

DU DENOMBREMENT TERME A TERME AUX GROUPEMENTS REGULIERS : UN PAS NECESSAIRE VERS LA COMPREHENSION DE NOTRE SYSTEME DE NUMERATION POSITIONNELLE !

Christine AIGOIN
Conseillère pédagogique

Valérie GUEBOURG
Professeure des écoles

A l'occasion de notre participation à un Groupe d'Etudes et de Recherches animé par l'I.R.E.M de Montpellier depuis septembre 2002, nous avons pu relever à quel point la construction de la numération par les élèves était un objectif prioritaire de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. A cet égard, les interrogations des collègues participants semblent à la mesure des enjeux de cet apprentissage fondamental et déterminant pour la suite des acquisitions.

En effet, force est de constater l'existence de difficultés persistantes en lien direct avec la numération, du C.P au CM 2, malgré les invariables révisions annuelles faisant suite aux apprentissages réalisés au cours du Cycle 2 : oubli du zéro terminal ou intermédiaire, difficultés à mettre en relation l'écriture chiffrée des nombres ayant une désignation orale irrégulière (70 à 99) lors d'activités de transcodage du type dictée de nombres, difficultés liées à l'utilisation des grands nombres (coder/décoder), difficultés retrouvées également dans la mise en œuvre des techniques opératoires. La liste n'est pas exhaustive.

Face à ce constat, l'hypothèse est faite que nombre des difficultés rencontrées par les élèves en cycle 3 pourraient être le fruit d'une incompréhension ou d'une compréhension partielle des principes de construction de notre numération. Ainsi, un apprentissage raté ou incomplet concernant le fonctionnement de notre système décimal pourrait être la cause des difficultés de nombreux élèves dès l'école primaire et par la suite au collège.

Dès lors, il est urgent de s'interroger sur les raisons des échecs concernant la construction de cet apprentissage essentiel, afin d'y remédier. Un rapide tour d'horizon nous permet de relever les points suivants :

- Actuellement, la numération apparaît comme une connaissance familière, quotidiennement utilisée, facile à maîtriser et ce, dès le C.P ; la multiplication des situations de codage/décodage devant permettre aux élèves d'assimiler les quelques règles simples qui régissent l'écriture des nombres, (recours à un nombre limité de symboles, utilisation pour pouvoir écrire tous les nombres du groupement par dix et de la valeur de position).

- En amont, l'élève a été sensibilisé à l'utilisation des nombres en tant que mémoire de quantité ou de position tout au long du cycle 1. Il les a également utilisés comme outils pour comparer des collections.
- En aval, on travaillera à l'extension du domaine numérique dans la continuité de tâches où les élèves auront à exprimer, représenter, calculer sur des nombres de plus en plus importants sans s'interroger sur le pourquoi de ces règles données dès le C.P.

Ainsi, lorsqu'il entre au C.P, l'élève connaît approximativement la comptine numérique orale jusqu'à 30, de la même manière qu'il connaît la comptine de l'alphabet sans savoir lire pour autant. Cette connaissance a pris appui le plus souvent sur le calendrier et l'effectif du groupe-classe.

Pourtant, très rapidement, l'enseignant de C.P va relever des difficultés associées aux mots-nombres entre dix et seize (mémorisation de la comptine, transcodage) et aux passages de dizaine (après dix-neuf ? après vingt-neuf ?). Or, ces difficultés ne peuvent manquer de l'interpeller sur ses propres pratiques professionnelles (choix didactiques à opérer) et sur l'articulation des apprentissages numériques entre l'école maternelle et l'école élémentaire.

Compte tenu de ces premières réflexions, la volonté du Groupe d'Etudes et de Recherches a été de cibler sa recherche sur la construction de la numération¹ directement à ses « débuts », c'est-à-dire au C.P en tout début d'année scolaire. S'appuyant sur une première analyse des compétences du groupe-classe référent suite aux évaluations diagnostiques opérées par l'enseignant, la réflexion initiale du groupe a conduit à l'élaboration d'une situation-problème devant permettre aux élèves, placés en situation d'échanger de l'information entre eux, de toucher aux limites de leur capacité à dénombrer une collection « importante » et à communiquer à partir de leur connaissance de la comptine orale et des écritures.

Présentation de l'expérimentation

La classe

L'expérimentation se déroule à la fin du mois de septembre dans une classe de C.P comprenant 23 élèves. La classe est très hétérogène et, en particulier en ce qui concerne les apprentissages mathématiques, fait état de grands décalages entre les élèves. Certains (nous les nommerons groupe A) sont entrés en C.P en ayant une très bonne connaissance de la comptine numérique jusqu'à 100, voire au-delà. Ils associent le mot-nombre à son écriture chiffrée, sont capables de comparer des nombres, de les classer en ordre croissant ou décroissant, de compléter une file numérique... La plupart des autres (nous les nommerons groupe B) connaissent la comptine numérique jusqu'à 30 et au-delà mais n'associent pas l'écriture chiffrée au mot-nombre.

Les objectifs de la séance

- Provoquer l'abandon du comptage terme à terme au profit d'une stratégie de groupements des éléments : groupements variables dans un premier temps, puis groupements réguliers dont groupements par 10.
- Construire collectivement une stratégie de codage de la quantité permettant de communiquer dans la classe, sans recours immédiat à l'écriture chiffrée experte.

¹ On désigne par numération un système oral ou écrit conventionnellement organisé de désignation

L'organisation du travail dans la classe et les tâches des élèves

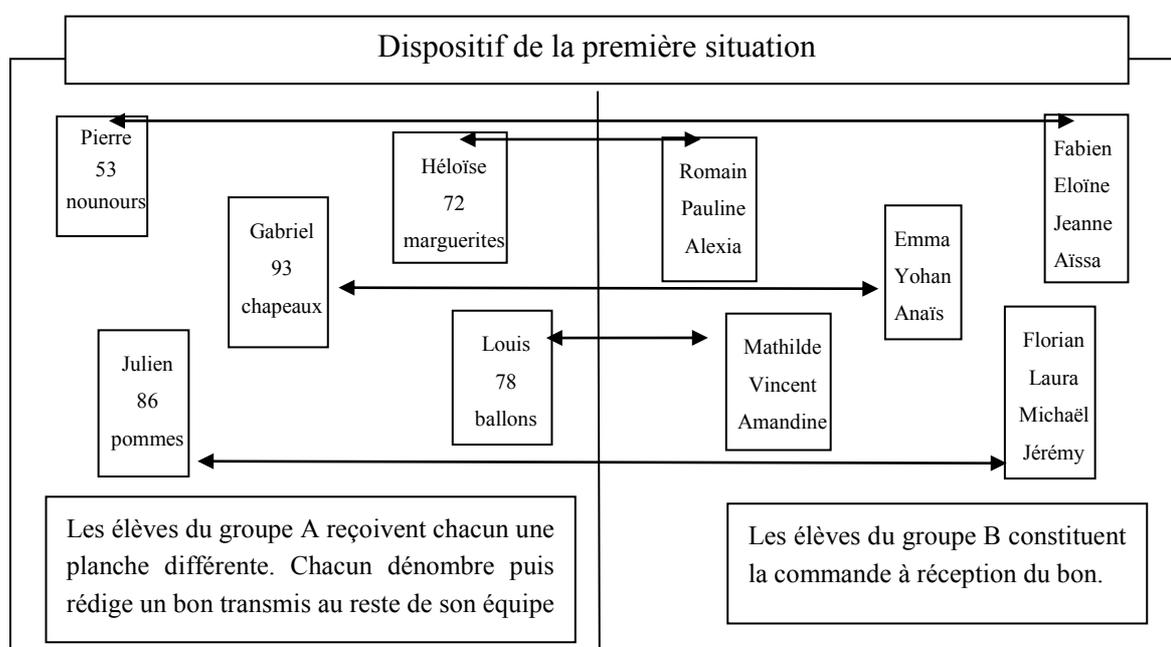
La classe est divisée en 5 équipes. Dans chaque équipe, un élève issu du groupe A reçoit une planche A3 couverte d'un dessin reproduit en grand nombre. Sa tâche est de commander des gommettes en quantité suffisante pour qu'il y ait une gommette sur chaque dessin. Pour la réaliser, il va devoir dénombrer² les dessins puis rédiger le bon de commande qui est ensuite transmis au restant de l'équipe pour la préparation de la commande.

Les élèves récepteurs, issus du groupe B, tentent de déchiffrer collectivement le message transmis sur le bon, puis préparent la commande de gommettes correspondante.

Les gommettes commandées sont renvoyées au rédacteur qui vérifie l'exactitude de la commande en collant une gommette sur chaque dessin.

Au sein d'une même équipe, le rédacteur du bon et les préparateurs de la commande sont répartis dans des espaces géographiques distincts afin de préserver la réalité de la situation de communication.

Chaque équipe travaille sur une seule planche distincte de celles des autres équipes, seul l'élève qui dénombre et rédige y a accès.



Le matériel

5 planches A3 différentes ; chacune est recouverte d'un même dessin reproduit en grand nombre.

Nounours : 53 ; Pommes : 86 ; Marguerites : 72 ; Ballons : 78 ; Chapeaux : 93

Un bon de commande à compléter, associé à chaque planche.

Des gommettes en grand nombre données en vrac ; quelques-unes sont collées par bandes de dix.

² Dénombrer : déterminer, par la stratégie de son choix, la quantité de dessins représentés afin de pouvoir la traduire graphiquement, par le moyen de son choix.

La consigne

L'enseignant présente d'abord le matériel à tous (planches de dessins et bons de commande) puis énonce les différentes consignes :

- aux 5 rédacteurs du bon de commande (groupe A) devant la classe entière : « *Vous devez dire sur le bon de commande la quantité de gommettes dont vous avez besoin pour coller une gommette sur chaque nounours (pomme, ballon, chapeau...)* »
- aux préparateurs de gommettes (groupe B) devant la classe entière : « *Vous allez lire le bon de commande envoyé par votre camarade ; vous lui préparerez la quantité de gommettes qu'il vous demandera et vous la lui donnerez.* »
- aux 5 rédacteurs du bon de commande (groupe A) devant la classe entière : « *Quand vous recevrez les gommettes, vous les collerez sur les dessins de votre planche.* »
- à tous: « *L'équipe aura réussi si celui qui a effectué la commande reçoit assez de gommettes pour en coller une sur chaque dessin et si il n'en reçoit pas en trop.* »
- *Attention vous n'avez pas le droit de vous parler entre le groupe A et le groupe B. Vous n'avez que le bon de commande pour vous faire comprendre.* »

Les procédures de dénombrement et les messages attendus

Procédures de dénombrement attendues	Messages attendus
<ul style="list-style-type: none">• Comptage terme à terme sans marquage distinctif des éléments dénombrés.	<ul style="list-style-type: none">• Ecriture chiffrée exacte ou non d'un nombre
<ul style="list-style-type: none">• Comptage terme à terme avec marquage distinctif des éléments dénombrés.	<ul style="list-style-type: none">• idem
<ul style="list-style-type: none">• Encerclement d'éléments formant des groupements irréguliers.	<ul style="list-style-type: none">• Ecriture réitérée du nombre d'éléments de chaque groupement
<ul style="list-style-type: none">• Encerclement d'éléments formant des groupements réguliers.	<ul style="list-style-type: none">• Ecriture réitérée du nombre d'éléments de chaque groupement

Nous pouvons également nous attendre à ce que le message reste vierge, en cas d'échec du dénombrement, et qu'il n'y ait pas de communication entre élèves du groupe A et du groupe B de la même équipe.

Les raisons des choix didactiques opérés

Choix du domaine numérique

Le choix de l'enseignant est de travailler sur des collections importantes et, partant de là, sur des nombres plutôt réservés à une fin de CP dans les progressions classiques.

Deux raisons guident son choix :

- rendre fastidieux, voire impossible, le dénombrement terme à terme des éléments et donc obliger les élèves à élaborer d'autres stratégies de dénombrement et parmi elles le recours aux groupements ;

- dépasser les connaissances des élèves du groupe A, c'est-à-dire de ceux qui ont une bonne maîtrise de la comptine numérique et du nombre-objet, afin de les mettre également en situation d'apprentissage.

En effet, la tâche de dénombrement et de rédaction du bon de commande a été confiée aux élèves du groupe A. Ce choix donnait l'assurance d'une entrée en activité immédiate.

La situation de communication

Enfin, le dispositif prévoit la rédaction et la transmission d'un bon de commande (message).

Cette situation de communication écrite a un double objectif. D'une part, donner du sens au codage - je représente la quantité de gommettes dont j'ai besoin, et pour ce faire, il faut que je prenne en compte celui qui va recevoir mon message (me comprendra-t-il ?) - . D'autre part, travailler sur la forme du codage. Ainsi, si l'élève rédacteur du message choisit de recourir à l'écriture chiffrée experte des nombres, il y a un risque d'erreur soit dans l'opération de transcodage - je dis tel nombre mais j'en écris un autre car je ne connais pas les règles d'écriture des nombres - , soit dans l'opération de décodage, si l'écriture est exacte mais que ses destinataires, n'ayant pas les mêmes connaissances que lui sur les nombres, sont dans l'incapacité de le comprendre.

Pour ces raisons le dispositif interdit tout recours à la communication orale qui permettrait de détourner la difficulté.

Le recours à une situation-problème

La décision de recourir à une situation-problème s'est imposée d'elle-même. D'abord, parce que les nouveaux textes leur confient une place centrale dans la construction des connaissances mathématiques, ensuite parce que nous ne pouvons nier la forte influence de la pensée vygotskienne dans nos pratiques de classe. En effet, nous pensons que les apprentissages sont avant tout sociaux et que les apports de l'enseignant et des pairs y occupent une place déterminante à la fois comme frein à la confiance accordée par chaque élève à ses savoirs supposés (représentations pré-existantes aux apprentissages) et comme point d'appui nécessaire pour dépasser les obstacles rencontrés.

Les textes

Les documents d'application des programmes donnent une place centrale à la résolution de problèmes qui est à la fois « **critère principal de la maîtrise des connaissances³ dans tous les domaines des mathématiques** » et « **moyen d'en assurer une appropriation qui en garantit le sens** ». Ils précisent que « *dès les premiers apprentissages, les mathématiques doivent être perçues, et donc vécues comme fournissant des moyens, des outils pour anticiper, prévoir et décider* ». « *Faire vivre les mathématiques* » permet de mettre l'élève en situation d'expérimenter ses savoirs mathématiques existants pour résoudre des problèmes. Au-delà, il devra certainement aussi être mis en situation de construire de nouveaux savoirs qui se présenteront comme des outils de résolution plus efficaces. Ces documents d'application portent en eux l'empreinte d'une vision constructiviste des apprentissages faisant ainsi écho à ce que préconisent nombre de pédagogues, auxquels nous laisserons la tâche de définir et critérier la situation-problème.

³ Les passages en gras sont soulignés par les auteurs

Les auteurs

Roland Charnay⁴ s'est beaucoup attaché à souligner la nécessité de donner du sens aux apprentissages. Il en expose clairement les raisons dans son article *Apprendre par la résolution de problèmes* auquel nous renvoyons le lecteur. Comme lui, nous pensons que « *les mathématiques ont été construites en réponse à des questions qui se sont traduites en autant de problèmes. Ces questionnements ont varié dans leurs origines et dans leurs contextes : problèmes d'ordre domestique (partages de terres, calculs de crédits...), problèmes posés en étroites imbrications avec d'autres sciences (astronomie, physique ...) (...). Autant dire que l'activité de résolution de problèmes a été au cœur même de l'élaboration de la science mathématique.* »

Or, « *c'est d'abord en faisant apparaître les notions mathématiques comme **outils** pour résoudre des problèmes qu'on permettra aux élèves de construire du sens.* »

Plus loin, l'auteur présente les caractéristiques de la relation entre la situation-problème et l'élève et relève un certain nombre de critères :

- l'activité doit proposer un véritable problème à résoudre pour l'élève ;
- elle doit permettre à l'élève d'engager des connaissances antérieures ;
- elle doit aussi offrir à l'élève une résistance suffisante pour l'amener à faire évoluer ses connaissances antérieures ;
- la validation est apportée par la situation elle-même plutôt que par l'enseignant.

Jean Julo⁵ livre pour sa part deux critères principaux pour identifier une activité de résolution de problème :

- l'élève ne doit pas pouvoir réaliser le but proposé au moyen d'une application plus ou moins routinière de ses connaissances procédurales, d'une part,
- l'élève doit trouver lui-même, sans guidage, un moyen de réaliser ce but, d'autre part.

Enfin, Ermel⁶ distingue nettement « *les problèmes pour apprendre* » des autres problèmes. Ceux-ci ont en effet vocation à construire de nouvelles connaissances ; c'est pour cette raison qu'ils « *sont très particuliers: ils doivent à la fois permettre à l'élève d'utiliser ses connaissances actuellement disponibles pour comprendre ce qu'il s'agit de trouver et l'amener à prendre conscience de l'inadéquation ou de l'insuffisance de ses mêmes connaissances* ».

L'objectif premier de notre séance étant de faire évoluer les procédures de dénombrement des élèves, d'un comptage terme à terme vers des procédures de groupements, la situation-problème, en ce qu'elle permet une mise en activité prenant appui sur des connaissances antérieures tout en rendant nécessaire le dépassement de celles-ci, répondait parfaitement à nos attentes.

⁴ Roland CHARNAY, *Apprendre par la résolution de problèmes*, in Grand N n°42. janvier, 1988.

⁵ Jean JULO, *Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes ?*, in Grand N n° 69, 2002

⁶ ERMEL, *Apprentissages numériques et résolution de problèmes. Cours préparatoire*, Hatier, 1995

Compte-rendu et analyse des situations menées en classe le 24 septembre 2002⁷

Les étapes de la séance	
Première mise en situation	
1. Dévolution de la consigne	
<p><i>L'enseignant</i> : « il faut remplir le bon de commande pour faire savoir à son équipe de quelle quantité de gommettes on a besoin pour qu'il y ait une gommette sur chaque nounours (pomme, ballon, chapeau...) »</p> <p><i>Les élèves</i> : « Tout ça ! Sur toutes les pommes ? Il faudra les compter ... »</p>	<p>La consigne est donnée de manière suffisamment large pour permettre le recours à des procédures multiples de dénombrement et différents types de représentations de la quantité à commander.</p> <p>Il y a une grande difficulté pour l'enseignant à nommer une tâche sans induire, sans réduire la situation, tout en donnant envie de relever le défi. Ici, il s'était interdit d'utiliser certains termes trop inductifs comme compter, combien, dessiner, écrire.</p> <p>L'accueil de la tâche et l'implication des élèves dans l'échange est différent en fonction de l'image qu'ils ont de leurs compétences. Les termes du défi interpellent les experts ; ils effraient au contraire les non-experts.</p>
2. Reformulation de la consigne	
<p><i>Les élèves</i> : « Il faut compter les dessins et écrire le nombre sur le bon de commande... »</p> <p><i>L'enseignant</i> : « Est-ce que j'ai demandé d'écrire un nombre ? »</p> <p><i>Les élèves</i> : « Non, il faut juste faire un message pour faire comprendre... »</p>	<p>Les élèves interprètent la tâche en fonction du « déjà-là » sur les nombres (que celui-ci provienne de la maternelle, de la maison ou de la rue) et de leur connaissance des attentes de l'école.</p>

⁷ Dans tous les tableaux qui suivent la première colonne correspond au **déroulement observé** et la seconde à l'**analyse**

3. Dénombrement et rédaction du bon de commande

Les cinq élèves A se lancent dans un dénombrement terme à terme malgré le grand nombre d'objets représentés. Plusieurs essais et le recours au marquage des éléments dénombrés s'avèrent nécessaires. Certains s'y reprennent jusqu'à 6 fois.

Seul un élève ne parvient pas à aller jusqu'au bout du dénombrement (Pierre, quantité à dénombrer 53).

Les quatre élèves du groupe A qui ont réussi à dénombrer rédigent leur bon de commande en utilisant l'écriture chiffrée des nombres, aucun d'entre eux ne recourt au dessin.

Equipe 1 : 53 objets dessinés – échec du dénombrement après plusieurs tentatives.

Equipe 2 : 72 objets dessinés – message rédigé : **75**.

Equipe 3 : 93 objets dessinés – message rédigé **83**.

Equipe 4 : 86 objets dessinés – objets dénombrés à l'oral 78, message rédigé **718**.

Equipe 5 : 78 objets dessinés – message rédigé **64**.

L'enjeu de la situation de communication n'est pas perçu par ces élèves. Ils veulent réussir leur tâche en affirmant leur maîtrise des nombres : connaissance de la comptine numérique, maîtrise du dénombrement, connaissance de l'écriture chiffrée des nombres.

L'idée que leur production risque de ne pas être comprise ne les effleure pas - ayant rempli leur tâche, ils ne pourront être tenus pour responsables de l'échec - .

4. Réception du bon et préparation de la commande

Le groupe B d'une équipe essaye de passer outre l'interdiction de communiquer à l'oral pour avoir des éclaircissements sur le message.

Les élèves du groupe B d'une autre équipe décident de passer outre l'obligation d'un seul envoi de gommettes en préparant un premier envoi et en se préparant à compléter.

Le groupe B de l'équipe 1, auquel Pierre n'a pas fourni de message - son dénombrement ayant échoué - manifeste bruyamment sa frustration.

Deux groupes B essayent des envois aléatoires - on verra bien si ça marche ou pas - .

A réception des bons de commande, les groupes B sont dans l'incapacité de produire quoi que se soit et expriment parfois vivement leur frustration « **on ne comprend pas ce que ça veut dire, on ne sait pas lire ce nombre, on ne sait pas quoi faire avec ça,** » sont alors les remarques les plus fréquemment entendues.

La situation de communication n'a pas été suffisamment exploitée par l'enseignant qui aurait dû intervenir pour faciliter et organiser les échanges entre élèves du groupe A et du groupe B dès que les premières difficultés de compréhension des messages ont été verbalisées par les élèves.

Les élèves qui ne parviennent pas à lire le message mais qui ont vu les planches lors de la présentation de l'activité, ont tendance à en préparer beaucoup. Il y a mise en relation de deux collections à partir d'une perception visuelle et d'une quantité identifiée comme « beaucoup ».

5. Transmission de la commande et validation par l'action	
<p>Les élèves qui reçoivent leur commande (A), une fois celle-ci traitée, se remettent immédiatement en action, et sont rapidement mécontents de la prestation de leur groupe.</p> <p>A aucun moment, ils ne remettent en question la qualité de leur propre activité.</p>	<p>Les élèves qui ont envoyé la commande (B) restent curieux de connaître le résultat mais sont convaincus de s'être trompés.</p>
6. Mise en commun des productions et analyse collective	
<p>La difficulté de recourir au comptage terme à terme et son risque d'erreur inhérent apparaît, notamment lorsqu'elle est exprimée par l'élève n'ayant pas réussi le dénombrement.</p> <p>A la question du maître : « Plutôt que de compter tous les dessins un à un, n'aurait-on pas pu faire autrement ? », certains élèves proposent de faire des paquets, de 2, de 3, de 4, de 8, de 11, mais pas du tout de 10 !</p>	<p>Les élèves expriment :</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ pour les élèves du groupe A, la frustration de ne pas avoir été compris. ▪ pour leurs équipiers (groupe B), la frustration de ne pas avoir compris le message rédigé.
7. Synthèse	
<p>Les élèves ont été très actifs, mais semblent déstabilisés.</p> <p>Certains manifestent un vif désir de reprendre la situation. Ils sont convaincus qu'eux, ils réussiront à résoudre le problème mais ne perçoivent pas encore la nécessité de faire évoluer les procédures de dénombrement utilisées.</p>	<p>Les élèves sont arrivés à la conclusion qu'écrire le nombre, même s'il est juste, ne sert à rien si celui qui le reçoit ne le comprend pas. Ce constat a provoqué à la fois le contentement des élèves du groupe B et la perplexité des élèves du groupe A, tout en ajoutant une dimension de défi équitable à la situation initiale.</p> <p>Seule la représentation graphique du codage de la quantité semble avoir évolué, dans le sens d'un renoncement à l'écriture chiffrée des nombres.</p>

La séance initiale n'ayant pas permis de résoudre la situation-problème et l'analyse collective des difficultés ayant suscité un regain d'intérêt et de mobilisation des élèves **autour d'une situation les mettant à égalité malgré leurs connaissances inégales des nombres**, il a été décidé de remettre les élèves en activité en inversant partiellement le dispositif.

Présentation de la deuxième mise en situation

Cette mise en situation a lieu le même jour (24/09/02) avant et après la récréation du matin, les élèves ayant montré une grande déception et une vive interrogation face à leur non-réussite.

L'organisation du travail en classe

Les équipes restent inchangées mais les rôles sont inversés. Dans chaque groupe, on a désormais 4 ou 3 élèves du groupe B qui reçoivent chacun une planche couverte de dessins. Chacun va tenter de dénombrer par la procédure de son choix, puis va rédiger un bon de commande ; le travail est individuel. C'est l'élève du groupe A auquel avait été confiée la tâche de dénombrement dans le dispositif précédent qui va ici recevoir les 3 ou 4 bons et préparer les commandes correspondantes.

Tous les élèves rédacteurs de commande reçoivent la même planche de dessin qui est celle de l'élève ayant échoué dans sa tentative de dénombrement dans le dispositif précédent (53 nounours).

Les bons de commande n'ont pas changé ; les gommettes sont présentées en barrettes de 10.

Rédacteurs du bon et préparateurs de la commande sont toujours répartis dans des espaces géographiques distincts afin de préserver la réalité de la situation de communication.

Les étapes de la deuxième mise en situation	
1. Dévolution de la consigne	
<p><i>L'enseignant aux élèves du groupe B : « On va reprendre la collection qu'avait Pierre. Je l'ai photocopiée. Je vous en donne une à chacun et c'est vous qui allez demander les gommettes dont vous avez besoin, en remplissant votre bon de commande. Votre équipier va recevoir vos commandes et vous renverrez les gommettes. Faites attention à bien faire un message qu'il pourra comprendre. »</i></p> <p><i>remarque entendue : « il ne faut pas écrire le nombre parce que ça ne sert à rien si l'autre ne sait pas le lire. »</i></p>	<p>Les élèves semblent confiants face à l'enjeu. C'est la planche qui avait le moins d'objets. Ils anticipent la consigne et parlent du bon de commande.</p> <p>La même situation aurait sans doute gagné à être cette fois-ci mise en œuvre avec du matériel manipulable facilitant les groupements plutôt qu'un support écrit.</p>

2. Dénombrement et rédaction de la commande	
<p>Les cinq élèves du groupe A regardent et manipulent leurs gommettes en attendant de recevoir les commandes. Les gommettes sont présentées par barrettes de 10.</p> <p>Une partie des élèves du groupe B se lancent dans le comptage terme à terme avec repérage graphique de l'élément dénombré. Des difficultés apparaissent pour enchaîner la suite des nombres.</p> <p>D'autres élèves ont recours à l'idée du groupement. Une fois les groupements constitués, les élèves retombent dans une procédure de comptage terme à terme - je vois 4 éléments, j'entoure 4 éléments puis je compte de un en un en passant d'un groupe d'éléments à l'autre -</p> <p>Un tiers des élèves disent ne pas pouvoir compter tous les nounours. Invités à s'appuyer sur ce qu'ils savent, plusieurs d'entre eux regroupent les oursons en les entourant. Sur le bon de commande, les écritures reproduisent les groupements réalisés : 2,6,5,3,5.</p>	<p>On relève un grand attachement à la connaissance de la comptine numérique orale.</p> <p>Le groupement est utilisé pour isoler spatialement une entité immédiatement quantifiable.</p> <p>Les groupements sont pour la plupart des élèves, sauf deux d'entre eux, des groupements variables allant de 2 à 10 éléments.</p> <p>Les écritures sont difficiles à lire. Exemple de message : 2653542.</p> <p>Un élève groupe par 11, « <i>c'est jusque-là que je sais écrire</i> » puis note 11/11/11/11/11/10 en posant spontanément des barres de séparation entre les groupements.</p>
3. Transmission du bon et constitution de la commande	
<p>Un élève du groupe A reçoit le seul message de groupements réguliers par deux et compte deux par deux pour préparer la commande.</p>	<p>Phase d'activité intense pour les 5 élèves du groupe A qui reçoivent les commandes et qui doivent avant tout comprendre les messages rédigés.</p>
4. Transmission de la commande et validation par l'action	
<p>Dès réception des gommettes, les élèves du groupe B valident en collant les gommettes sur les dessins. La plupart d'entre eux sont perplexes en cas d'échec et manifestent le désir d'entrer en communication avec leur pourvoyeur de gommettes.</p>	<p>Confrontés à une non-réussite, certains élèves du groupe B essaient d'analyser l'origine de l'erreur soit en se relançant dans un dénombrement des dessins de la planche, soit en dénombrant les dessins sans gomme (recherche du complément)</p>

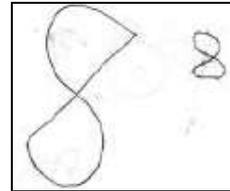
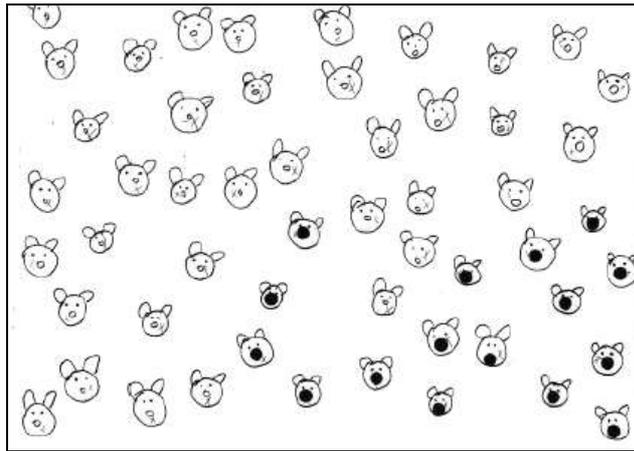


Planche et message d'Alexia. Dénombrement terme à terme et croix sur l'élément dénombré

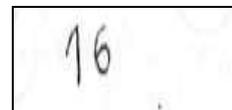
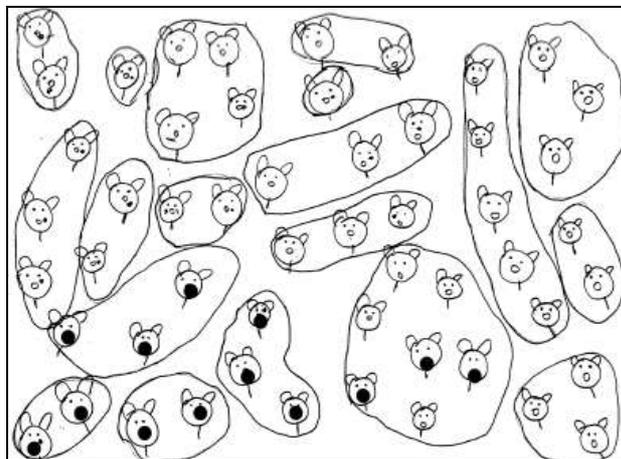


Planche et message d'Héloïse. Groupements variables et marques sur les éléments dénombrés

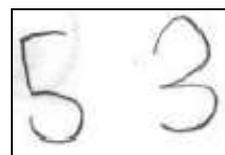
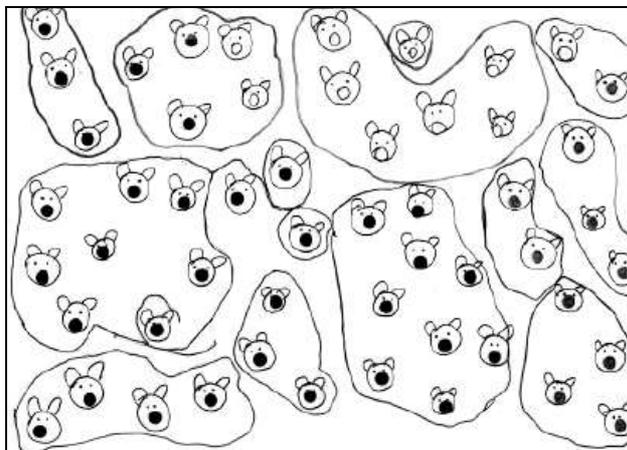


Planche et message de Romain . Groupements variables

5. Mise en commun des productions et analyse collective

Affichage de 5 productions significatives. 3 seulement seront analysées par manque de temps.

Première production :

Pauline: Il y a encore des erreurs !

L'enseignant : Comment le vois-tu ?

Pauline : Il y en a un qui n'a rien fait.

L'enseignant : non, regarde. Il y a des petits points.

Alexia : J'ai compté les ours. (Message 88). Le gros 8 compte mais pas l'autre. Je ne sais pas écrire le nombre.

Deuxième production :

Pauline : J'ai fait un groupe de ce que je sais compter et je l'ai écrit (8, 2,...)

Héloïse (devait préparer la commande) : C'était dur car il y avait plein de nombres sur son bon de commande.

L'enseignant à Pauline : Est-ce qu'elle t'a envoyé le bon nombre de gommettes ?

Pauline : non, elle a oublié des nombres.

L'enseignant à Pauline : Est-ce que tu aurais pu écrire moins de nombres ?

Héloïse : Elle aurait pu faire des plus gros groupes.

Pauline : des groupes de 2 .

Héloïse : non, il y aurait plein de nombres 2

Louis et Anaïs : des groupes de 10 !

Troisième production :

Anaïs : Moi, je n'ai pas eu le bon nombre de gommettes. (message : 40)

Gabriel (ayant préparé la commande) : Pourtant, j'ai bien fait. Sur chaque bande il y a 10 gommettes et je t'ai donné 4 bandes.

On vérifie la présence des 4 bandes de 10 gommettes sur la planche. Il n'y en a que 30 car Anaïs a perdu une bande.

Les élèves : Ce n'est pas assez.

Dans cette situation, et malgré la mise en commun précédente, les élèves n'ont pas tous abandonné le dénombrement terme à terme.

Certains ont eu recours à une stratégie de groupements variables, deux élèves ont adopté un groupement régulier l'un par deux, l'autre par 11.

Lors de l'analyse collective qui a suivi, les experts ont relevé la difficulté de constituer la commande en cas de groupements trop nombreux.

Dans les débats, la frustration est toujours présente. Les élèves ne comprennent pas pourquoi les connaissances qu'ils pensent détenir sur les nombres ne sont pas opérationnelles.

Les autres élèves ne relèvent pas la proposition. 10 n'a pas de statut particulier dans la classe. Les élèves ne mettent pas en relation le groupement par 10 avec le fait que les gommettes étaient présentées par barrettes de 10.

Pour Anaïs, il n'y a pas correspondance entre le code 40 et la quantité dénombrée. L'élève réagit de manière très affective.

L'élève est perplexe et ne comprend pas d'où provient l'erreur qu'elle a d'abord imputée à son pourvoyeur de gommettes. Les arguments développés par Gabriel (gommettes groupées par 10) malgré (ou à cause) de leur qualité ne sont entendus ni par Anaïs (qui avait pourtant proposé lors de l'analyse de la production précédente de recourir au groupement par 10) ni par les autres élèves

Tableau récapitulatif des productions. Deuxième mise en situation						
	Comptage de un en un avec marquage	Groupe-ments variables par :	Groupe-ments réguliers par :	Message rédigé	Nombre de gommettes reçues	Remarques (<i>rappel : chacun avait une planche de 53 nounours</i>)
Jérémy	x			52	40	
Laura	x			15	39	
Florian	x			52	52	Le nounours n'ayant pas reçu de gommette est barré.
Aïssa	x			25	40	
Michaël	x			12	25	
Amandine	x	2,3,4,7		19	19	
Alexia	x			88	16	
Anaïs		2,3,5		40	30	Perd une barrette de gommettes au moment de les coller.
Mathilde		6,1,2,3,4		14	14	
Jeanne	x		11	11/11/11/ 11/10		
Fabien		3,5,7		48	48	
Vincent		4,6,8,10,12		87	52	Le message est corrigé par l'élève qui doit préparer la commande.
Eloïne	x	2,3,5,7		16	12	
Romain		3,5,8		53	53	
Yohan	x			7,4,8,6,6,2, 10	53	L'élève qui reçoit le bon calcule et écrit 53.
Pauline	x			(8,5),(8,2), (7),(5),(5), 7,(2,6)	37	
Emma	x	x		3,2,4,3,3,3, 3 ;3,3,3 ;3 ,2,3,3 ,3,3, 3		
Gabriel			2	55		Un élève expert décide de réaliser le dénombrement, il fait des groupements par deux en comptant de deux en deux en même temps, mais compte ...40, 42, 46, 48 ...en oubliant 44 !

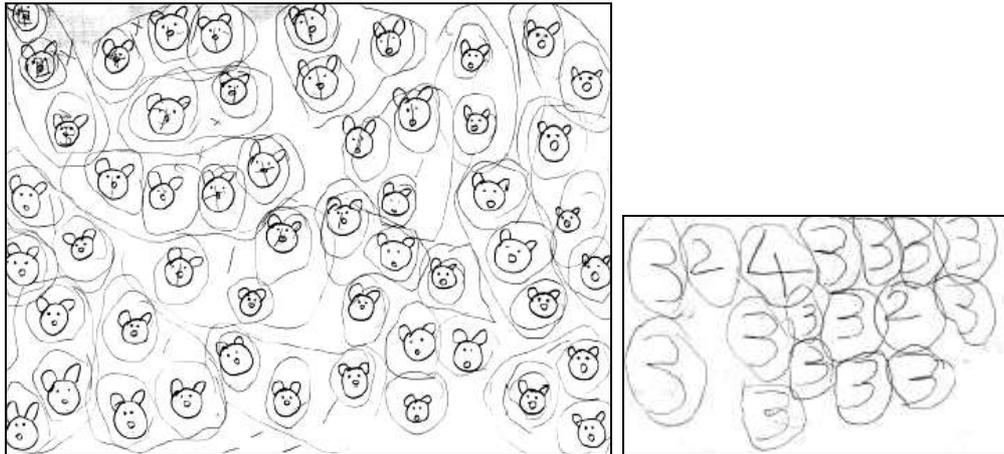


Planche et message d'Emma.

Tentative de dénombrement terme à terme abandonnée puis recours à des groupements variables



Planche et message de Jeanne ; Groupements réguliers par 11

Bilan des expérimentations et perspective de recherche

Bilan des expérimentations

Les deux séances décrites ont été menées dans la même matinée, tant étaient forts l'investissement et l'intérêt des élèves. Elles appellent un certain nombre de remarques et imposent une réflexion concernant la construction de la numération par le jeune enfant.

Les élèves du groupe A ont été confrontés à une vraie situation-problème. Ils n'ont pas eu à abandonner le comptage terme à terme, leur bonne connaissance de la suite numérique permettant à 4 d'entre eux sur 5 de mener à son terme la tâche...après plusieurs tentatives non abouties et aucun résultat exact.

Pour autant, ils n'ont pas réussi à communiquer avec les élèves du groupe B. Ils ont ainsi convenu de l'inadéquation de leur connaissance à la situation proposée et de la nécessité de recourir à une autre écriture de la quantité.

Cependant, la perception du dispositif par les élèves du groupe B interroge sur le bien-fondé du choix a priori. Si l'image positive des élèves du groupe A s'est trouvée renforcée par le dispositif adopté, elle l'a été au détriment de celle des autres élèves qui ont pu vivre la situation comme déstabilisante, voire dévalorisante.

En outre, le choix initial des élèves rédacteurs du bon de commande a également eu pour effet pervers de contribuer à un appauvrissement des productions. Les élèves du groupe A se sont focalisés sur l'écriture chiffrée canonique des nombres, alors que les élèves du groupe B auraient peut-être proposé un éventail plus large de réponses. Dès lors, si une telle situation devait être expérimentée à nouveau, il conviendrait sans doute de repenser le choix des élèves auxquels sont confiées les tâches de dénombrement et de rédaction du bon de commande en se servant de l'hétérogénéité comme d'une ressource supplémentaire.

Nous pouvons aussi examiner l'action de l'enseignant. Il a eu à prendre des décisions délicates, que ce soit dans le choix des productions à retenir pour l'observation et l'analyse lors des mises en commun collectives ou dans la direction des débats. Il a notamment eu à renoncer à faire invalider les messages, tous erronés, des élèves experts produits lors de la première séance. En effet, pour ce faire, il lui aurait fallu soit recourir au dénombrement terme à terme, au risque de renforcer une procédure qu'il souhaitait voir abandonner, soit introduire lui-même le recours aux groupements, ce qui aurait empêché les élèves de construire par eux-mêmes cet outil.

De plus, la question des traces écrites dans la classe aurait mérité d'être pensée en amont de l'expérimentation. Un affichage collectif lors de la phase de mise en commun aurait pu être rédigé et aurait été un appui précieux pour la suite des apprentissages.

Perspective de recherche

Les séances observées se sont révélées d'une telle richesse que les sujets d'approfondissement sont multiples. L'un retient particulièrement notre attention : celui qui consiste à s'interroger sur les apprentissages cognitifs liés à la construction de la numération. Ainsi, nous pouvons nous demander dans quelle mesure les connaissances *a priori* des élèves sur les nombres (connaissance de la comptine numérique orale sans relation avec le nombre en tant que mémoire d'une quantité, connaissance partielle du code, limitée à la connaissance des chiffres au détriment des règles d'écriture) ne sont pas, elles-mêmes, un obstacle didactique à la construction de la numération et à la compréhension des fondements de notre système décimal ?

Dès lors, celle-ci étant une numération de groupements positionnelle, on peut penser que provoquer l'abandon du dénombrement terme à terme, dégager de ce fait l'élève de la tâche de mémorisation de la comptine numérique pour un temps, c'est lui permettre de construire des stratégies de groupements, variables dans un premier temps et réguliers par la suite. Cette démarche est intéressante à plusieurs titres : d'abord parce qu'elle assure une meilleure compréhension du système décimal (nécessité des groupements réguliers, puis d'échanges pour l'écriture du nombre), ensuite parce qu'elle peut faciliter la compréhension et la maîtrise de la « syntaxe » de l'écriture chiffrée des nombres ; elle permet peut-être aussi de donner du sens à la désignation orale des nombres, notamment aux désignations irrégulières.

Pour autant, est-il réaliste, d'un point de vue pédagogique, de mettre des élèves de cours préparatoire en situation de redécouvrir par eux-mêmes les principes d'écriture de notre numération ? Si la réponse est positive, comme nous le pensons, par quels moyens pédagogiques parvenir à cet objectif ? C'est la principale perspective de recherche que nous avons à cœur d'explorer.