ÉQUATIONS ET INEQUATIONS AU SECONDAIRE ENTRE SYNTAXE ET SEMANTIQUE

Rahim KOUKI
Doctorant ISEFC -Tunis

Résumé : Une appropriation correcte des concepts d'équation et d'inéquation pour leurs usage mathématique nécessite que l'on soit capable d'articuler deux points de vue : le premier correspond au point de vue *sémantique*, tel qu'on le définit en logique dans la suite des travaux de Tarski, le second consistant à gérer les règles de fonctionnement des expressions numériques, correspond au point de vue *syntaxique*. Nous faisons l'hypothèse que la capacité d'articulation des deux registres sémantique et syntaxique contribue de manière significative au développement de la rationalité mathématique.

Mots-clés : équations – inéquations – calcul des prédicats - variable – syntaxe – sémantique.

Introduction

Dans l'enseignement des mathématiques, l'enjeu, au niveau de la résolution des équations et des inéquations du premier degré à une inconnue réelle, semble surtout concerner l'apprentissage des techniques. En fait, pour certains élèves, il ne s'agit, apparemment, que d'appliquer des techniques algébriques pour résoudre les équations et de trouver l'inconnue qui représente pour eux « l'unique résultat » sans pour autant assigner une valeur de vérité à ces égalités ou inégalités. D'un point de vue didactique, ceci peut s'expliquer pour partie par le fait que le point vue 'inconnue' l'emporte sur le point de vue 'variable'.

Pour étudier les équations et les inéquations dans une perspective didactique, nous avons choisi de mobiliser les concepts et les outils du calcul des prédicats du premier ordre avec en particulier l'aspect sémantique et syntaxique de la vérité introduit dans la théorie des modèles de Tarski. Pour faciliter la lecture de ce qui suit, nous présentons brièvement quelques éléments de logique des prédicats éclairant notre approche des notions mathématiques d'équation et d'inéquation[1].

1. L'articulation sémantique / syntaxe dans le calcul des prédicats

1.1 La logique prédicative

La logique prédicative analyse la proposition, par opposition à la logique propositionnelle qui prend la proposition elle-même comme unité d'analyse. Compte

[1] Pour ces questions, voir aussi DURAND-GUERRIER (1999).

tenu de la polysémie du terme *proposition*, il est nécessaire d'en préciser ici le sens : en logique, on appelle proposition, tout énoncé exprimant une pensée portant un sens complet susceptible d'être vrai ou faux, et ceci quelque soit sa structure interne[2]. On peut citer comme exemple de propositions :

« *Aristote est un philosophe* ».

« *Aristote est le philosophe qui a écrit L'Organon*[3] ».

La deuxième proposition a une structure plus complexe que la première ; or la logique propositionnelle est un premier niveau d'analyse qui ne permet pas de rendre compte de toute la complexité syntaxique de cette phrase.

En mathématiques, l'énoncé suivant est une proposition : « *Un rectangle admet deux diagonales isométriques* » sous réserve que, conformément à la pratique mathématique, l'on donne à l'indéfini une valeur générique, et que, donc, l'on considère qu'il s'agit d'un énoncé général.

On peut donner d'autres exemples : « π *est un nombre réel* » qui est une proposition singulière, « tout nombre décimal est rationnel », qui est une proposition universelle ou « *il existe des nombres irrationnels* », qui est une proposition existentielle....etc.

En logique propositionnelle la valeur de vérité d'une proposition complexe dépend uniquement de la valeur de vérité des propositions qui la composent. Ainsi, la valeur de vérité de $[(p \vee q) \Leftrightarrow r]$ est déterminée par les valeurs de vérité des propositions élémentaires p, q et r en rapport avec la définition des connecteurs. Le calcul de la valeur de vérité se fait en manipulant des lettres de variables propositionnelles, qui s'interprètent comme des propositions[4], représentant les plus petits composants d'une analyse logique. Il est évident qu'un discours mathématique, aussi simple soit-il, ne peut pas en général être analysé par le calcul propositionnel. En effet, un discours mathématique parle généralement *d'objets* et de *propriétés* relatives à ces objets, et met en jeu des questions de quantifications. La structure de la proposition et les rapports entre ses constituants sont donc importants pour l'activité mathématique. Ceci conduit à élargir le système relatif au calcul propositionnel et à considérer le système du calcul des prédicats qui permet d'analyser la structure de la proposition tout en tenant compte de la quantification. En effet, la proposition possède une forme fonctionnelle ou prédicative qui désigne soit une propriété soit une relation qui se décompose en deux parties : l'une est dite fermée, l'autre requérant un complément.

1.2 Les phrases ouvertes

L'application d'un prédicat à un terme général, ou à plusieurs termes dont l'un au moins est un terme général, donne ce que nous appelons une phrase ouverte (cf. Durand-Guerrier et al, 2000) ou une fonction propositionnelle (cf. Tarski, 1971) qui n'est pas une proposition, et n'est donc pas susceptible de recevoir une valeur de vérité.

---

[2] La proposition est posée comme un tout.

[3] L'ensemble de traités sur l'art de raisonner rassemblés par les Aristotéliciens.

[4] En fait, la logique propositionnelle se base sur une syntaxe et sur une sémantique (les tables de vérité).

Etant donné un domaine de référence pertinent pour la variable, une phrase ouverte peut être transformée en un énoncé clos (une proposition) de trois manières :

- En considérant sa clôture universelle : « Pour tout x, x est un nombre premier ». (1)
- En considérant sa clôture existentielle : « Il existe un x tel que x est premier ». (2)
- En assignant un élément du domaine de référence à la variable : « 41 est un nombre premier » (3) ; « 121 est un nombre premier » (4).

Dans l'ensemble $\angle$ des entiers naturels (1) et (4) sont des propositions fausses ; (2) et (3) sont des propositions vraies.

Le troisième point correspond à la notion de satisfaction d'une phrase ouverte par un objet qui fonde la théorie sémantique de la vérité de Tarski.

Si on considère une équation comme une phrase ouverte, résoudre une équation, c'est trouver tous les éléments de l'ensemble qui satisfont, dans un ensemble donné, cette phrase ouverte.

D'ailleurs quand Tarski (1936, 1972) introduit la notion de satisfaction d'une phrase ouverte, il renvoie à l'algèbre scolaire.

> « ...*Cette présentation de la notion de satisfaction d'une phrase ouverte par un élément, correspond à la conception « **sémantique** » de la vérité dans les langages formalisés due à Tarski (1936), qui, lorsqu'il l'introduit, la relie explicitement à la notion **de solution d'une équation** familière au mathématicien.* » (Durand-Guerrier et al, 2000, p.9)

Cette résolution pourra être réalisée par l'étude des différentes interprétations possibles des expressions équationnelles ou bien par l'utilisation de règles de formation et de transformation employant les structures additives et multiplicatives. C'est ce qu'on peut appeler articulation des registres sémantique et syntaxique en termes de logique.

1.3 Sémantique versus syntaxe

Compte tenu de la polysémie des termes *sémantique* et *syntaxique*, il nous semble nécessaire de préciser ici ce que recouvrent deux termes, dans le calcul des prédicats et en algèbre.

1.3.1 La syntaxe

En logique, la syntaxe d'un langage formel donne les règles de formation et de transformations des énoncés du langage considéré ; elle permet de reconnaître si un énoncé est bien formé ou non et si le passage d'un énoncé à un autre dans une démonstration de théorème, par exemple, est valide. Dans le calcul des propositions, on a un ensemble dénombrable de lettres de variables propositionnelles et un nombre fini de connecteurs logiques $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\Rightarrow$, $\Leftrightarrow$ (on peut en prendre moins ou plus, mais ce sont ceux que l'on utilise en mathématiques.)

L'élément minimum est la lettre de proposition. Les règles de formations sont les suivantes :

P_1 Une lettre de variable propositionnelle est une formule.

P_2 Si F est une formule, $\neg F$ est une formule.

P_3 Si F et G sont des formules, $F \wedge G$, $F \vee G$, $F \Rightarrow G$, $F \Leftrightarrow G$ sont des formules.

Rien d'autre n'est une formule.

Ceci permet de construire des formules du calcul propositionnel et aussi d'analyser des formules complexes.

Dans le calcul des prédicats, on ajoute des ensembles dénombrables de lettres de variables, lettres de constantes, lettres de prédicats, et quand on fait des mathématiques de lettres de fonctions.

L'élément minimum est le terme : une lettre de variable, une lettre de constante sont des termes ; une fonction saturée par des lettres de variables et/ou des lettres de constantes est un terme. Un terme s'interprète comme un nom d'objet. Par exemple les expressions algébriques sont des termes généraux obtenus en appliquant les opérations usuelles du corps des réels à des termes : lettres de variables et, éventuellement à des constantes. Les règles de formation sont les suivantes :

P_1 Un prédicat saturé par autant de termes qu'il a de place est une formule

P_2 Si F est une formule, $\neg F$ est une formule.

P_3 Si F et G sont des formules, $F \wedge G$, $F \vee G$, $F \Rightarrow G$, $F \Leftrightarrow G$ sont des formules.

P_4 Si F est une formule et x une lettre de variable $\exists x\, F$ et $\forall x\, F$ sont des formules.

Rien d'autre n'est une formule.

1.3.2 La sémantique

La sémantique logique étudie les interprétations possibles des symboles utilisés ainsi que les relations entre les diverses interprétations des formules utilisées. La théorie sémantique de la vérité due à Tarski (1936, 1944) permet d'associer une valeur de vérité à une formule donnée dans une interprétation donnée. Il définit la sémantique comme étant

> « *...l'ensemble des études qui traitent des concepts, qui, en gros, expriment certaines relations entre les expressions d'un langage et les objets et états de choses auxquels ces expressions se réfèrent.* » (Tarski, 1974, p.133)

La sémantique nécessite une structure interprétative : un univers du discours non vide, des interprétations pour les lettres de prédicats, de fonctions et éventuellement de constantes et de fonctions.

Pour le calcul des propositions ; on a une construction récursive de la vérité via les tables de vérité des connecteurs : on dit qu'on a un système véríconditionnel.

Pour le calcul des prédicats, on a une *construction récursive de la satisfaction* d'une phrase ouverte qui permet de définir la vérité des phrases closes.

La différence entre ces deux types de calcul correspond au passage entre domaine d'objets finis et domaine d'objets infinis. Dans le premier cas en effet, les quantifications peuvent se traduire par la conjonction ou la disjonction d'énoncés singuliers, qui sont donc des propositions. Or, lorsque le domaine d'objets est infini, ce qui est le plus souvent le cas en mathématiques, cette traduction n'est plus réalisable. Il faut noter en outre, que ceci n'est pas réalisable concrètement lorsque le domaine d'objets, bien que fini, a un cardinal très grand.

Cette question est au cœur de l'interrogation des logiciens : déjà présente chez Aristote, on la retrouve chez Frege (1971) et chez Tarski (1936) qui élabore *une conception sémantique* de la vérité, dont il dit qu'elle est formellement correcte et matériellement adéquate et qui selon Sinaceur (1991) articule la forme et le contenu.

« Il s'agit en effet, compte tenu de tel ou tel langage, de construire une définition de l'expression « proposition vraie », définition qui soit matériellement adéquate et formellement correcte. » (Tarski, 1936,1972, p. 159)

Celle-ci s'est opposée à des conceptions contemporaines telle que la conception syntaxique de la vérité, défendue par Carnap dans son ouvrage de 1934 intitulé « *La syntaxe logique du langage* ».

Comme le souligne Durand-Guerrier, le point de vue de Tarski est à mettre en relation avec la pratique habituelle du mathématicien qui dans son travail articule le plus souvent les deux points de vue, en particulier lorsqu'il travaille avec des équations.

1.3.3 L'articulation sémantique/syntaxe dans les preuves

Dans un système axiomatique, on peut dériver les théorèmes à partir des axiomes par des règles d'inférences valides ; on peut également transformer des expressions en expressions équivalentes. Ces procédures qui concernent des transformations d'écritures indépendamment des objets auxquels elles s'appliquent relèvent de la syntaxe d'une théorie. Ainsi, en algèbre scolaire, on peut transformer une équation en une équation équivalente par l'ajout d'une même expression aux deux membres de l'équation, et ceci sans connaître les valeurs des solutions, sans même savoir s'il y a des solutions.

Le point de vue sémantique consiste à produire un élément qui satisfait la phrase ouverte (ou ne la satisfait pas selon les cas). Ainsi les notions d'exemples et de contre exemples renvoient au point de vue sémantique.

Dans la pratique mathématique scolaire habituelle, on démontre le plus souvent les théorèmes par des procédures syntaxiques et on démontre qu'un énoncé universel donné est faux en produisant un contre exemple, donc par une procédure sémantique.

Pour prouver un énoncé existentiel, lorsque c'est possible, on exhibe un exemple de la phrase ouverte, il s'agit donc d'une procédure sémantique.

Cette articulation sémantique / syntaxe est nécessaire pour la résolution de certaines équations comme on le voit avec la technique de la recherche d'une racine évidente pour résoudre certaines équations lorsqu'on ne dispose pas de technique algorithmique adéquate, comme c'est le cas au secondaire pour les équations du troisième degré.

1.3.4 Une extension de la notion d'égalité

- Le point de vue sémantique pour les équations conduit à considérer une extension de l'égalité entre deux expressions. Par exemple $2x + 5 = x + 8$ peut être considérée comme une phrase ouverte qui est vérifiée ou pas suivant les valeurs assignées aux lettres. Une telle phrase donne lieu à une proposition par attribution d'un objet (ici un nombre) à la variable x qui produirait un couple :

1. Le réel 3 donne le couple $(11,11)$ qui satisfait la relation $2x + 5 = x + 8$.
2. Le réel 5 donne le couple $(15,13)$ qui ne satisfait pas la relation.

- Une identité de la forme $x+2x=3x$ permet de substituer $3x$ *à* $2x+x$ sans rien connaître de x. Ce qui donnera à x, soit un statut d'élément générique pour exprimer le fait que n'importe quelle valeur attribuée à x est solution de l'équation, soit un statut de variable liée par un quantificateur universel. Autrement dit : x est une variable muette et on a : $\forall\, x,\ (2x+x=3x)$.

- Une identité peut naturellement être établie par des transformations syntaxiques. Ainsi l'identité (pour tout x, $2x+x=3x$) s'établit syntaxiquement en utilisant les propriétés de l'addition et de la multiplication et signifie que les deux programmes de calcul associés donnent le même résultat quelque soit le nombre de départ auquel ils s'appliquent.

L'ensemble de ce qui précède montre, du moins nous l'espérons, pourquoi, pour conduire les analyses que nous présentons ci-dessous, nous avons posé comme hypothèse de travail que pour une appropriation adéquate des concepts d'équation et d'inéquation, il est nécessaire d'utiliser et d'articuler les points de vue sémantique et syntaxique. Ceci nous a conduit à rechercher ce qu'il en était dans les programmes et les manuels, puis à conduire une expérimentation auprès d'élèves[5] de première et deuxième année secondaire en Tunisie

2. L'articulation sémantique/ syntaxe dans les travaux de didactique

De nombreux travaux concernant les difficultés du passage de l'arithmétique à l'algèbre, en particulier en ce qui concerne les notions d'équations et d'inéquation au collège et au lycée, ont été conduits en didactique des mathématiques. Nous analysons ci-dessous brièvement quelques uns de ces travaux afin de les mettre en perspective avec notre fil conducteur lié à l'articulation entre les points de vue sémantique et syntaxique.

Vergnaud (1987) souligne que l'algèbre constitue une rupture épistémologique importante pour les élèves. En effet, l'arithmétique est un outil de résolution de problèmes, exprimés le plus souvent en langage ordinaire, ayant pour objectif la recherche de l'inconnue selon des opérations adéquates, tandis que l'algèbre scolaire consiste à manipuler des expressions littérales liant des variables et des données numériques dont le traitement consiste à appliquer des procédures automatiques conduisant à la solution. Dans ses analyses Vergnaud s'intéresse aux différentes significations de l'égalité qui peut être interprétée selon les cas : comme annonce d'un

---

[5] Agés entre quatorze et seize ans.

résultat, exprimant une relation qui n'est ni symétrique ni transitive ; ou comme égalité de nombres, sous la contrainte d'un choix adéquat des valeurs des inconnues : par exemple dans la relation : $5+3(x+6) = 7x-17$ valable pour x=10 ; ou encore comme une identité, lorsque la relation vaut pour toutes les valeurs de la variable dans le domaine considéré : $5+3(x+6) = 3x+23$. Outre la question de l'égalité, Vergnaud (1989, 1990) s'est intéressé au statut des lettres et a montré que c'est au niveau de la manipulation des égalités entre expressions algébriques, sans aucune référence aux nombres, que réside la rupture arithmétique / algèbre et particulièrement au niveau des équations du type :

$$ax + b = cx + d.$$

L'auteur ouvre les portes à un travail didactique plus systématique sur les concepts de fonction et de variables et un travail plus approfondi sur les mécanismes de contrôle. Dans le travail de Vergnaud, l'importance des catégories logiques sous-jacentes aux notions mathématiques en jeu est reconnu, et ce bien qu'elles ne soient pas totalement explicitées, puisqu'en particulier, ni la notion de satisfaction d'une phrase ouverte par un élément, ni la nécessité d'une articulation entre les aspects syntaxique et sémantique n'apparaissent en tant que telles.

Chevallard (1989) quant à lui, se place explicitement dans la dualité sémantique / syntaxe qu'il interprète comme l'incontournable dialectique qui existe entre l'arithmétique et le calcul algébrique :

« Lorsqu'en classe de sixième, l'enseignant passe de l'observation que $2+3=5$ *et* $3+2=5$, *à l'écriture de la relation générale* $a+b=b+a$, *il passe alors du calcul sur les nombres (entier naturel) à un calcul algébrique (à coefficient entiers naturels). En d'autres termes, un calcul algébrique, que nous ne définirons pas plus précisément ici, rend manifeste une syntaxe à laquelle le domaine de calcul associé fournit une sémantique*[6]. » (Chevallard, 1989, p.50)

Les difficultés des élèves sont interprétées comme l'absence de mise en relation des aspects syntaxique (manipulation des expressions algébriques) et sémantique (substitution des valeurs dans l'expression). De fait, Chevallard mobilise explicitement les catégories logiques qui lui permettent de conclure que le travail fait au collège, essentiellement de nature syntaxique, sans articulation avec le point de vue sémantique, va se révéler inadéquat au lycée lorsqu'il s'agira d'utiliser l'outil algébrique dans des situations diverses.

En s'appuyant sur les recherches existantes en didactique de l'algèbre, et plus particulièrement au niveau de la rupture arithmétique / algèbre, Grugeon (1997) construit une structure multidimensionnelle d'analyse de la compétence algébrique, adaptée aux niveaux d'enseignement choisis, qui est mise en œuvre pour analyser des situations d'enseignement. Cette structure d'analyse lui permet d'étudier les rapports personnels au savoir et de les traduire en termes de profils des élèves. L'auteur met au coeur de son travail d'analyse l'articulation sémantique/syntaxe qui permet selon elle de repérer la compétence algébrique suivant l'axe objet :

[6] De même la sémantique n'est autre que la sémantique logique.

« *La compétence algébrique s'évalue à travers des capacités techniques d'ordre syntaxique et des capacités interprétatives mettant en jeu dénotation, interprétation et sens des expressions.* » (Grugeon, 1997, p.179)

Il nous semble cependant que dans la structure d'analyse multidimensionnelle, les éléments concernant l'égalité d'une part, le statut des lettres d'autre part, mériteraient d'être mieux explicités en référence aux catégories logiques, ce que nous développerons plus loin.

D'autre part, Grugeon (1997) choisit de considérer que l'inconnue est un nombre faisant partie du domaine algébrique. De notre point de vue, l'inconnue se situe à l'interface entre arithmétique et algèbre. En effet, l'inconnue en arithmétique, est en général un nom d'objet, donnant lieu à des énoncés singuliers, tandis qu'en algèbre, l'inconnue est interprétée le plus souvent comme une variable dans des phrases ouvertes selon le point de vue de *Tarski.*

Le travail de Sackur et Maurel (1999) intitulé : *Les inéquations en classe de seconde* se réfère explicitement à la logique de Frege afin de poser le problème de la nécessité des énoncés mathématiques ; ceci s'appuie sur le constat que les connaissances mathématiques des élèves risquent de se réduire à une liste de règles sans liens entre elles. Les auteurs font l'hypothèse que connaître la nature du savoir mathématique peut aider les élèves à apprendre, exploiter et même s'intéresser aux mathématiques. Elles introduisent dans leurs analyses les notions de *conformité* et de *performance* qui, nous semble-t-il, peuvent se rapprocher de la dualité entre syntaxe et sémantique développées dans le cadre de la logique des prédicats. En effet, la conformité est définie comme l'accord avec les règles édictées par autrui (professeur qui représente les mathématiciens...) et la *performance* représente[7] l'accord avec la réalité mathématique que l'on peut situer au niveau de l'interprétation dans *un domaine de réalité donné* (par exemple l'ensemble ordonné des nombres réels).

Ce rapide tour d'horizon met en évidence le fait que l'articulation entre syntaxe et sémantique se trouve associée au questionnement didactique sur l'articulation entre calcul numérique et calcul algébrique, sans que toutefois les références logiques correspondantes ne soient mobilisées explicitement. Dans notre propre travail, suivant en cela Durand-Guerrier (1999, 2005), nous avons choisi de nous placer dans un cadre théorique de référence, la logique des prédicats, dans lequel cette articulation entre syntaxe et sémantique est clairement définie.

3. Analyse des programmes et des manuels scolaires

Notre analyse didactique des programmes et des manuels scolaires[8], justifiée par le concept de transposition didactique (Chevallard, 1991), avait pour objectif de voir dans quelle mesure l'articulation sémantique / syntaxe est vivante dans les programmes et les manuels scolaires.

3.1 Etude des directives des programmes

Nous avons consulté les programmes du deuxième cycle de l'enseignement de base (huitième et neuvième année de base) et du premier cycle de l'enseignement

[7] Selon notre point de vue.

[8] Programmes et manuels scolaires tunisiens.

secondaire (première et deuxième année secondaire) tunisien[9], relatif à la dernière réforme de 1998.

3.1.1 Au niveau des équations

C'est uniquement dans le programme des deux niveaux de huitième et neuvième année de l'enseignement de base (cf. Annexe 3 et 4), qu'on indique qu'il est recommandé de fournir à l'élève un moyen de contrôle des solutions des équations. Une fois l'équation résolue, les solutions trouvées doivent satisfaire la phrase ouverte, ce qui offre un moyen de vérification, puisqu'en remplaçant la variable par une des valeurs trouvées, on obtient une proposition dont la valeur de vérité peut-être déterminée. Ceci peut permettre aux élèves de rencontrer la notion de variable implicitement et, selon les choix que fait le maître, de reconnaître les deux aspects en jeu. En outre, il est recommandé d'enseigner par la modélisation afin de résoudre des problèmes par leur mise en équation. L'aspect sémantique est mobilisé au moment de la vérification et de l'interprétation du résultat, tandis que l'aspect syntaxique est présent au moment de la résolution de l'équation, qui correspond à la deuxième phase de la modélisation.

En première année secondaire l'enseignement des équations par la modélisation prend une grande importance. En effet, les objectifs spécifiques du programme officiel sont *de rendre l'élève capable de mettre en équation un problème donné.* Il est recommandé que ces problèmes soient puisés dans le domaine mathématique ; ou dans le domaine de la physique; ou encore dans l'environnement social et économique de l'élève. De plus, on recommande de dégager les différentes phases de la résolution d'un problème. Ainsi d'un point de vue logique, on favorise le jeu entre les deux registres sémantique et syntaxique ; et d'un point de vue didactique, on permet à l'élève de maîtriser les différents statuts de la lettre en tant que variable et inconnue.

L'aspect sémantique est presque absent au niveau de la deuxième année du premier cycle de l'enseignement secondaire Tunisien. Le rôle de l'élève semble se limiter à apporter un résultat et non à l'interpréter ou à discuter sa valeur de vérité ou de fausseté. Bien que dans le programme officiel le retour sur les équations ait pour objectif la consolidation des acquis des élèves sur les notions de racine d'une équation et d'ensemble des solutions d'une équation, qui relèvent *a priori* du point de vue sémantique, il apparaît que ces équations offrent surtout aux élèves l'occasion de manipuler des expressions contenant des valeurs absolues, des paramètres réels...etc. C'est donc dans les tâches préconisées que se situe l'effacement du point de vue sémantique.

3.1.2 Au niveau des inéquations

L'enseignement de la notion de solution d'une inéquation et l'exploitation des représentations graphiques de la droite des nombres réels commence à s'installer au niveau de la neuvième année de base. Ce qui montre que le point de vue variable et en général l'aspect sémantique ont une place dans les programmes.

Cependant, au niveau de la première année secondaire, nous constatons une tendance à installer des techniques syntaxiques de résolution qui mettent en question l'articulation des différents registres de représentations sémiotiques et en particulier la cohabitation des deux aspects sémantiques et syntaxiques de résolution.

---

[9] Ce qui correspond au niveau de cinquième, quatrième, troisième et seconde du système éducatif français.

Enfin, au niveau de la deuxième année secondaire, on signale qu'il est recommandé de consolider les acquis des élèves sur les encadrements des nombres réels en manipulant des valeurs absolues, sans pour autant revenir, en toute rigueur aux objets et à l'univers du discours. En outre, certaines transformations ne préservent pas la satisfaction, ce qui remet en question la résolution par équivalence et nécessite un contrôle sémantique qui peut être effectué par assignation de valeurs à la variable (ou aux variables) afin de pouvoir conclure.

3.1.3 Conclusion

Notre étude montre que l'aspect sémantique au niveau de la résolution des équations et des inéquations n'apparaît pas d'une façon explicite mais parfois sous forme de recommandations afin de permettre à l'élève de contrôler ses résultats. L'aspect syntaxique, quant à lui, est employé d'une façon explicite même comme objectif spécifique et principal de résolution, comme nous allons le voir ci-dessous.

3.2 Etude des manuels scolaires

Pour approfondir notre étude, nous avons choisi d'analyser les manuels destinés aux élèves des classes de huitième année, de neuvième année de l'enseignement de base et ceux de la première et deuxième année secondaire.

Cette analyse cible, en premier lieu les activités et les exercices d'application qui se présentent dans le cours et en second lieu, la liste des exercices à la fin de chaque chapitre. Nous avons essayé de classer ces questions en trois catégories :

1. Celles qu'on peut résoudre uniquement en se basant sur l'aspect sémantique.
2. Celles qui favorisent l'aspect syntaxique.
3. Celles qui emploient les deux aspects sémantique et syntaxique en même temps.

Les analyses effectuées consistent à dénombrer et à classer les activités, les exercices et les problèmes d'équation figurant dans les manuels qui emploient l'aspect sémantique ou syntaxique ou les deux à la fois, dans des tableaux statistiques. Le fait de dire que tel exercice favorise l'emploi de l'aspect sémantique s'explique par l'apparition des questions dans lesquelles on demande d'interpréter, de vérifier, d'assigner, de donner un contre exemple, de travailler par équivalence...etc. Les exercices qui favorisent l'emploi de l'aspect syntaxique sont ceux pour lesquels on demande l'emploi des règles de la multiplication et de l'addition dans en plus des développements et des factorisations. Enfin par *exercices qui emploient les deux aspects en même temps*, nous voulons dire principalement les problèmes de modélisation.

Les différents résultats sont résumés par des tables (cf. annexe 1) ; ils montrent que le nombre d'exercices favorisant l'apprentissage des techniques de résolution est nettement supérieur à ceux donnant du sens à l'équation et à sa solution. Toutefois, les problèmes conduisant à une équation et employant les deux aspects sont assez nombreux, permettant ainsi à l'élève d'articuler les deux registres sémantique et syntaxique. Notons pour finir que les exercices employant l'aspect sémantique seul sont peu nombreux, ceci bien que la compréhension de ce qu'est une identité, une équation ou une inéquation fasse intervenir le registre sémantique. On constate en outre que le point de vue variable ne fait que quelques apparitions ponctuelles. Ceci risque d'installer le théorème élève « toute équation ou inéquation admet une solution » et contribue à favoriser l'installation du point de vue « inconnue » au détriment du point de vue « variable ».

Ces analyses invitent à relativiser notre point de vue, à savoir que la question du sens, au sens de la logique, et en particulier les questions de vérification et d'interprétation, au niveau de la résolution des équations et des inéquations du premier degré à une inconnue réelle, sont présentes bien qu'employées de façon timide. Elles confirment par contre que le point de vue sémantique recule de manière significative au fil des années.

Il est évident que l'étude des programmes et des manuels ne remplace pas l'étude de l'activité des professeurs dans la classe, et puisque ces derniers appliquent les directives des programmes et ce que proposent les manuels de façon majoritaire[10], nous avons conçu et réalisé une expérimentation en clase de première et deuxième année que nous présentons maintenant.

4. Une expérimentation en classe de première et deuxième année secondaire

Nous avons décidé d'analyser de plus près, à partir d'un test diagnostique[11], les procédures des élèves, de première et de deuxième année secondaire, au moment où on leur présente des phrases ouvertes comportant des équations, inéquations, calculs littéraux,...etc. et les différents modes de raisonnement dans une perspective de flexibilité cognitive.

4.1 Description de l'expérimentation et analyse a priori

Nous avons choisi de faire passer un test à 117 élèves tunisiens de première année secondaire et 119 élèves tunisiens de deuxième année secondaire[12] afin de vérifier notre hypothèse de nature didactique qui est celle d'un effacement du point de vue sémantique au profit du point de vue syntaxique dans l'enseignement des équations et des inéquations au cours de l'avancement dans le cursus.

Nous avons choisi de faire passer ce test à des élèves de ces deux niveaux, parce que nous désirons mesurer l'effet de l'enseignement du chapitre, *équations et inéquations du premier degré à une inconnue réelle*, sur les procédures de raisonnement qui sont prévisibles ou non selon l'institution[13] où l'on cherche à conduire l'expérimentation. Autrement dit, il s'agit de voir quel point de vue l'enseignement favorise. Nous avons proposé des équations et des inéquations dépassant largement les connaissances des deux groupes élèves en ce qui concerne les techniques disponibles, sachant que les réponses à ces questions peuvent être obtenues assez facilement par l'emploi de procédures sémantiques. Notre objectif était de repérer le type de procédures, syntaxiques et /ou sémantiques, mobilisées par les élèves pour répondre aux différentes questions. Enfin, nous pensons que la présence de l'articulation syntaxe /

---

[10] Ceci d'autant plus qu'en Tunisie, les professeurs travaillent avec le manuel officiel.

[11] Voir annexe 2.

[12] Ce qui correspond respectivement aux classes de troisième et de seconde du système éducatif français (élèves de 14-15 ans et 15-16 ans)

[13] Ici 1ère ou 2ème année secondaire.

sémantique et sa nature, si elle était présente, pourrait être mise en relation avec la flexibilité cognitive[14] qui réside dans les liaisons effectives et les règles de conversion entre différents registres de représentations sémiotiques.

Le test diagnostic porte sur les équations, les inéquations et les expressions littérales. Nous voulons voir, à travers les questions posées, la vie de la définition sémantique de la notion de solution d'une équation ou inéquation et plus précisément ce que signifie « être solution d'une équation ou inéquation » chez les élèves.

Considérons par exemple la deuxième question sur les équations où Yamina affirme que 4 est solution de l'équation $(E_3): 4x - x^2 - 3 = 0$.

a) Etes-vous d'accord ? Oui......... ❐ *Non.........* ❐
b) Justifier votre réponse.

4 n'est pas solution de l'équation (E_3) qui elle-même n'est pas une équation du premier degré à une inconnue réelle. Ceci, pourra renvoyer les élèves à différents types de procédures de justification ou de la vérification où il suffira de remplacer x par 4 pour justifier qu'elle n'est pas une solution de l'équation (E_3). Toutefois, on pourra encore prévoir, au moment de la justification, des procédures de résolution employant des factorisations se rapportant au début du produit remarquables, qui s'enseigne implicitement au niveau de la première année secondaire[15].

Dans la justification nous prévoyons plusieurs types de procédures parmi lesquelles on pense que :

1. Certains élèves se lanceront dans des opérations de factorisation du terme $4x - x^2 - 3$ dans le but d'avoir une équation produit afin de déterminer les solutions du genre : $4x - x^2 - 3 = 0$ signifie que : $-(x^2 - 4x + 4) + 1 = 0$, ce qui signifie que $1 - (x - 2)^2 = 0$ ce qui signifie que $(x - 1)(x + 3) = 0$ ce qui signifie que $S = \{-3, 1\}$ or $4 \notin S$. D'où 4 n'est pas solution de (E_3).

2. Certains élèves, en particulier ceux de la première année secondaire, vont remplacer la valeur 4 dans l'équation de degré deux puisqu'ils ne disposent pas d'une technique standard et en plus les deux premiers exemples les induiront à répondre, peut être, de la même façon

3. Quelques uns vont croire qu'il n'est pas possible de résoudre ce type d'équation, en effet, à ce niveau, ils ne disposent pas encore de méthode de résolution générale pour les équations de degré deux.

---

[14] Fonctions mentales permettant de changer de stratégie ou de passer d'une disposition mentale à une autre, particulièrement dans le cadre de la résolution de problèmes.

[15] Parfois l'enseignement de ce type de factorisation se fait même au niveau de la neuvième année de base (niveau de quatrième en France).

En ce qui concerne la troisième question sur les inéquations où
Fadwa affirme que 0 *est solution de l'inéquation* $(I_3) : (x^2 - 2x + 1)(x - 2) < 0$.

a)Etes-vous d'accord ? Oui.........❒ Non.........❒
b) Justifier votre réponse.

Il est évident que 0 est solution de (I_3) et les procédures de justification peuvent être très variées. En effet, les procédures de justification sémantique peuvent être comme suit :

- $(x^2 - 2x + 1) = (x - 1)^2 \geq 0$ donc il suffit de remplacer 0 dans $(x - 2)$ pour conclure que 0 est solution.
- Vérifier que 0 est solution de (I_3) par remplacement de x par 0 dans (I_3).

D'autre part les procédures de justification peuvent être syntaxiques du type :

- Développement de l'inéquation (I_3).
- Etude du signe du produit.

La partie III du test porte sur le calcul littéral. Il est important d'indiquer que les questions 1) et 2) ont été posées, de telle façon qu'on essaye d'inciter l'élève à procéder par une démarche de justification sémantique. Ceci s'explique par le fait qu'on lui propose des valeurs de x pour lesquelles on a une égalité ou pas entre les deux expressions littérales proposées. En effet, La première question

1. Soit $A = x(x-1) - 5(x^2 + 2)$ *et* $B = -x^2 - 3x(x+1)$.
a) Calculer A *et* B *pour* $x = 5$.
b) Pensez-vous que $A = B$ *? Oui.........❒ Non.........❒ Je ne sais pas.........❒*
c) Justifier votre réponse.

Bien que les deux expressions soient différentes, nous pensons que les réponses seront du type $A = B$ puisque cette égalité est assurée pour $x = 5$.

Nous pensons que cette question pourrait faire apparaître des différences chez les élèves quand au statut de l'égalité entre deux expressions. En effet, nous nous attendons à ce que certains d'entre eux déduisent l'égalité des deux expressions par une simple substitution d'un nombre réel.

Concernant l'analyse des résultats, et afin de repérer les changements de stratégies de résolution ou le passage d'une disposition mentale à une autre, nous avons choisi de faire une analyse descriptive comparant les procédures de justification des deux groupes de la population choisie. C'est en nous basant sur des grilles d'analyse (tables récapitulatives des résultats du dépouillement du test relatives à chaque question) que nous allons essayer de dénombrer les différentes procédures des élèves tout en analysant leurs méthodes de justification. Nous classons ces procédures et leurs justifications en trois catégories:

- *Procédure sémantique* : dans laquelle les élèves ont justifié leurs réponses par des méthodes de vérification qui découlent d'une interprétation traduisant l'aspect sémantique de la vérité.

- *Procédure syntaxique* : dans laquelle les élèves vont exploiter des techniques de résolution employant des propriétés du corps des nombres réels comme la commutativité, l'associativité, la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition...etc.

- *Procédure mixte* : employant, à la fois, des procédures sémantiques et syntaxiques.

Nous avons choisi de classer les réponses erronées dans une autre catégorie appelée *autres réponses*. Enfin, les élèves qui n'ont pas répondu à une des parties du test ont été classés dans la catégorie « *pas de réponse* ». Nous ne les présenterons pas dans la suite de l'article.

4.2 Analyse des copies des élèves des deux groupes

Pour étudier plus précisément les différentes procédures de chacun des élèves des deux groupes, nous avons décidé d'établir une grille d'analyse dans laquelle nous décrivons leurs procédures tout au long du test. L'objectif de cette analyse microscopique des copies est de détecter à quel degré la flexibilité, c'est-à-dire la facilité du passage du registre sémantique au syntaxique et réciproquement, est assurée.

4.2.1 Analyse des résultats du groupe des élèves de la première année secondaire

Il ressort de nos résultats que les élèves du groupe de la première année secondaire, bien que plusieurs questions dans le test dépassent le niveau de techniques disponibles, ont répondu et justifié leur réponses selon différentes procédures syntaxiques ou sémantiques. Ceci montre l'adaptabilité de ces élèves aux différentes situations proposées : l'articulation entre ces deux registres est vivante. La table suivante traduit cette articulation en indiquant le nombre des différentes procédures des élèves tout au long du test :

	Équations (partie I)			Inéquations (partie II)			Égalités (partie III)		
	E1	E2	E3	I_1	I_2	I_3	A, B	C, D	E, F
Procédure sémantique	61	72	85	87	64	70	51	81	44
Procédure syntaxique	52	35	21	24	39	34	64	24	20
Procédure mixte	04	00	01	00	00	00	00	00	00
Total	117	107	107	111	103	104	116	105	64

Tableau 1. Type de procédures selon les réponses au test[16] (117 élèves, 1ère année secondaire)

Cette table montre qu'un bon nombre d'élèves changent de procédures selon les questions posées et que dans plusieurs cas les procédures sémantiques sont majoritaires. Toutefois, les procédures mixtes sont presque absentes.

[16] Voir en annexe 2

4.2.2 Analyse des résultats du groupe de la deuxième année secondaire

Nos analyses mettent en évidence le fait que pour les quatre premières questions, relatives aux équations et aux inéquations (E_1, E_3, I_1, I_3) les élèves ont tendance à employer des procédures de justification purement syntaxiques. Ceci peut s'expliquer par le fait que ces élèves viennent d'étudier les différents types de résolution des équations et des inéquations du premier degré à une inconnue réelle.

Toutefois, pour les questions suivantes on observe un changement de stratégie de résolution illustré par la table suivante :

	Équations (partie I)			Inéquations (partie II)			Égalités (partie III)		
	E1	E2	E3	I_1	I_2	I_3	A, B	C, D	E, F
Procédure sémantique	36	81	41	52	61	68	84	87	53
Procédure syntaxique	78	30	65	61	43	35	32	28	34
Procédure mixte	00	00	05	00	00	00	00	02	00
Total	114	111	111	113	104	103	116	117	87

Tableau 2. Type de procédures selon les réponses au test (119 élèves, 2ème année secondaire)

Finalement, il apparaît qu'une bonne partie des élèves change de procédures selon le type de question posée. Toutefois, l'examen des copies pour un même élève montre que certains d'entre eux privilégient les procédures syntaxiques. Comme en première année secondaire, les procédures mixtes sont pratiquement absentes.

4.3 Conclusion

Les résultats de cette expérimentation nous ont permis de mettre en lumière les différentes techniques des élèves en ce qui concerne la résolution des équations, inéquations et le calcul littéral.

Comme on pouvait s'y attendre, les élèves de la deuxième année secondaire semblent avoir de meilleures compétences techniques ; mais la compréhension du sens, qui a été précisée au travers des processus de vérification, n'a pas beaucoup évolué.

Concernant la principale question étudiée, qui consiste à repérer le type de procédures syntaxiques et / ou sémantiques mobilisées par les élèves pour répondre aux différentes questions, les résultats montrent que même si les procédures syntaxiques sont pour la plupart des questions mieux représentées, de nombreux élèves mobilisent le point de vue sémantique lorsqu'ils ne disposent pas de technique adéquate, et ceci même au niveau des élèves de deuxième année. Ce qui mettrait en question la vie de la définition sémantique de solution d'une équation ou inéquation.

Conclusion

Ce travail nous a permis d'apporter quelques éléments de réponse aux questions posées. En effet, nous avons montré tout d'abord que la référence au calcul des prédicats – en particulier les notions de phrase ouverte, satisfaction d'une phrase ouverte par un élément, quantification – permettait de mieux expliciter les différentes notions d'égalité et d'inégalité d'une part, le statut des lettres d'autre part. Dans un deuxième temps, la partie analytique, centrée sur l'articulation sémantique/syntaxe, nous a permis de constater que bien que le point de vue sémantique soit le premier point de vue présenté dans la définition des équations et inéquations au début du collège, il occupe, dans les manuels tunisiens, une place assez timide par rapport à celle des techniques syntaxiques de résolution. On retrouve pour partie ce phénomène dans les réponses des élèves à notre questionnaire, bien que la mobilisation des aspects sémantiques se soit révélée plus importante que nous ne l'avions prévu dans notre analyse *a priori*.

Cette première recherche exploratoire nous incite à poursuivre notre travail de recherche autour des notions d'équation et d'inéquation en étendant notre étude au niveau des fonctions qui s'enseignent en Tunisie à partir de la première année secondaire[17]. En effet, les articulations entre ces notions sont nombreuses, d'une part parce que de nombreuses équations et inéquations rencontrées au lycée peuvent se mettre sous la forme $f(x) = g(x)$ où f et g sont des fonctions ; d'autre part, parce que de nombreuses questions sur les fonctions peuvent se ramener à la résolution d'équations ou d'inéquations.

En outre, l'articulation entre syntaxe et sémantique est également au cœur de l'articulation entre les registres algébriques et graphiques. D'une part, dans le plan muni d'un repère cartésien, le lieu des points dont les coordonnées satisfont une équation à deux variables est une courbe[18]. D'autre part, les solutions d'une équation à une variable de la forme $A(x) = B(x)$ peuvent être interprétées comme l'abscisse des points d'intersection de deux courbes planes d'équations respectives $y = A(x)$ et $y = B(x)$. Plus particulièrement les études didactiques conduites sur le passage du registre graphique au registre algébrique montrent une insuffisance du travail sur les aspects sémantiques (Chauvat, 1999 ; Lacasta, 1995) ; ceci pourrait être un obstacle didactique au moment où les élèves rencontrent des équations de courbes ne pouvant pas se mettre sous la forme d'une relation fonctionnelle.

Bibliographie

CHAUVAT, G. (1999), Courbes et fonctions au collège, In *Petit x*, n°51, pp. 23-44.

CHEVALLARD, Y. (1989), Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège – deuxième partie : perspectives curricula ires : La notion de modélisation, In *Petit x*, n°19, pp.43-72.

[17] L'équivalent de la classe de troisième en France.

[18] On peut naturellement faire le même type d'analyse pour les surfaces, caractérisée par une équation à trois variables.

CHEVALLARD, Y. (1991), *La transposition didactique, du savoir savant au savoir enseigné, avec un exemple de la transposition didactique par Yves Chevallard et Marie-Aberte Johsua.* Grenoble : La pensée sauvage.

DURAND-GUERRIER, V. (1999) L'élève, le professeur et le labyrinthe, in *Petit x* 50, 57-79.

DURAND-GUERRIER, V. (2005), *Recherches sur l'Articulation entre la logique et le raisonnement mathématique dans une perspective didactique Un cas exemplaire de l'interaction entre analyses épistémologique et didactique Apports de la théorie élémentaire des modèles pour une analyse didactique du raisonnement mathématique*, note de synthèse pour l'habilitation à diriger les recherches, IREM de Lyon.

DURAND-GUERRIER, V., LEBERRE M., PONTILLE M .C. & REYNAUD – FEURLY J. (2000), *Le statut logique des énoncés dans la classe de mathématiques : éléments d'analyse pour les enseignants* .IREM de Lyon.

FREGE, G. (1971), *Ecrits de logique et philosophiques*, Paris, Seuil.

GRUGEON, B. (1997), Conception et exploitation d'une structure d'analyse multidimensionnelle en algèbre élémentaire, In *Recherche en Didactique des Mathématiques*, vol. 17, n°2, pp.167-210.

LACASTA, E. (1995), *Les graphiques cartésiens de fonctions dans l'enseignement secondaire : illusions et contrôles*, thèse de l'Université Bordeaux 1.

SACKUR, C. (2000), Les inéquations en classe de seconde : une tentative pour enseigner la nécessité des énoncés mathématiques, In *Petit x*, n°53, pp.5-26.

TARSKI, A. (1971), *Introduction à la logique*, Paris : Gauthier-Villard.

TARSKI, A. (1972) *Logique, sémantique, métamathématique*, A. Colin, t.1.

TARSKI, A. (1974), *Logique, sémantique, métamathématique*, A. Colin, t.2.

VERGNAUD, G., CORTES A., FAUVRES-ARTIGUE P. (1987), Introduction de l'algèbre auprès de débutants faibles problèmes épistémologiques et didactiques, *In Actes du colloque de didactique et acquisition des connaissances,* pp. 259-279, Sèvres (France), 25, 26 et 27 Mai 1987 : CIEP.

VERGNAUD, G. (1989), Difficultés conceptuelles, erreurs didactiques et vrais obstacles épistémologiques dans l'apprentissage des mathématiques, In *Construction des savoirs Obstacles et conflits.* N. Bednarz et C Garnier Edits. CIRADE.

VERGNAUD, G. (1990), La théorie des champs conceptuels, In *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 10, n° 2.3, pp. 133-169.

ANNEXES

Annexe 1

Les différents résultats sont résumés par les tables suivantes.

Le manuel de la huitième année de l'enseignement de base :

	Aspect sémantique	Aspect syntaxique	Aspect sémantique +Aspect syntaxique
Activités	0	0	3
Exercices d'application	1	1	0
Liste des exercices	0	4	7

Table 3.2.1 : Analyse en termes de sémantique et syntaxe

Le manuel de la neuvième année de l'enseignement de base :

	Aspect sémantique	Aspect syntaxique	Aspect sémantique +Aspect syntaxique
Activités	1	4	8
Exercices d'application	1	2	1
Liste des exercices	0	13	5

Table 3.2.2 : Analyse en termes de sémantique et syntaxe

Le manuel de la première année de l'enseignement secondaire:

	Aspect sémantique	Aspect syntaxique	Aspect sémantique +Aspect syntaxique
Activités	0	0	4
Exercices d'application	1	4	1
Liste des exercices	2	2	9

Table 3.2.3 : Analyse en termes de sémantique et syntaxe relative aux équations

	Aspect sémantique	Aspect syntaxique	Aspect sémantique +Aspect syntaxique
Activités	0	0	1
Exercices d'application	3	8	1
Liste des exercices	2	4	3

Table 3.2.4 : Analyse en termes de sémantique et syntaxe relative aux inéquations

Le manuel de la deuxième année de l'enseignement secondaire :

	Aspect sémantique	Aspect syntaxique	Aspect sémantique +Aspect syntaxique
Activités	2	4	2
Exercices d'application	0	16	1
Liste des exercices	0	26	8

Table 3.2.5 : Analyse en termes de sémantique et syntaxe

Annexe 2

Test

I/

1) Oussama affirme que 2 est solution de l'équation $(E_1): 2(x-1)+4=5x-4$.

a)Etes-vous d'accord ? Oui.........❐ Non.........❐

b) Justifier votre réponse.

....

....

2) Yamina affirme que 4 est solution de l'équation $(E_2): 4x-x^2-3=0$.

a) Etes-vous d'accord ? Oui.........❐ Non.........❐

b) Justifier votre réponse

....

....

3) Asma affirme que 1 est solution de l'équation $(E_3): \frac{x^3-1}{2x-2}=0$

a)Etes-vous d'accord ? Oui.........❐ Non.........❐

b) Justifier votre réponse.

....

....

II/

1) Khawla affirme que 2 est solution de l'inéquation $(I_1):(x-1)(3-x)\leq 0$

a) Etes-vous d'accord ? Oui.........☐ Non.........☐

b) Justifier votre réponse.

....

....

2) Aymen affirme que -3 est solution de l'inéquation $(I_2):x^2-3x-2\leq 0$

a) Etes-vous d'accord ? Oui.........☐ Non.........☐

b) Justifier votre réponse.

....

....

3) Fadwa affirme que 0 est solution de l'inéquation $(I_3):(x^2-2x+1)(x-2)<0$

a) Etes-vous d'accord ? Oui.........☐ Non.........☐

b) Justifier votre réponse.

....

....

III/

1) Soit $A=x(x-1)-5(x^2+2)$ et $B=-x^2-3x(x+1)$.

a) Calculer A et B pour $x=5$

b) Pensez-vous que $A=B$? Oui.........☐ Non.........☐ Je ne sais pas.........☐

c) Justifier votre réponse.

....

....

2) On donne $C=(x-1)(x+3)$ et $D=x(x+2)-3$.

a) Calculer C pour $x=1$

b) Calculer D pour $x=2$

c) A- t- on $C=D$? Oui.........☐ Non.........☐ Je ne sais pas.........☐

d) Pourquoi ?

....

....

3) Soit $E=\dfrac{x-3}{x^2+1}$ et. $F=\dfrac{x^3-3x^2+x-3}{x^4+2x^2+1}$

a) Pensez-vous que $E=F$? Oui.........☐ Non.........☐ Je ne sais pas.........☐

b) Justifier votre réponse.

....

....

Annexe 3

Extrait des programmes officiels de l'enseignement secondaire : 1ère année de l'enseignement secondaire.

PROGRAMME DE MATHEMATIQUES

1ère année de l'enseignement secondaire

THEMES	OBJECTIFS SPECIFIQUES	CONTENU	Horaire
Article 7 Equations et Problèmes	L'élève sera capable de : - mettre en équation ou en inéquation un problème donnée. - résoudre une inéquation ou une inéquation du 1er degré à une inconnue réelle…	*Exemple d'étude de problèmes conduisant à : -une équation ou une équation du premier degré à une inconnue réelle.	10h

RECOMMANDATIONS :

- Les problèmes seront puisés dans le domaine mathématique ou dans le domaine des autres disciplines (physique pat exemple) ou encore dans l'environnement social et économique l'élève.
- Pour la résolution de tout problème, on dégagera nettement les différentes phases ;
- Choix de l'inconnue, mise en équation, résolution de l'équation ou de l'inéquation, vérification et interprétation des résultats.
- On pourra s'aider d'interprétations graphiques

Annexe 4

Extrait des programmes officiels de l'enseignement secondaire : 2ème année de l'enseignement secondaire.

PROGRAMME DE MATHEMATIQUES

2ème année de l'enseignement secondaire

THEMES	OBJECTIFS SPECIFIQUES	CONTENU	Horaire
Article 2 Equations et inéquations du 1er degré	L'élève sera capable de résoudre une équation ou inéquation du 1er degré à une inconnue réelle contenant éventuellement une valeur absolue ou un paramètre	Equation et inéquations degré à une inconnue réelle, les coefficients pouvant être des paramètres	8h

RECOMMANDATIONS :

- Le retour sur les équations (inéquations) qui se ramènent à des équations (inéquations) du premier degré à une inconnue réelle aura, entre autres objectifs, celui de consolider les acquis des élèves sur les notions de racine d'une équation et d'ensemble des solutions d'une équation ou d'une inéquation.
- Les équations et les inéquations contenant des valeurs absolues amèneront « naturellement » les élèves à considérer leur étude dans les intervalles adéquats. Elles offriront aux élèves l'occasion de manipuler des valeurs absolues, d'encadrer des réels et de vérifier qu'un réel appartient à un intervalle donné.
- Pour les équations et les inéquations contenant un paramètre, on s'appliquera à choisir les coefficients de manière à obtenir des discussions simples. On n'oubliera pas que l'essentiel n'est pas de faire acquérir des réflexes de discussion mais d'amener les élèves à envisager « naturellement » la discussion lorsqu'elle s'impose.