-le.  
 Trace un segment  $[AC]$  de longueur 6 cm.  
 Place le milieu  $E$  de  $[AC]$ .  
 Trace le cercle de centre  $E$  passant par  $A$ .  
 ....

De même, on peut faire compléter des programmes ambigus. Cette dernière activité est plus complexe car elle revient à mettre en évidence des tracés réalisables distincts de celui proposé et de déterminer les modalités de modification du programme pour les éliminer.



Tracer un carré  $ABCD$ .  
 Tracer les diagonales de ce carré. Elles se coupent en  $O$ .  
 Tracer un cercle de centre  $B$ .  
 Ce cercle coupe la droite  $(DB)$  au point  $M$ .  
 Tracer les segments  $[ME]$ ,  $[MF]$ ,  $[EF]$ .

## Conclusion

Dans l'enseignement de la géométrie, l'usage de séquences informatives, descriptives, injonctives (mais aussi explicatives ou argumentatives si on s'était intéressé à la justification ou à la démonstration) est le plus souvent occulté par le maître en raison de sa concentration sur des savoirs disciplinaires. Il paraît pourtant essentiel qu'il prenne conscience de ses exigences en termes de compétences textuelles.

Si les activités géométriques à l'école élémentaire accordent une large place aux actions sur les objets étudiés, elles nécessitent également qu'une attention particulière soit portée aux phases de formulation. Celles-ci n'utilisent que marginalement une symbolisation mathématique à l'école élémentaire et s'appuient donc sur l'usage de la langue dans le cadre de textes aux formes codifiées. Considérer que la maîtrise de la langue s'acquiert aussi en mathématique ne relève donc pas d'une affirmation de principe mais d'une réalité des apprentissages qui associent dialectiquement la construction de compétences mathématiques et de compétences linguistiques.

Comme nous l'avons rappelé, les situations de présentation de figures permettent de nombreux apprentissages mathématiques et impliquent les élèves dans des problèmes dont ils comprennent le sens. Il semble donc utile d'envisager une démarche d'apprentissage similaire à celle suivie en français dans le cadre de la production de textes et, en particulier, de programmer des activités décrochées, variées dans leur forme, modulables dans leurs exigences, permettant à tous de progresser.

Les types d'activités proposés dont la difficulté dépend des figures étudiées, peuvent être utilisés en CM comme au début du collège. Il est indispensable de souligner que la démarche présentée met en jeu le développement chez l'enfant de l'argumentation (pourquoi choisir une figure, en quoi le programme proposé est inadapté...). Elle suppose donc que, au-delà d'une simple validation des productions des élèves par confrontation aux données du problème posé, le maître favorise le débat argumentatif entre élèves, explicite les exigences linguistiques et mathématiques de la situation, formule des questions, propose des contre-exemples et offre des modèles d'écrits réinvestissables. C'est à cette condition que les élèves pourront progressivement passer d'une géométrie du constat à une géométrie de la justification et plus tard, au collège, à une géométrie de la démonstration.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] MEN, *Qu'apprend-on à l'école élémentaire*, CNDP&Editions XO, 2002
- [2] DUQUESNE F., *Apprendre à raisonner à l'école et au collège*, Editions du Centre national d'études et de formation pour l'enfance inadaptée, 2002
- [3] MEN, *Contenus de formation à l'école élémentaire. Cycle moyen*, CNDP, 1980
- [4] MEN, *Programmes et instructions. Ecole élémentaire*, CNDP, 1985
- [5] MEN, *Programme de l'école primaire*, CNDP&Savoir livre, 1995
- [6] MEN, *Documents d'application des programmes, Mathématiques, cycle 3*, Scéren CNDP, 2002
- [7] LAHANIER-REUTER (D.), "La description en mathématiques", *Pratiques, La description*, n°99, septembre 1998
- [8] BERTHELOT R., SALIN M-T., *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire, Thèse de doctorat*, Université de Bordeaux 1, 1992
- [9] HOUEMENT C., KUZNIAK A., "Réflexion sur la géométrie pour la formation des maîtres", *Grand N*, n°64, IREM de Grenoble, 1998
- [10] BERTHELOT R., SALIN M-T., "L'enseignement de la géométrie à l'école primaire", *Grand N*, n°53, IREM de Grenoble, 1993-1994
- [11] BKOUCHE. R., "Quelques remarques à propos de l'enseignement de la géométrie", *Repères-IREM*, n°26, janvier 1997
- [12] GRANDATY M., "Les divers types d'énonciations dans les textes injonctifs", *Pratiques, Les textes de consignes*, n°111-112, décembre 2001
- [13] GARCIA-DEBANC C., "Les genres du discours procédural □ invariants et variations", *Pratiques, Les textes de consignes*, n°111/112, décembre 2001
- [14] ADAM J-M., "Entre conseil et consigne □ les genres de l'incitation à l'action", *Pratiques, Les textes de consignes*, n°111/112, décembre 2001
- [15] ADAM J-M., "Approche linguistique de la séquence descriptive", *Pratiques, Les textes descriptifs*, n°55, septembre 1987
- [16] BOULEAU N., "Reproduction et géométrie en cycle 1 et 2", *Grand N*, n°67, , IREM de Grenoble, 2000-2001
- [17] PIERRARD A., *Faire des mathématiques à l'école maternelle*, Coll. Des projets pour l'école, CRDP de l'Académie de Grenoble, 2002
- [18] ASSUDE T., LATTUATI M., LEORAT N., "L'écriture au quotidien dans une classe de mathématiques", *Petit x*, n°54, IREM de Grenoble, 2000-2001
- [19] SCHNEUWLY B., "Enseigner l'oral à l'école □ des contenus et une démarche" in FOULIN J-N., PONCE C., *Lire, écrire, compter, apprendre. Les apports de la psychologie des apprentissages*, CRDP d'Aquitaine, 2000
- [20] GARCIA-DEBANC C., "Comment aider à modifier les pratiques en lecture/écriture", *La formation à l'apprentissage de la lecture*, Observatoire National de la Lecture, MEN, 2002