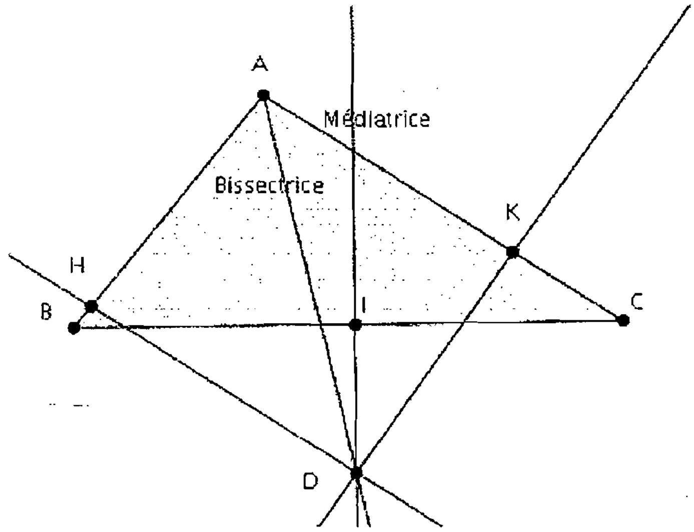
ACTIVITE... PETIT RESULTAT ETONNANT (A MEDITER) : tout triangle est isocèle[1]

Pour démontrer ce résultat, on considère un triangle ABC quelconque. On appelle I le milieu du segment [BC], on trace la médiatrice du segment [BC] et la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$, et on appelle D leur point d'intersection.

On appelle par ailleurs, respectivement H et K les projections orthogonales de D sur les demi-droites [AB) et [AC).

Comme D est sur la médiatrice du segment [BC], d'après R1 : $\boxed{DB = DC}$

Et, comme D est aussi sur la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$, d'après R3 : $\boxed{DH = DK}$



Considérons à présent les deux triangles ADH et ADK. Ils sont rectangles en respectivement H et K et ont deux de leurs côtés égaux (AD qui est commun et DH=DK) donc d'après R4 leurs troisièmes côtés sont aussi égaux, donc $\boxed{AH = AK\ (1)}$

Considérons ensuite les triangles DBH et DCK. Ils sont rectangles en respectivement H et K et ont deux de leurs côtés égaux (DB=DC et DH=DK) donc d'après R4 leurs troisièmes côtés sont aussi égaux, donc $\boxed{HB = KC\ (2)}$

Il ne reste plus qu'à additionner les deux égalités (1) et (2) pour obtenir :

$$AH+HB = AK+KC$$

soit par la règle de Chasles : AB = AC

Ceci démontre que le triangle ABC est isocèle en A... contrairement à ce qui se voit !?

[1] Cette 'démonstration' a été proposée par A.Robert à ses étudiants du CAPES, afin de les faire réfléchir sur le statut des figures en géométrie ; R.Bkouche l'avait initialement exposée dans une publication IREM, et J.L.Dorier l'a transmise à ***Petit x***. Merci donc à tous les contributeurs !