IL ETAIT UNE FOIS …. LA BOITE DU PATISSIER

Jacques CHAPPAZ
Maître formateur IUFM de Grenoble
site de Haute Savoie
Florence MICHON
Professeure de mathématiques IUFM de Grenoble
site de Haute Savoie

La séquence présentée et analysée dans cet article est une exploitation possible de la fiche Point de Départ intitulée « La boîte du pâtissier »[1]. Le sujet concerne l'étude d'objets géométriques du plan et de l'espace. Il s'agit d'une activité de recherche.
Ce travail irait, en partie, dans le sens des « Ateliers de Recherche en Mathématiques » (ARM) expérimentés par Pierre EYSSERIC et présentés dans le numéro 70 de la revue Grand N. Dans cet article, l'auteur précise que : « *lorsqu'un problème de recherche est proposé à des élèves, l'objectif est bien de leur apprendre à chercher et cela par le biais de la résolution d'un problème précis posé par l'enseignant* ».

Le point de départ de cette expérience a été une interrogation : « Cette situation est-elle adaptée à des élèves de CM ? ». Jacques Chappaz a bien voulu la mettre en œuvre dans sa classe de CM1/CM2 à Villy le Pelloux (Haute Savoie) afin de proposer une réponse à cette interrogation.
Nous nous sommes inspirés des documents cités en référence en fin d'article.
Le support des différents problèmes est une boîte dont la notice de construction figure en annexe 2.

Remarques préalables

1- *Le lecteur (ou la lectrice) est invité à construire la boîte et à répondre aux différentes questions avant de lire l'analyse.*

2- *Il y a deux possibilités de plier une feuille rectangulaire (non carrée) parallèlement aux bords : soit plier selon le plus long côté du rectangle, soit plier selon le plus petit côté. La fiche technique induit de plier sur le plus grand côté. Si rien n'est mentionné (sauf partie 3) c'est ce pliage qui sera évoqué.*

REFLEXIONS AUTOUR DU PROBLEME

Dans un premier temps, pour les élèves, il s'agit de construire la boîte en suivant la notice.[2]

---

[1] *La boîte du patissier – Spécial Grand N – Points de départ* (2003) p26-27 - IREM de Grenoble

[2] En annexe 1 figure la notice qui a d'abord été donnée aux élèves de cette classe.

Après l'observation des difficultés rencontrées nous proposons, en annexe 2, une nouvelle notice élaborée par Danielle BESSAC (professeure de technologie à l'IUFM de Grenoble, site de Haute Savoie).
Cette première activité relève de la technologie : réaliser un objet (la boîte) à partir d'une fiche technique. En effet, pour cette partie, les élèves n'ont pas à anticiper : ils ne font donc pas de mathématiques.

Dans un deuxième temps, différents problèmes peuvent être posés, par exemple :

⇨ Construire (en suivant la notice) une boîte à fond carré quelconque ou imposé.
⇨ Chercher le format de la feuille pour obtenir une boîte à fond carré de 7 cm sur 7 cm.
⇨ Chercher le format de la feuille pour une boîte de fond 5 cm sur 8 cm.
⇨ Chercher les dimensions de la boîte obtenue avec une feuille de 18 cm sur 24 cm.
⇨ Construire des boîtes gigognes.

On peut classer ces différentes situations en trois catégories selon qu'elles permettent de :

- comprendre les contraintes de pliage, immuables tout au long de la séquence ;
- réussir à construire des boîtes à fond imposé et donc trouver les « bonnes feuilles » de départ ; nous les appellerons situations à « boîte imposée » ;
- trouver quelles sont les dimensions de la boîte que l'on obtient avec une feuille imposée, donc anticiper des dimensions de boîtes à partir de celles de la feuille de départ ; nous les appellerons situations à « feuille imposée ».

Dans les deux derniers cas, il s'agit effectivement de « vrais » problèmes mathématiques. Les élèves peuvent s'engager rapidement dans une procédure, plusieurs essais sont possibles, la réponse est loin d'être évidente (la notion mathématique sous-jacente est une fonction à plusieurs variables !), la validation se fait par le contrôle des dimensions de la boîte après réalisation.

Le problème du fond carré

Le premier problème proposé à cette classe était le suivant : ***« Comment faire pour que les boîtes que l'on obtient aient un fond qui soit carré ? »*** On s'attend à ce que les élèves commencent par utiliser le raisonnement erroné suivant : « *Si je pars d'une feuille rectangulaire (sous entendu non carrée) j'obtiens une boîte à fond rectangulaire, donc si je pars d'une feuille carrée j'obtiendrai une boîte à fond carré ».* Après invalidation de ce raisonnement lors de la construction effective, les élèves sont amenés à analyser les caractéristiques (numériques ou géométriques) des boîtes pour chercher la solution. Le passage par ce raisonnement erroné est intéressant ; en effet cela permet de motiver la recherche des caractéristiques de cette boîte.

D'autres procédures sont possibles :

- mesurer les dimensions de la boîte à fond presque carré, obtenue lors de la phase précédente et enlever la différence à la largeur de la feuille (le raisonnement est correct) ;
- déplier une boîte déjà construite et étudier les plis ;
- construire un carré au centre d'une feuille et le compléter par les bandes nécessaires à la construction par pliage.

Les situations à « boîte imposée »

Un second problème a été donné, uniquement aux CM2, après qu'ils aient travaillé sur le premier. **« Quelles doivent être les dimensions de la feuille pour que le fond de la boîte mesure 5 cm sur 8 cm ? Quelle sera la hauteur de la boîte ? » .**

Il a un double intérêt :

- faire évoluer les procédures découvertes pour les boîtes à fond carré : il s'agit de dégager celles qui sont généralisables ; autrement dit les élèves sont amenés à modéliser cet objet de l'espace ;
- constater qu'il existe deux solutions.

Les procédures possibles sont les suivantes :

- trouver le lien numérique (fonctionnel) entre les dimensions de la boîte et les dimensions de la feuille de départ. Pour un fond rectangulaire de 5 cm par 8 cm, la hauteur de la boîte mesurera soit la moitié de 5 cm, soit la moitié de 8 cm. Pour les dimensions de la feuille, deux couples de nombres sont solutions :
    - *a.* longueur : 15 cm (= 3 x 5) ; largeur : 13 cm (= 8 + (2 x 2,5)) ;
    - *b.* longueur : 24 cm (= 3 x 8) ; largeur : 13 cm (= 5 + (2 x 4)).

  Les hauteurs des deux boîtes seront différentes : 2,5 cm pour la solution *a.* et 4 cm pour la solution *b.* Une boîte aux dimensions quelconques peut servir de support au raisonnement.
- déplier une boîte déjà construite et étudier les plis ;
- construire un rectangle de 5 sur 8 au centre d'une feuille et le compléter par les bandes nécessaires à la construction par pliage.

Les situations à « feuille imposée »

On a ensuite proposé le problème suivant aux mêmes CM2 : **« En partant d'une feuille rectangulaire de 18 cm sur 24 cm, quelles boîtes (de quelles dimensions) vais-je pouvoir réaliser ? ».** C'est le problème « inverse ».
Cette nouvelle situation devrait permettre « une mise à l'épreuve » des procédures découvertes par les élèves lors des séances précédentes, l'objectif étant toujours de les amener à modéliser cette boîte. Il s'agit des prémices d'une relation fonctionnelle « complexe » : partir d'une feuille à deux dimensions pour arriver à un objet en trois dimensions.
La procédure « numérique » consiste à se servir des relations numériques évoquées plus haut mais en les « inversant ». Ainsi, une des deux solutions revient à faire les calculs suivants : fond : 24 divisé par 3 et 18 - 2 x (8 divisé par 2) ; hauteur : 8 divisé par 2, soit la boîte de fond 10 sur 8 et de hauteur 4. La deuxième solution est : fond 6 sur 18, hauteur 3. Le support du raisonnement peut être une boîte quelconque dépliée.

L'intérêt de ces différents problèmes est donc d'amener les élèves à modéliser, avec leurs connaissances, ce solide, c'est-à-dire de représenter un objet par un schéma, des calculs, des mises en relation qui permettent de le décrire sans le construire. Pour cela, ils sont amenés à anticiper, à émettre des hypothèses, à valider par des allers et retours entre le cadre géométrique et le cadre numérique, à argumenter.

Cette séquence s'est étalée sur quatre semaines en mai-juin 2002, richesse de la situation oblige ! Elle a nécessité 8 séances, d'un peu plus d'une heure en début de séquence et d'environ 45 minutes ensuite.

DEROULEMENT ET ANALYSE

La séquence est décrite[3] et analysée suivant les trois catégories de situations possibles :

- construire des boîtes ;
- trouver le format de la feuille pour obtenir un certain type de boîtes ;
- trouver les dimensions des boîtes à partir de feuilles aux dimensions données.

Construction de boîtes (*une séance*)

L'enseignant présente aux élèves le point de départ de l'activité : « J'ai obtenu de Florence (les élèves la connaissent car elle vient de temps en temps observer des séances de mathématiques) une notice pour fabriquer des boîtes du pâtissier, je me suis entendu avec elle pour tenter l'aventure avec vous ».
Lors de cette séance, les enfants ont rencontré quelques difficultés pour lire la notice. Il a fallu à plusieurs reprises interrompre l'activité afin de favoriser les échanges et apporter des éclaircissements sur la notice, probablement pas suffisamment claire.

Analyse et commentaire

Même s'il paraît nécessaire de chercher à améliorer la lisibilité de la fiche (voir la nouvelle en annexe 2), cette phase de construction n'en reste pas moins indispensable pour une bonne appropriation de la situation par les élèves. On s'efforce de donner aux élèves la possibilité de pratiquer de multiples essais, de fabriquer autant de boîtes qu'ils le désirent et cela à partir de feuilles de différents formats. L'enseignant leur a permis d'emporter la fiche technique à la maison pour poursuivre leurs essais.
C'est un moment riche en découvertes, générateur de questions, qui favorise une première imprégnation des caractéristiques mathématiques des boîtes.
L'objectif de cette séance est d'amener les élèves à s'approprier les caractéristiques de montage de la boîte du pâtissier. Pour cela, ils ont été placés individuellement en situation de lecture et de compréhension de schémas, motivés par le seul fait de réaliser des boîtes.

Problème « boîte imposée » : trouver le format de la feuille pour obtenir un certain type de boîte (*trois séances*)

Recherche de boîtes à fond carré de dimensions libres ou imposées (*deux séances*)

Première séance

Dans la foulée de la séance de construction de boîtes à partir de la fiche technique, le lendemain, l'enseignant motive une première recherche en direction des élèves : « Comment faire pour que les boîtes que l'on obtient aient un fond qui soit carré ? » ou « Comment réaliser une boîte dont le fond fasse 7 cm sur 7 cm ? ». Les deux questions sont laissées au choix des élèves qui ont à leur disposition un stock de boîtes quelconques réalisées la veille et des feuilles de formats variés.

L'activité est organisée pour que les élèves formulent des hypothèses avant de construire. La séance comprend six phases.

[3] *Le déroulement effectif* des séances est écrit en italique, les analyses et commentaires sont en caractère normal.

Phase 1 : *Ecriture individuelle des hypothèses (avec un stock de boîtes à leur disposition)*

Demander à chaque élève de prévoir par écrit comment il va s'y prendre, donc l'amener à anticiper, permet une bonne implication de chacun et favorise la prise de conscience du lien entre ce nouveau problème et les constructions de la veille.

➢ productions des élèves : (seules les fautes d'orthographes ont été corrigées) :

- *« Il faut partir d'un carré ».*
- *« Il faut faire comme la notice sauf qu'il faut que la feuille soit un carré ».*
- *« Il faut couper la feuille rectangulaire en carré et faire les mêmes étapes que sur la notice ».*
- *« Plier la feuille en diagonale, le bout qu'il reste il faut le couper, faire apparaître cinq plis tous parallèles de la même distance ».*
- *« Un carré de 14,2 cm de côté » (le seul élève qui a choisi de réaliser une boîte à fond carré de 7 cm).*

Phase 2 *: Ecriture des hypothèses par groupes de 3 ou 4*

L'intérêt de passer par cette étape est d'élaborer à plusieurs une pensée plus construite grâce aux confrontations des idées.

Phase 3 : *Mise en commun des hypothèses - travail collectif : tour de table des idées*

Cela permet une première validation.

Les hypothèses discutées ont été les suivantes :

- *« On prend une feuille carrée » (trois groupes sur cinq).*
- *« Au lieu de plier en triangle, on plie en carré » (un groupe).*
- *« Enlever un pli » (un groupe).*

Ces deux dernières hypothèses ont été invalidées par les élèves car elles ne respectaient pas la notice.

Phase 4 : *Validation par construction des boîtes avec les hypothèses qui ont résisté à la mise en commun*

La construction des boîtes permet de valider les hypothèses. La phase de réalisation technique n'est plus le but principal. L'anticipation a précédé la réalisation.

Phase 5 : *Seconde mise en commun pour recenser et analyser des boîtes à fond carré construites ; conclusion*

L'enseignant fait prendre conscience aux élèves des relations numériques entre les dimensions du fond - ici le fond fait 7 sur 7 - et celles de la feuille 14 sur 21. Pour un adulte entraîné cela représente la réponse au problème ; pour un élève de CM rien n'est moins sûr !

Phase 6 *Annonce de prolongements : « La prochaine fois, vous construirez une boîte à fond carré de 5 cm sur 5 cm »*

Tous les élèves n'ont pas réussi. C'est pourquoi l'enseignant promet un autre pliage où ceux qui ont réussi pourront réinvestir et ceux qui ont progressé sans conclure pourront poursuivre la recherche.

Analyse et commentaire

La dimension affective dans ce type de séance, première séance d'une séquence de recherche, n'est pas à négliger. Quelques « bons » élèves ne trouvent pas rapidement la bonne réponse, d'autres considérés comme « moins avancés » la trouvent. On observe alors une certaine tension dans la classe.

Les aides pour les élèves bloqués sont difficiles à prévoir. Pour éviter cette difficulté, nous pensons qu'il serait intéressant d'organiser la séance sous la forme d'un « coin mathématique » durant un ou deux jours où les élèves pourraient chercher en « libre-service ». Une mise en commun, réalisée après les recherches de tous les élèves, permettrait alors de recenser les propositions de chacun.

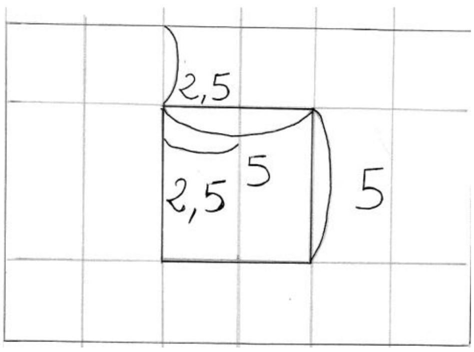
Deuxième séance : recherche d'une boîte imposée de fond 5x5

Le nouveau problème proposé aux élèves est le suivant : ***« Quelles doivent être les dimensions de la feuille pour que le fond de la boîte mesure 5 cm sur 5 cm ? »***
Les élèves disposent du stock de boîtes aux dimensions quelconques en libre-service, d'une calculatrice, de feuilles de brouillon, de règles graduées, de feuilles de formats A4 et A3.
S'agissant d'une situation de réinvestissement, le protocole de mise en œuvre est quelque peu simplifié :
Phase 1 : *Recherche individuelle, puis échange par deux*
Phase 2 : *Mise en commun des propositions et des productions des différentes équipes*

Analyse et commentaire
Le but de cette séance est la réussite de tous les élèves.
L'un des objectifs de la séquence est le passage du cadre géométrique au cadre numérique. Il s'agit de conduire les élèves à aller chercher des outils numériques pour traiter une question en apparence géométrique. Or, lors de la mise en commun de la séance précédente, les élèves n'avaient pas mis en avant les caractéristiques numériques des feuilles donnant des boîtes à fond carré (si c est la longueur du côté du carré constituant le fond de la boîte, 2c et 3c sont les dimensions de la feuille). Il était donc nécessaire de proposer un problème du même type. Cette fois les dimensions du fond sont imposées, le problème apparaît ainsi comme un nouveau défi.

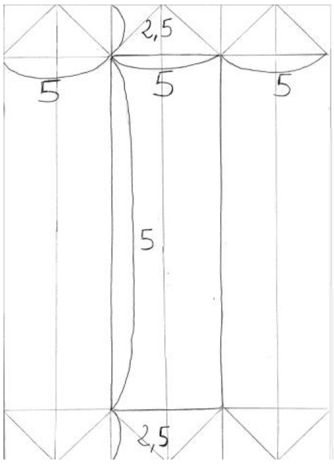
Les procédures
Voici les deux procédures utilisées majoritairement par les élèves de cette classe de CM1/CM2 : elles restent dans le cadre géométrique !

Première procédure : reproduction à l'échelle de la feuille de départ avec tous les plis.



On peut émettre l'hypothèse que les élèves ont commencé par tracer sur une feuille un carré de 5 sur 5 représentant le fond, puis qu'ils ont trouvé la largeur des plis : 2,5 cm, ainsi ils peuvent finir les tracés des plis « autour du carré » pour obtenir finalement la feuille de départ.

Deuxième procédure : en dépliant une boîte quelconque et en reportant les dimensions souhaitées en rapport avec 5.



Deux élèves ont proposé des procédures dans le cadre numérique :

> *Nathalie : « Moi j'ai vu que c'était le double avec 7 alors j'ai fait 5 x 2 et le triple pour la largeur alors j'ai fait 5 x 3 ».*

Cette élève fait allusion aux relations numériques constatées lors de la phase précédente pour la boîte à fond carré de 7 cm issue d'une feuille de 14 cm sur 21 cm.

> *Nicolas : A partir d'une boîte à fond carré qu'il a dépliée, il mesure les dimensions du fond et les dimensions de la feuille. Puis il cherche à établir par tâtonnement un coefficient multiplicateur (en faisant des multiplications à trous à l'aide de la calculatrice) entre les dimensions du fond et les dimensions de la feuille, afin de répercuter ce rapport sur la boîte à fond 5x5 ».*

L'enseignant l'engage à poursuivre en lui montrant comment utiliser la touche « diviser » afin d'alléger ses calculs et lui permettre d'aboutir.

Commentaire

Les procédures proposées par les élèves ont été très riches : on pourrait les qualifier de « mixtes », liant les caractéristiques géométriques et numériques des boîtes. A ce stade de la séquence, la différence entre les élèves de CM1 et de CM2 est nette. Les élèves de CM1 restent au stade des essais alors que ceux de CM2 produisent des procédures plus élaborées, plus générales. L'enseignant a donc décidé pour la suite de la séquence de différencier les tâches demandées : les élèves de CM1 poursuivront leur recherche avec les boîtes à fond carré ; quant aux élèves de CM2, il leur sera proposé un problème avec des boîtes quelconques, l'objectif étant d'amener ces derniers à dégager des procédures numériques qui peuvent se généraliser.

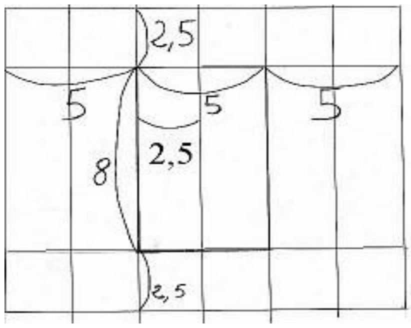
recherche de boîtes à fond non carré (uniquement pour les CM2) : *une séance*

*Une nouvelle recherche est proposée aux élèves : **« Quelles doivent être les dimensions de la feuille pour que le fond de la boîte mesure 5 cm sur 8 cm ? Quelle sera sa hauteur ? »***
La recherche se fait individuellement, puis en groupes et se termine par une mise en commun.
Les CM1 ont à répondre au même type de question mais pour une boîte à fond de 4 cm sur 4 cm.
La validation se fait à l'issue de la mise en commun par la réalisation des boîtes pour les CM1 comme pour les CM2.

Les CM1 se voient proposer une simple situation de réinvestissement pour renforcer la séance précédente.

Les procédures

Au cours de cette séance, la totalité des élèves de CM2 a finalement adopté la procédure « numérique » suivante : une reproduction à l'échelle de la feuille avec tous les plis, après avoir fait les calculs : 3 x 5 et 8 + (2 x 2,5).



Voici une procédure fausse qui a été abandonnée en cours de séance :

Nathalie (CM2) : « Au lieu de 8 et 5 je fais 7 et 6 et ça ressemble à 7x7 ».

La boîte étant ici à fond rectangulaire, elle tente d'adapter coûte que coûte le raisonnement qui marchait avec les boîtes à fond carré en cherchant à ramener le fond à un carré approximatif.

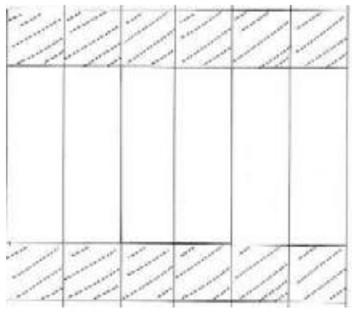
Le groupe classe se positionne et rejette cette procédure en s'appuyant sur le fait que cette idée ne donne pas une boîte conforme à la commande.

Un élève propose 3 x 8 et 2 x 5 par analogie avec les boîtes à fond carré.

En effet, si c est la longueur du côté du carré constituant le fond de la boîte, 2c et 3c sont les dimensions de la feuille.

Quand il s'aperçoit de son erreur : 2 x 5, il décide d'abandonner complètement son idée pour adopter la procédure 3 x 5 et 8 + (2 x 2,5). L'enseignant insiste pour qu'il reprenne sa première procédure, il propose alors 3 x 8 et 5 + (2 x 4). Grâce à cette intervention cruciale, une autre procédure a pu voir le jour.

Jean a réalisé une reproduction à l'échelle de la feuille et a observé une propriété géométrique générale : « Les figures que l'on obtient, lors des différents pliages, sont des carrés, matérialisés par des hachures dans la figure ci-dessous. »



Cette remarque est fondamentale, en effet elle pointe une propriété géométrique générale des boîtes, ce qui est un des objectifs de la séquence. D'ailleurs les élèves ne s'y sont pas trompés, dès qu'ils ont entendu la remarque venant de leur camarade, ils l'ont adoptée.

Commentaire
Une généralisation erronée de la procédure fonctionnant uniquement pour les boîtes à fond carré (multiplier 8 par 3 et 5 par 2) a été mise en échec. Les élèves ont pris conscience de la permanence de propriétés liées au pliage (les carrés) : ils dégagent progressivement les propriétés invariantes quelles que soient les dimensions, leurs procédures se généralisent.
Les élèves ont vraiment été étonnés par le fait que deux feuilles très différentes puissent aboutir à deux boîtes de même fond. Une élève s'interroge : *« d'où ça vient ? » « Ah oui, de la différence de hauteur de boîte. »* Elle prend alors conscience qu'une troisième dimension intervient.

Problèmes inverses « à feuille imposée » : trouver les dimensions de la boîte à partir de feuilles de dimensions données (*deux séances*)

Il s'agit maintenant du problème inverse, les dimensions de la feuille étant données, il faut trouver les dimensions de la boîte obtenue. « En partant de feuilles de 18 cm sur 18 cm (CM1) ou 18 cm sur 24 cm (CM2), je vais pouvoir réaliser des boîtes qui auront quelles dimensions ? (longueur et largeur du fond, hauteur). Essayer de prévoir sans fabriquer la boîte ».
Les élèves disposent d'une boîte quelconque réalisée la séance précédente, d'un crayon, d'une règle graduée et d'une feuille de brouillon. La fabrication effective ne se fera, bien sûr, qu'en fin de séance.

Phase 1 : *Recherche individuelle*
Les élèves s'engagent très vite dans cette nouvelle recherche. La motivation ne s'est pas émoussée !

Phase 2 : *Recherche à deux*

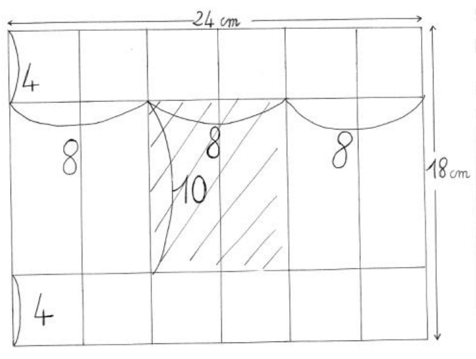
Phase 3 : *Recensement des propositions au tableau sans discussion*
Les élèves de CM2 donnent une réponse (longueur : 10, largeur : 8, hauteur : 4) et se satisfont de ce résultat unique. L'enseignant relance alors la réflexion : *« Vous m'avez donné ce résultat, vous semblez tous sûrs et d'accord. Je vous demande de me prouver que c'est bien la vraie réponse au problème, mais sans fabriquer la boîte. »*

Phase 4 : *Confrontation*

Phase 5 : *Argumentation collective des CM2 devant les CM1*

Phase 6 : *Validation par la construction des boîtes*

La procédure employée majoritairement par les élèves de CM2 est la reproduction à l'échelle de la feuille avec les lignes de pliages.



La longueur de la feuille étant placée horizontalement, ils effectuent les calculs suivants :

- (24 divisé par 3) = 8 leur donne une dimension du fond,
- (24 divisé par 6) = 4 la hauteur (côté des carrés),
- 18 – (2 x 4) = 10 l'autre dimension du fond.

Les calculs sont faits à la main ou à la calculatrice.
Certains élèves effectuent des multiplications à trous au lieu des divisions : 3 x ? = 24.

Commentaire
Il n'y a qu'une solution au problème des CM1 : la boîte dont le fond mesure 12 cm sur 6 cm et de hauteur 3 cm.
Il y a deux solutions au problème des CM2 : une première boîte dont le fond fait 10 cm sur 8 cm et de hauteur 4 cm et une autre boîte dont le fond fait 18 cm sur 6 cm et de hauteur 3 cm. Les élèves vont probablement n'en trouver qu'une et s'en contenter. Il s'agit donc de relancer la recherche en leur demandant de justifier l'exactitude de leur réponse. Cela devrait les amener à envisager l'existence d'une deuxième solution.
Les élèves ont tous plié la feuille selon le même côté ; ils ont donc trouvé une seule solution. Le débat organisé par l'enseignant à ce moment-là a permis aux élèves, d'une part, de produire des arguments sur la validité de leur solution et d'autre part, de découvrir la deuxième solution du problème en pliant la feuille sur l'autre côté (fond : 6 cm sur 18 cm, hauteur : 3 cm).
Pour un éventuel réinvestissement voici d'autres formats de feuilles possibles : 15x16, 12x20, 8x12, 7x13.

L'aboutissement : les CM2 deviennent des ingénieurs de « boîtes » (*deux séances*)

Cette étape de la séquence ne sera pas détaillée.
« Pour devenir des ingénieurs de « boîtes » : vous allez concevoir pour les élèves de la classe de CE2 une notice avec les dimensions des feuilles afin qu'ils obtiennent des boîtes gigognes. La feuille initiale a pour dimension 15 cm sur 16 cm, trouvez les dimensions des autres feuilles pour que, à la fin, on obtienne des boîtes gigognes ».
Recherche individuelle puis par groupes de trois.

Commentaire
Ce nouvel enjeu a beaucoup motivé les élèves. Ils doivent entre autres effectuer une « étude de faisabilité de leur projet », afin de s'assurer de la validité de leurs propositions. Ils doivent trouver deux séries de trois boîtes. Ils n'ont que les dimensions de la première feuille ; ils doivent donc trouver celle des deux autres feuilles.
Le « produit final » sera deux séries de boîtes gigognes correspondant aux deux sens de pliage possibles.
Les formats des feuilles seront alors communiqués aux CE2 avec la notice de construction. Les élèves devront obtenir trois boîtes gigognes. Il s'agira donc pour eux d'une séance de technologie. La production effective des CE2 validera le projet des CM2.

Dimensions des feuilles de départ	Dimensions des boîtes gigognes obtenues : série n°1	Dimensions des boîtes gigognes obtenues : série n°2
15 sur 16 *données aux élèves*	fond : 5,3x9,7 hauteur : 2,65 *prévisions calculées par les CM2*	fond : 5x11 hauteur : 2,5 *prévisions calculées par les CM2*
13,5 sur 15 *à trouver par les élèves*	fond : 5x8,5 hauteur : 2,5 *prévisions calculées par les CM2*	fond : 4,5x10,5 hauteur : 2,25 *prévisions calculées par les CM2*
12 sur 14 *à trouver par les élèves*	fond : 2x4 hauteur : 10 *prévisions calculées par les CM2*	fond : 2,3x4,6 hauteur : 7,4 *prévisions calculées par les CM2*

CONCLUSION

L'avis du maître formateur

L'activité a été très riche et très porteuse pédagogiquement. Elle a été vécue tantôt comme un défi, tantôt comme une aventure mathématique avec quelquefois des moments de découragement mais vite dépassés par l'envie de trouver. Il a fallu parfois accompagner certains élèves un peu trop touchés dans leur affect et relativiser le statut de l'erreur, leur faire accepter que la réussite n'est pas instantanée.
La prise en compte de toutes les procédures a permis de sensibiliser les élèves au fait qu'il est nécessaire, à certains moments, d'emprunter des fausses pistes pour que le groupe avance dans sa réflexion. En cela, les moments d'argumentation et de confrontation ont été souvent très intenses.
L'enseignant a été un accompagnateur aidant, porteur de situations et en recherche lui aussi ; bref, à l'école comme ses élèves …
Il faut cependant réserver cette activité à une classe de CM1/CM2 (en différenciant la partie 3 pour les CM1) ou à une classe de CM2.

L'avis du formateur

L'entrée sous forme de projet liant technologie et mathématiques est intéressante. C'est l'occasion de voir que les mathématiques sont un outil pour les autres disciplines. Il s'agit de « vrais problèmes pour chercher » en géométrie, avec un réel enjeu pour les élèves. Une différenciation par la tâche est tout à fait possible ; cela permet à une classe à double niveau d'avoir une histoire commune.

Cette collaboration entre un PIUFM et un maître formateur s’est également révélée riche d'enseignement…

REFERENCES

GROUPE IREM-ELEM (1981) *Activités géométriques au cycle moyen* Pages 31 à 36. CNDP - IREM de Lille.

COPIRELEM (1988) *Aide Pédagogique pour le CM : Situations Problèmes*. Page 103 Editions de l'APMEP.

C. HOUDEMENT, M.-L. PELTIER (1992) *La boîte du pâtissier* (former des professeurs d'école en mathématiques). Pages 13 à 19. IREM de Rouen.

GRAND N (2003) *Spécial Points de départs*. Pages 26-27. Revue Grand N. IREM de Grenoble.

ANNEXE 1 : NOTICE DONNEE AUX ELEVES

LA BOITE DU PATISSIER

CONSTRUCTION

On utilise une feuille de papier rectangulaire.
Les plis en creux sont représentés : — — — — — — —
Les plis en relief : ▪▪▪▪▪▪▪▪▪▪▪▪▪▪▪▪▪▪▪▪▪▪

- Faire apparaître les cinq plis indiqués fig.1
- Déplier toute la feuille.
- Plier suivant AB (fig.1) – Réaliser les pliages du coin (a) : fig.2

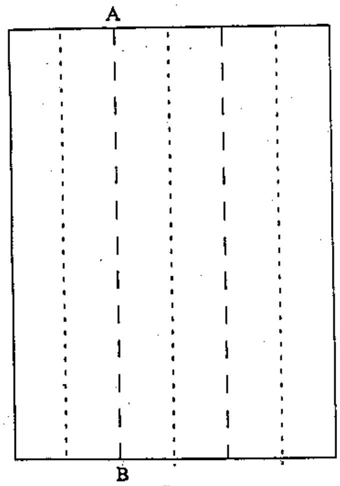


fig 1

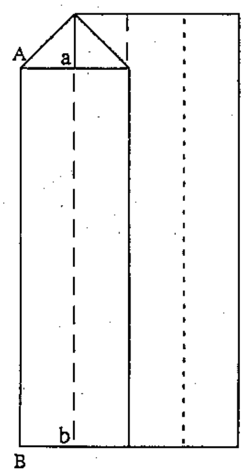


fig. 2

(Les plis sont équidistants c'est-à-dire que la distance entre les plis est toujours pareille)

- Réaliser pour le coin (b) les mêmes pliages qu'en (a) : fig.3.
- Plier suivant le pli en creux CD : fig.4.
- Refaire les mêmes actions dans la partie droite de la feuille. On aboutit au résultat représenté fig.5.

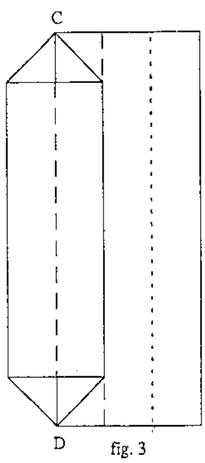


fig. 3

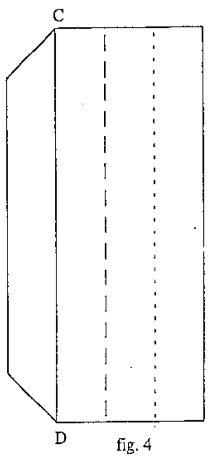


fig. 4

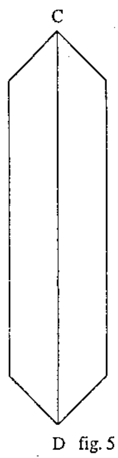
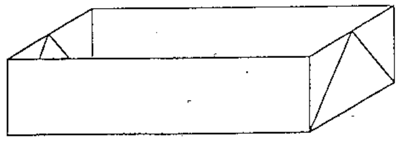


fig. 5

- Il reste à ouvrir la boîte et à marquer les plis des arêtes :



ANNEXE 2 : PROPOSITION D'UNE NOUVELLE NOTICE

LA BOITE DU PATISSIER

a- Partager une feuille A4 en 6 parties égales par un pliage accordéon **1** b- Plier suivant AB, endroit contre endroit **2** c- Replier les 4 coins **3** d- Rabattre suivant CD, envers contre envers **4** e- Faire de même de l'autre coté (**5, 6, 7**) f- Ouvrir par le milieu et marquer les plis des arêtes EF et GH **8**	LEGENDE Endroit Envers Pli en cr□te Pli en creux