CONSTRUIRE UN SAVOIR PROFESSIONNEL POUR LE PROFESSEUR DE MATHEMATIQUES

Quelques exemples d'outils apportés par la théorie anthropologique du didactique

Yves MATHERON[1]
Robert NOIRFALISE[2]
Commission inter IREM de Didactique
(avec la collaboration de Catherine COMBELLES[3])

Résumé : Nous voudrions aborder dans cet article la question de la construction d'un savoir professionnel pour les enseignants de mathématiques, construction d'un discours qui permette de façon partagée par la profession de décrire, analyser, évaluer, développer les pratiques mathématiques et celles de leur enseignement. Nous proposons quelques exemples d'outils, empruntés à l'approche anthropologique du didactique, et qui pourraient faire partie d'un tel savoir. Ne pouvant développer l'ensemble du modèle dans le cadre d'un seul article, nous en proposons un premier élément, celui d'"organisation mathématique".

Mots-clés : construction d'un savoir professionnel, approche anthropologique, organisation mathématique.

1. Introduction

Nombre de personnes – et non des moindres, puisque parmi elles des responsables du système éducatif –, considèrent la compétence dont doit disposer un professeur de mathématiques, ou d'une autre discipline, comme reposant essentiellement sur deux piliers : un certain niveau de connaissances universitaires de sa discipline, et une expérience de terrain. Si ces conditions nous semblent nécessaires, elles paraissent néanmoins insuffisantes pour définir un authentique savoir professionnel, spécifique du métier de professeur de mathématiques.

En effet, beaucoup d'autres professions peuvent se prévaloir de satisfaire au premier de ces critères : le niveau universitaire de mathématiques est celui, souvent minimal, de bien des professionnels utilisant les mathématiques dans l'exercice de leur métier, mais qui ne sont pas pour autant professeurs de mathématiques. Le programme officiel de l'écrit du CAPES de mathématiques est celui du DEUG, lequel correspond à ce qui est enseigné dans les classes préparatoires aux grandes écoles à de futurs

[1] Maître de conférences à l'IUFM Midi-Pyrénées, Toulouse
[2] Maître de conférences à l'Université Blaise Pascal, Clermont-Ferrand, Responsable de la CII didactique
[3] Professeur au lycée Marseilleveyre à Marseille.

ingénieurs ; celui de l'oral relève des mathématiques de l'enseignement secondaire, avec quelques intrusions dans celles de la première année de DEUG.

Quant à l'expérience professionnelle de terrain, elle constitue avant tout une connaissance pratique attachée à la personne –par conséquent ni facilement communicable à des pairs, ni facilement identifiable de l'extérieur de la profession–. Son ampleur, mesurable par sa durée, ne garantit nullement la qualité de l'enseignement dispensé. Celle-ci semble dépendre d'autres facteurs, tel le rapport subjectif aux transformations de l'enseignement, comme le souligne l'enquête menée par G. Felouzis en 1997 sur 61 professeurs, dont 36 de mathématiques. Quelques notions de pédagogie viennent parfois compléter la panoplie des connaissances professionnelles ; outre le caractère aléatoire de leur répartition individuelle dans la profession, leur fondement scientifique, soumis aux idéologies, est malheureusement souvent peu assuré. Finalement, pour définir le métier d'enseignant, on en vient souvent à évoquer le " charisme " dont les enseignants seraient, évidemment, inégalement dotés puisqu'il est attaché à la personne ; et, cela est connu, nous sommes tous différents ! Cette entrée par la spécificité individuelle constitue en filigrane une négation du caractère professionnel du métier d'enseignant de mathématiques, car derrière les différences inter-individuelles mises ainsi en avant s'efface la dimension collective attachée à toute profession.

De leur côté, les " jeunes " IUFM (puisqu'ils ont 13 ans d'âge) mettent en place des formations encore peu unifiées au niveau national. Si quelques-uns s'engagent dans des voies fructueuses, en développant des outils didactiques performants mis à la disposition des PLC2 et des PE2, d'autres restent encore trop soumis aux pouvoirs et habitudes venus du temps des CPR et des écoles normales ; les contenus proposés oscillent dans ce cas entre observations pratiques associées au compagnonnage et formations éparses, non intégrées.

L'observateur extérieur à notre communauté pourrait alors à bon droit se demander si, dans la société, existent beaucoup de métiers comme celui-là ; c'est-à-dire obéissant à une situation pour laquelle la qualité professionnelle semble dépendre avant tout de la personne. Imagine-t-on en effet, par exemple, que la compétence à traiter le cancer, ou à construire des ponts résistant à la charge, dépende en premier lieu de la personnalité du médecin ou de l'ingénieur qui ont à traiter de cette tâche, spécifique de leur profession ? Sauf cas tout à fait marginal, ce qu'ils mobilisent tous deux pour la réalisation de ces tâches est avant tout un savoir professionnel, de surcroît accessible à qui veut bien se donner la peine de l'apprendre : pour ces exemples, un savoir issu des dernières avancées de la cancérologie dans un cas et la mécanique ou la science des matériaux dans l'autre. En cela, le savoir professionnel prédomine sur les " qualités " individuelles du médecin qui prescrit ou de l'ingénieur qui calcule.

La question des fondements de la professionnalité enseignante en mathématiques, comme dans les autres disciplines, reste donc entière à l'aube du XXI^{e} siècle. Ce qui ne laisse pas d'inquiéter, tant du point de vue des attentes de la société envers son école, que du point de vue de la profession enseignante dans son ensemble, et de l'enseignement des mathématiques en particulier. Profession et mathématiques étant régulièrement attaquées, il y a urgence à construire un savoir professionnel qui assure avec clarté une légitimité sociale à l'enseignement de notre discipline.

Nous voudrions montrer, dans les lignes qui suivent, qu'il existe cependant des savoirs accessibles à qui veut bien s'en donner la peine, et qu'ils peuvent contribuer à fonder une professionnalité enseignante en mathématiques. Ils sont constitués des modélisations du didactique (c'est-à-dire de ce qui est propre à l'intention d'enseigner un savoir) qui, depuis une trentaine d'années, sont patiemment élaborées en mathématiques, mais demeurent néanmoins grandement méconnues de la communauté des enseignants de mathématiques. Leur apprentissage est exigeant car, comme pour tout savoir, il nécessite des efforts souvent coûteux (que l'on pense seulement aux mathématiques !) Deux attitudes symétriques, que l'on retrouve dans toute profession, conduisent à les ignorer plus ou moins consciemment, et à se priver alors de certains des outils professionnels dont on pourrait disposer. Le cas des résistances observées après-guerre dans l'agriculture, par exemple, où des savoirs professionnels nouveaux venus de la recherche et de l'enseignement agricoles se sont substitués à des pratiques séculaires, est de ce point de vue révélateur d'attitudes professionnelles générales. Elles reposent sur une même croyance qui consiste à penser que, pour un professionnel, l'exercice du métier n'a pas de secret, et que l'on ne saurait, de quelque façon, " lui en remontrer " !

Dans notre profession, cette disposition professionnelle générale se décline en deux types d'attitude.

La première aboutit à " regarder de haut " ceux qui, pour tenter d'analyser et de décrire l'enseignement des mathématiques, utilisent un langage qu'on qualifie volontiers d'abscons, puisqu'on ne le comprend pas. On montre alors du doigt les coupables utilisateurs, que l'on taxe pour l'occasion d'incorrigibles pédants

La seconde consiste à croire que, parce que l'on est familier de l'enseignement des mathématiques, tout ce que l'on peut dire dessus est facilement compréhensible. On utilise alors des termes et des concepts à tort et à travers, en s'étonnant qu'ils ne puissent rien produire que de trivial, et en décrédibilisant en retour ce savoir qui n'a alors plus aucun sens.

Il est évident que les didacticiens doivent, de leur côté, rendre accessibles leurs théorisations. Un certain nombre de revues à destination des enseignants de mathématiques s'y emploient : on peut citer parmi elles " Grand N " et " Petit *x* ", toutes deux éditées par l'ARDM et l'IREM de Grenoble, et respectivement destinées aux enseignants du primaire et du secondaire.

Dans les lignes qui suivent, nous présentons une modélisation du didactique qui a pris pour nom le terme de " théorie anthropologique du didactique ", afin de montrer en quoi elle permet de répondre aux questions suivantes :

- Comment introduire une connaissance nouvelle ?
- Comment organiser les savoirs sur un sujet donné ?
- Comment relier théorie et savoir-faire ?
- Comment construire une évaluation ?

Autrement dit, à travers le recensement de quelques questions professionnelles, comme celle de savoir comment organiser son enseignement, prendre des informations sur l'état des connaissances de ses élèves, les aider, etc., il s'agit de montrer en quoi l'approche anthropologique permet d'aborder et de traiter quelques-unes des tâches spécifiques du professeur de mathématiques. Nous ne prétendons ni épuiser le sujet, ni développer la totalité de cette théorisation qui excède les quelques lignes de cet article que nous tentons d'exemplifier le plus possible.

2. Pourquoi anthropologique ?

" Approche ou théorie anthropologique ", on désigne ainsi une école de pensée développée par Yves Chevallard, professeur à l'IUFM d'Aix-Marseille, et derrière laquelle se sont rangés des didacticiens français et étrangers.

Le qualitatif "anthropologique" vient d'une caractéristique de l'approche développée qui se veut une modélisation des *" pratiques humaines "*. On peut en effet regarder les activités humaines dans leur généralité et ensuite les spécifier : l'approche anthropologique des mathématiques consiste alors à étudier "l'activité mathématique " –notamment en quoi elle consiste–, et l'approche anthropologique du didactique consiste à tenter de modéliser l'action humaine de nature didactique qui, rappelons-le, est relative à ce qui est propre à instruire.

Si notre intention est de présenter dans les lignes qui suivent l'approche développée par Yves Chevallard, d'autres approches pourraient aussi revendiquer le qualitatif d'anthropologique, notamment la " théorie des situations didactiques " développée par Guy Brousseau ; la théorie anthropologique revendique d'ailleurs sa filiation d'avec la théorie des situations.

Un premier travail d'Yves Chevallard est connu sous le terme de " transposition didactique " : il s'agit d'une thèse déjà ancienne, qui n'a pas toujours été comprise, et qui consiste à dire que les pratiques relatives à un objet (mathématique ou autre) changent selon les institutions (au sens d'organisations sociales) au sein desquelles on observe ces pratiques. Ainsi, la notion de distance, sous sa forme axiomatisée, avait été introduite par Fréchet pour déterminer une distance ou encore une ressemblance entre fonctions ; on retrouve cette même notion dans les programmes de collège des années 1970-1980 pour définir et parler de la distance entre deux points du plan. La vision anthropologique consiste à considérer comme différentes les pratiques du mathématicien Fréchet et celles des collégiens. L'objet mathématique " distance " a été spécialement apprêté pour qu'il soit enseignable : le contexte duquel il provient (l'analyse fonctionnelle), et avec lui les questions qui motivaient son intérêt (le degré de " proximité " ou " d'éloignement " entre deux fonctions), ont été gommées. Il a fallu le re-contextualiser, l'insérer dans une progression, c'est-à-dire créer une temporalité pour son enseignement, créer des tâches pour le professeur et pour les élèves relativement à cet objet, c'est-à-dire créer des " lieux " que le professeur et les élèves devront occuper pour qu'il puisse être enseigné par quelqu'un à d'autres. Identifié pour d'autres savoirs que les mathématiques, ce processus est fondamental de tout enseignement non auto-didactique, c'est-à-dire qui se caractérise par l'intention d'enseigner un savoir à une " communauté humaine " ; ce que l'on nomme une institution en anthropologie. En didactique, le plus souvent, cette institution peut prendre la forme de l'ensemble constitué des élèves et de leur professeur. Mais c'est aussi le " regroupement temporaire " de deux élèves recherchant ensemble le problème donné et confrontant leurs tentatives, ou encore le groupe constitué par le professeur et les élèves désignés pour le soutien ou l'aide individualisée, ou par le parent aidant son enfant à étudier et l'enfant aidé, etc.

Les phénomènes transpositifs ne se cantonnent pas au passage du savoir savant au savoir enseigné : par exemple, le nombre 4 est pour le petit enfant le nombre qui vient après 3, ou bien le nombre des membres de sa famille, puis lorsqu'il est un peu plus grand c'est aussi le produit de 2 par lui-même, ou le nombre de pièces de 1 ¤ qu'il devra verser au commerçant pour l'achat de deux objets valant 2 ¤. Il grandit et 4 est aussi la racine carrée de 16, le premier entier naturel non premier, ou encore C_4^3 ...

Cette évocation montre qu'un même objet peut s'insérer dans des pratiques sociales différentes, pratiques que l'on pourra rencontrer au sein des diverses institutions que va traverser l'élève au cours de sa scolarité... ou hors de l'école.

C'est un phénomène anthropologique banal. Par exemple, considérons l'objet "poulet" : ce n'est sûrement pas la même chose pour un paysan vivant au début du vingtième siècle, et qui pouvait voir ses poulets picorer dans la cour de sa ferme, ou pour un paysan d'aujourd'hui qui élève les poulets en batterie, de même que pour un distributeur de produits alimentaires, pour un cuisinier, pour un consommateur ou encore pour un biologiste...

C'est là quelque chose qu'un philosophe des mathématiques comme Lautmann (1937) avait pressenti, bien que l'exprimant en termes de structures. Sa thèse était qu'un objet mathématique n'était déterminé ni par son mode de construction, ni par ses propriétés internes, mais par la structure dans laquelle il s'insérait. Il donnait alors l'exemple suivant : " soit à étudier les propriétés de divisibilité du nombre 21. Dans l'ensemble des entiers naturels, 21 n'est décomposable que d'une seule façon en un produit de facteurs premiers : $21=3\times7$. Mais si l'on considère $\mathbf{Z}(\sqrt{-5})$ obtenu par extension de $\mathbf{Z}$ en adjoignant $\sqrt{-5}$, alors 21 admet deux décompositions différentes en produit de facteurs premiers : $21=3\times7$ et $21=(1+2\sqrt{-5})(1-2\sqrt{-5})$ ". Lautmann, comme la plupart des philosophes idéalistes (au sens platonicien du terme), considère les objets mathématiques comme extérieurs à l'homme et quasiment indépendants de lui. Contrairement au point de vue de Lautmann et de bien d'autres, l'approche anthropologique –et c'est selon nous un point essentiel– consiste à examiner les objets du point de vue des pratiques humaines opérant sur ceux-ci. Un objet n'existe pas en dehors de telles pratiques et celles-ci sont à examiner au sein d'institutions : l'activité mathématique, et en particulier l'activité d'étude en mathématiques, sont donc situées dans l'ensemble des activités humaines et des institutions sociales.

Deux conséquences immédiates peuvent être tirées, la première qu'il faudra garder à l'esprit, la seconde que nous développerons dans le paragraphe suivant :

- L'ensemble des activités humaines et des institutions sociales constituent des écosystèmes dont il convient de comprendre les modes d'équilibration. Par exemple en didactique des mathématiques, ou dans l'examen des pratiques pédagogiques, on peut s'intéresser à la possible extension des pratiques. Certaines sont majoritaires et il est nécessaire de comprendre et d'essayer d'expliquer ce qui les rend ainsi. D'autres, comme maintes innovations, sont beaucoup plus rares ; leur rareté est à prendre comme indice d'une difficulté de viabilité. Métaphoriquement, Paris n'est pas un habitat naturel pour les éléphants et cependant on peut en trouver au zoo de Vincennes. De la même façon, les pratiques pédagogiques ont leurs éléphants du zoo de Vincennes. Des conditions tout à fait particulières (par exemple l'énergie et la passion développées par un enseignant hors du commun) expliquent leurs existences et, du même coup, rendent leur généralisation hautement improbable.

- Un postulat : toute action humaine procède d'une pratique, justifiée par un discours plus ou moins théorique, en admettant que celle-ci puisse être en cours d'élaboration. Cette notion est fondamentale, nous lui consacrons le paragraphe suivant.

3. La notion de praxéologie

Pour parler de l'enseignement des mathématiques, les termes de connaissances personnelles, de savoir-faire, de concepts, et de savoirs sont souvent utilisés. On éprouve le besoin de classer les savoirs, de les hiérarchiser, de les organiser. En particulier, on oppose souvent les termes de savoir-faire et de savoir théorique.

La théorie anthropologique propose un point de vue plus général et qui s'applique à n'importe quelle activité mathématique ou non : toute pratique (praxis en grec) (laver sa voiture, préparer un repas...) s'appuie sur des savoir-faire, et pour décrire, communiquer à d'autres, justifier, évaluer ou étudier cette pratique, on doit tenir dessus un discours (logos en grec). D'où le terme de praxéologie qui va permettre de désigner cette articulation d'une pratique et d'un discours, dont nous nous proposons ici de présenter une première approche.

Le lecteur curieux pourra se reporter à l'article " Analyser les praxéologies. Quelques exemples d'organisations mathématiques " dans la revue Petit *x* n° 54, année 1999 – 2000.

3.1 Types de tâches

À la racine de la notion de praxéologie, on trouve ce qui fonde le but de l'activité humaine : l'accomplissement de tâches t que l'on va classer, en les regroupant en types de tâches T.

La notion de tâche est ici comprise en un sens plus large qu'elle ne l'est en français : par exemple, " dire bonjour à ma concierge " est une tâche, appartenant au type de tâche " saluer quelqu'un ". Dans la plupart des cas, un type de tâches s'exprime par un verbe d'action : balayer une pièce, fermer une fenêtre, ou, en mathématique : développer une expression littérale donnée, diviser un entier par un autre, etc.

La notion de types de tâches suppose un objet relativement précis. Ainsi " calculer " ou " démontrer " ne peuvent être considérés comme des types de tâches : ce sont des termes trop vagues pour être utiles, et qui demandent à être spécifiés pour devenir, par exemple, " calculer une intégrale " ou " démontrer un alignement ". Spécifiés de multiples façons, les types de tâches, à leur tour, s'actualiseront dans des tâches : par exemple, la tâche consistant à calculer $\int_0^{\pi/2} x\sin^3 x\,dx$ ou à démontrer que l'orthocentre, le centre de gravité et le centre du cercle circonscrit d'un triangle sont alignés. Cette distinction est importante car on ne peut guère entraîner à un genre très général de tâches : ce n'est pas parce qu'un élève a su faire une démonstration dans un contexte particulier qu'il sait démontrer en toute généralité. En revanche le professeur peut entreprendre de lui enseigner un type de tâches T, (calculer une intégrale) à travers des rencontres effectives avec plusieurs tâches de ce type.

Une erreur didactique serait en effet de penser qu'un élève d'une classe donnée, ayant appris à réaliser des tâches d'un type donné, serait capable de réaliser toute tâche du même genre. Par exemple, peut-on dire d'un élève qui sait dans une figure complexe extraire les informations pertinentes (perception de sous-figures, propriétés) qu'il serait en n'importe quelle autre situation capable de saisir l'information nécessaire ? Ce genre d'erreur semble trivial, il est néanmoins à l'œuvre dans certaines grilles méthodologiques utilisées dans les évaluations nationales et inspirées de la théorie de l'information : " savoir prendre l'information, traiter l'information " peut-on y lire...

Ceci explique peut-être pourquoi ces évaluations sont souvent considérées, par nombre de professeurs, comme de peu de secours dans l'organisation de leur enseignement ou de l'aide à apporter à certains élèves : les types de tâches mises en jeu n'y sont pas assez spécifiés.

3.2 Techniques

Sur quoi s'appuie-t-on pour effectuer une tâche ?

Pour éclairer la chose, prenons un exemple : soit à résoudre l'équation du second degré suivante dans $\mathbf{R}_+$: $X^2+10X=39$. C'est une tâche t du type T consistant à " résoudre une équation du second degré ".

Il existe pour la mener à bien plusieurs façons de faire. Pour nous en convaincre, examinons celle-ci, sans doute quelque peu exotique comparée à celles qui nous sont familières :

- Diviser 10 par 4 : 2,5
- Élever 2,5 au carré et multiplier par 4 : $2{,}5^2\times 4=25$
- Ajouter 39 : 25+39=64
- Prendre la racine carré de 64 : $\sqrt{64}=8$
- Retrancher 2 fois 2,5 : $8-2\times 2{,}5= 3$
- Donner la solution : c'est 3.
- Vérifier : $3^2+10\times 3=9+30=39$

Cette technique, qui permet en effet d'accomplir la tâche t, peut paraître insolite ; au point qu'on s'interroge peut-être sur sa valeur mathématique. Cependant, l'histoire de notre discipline nous fournit de tels exemples. En voici un autre, tiré des mathématiques de l'époque paléobabylonienne (1800 avant J.C) et cité par J. Riter *in* M. Serre : *Eléments d'Histoire des sciences, Bordas, 1989* :

J'ai additionné la surface et mon côté de carré : 45
Tu poseras 1, la wasitum.
Tu fractionneras la moitié de 1 : 30
Tu multiplieras 30 et 30 : 15
Tu ajouteras 15 à 45 : 1
1 en est la racine carré
Tu soustrairas le 30, que tu as multiplié, de 1 : 30
30 est le côté du carré

Le problème trouvé sur cette tablette pourrait se traduire aujourd'hui par la résolution de l'équation : $x^2+x=45$. Celui qui voudrait retrouver la démarche suivie doit penser que les paléobabyloniens travaillaient en base 60, et sans distinguer nécessairement les unités des soixantaines… car ils n'avaient pas encore de zéro dans leur système de numération. Concernant les techniques, deux questions peuvent être soulevées.

La première est celle de la portée de la technique ci-dessus exposée. Est-elle efficace pour la réalisation de toutes les tâches du type T : " résoudre dans $\mathbf{R}$ une équation du second degré ", ou bien seulement pour les tâches relatives au sous-type T' : " résoudre dans $\mathbf{R}_+$ des équations de la forme $x^2+bx=c$ avec b et c strictement positifs " ?

Le lecteur moderne, muni de la technique du discriminant, peut balayer d'un revers de main ce type d'interrogation, en arguant qu'elle est universelle. Pourtant le calcul pratique du discriminant peut s'avérer délicat même avec une calculette si les ordres de grandeurs des coefficients sont trop différents, ou si les coefficients ont beaucoup de chiffres. Et quel est le professeur de lycée qui n'a pas soupiré lorsqu'un élève calcule un discriminant pour résoudre $x^2 + 5x = 0$ ou $x^2 + 5 = 0$? Enfin, dans certains problèmes, une résolution approchée avec l'aide de la calculatrice sera largement suffisante, soit qu'un coup d'œil au graphique suffise pour s'assurer du nombre et de la localisation des solutions, soit qu'une valeur approchée avec une précision raisonnable permette d'atteindre l'objectif recherché.

Il n'y a donc pas une seule façon de résoudre une équation du second degré.

De façon générale, à un type de tâches donné T sont associées une ou plusieurs façons de faire, d'accomplir, les tâches appartenant à ce type. À une telle manière de faire, on donne le nom de technique que l'on note par la lettre τ. En associant un type de tâche et la technique permettant de l'accomplir, on construit ce qu'on désigne du terme de " bloc pratico-technique " que l'on note $[T, \tau]$. L'exemple vu plus haut veut illustrer une conséquence didactique qui en découle : l'éducation mathématique des élèves ne doit-elle pas prendre en charge le problème de la portée des techniques qu'ils étudient ? Si oui, quel type d'enseignement pourra faire rencontrer cette question ? Et alors, sur quels savoirs mathématiques ce type de questions peut-il déboucher ? À travers ces interrogations, on voit que le petit modèle $[T, \tau]$ peut déjà engendrer quelques questions d'ordre professionnel pour le professeur de mathématiques et, partant, engager vers des réponses en termes d'enseignement ; il y en a bien d'autres.

La deuxième question, restée en suspens, est celle de la compréhension et de la validité mathématique de la technique que nous avons utilisée pour résoudre sur les réels positifs l'équation $X^2+10X=39$. C'est précisément l'objet du paragraphe qui suit.

3.3 Technologie

La technique était " exotique ", mais on aura compris que son " exotisme " est, en fait, lié à un système culturel. De notre point de vue moderne, elle paraît étrange, et mérite donc d'être expliquée.

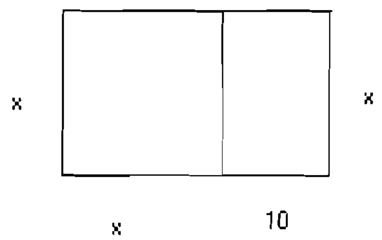


fig 1: l'aire totale est de 39

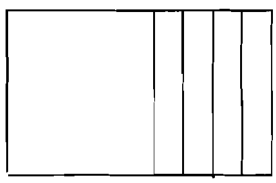


fig2 : le rectangle de côté x et 10 est partagé en 4 bandes de côté x et 10/4=2,5

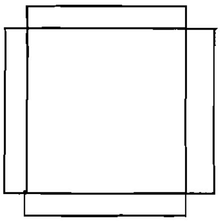


fig 3 : l'aire totale est toujours de 39.

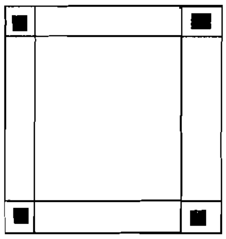


fig4: on complète en un carré

On construit un carré de côté x, et on lui adjoint un rectangle de côtés x et 10. On obtient ainsi une figure géométrique d'aire 39 : c'est ce que traduit l'équation proposée. On va alors la manipuler par des découpages et recompositions. Ainsi, dans la figure 2, on découpe le rectangle de côtés x et 10 en " 4 bandes " : notons que ceci justifie le passage de la technique τ dans lequel intervient la division de 10 par 4. On recompose la figure de façon à obtenir la figure 3 dans laquelle les bandes de côtés x et 2,5 sont accolées aux côtés du carré de côté x.

On complète alors la figure 3 de façon à obtenir un nouveau carré (*cf.* fig4). Ce dernier carré s'obtient en ajoutant " 4 petits carrés ". Chacun d'entre eux ayant une aire de $2{,}5^2$, ceci nous permet de comprendre la raison pour laquelle on élève 2,5 au carré dans la technique τ. Lorsqu'on multiplie ensuite par 4 et que l'on ajoute 39, on obtient alors l'aire du grand carré, soit 64. On peut, en en prenant la racine carrée, obtenir la mesure de son côté : 8. Il ne reste plus alors qu'à retrancher 2 fois 2,5 pour obtenir x.

Nous avons ainsi " tenu un discours " sur cette technique : c'est ce que l'on nomme *la technologie* associée à la technique, on la note θ. Un point mérite tout de suite d'être éclairci : par " discours ", il ne faut pas nécessairement entendre suite organisée de paroles. Ainsi, la technologie utilisée s'inscrit ici dans un cadre géométrique qui recourt à la fois à l'usage et à la lecture de figures et de textes.

À travers cet exemple, il apparaît que la technologie θ associée à une technique τ remplit trois fonctions. Tout d'abord, elle rend compréhensible la technique qui restait jusqu'alors plutôt obscure. Ensuite, elle la justifie d'un point de vue mathématique : nous pouvons dès lors lui accorder une certaine validité. Enfin, elle permet la production de la technique τ dans le cas général : les différents pas du déroulement de la technique sont engendrés par le discours que l'on tient dessus (par exemple " il est maintenant nécessaire de prendre la racine carrée de 64 car c'est le côté d'un carré que l'on recherche connaissant son aire 64 ", peut-on dire).

On pourrait en s'inspirant de ce que l'on vient de faire justifier de même le calcul de la plaquette paléo-babylonienne.

La technique une fois établie, il convient de se l'approprier, et pour cela de la travailler. Des exercices pour le faire pourraient être les suivants, que le lecteur curieux pourra chercher.

Exercice 1 :
Résoudre dans $\mathbf{R}_+$ les équations suivantes :

- $X^2 + X=2$
- $X^2 + 2X=15$
- $X^2 + 3X=6,75$

Exercice 2 :
En s'inspirant de la technologie présentée ci-dessus, inventer une technique permettant de résoudre dans $\mathbf{R}_+$ l'équation : $X^2 -10 X=39$

On peut observer que ces deux exercices sont de natures différentes. Avec le premier, il s'agit de travailler une technique que l'on vient de découvrir : ce travail est nécessaire pour se mettre en main la technique, et l'on peut se trouver quelque peu maladroit dans ses premiers essais. Avec le second exercice, c'est un autre type de travail mathématique qui est proposé : il implique de reprendre la technologie vue ci-dessus et de la transformer pour la rendre adéquate à ce qui peut apparaître comme un nouveau type de tâches.

Dans ce cas encore, on peut relever quelques-unes des implications didactiques qui peuvent naître de la maîtrise de quelques-uns des outils fournis par la théorie anthropologique.

De tels gestes professionnels –faire travailler les techniques, tester leur portée, faire produire par les élèves des technologies nouvelles engendrant des techniques nouvelles, etc.– peuvent sans doute être produits par l'écrasante majorité des professeurs de mathématiques. Mais la modélisation proposée permet d'objectiver les pratiques mathématiques ou relatives à leur enseignement, c'est-à-dire de les considérer comme des objets qui peuvent être observés, analysés, évalués, développés, et non comme des pratiques inatteignables car attachées à des personnes singulières. Ainsi, la théorie anthropologique du didactique permet, en jetant les bases d'un savoir professionnel pour le professeur de mathématiques, de s'engager dans ces gestes à bon escient, sous le contrôle d'un savoir établi et commun, et non de manière aléatoire selon l'inspiration du moment.

Tout comme le médecin, qui, devant tel symptôme utilise tel protocole de soin, le professeur de mathématiques qui maîtrise cet outillage peut en disposer dans l'exercice quotidien de son métier, en fonction des notions mathématiques qu'il a à enseigner, pour l'analyse et la conception du travail dans lequel il doit engager ses propres élèves (exercices, problèmes, activités), pour l'organisation des contenus changeants des programmes, des progressions qu'il a à établir, etc. Autrement dit, cet outillage théorique constitue un ensemble de connaissances communicables, donc utilisables et nécessaires en formations initiale et continue de tout enseignant de mathématiques, qu'il soit professeur des écoles, des collèges et lycées ou qu'il enseigne à l'Université.

En effet, au-delà des transpositions didactiques, le savoir mathématique est toujours organisé de la même manière, sous forme de tâches mathématiques d'un type à accomplir, grâce à des techniques auxquelles sont associées des technologies. Les gestes d'enseignement qui en découlent sont issus d'une matrice en grande partie commune, même s'ils doivent évidemment être adaptés au contexte : niveau où l'on enseigne, âge du public, etc !

4. Remarques sur les techniques

Une première remarque est relative à l'importance technique du dispositif avec lequel on travaille (Y. Chevallard désigne par " dispositif " l'ensemble des objets qui permettent qu'une pratique se déroule ; le sujet opère avec des gestes sur ces objets).

En modifiant un peu le dispositif adopté, on va modifier du tout au tout la technique. Supposons ici qu'au lieu d'opérer sur des données numériques, nous puissions le faire avec des lettres, en paramétrant les données numériques : avec les mêmes gestes et des manipulations de figures comme nous l'avons fait ci-dessus, reprenons la résolution d'une équation du second degré, paramétrée.

Soit à résoudre dans $\mathbf{R}_+$ l'équation : $X^2+bX=c$ (*b* et *c* deux constantes positives)

1° $b/4$
2° $(b/4)^2$
3° $(b/4)^2\times 4=b^2/4$
4° $b^2/4+c$
5° $\sqrt{b^2/4+c}$
6° $X=\sqrt{b^2/4+c}-2.b/4=\dfrac{-b+\sqrt{b^2+4c}}{2}$

La technologie développée fournit alors une formule qu'il suffit d'appliquer pour obtenir la solution de ce type d'équations, ce qui est techniquement proche de ce que nous connaissons aujourd'hui.

Le dispositif a modifié la technique : ici l'usage de lettres produit une économie de gestes puisqu'il suffit d'appliquer une formule.

Une deuxième remarque concerne la portée d'une technique. Une technique donnée ne réussit en général que sur une partie des tâches de type T : comme on l'a déjà dit, on parle dans ce cas de *portée d'une technique.* À cet égard une technique peut être plus performante qu'une autre au sens où sa portée est plus grande.

Par exemple, une technique de faible portée pour la résolution des équations du second degré, mais fort utile en pratique, réside dans la recherche de solutions particulières : 0, 1, -1...

On peut étendre quelque peu cette technique : par exemple, soit à résoudre $X^2+10X=39$. On peut rechercher une valeur entière (dans $\mathbf{N}$ ou $\mathbf{Z}$). Une telle solution, s'il en existe, doit diviser 39, ce qui dans $\mathbf{N}$, implique que X ne peut être égal qu'à 1, 3, 13 ou 39. Après essais, on retrouve la solution $X=3$.

La troisième remarque est relative à la reconnaissance institutionnelle des techniques. En une institution donnée, à propos d'un type de tâches T, il existe un petit nombre de techniques institutionnellement reconnues, à l'exclusion de techniques alternatives possibles ; que l'on pense, par exemple, aux algorithmes de calcul des multiplications et des divisions qui varient fortement dans certains pays européens par rapport à ceux qui sont utilisés en France. Au sein d'une institution donnée, et sous la pression d'un groupe, il peut arriver qu'il y ait introduction de nouvelles manières d'accomplir des types de tâches ; de nouvelles techniques, associées à un type de tâches déjà connu (sans que soit toujours fourni avec elles un arsenal technologique très développé), sont proposées. Ceci provoque souvent, et de manière tout à fait classique, des résistances à ce qui apparaît comme un changement inacceptable.

C'est par exemple le cas, dans le domaine de l'enseignement mathématique, lorsque le groupe d'experts élaborant les programmes propose des nouveautés en termes de techniques : elles vont être, dans un premier temps, considérées illégitimes par les enseignants. Le domaine des probabilités fournit un exemple qui permet d'illustrer le propos.

Supposons en effet que l'on s'intéresse à la distribution du sexe des enfants dans une famille de 2 enfants. Le problème à traiter peut être le suivant. On dit qu'il y a trois types de familles : celles où il y a 2 garçons, celles où il y a 2 filles et enfin celles où il y a 1 fille et 1 garçon. Une première opinion consiste à dire qu'il y a autant de familles de chaque type. Une seconde opinion affirme qu'il y a deux fois plus de familles du troisième type que de familles du type 1 ou du type 2. Deux opinions s'affrontent donc, et il s'agit de déterminer qui a raison : c'est la tâche *t* associée à cette situation.

Une première technique peut être la suivante :
On note G1 l'événement " l'aîné est un garçon ", G2 " le cadet est un garçon "
On procède comme suit :
$P(G1 \cap G2)=P(G2/G1)P(G1)=1/4$
$P(\overline{G1} \cap \overline{G2})=\ldots=1/4$

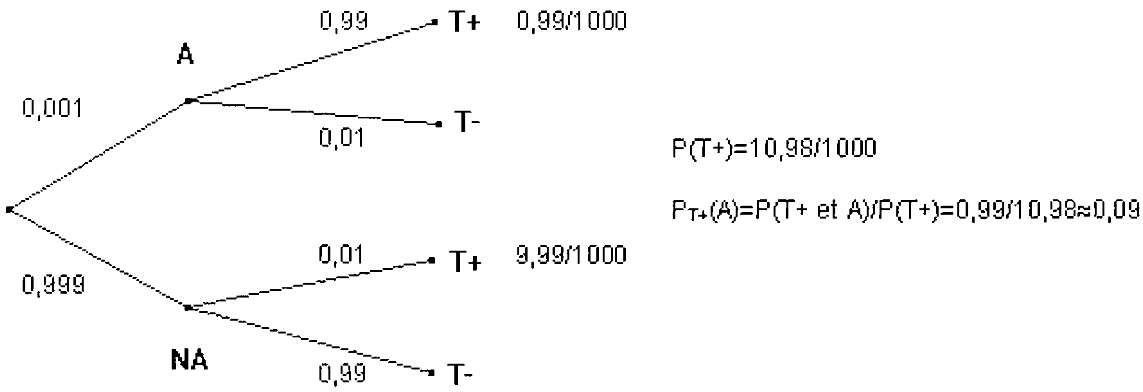
Et en appelant F3 l'événement " avoir un garçon et une fille " : $P(F3)=1-2\times(1/4)=1/2$

Il y a quelques années, en classe de Terminale, c'était la technique qu'il convenait d'utiliser.

Progressivement, mais non sans résistance, une deuxième technique, recourant à l'usage d'arbres, a pu voir le jour.

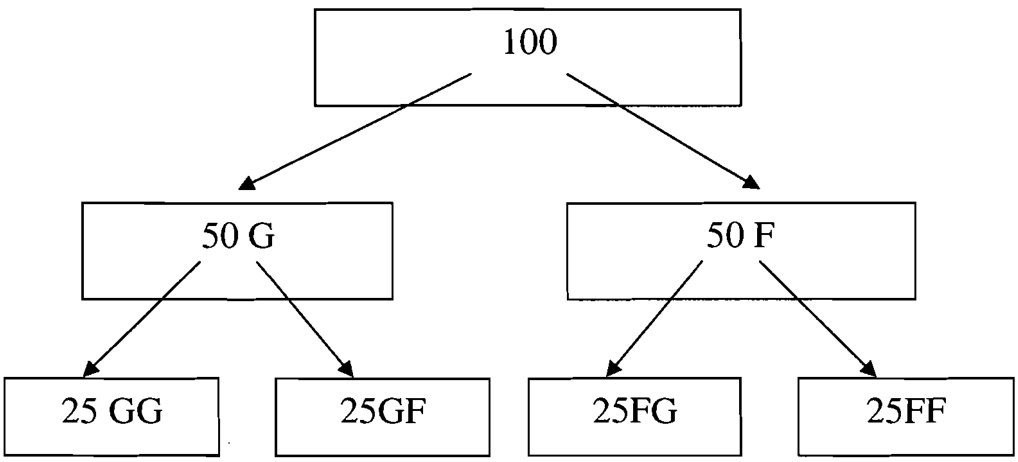
Voici ci-dessous un extrait de la page 131 des documents d'accompagnement des programmes actuels des Terminales S et ES. À sa lecture, on s'aperçoit que, non seulement l'arbre peut être utilisé à des fins heuristiques, mais aussi qu'il peut être considéré comme élément de preuve. En effet, à propos de la recherche de la probabilité qu'un individu, dont le test de dépistage est positif, ait effectivement un caractère A, le document mentionne : " le programme indique qu'un arbre de probabilité bien construit constitue une preuve, de même qu'un tableau ; cela signifie sur cet exemple que l'encadré ci-dessous constitue une réponse parfaitement justifiée à la question posée.

Les données du problème sont représentées sur l'arbre ci-dessous.



Un individu dont le test est positif a une probabilité 0,09 d'avoir le caractère A. "

À notre connaissance, une troisième technique qui pourrait permettre d'introduire des questions de probabilité de façon plus précoce dans l'enseignement, n'a pas d'existence officiellement reconnue. Il s'agit de constituer une urne représentant la distribution des possibles en utilisant des arguments de proportionnalité ou de fractionnement d'une population mère. Ici, revenant à l'exemple de la composition des familles de deux enfants, partons d'une population de 100 familles. Cette population va se diviser en deux en considérant le sexe de l'aîné : 50 avec un garçon et 50 avec une fille. Puis on fractionne à nouveau, et l'on obtient 25 familles avec 2 garçons, 25 avec 2 filles et 50 avec 1 fille et 1 garçon ; ce qui permet de répondre à la question posée.



Enfin, une quatrième technique a fait son apparition avec les nouveaux programmes de seconde : elle consiste à utiliser une simulation, par exemple avec un tableur. Elle aussi ne semble pas avoir connu un grand succès, au-delà de son usage mesuré au sein de la niche écologique qui l'a vu naître et constituée de l'enseignement de la statistique inférentielle en seconde. On simule un grand nombre de familles (1000 par exemple), puis la naissance de l'aîné et la naissance du cadet, en repérant les sexes (on suppose bien sûr qu'il y a chaque fois une chance sur 2 pour un des 2 sexes). Au vu du résultat expérimental, on peut trancher sans ambiguïté en faveur de la seconde opinion. C'est là, comme mentionné, une façon d'opérer tout à fait inhabituelle dans une classe de mathématiques du système éducatif actuel.

5. Remarques sur les technologies

Remarquons tout d'abord que, par définition, une technologie est un discours dont la fonction première est de justifier " rationnellement " l'adéquation d'une technique à un type de tâches. Notons que *rationnellement* suppose une production de *raisons*, mais le type de rationalité peut fortement varier selon l'espace institutionnel de référence et, en une institution donnée, au fil de son histoire. Aussi une rationalité pour le sujet d'une institution pourra-t-elle paraître bien peu rationnelle pour le sujet d'une autre. Par exemple, on dit souvent qu'il ne faut pas passer sous une échelle car cela porte malheur ! L'astrologie est aussi, de ce point de vue, " une rationalité sociale ". En mathématiques, certains usages par nos collègues physiciens nous semblent manquer de rigueur, mais que penser alors des mathématiques chinoises où la démonstration des résultats obtenus tient dans de simples manipulations de figures, par découpages et recompositions, et montrées au lecteur.

Ces exemples, dira-t-on, sont un peu grossiers, et ils ne sauraient par conséquent concerner les mathématiques que l'on enseigne actuellement dans notre système éducatif. C'est sans doute oublier un peu vite que nombre de manuels en usage en 4^e, et avec eux les professeurs qui s'en inspirent, " démontrent " le théorème de Pythagore en recourant à la méthode dite " chinoise ", et consistant à construire un carré de côté c à l'intérieur d'un carré de côté $a+b$. Sans aller rechercher dans la tradition des mathématiques chinoises, et tout en restant au niveau de la classe de 4^e, que penser alors de la " démonstration " de la relation algébrique $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$ en recourant au découpage d'un rectangle de côtés $a+b$ et $c+d$; démonstration qui nous vient pourtant des mathématiques grecques et de leur rationalité ?

Imaginons un instant, à ce propos, le dialogue que pourraient établir deux sujets de la même institution prise à des moments différents de son histoire ; par exemple un professeur de mathématiques fraîchement sorti de l'IUFM et un professeur de mathématiques qui n'enseigne plus en 4^e depuis la rentrée 1988, année où ce type de démonstrations a fait son apparition dans des manuels de ce niveau. Le premier trouverait sans doute de bonnes raisons pour les justifier : l'organisation du savoir mathématique dans les programmes, le niveau des élèves, l'existence de ces démonstrations attestée par l'histoire des mathématiques, etc. Le second trouverait tout autant de bonnes raisons de les rejeter : le fondement du théorème de Pythagore à rechercher dans la similitude, la démonstration de la distributivité dans $\mathbf{N}$ puis son extension à $\mathbf{R}$. D'ailleurs, il a enseigné la construction de $\mathbf{R}$ par les suites décimales dans les années 1970, à ce même niveau de 4^e, et ce que l'on propose désormais d'y enseigner lui apparaît bien peu rigoureux !

On voit ainsi que la rationalité n'est pas toujours là où on la pense, même et y compris dans les sciences, mais qu'elle dépend fortement des institutions et des personnes qui en sont les sujets. C'est ce que permet d'entrevoir une certaine dénaturalisation du regard porté sur l'enseignement des mathématiques, et offerte en se plaçant dans le cadre d'une approche anthropologique ; anthropologie à laquelle n'échappent ni les mathématiques ni leur enseignement.

Une deuxième remarque tient au fait que l'on éprouve parfois des difficultés à démêler, dans une organisation mathématique donnée, ce qui relève de la technique de ce qui compose sa technologie. La raison réside en ce qu'un des outils fondamentaux dont nous disposons pour ces deux fonctions –technique et technologique– est le langage : celui-ci, utilisé dans des usages techniques, est bien sûr pleinement convoqué dans les justifications technologiques. Il en résulte que technologie et technique se trouvent parfois étroitement imbriquées, et qu'il est alors difficile de distinguer l'une de l'autre. Un exemple permet d'illustrer cela. Soit la tâche formulée de la manière suivante : " Sachant que 6 sucettes valent 1,50 ¤, combien valent 14 sucettes ? "

Une réponse possible, usant d'un cadre technologico-technique qui fleure bon l'école d'un autre âge, est la suivante : " si 6 sucettes valent 1,50 ¤, alors une sucette, soit 6 fois moins, vaut 1,50/6 ¤, et 14 sucettes, soit 14 fois plus, valent 14 fois plus : soit 14 fois 1,50/6 ¤ c'est-à-dire 3,50 ¤. " La " vieille " règle de trois, règle technique, embarquait dans son énonciation sa technologie, à travers la petite " chanson " qui permettait de la justifier, en garantissant en retour son efficacité technique pour la tâche qu'elle devait résoudre.

On peut, en comparaison résoudre techniquement la même tâche comme suit.

Appelons f la fonction qui à un nombre de sucettes associe leur prix. On a $f(6)=1{,}50$ d'où $f(14)=f(14\times(6/6))=f((14/6)\times 6)=(14/6)\times f(6)=(14/6)\times 1{,}50=3{,}50$.

Si, avec la règle de trois, on pouvait contrôler le sens de chaque opération, cela devient plus difficile et inutile en modélisant le problème à l'aide d'une fonction linéaire, laquelle traduit la proportionnalité entre le nombre de sucettes et leur prix. On voit par ailleurs que c'est bien la technologie, donnée ici par la définition de la linéarité, qui autorise la " fabrication " de la deuxième technique usant de la modélisation à l'aide de f. On pourrait aussi s'interroger sur le fait que cette dernière technique ne semble jamais avoir réellement vécu dans l'institution des classes de 4^{e}, y compris à l'époque encore récente où y était enseignée la linéarité énoncée sous la forme : $f(a+b)=f(a)+f(b)$ et $f(ka)=kf(a)$.

6. Théories

Reprenons l'exemple de l'équation $X^2+10X=39$ vu plus haut. La technologie exposée est convaincante certes, mais peut ne pas satisfaire pleinement car elle ne dit pas pourquoi on obtient une solution et une seule. Le recours à une autre technique ne fournirait-il pas une autre solution ? Une référence à la théorie moderne permet de répondre à cette question. La connaissant, la réponse devient simple : une équation du type $X^2+bX+c=0$ où $c<0$ a toujours deux solutions de signes contraires et la technologie exposée fournit la solution positive.

Pour terminer la description d'une praxéologie, il est donc nécessaire de mentionner un dernier niveau dans la modélisation. Il joue envers les technologies le même rôle que celui que ces dernières jouent envers les techniques. Il s'agit du niveau de la théorie, notée Θ. En effet, tout discours technologique contient des assertions –

théorèmes, propriétés, définitions, lemmes ou corollaires– qui, à leur tour, demandent qu'un discours raisonné soit tenu à leur endroit. La théorie, technologie de la technologie, remplit alors envers les technologies les mêmes fonctions de justification, explication et production.

Il est facile de le voir lorsque l'on regarde les mathématiques d'un point de vue relativement élevé ; le sens donné au terme " théorie ", utilisé dans l'approche anthropologique, se confond alors avec celui communément admis en mathématiques.

Conclusion : savoir-faire et savoirs mathématiques et professionnels

Dans les lignes qui précèdent, nous avons tenté d'expliciter à l'aide d'exemples la notion de praxéologie qui, dans le cas des mathématiques, prend le nom d'organisation mathématique. On peut modéliser ce type d'organisation sous le formalisme suivant : $(T, \tau, \theta, \Theta)$ dans lequel T représente un type de tâches, τ la technique qui permet de l'accomplir, θ la technologie associée à cette technique et Θ la théorie associée à la technologie. On peut alors distinguer le bloc $[T,\tau]$, bloc pratico-technique, (comment faire ?) et le bloc $[\theta,\Theta]$, bloc technologico-théorique (pourquoi faire ainsi ?).

Bien sûr, cette description est incomplète, car elle ne concerne que l'accomplissement d'un type de tâche, et les contenus mathématiques enseignés se regroupent et se hiérarchisent en agrégats plus larges, incluant plusieurs étages. Cette première approche est donc à compléter : nous n'abordons pas ici la théorie dans sa totalité.

Mais si l'on en revient à la question d'un savoir professionnel dont devrait disposer tout enseignant de mathématiques, on peut tirer de ce premier niveau d'organisation un premier bilan de ce qu'apporte la notion de praxéologie mathématique : on dispose désormais d'un modèle dont une fonction est d'éclaircir et d'organiser solidement les termes usuels de savoirs, de savoir-faire et de connaissances.

Un premier bénéfice est l'attention portée à la tâche à réaliser par l'élève : car c'est bien en premier lieu la réalisation de tâches qui importe, et par conséquent l'élaboration des techniques nécessaires ou utiles à l'accomplissement de ces tâches. C'est le besoin de justifier la technique qui motive l'élaboration de la technologie et éventuellement de la théorie.

Une organisation traditionnelle de l'enseignement consistait à montrer tout d'abord, durant le cours, l'élément technologique et sa théorie : on commence par une théorie détachée de toute nécessité (définition du produit scalaire en 1re S par exemple), puis on en extrait quelques éléments technologiques. Enfin, on engage les élèves, de façon personnelle et privée à l'aide " d'exercices d'application ", dans la résolution de certains types de tâches associés : calculer des longueurs, montrer que deux droites sont orthogonales, etc.

Dans un tel enseignement, la nécessité n'apparaît qu'après coup : certains élèves peuvent se dire, en résolvant les exercices proposés, " le produit scalaire sert donc à cela ! " Ce sont le plus souvent les meilleurs des élèves de mathématiques. Il y a fort à craindre que les autres, la majorité, se demandent à quel jeu solitaire le professeur de mathématiques est en train de se livrer durant le cours, ce que traduisent des expressions telles que : " et si on faisait des exercices maintenant, pour nous aider à comprendre ? "

L'enseignement magistral a certes été dénoncé et a laissé place à un enseignement par " activités " mais le problème en est-il pour autant résolu ? Nous ne le pensons pas. Ainsi, on verra un élève absorbé pendant une heure sur des questions de surfaces résolues à l'aide de puzzles, qu'il suit pas à pas, puis tomber des nues lorsque, au sortir de cette activité ardue, le professeur lui demande de calculer l'hypoténuse d'un triangle rectangle, connaissant les longueurs des côtés de l'angle droit. Il n'a pas du tout perçu, même s'il l'a noté au passage sur son cahier, que le puzzle en question était la démonstration d'un théorème, et que ce théorème était là pour justifier des techniques lui permettant d'accomplir la tâche demandée. Il n'y a pas eu de tâche problématique correspondant à la question étudiée. Ce point de départ étant absent, il n'y a eu ni dévolution du problème ni, par conséquent, construction d'une technique permettant de le résoudre et l'élève, même attentif et sérieux, se trouve tout à fait démuni.

On comprend qu'après quelques aventures de ce genre, un élève reste dubitatif quant à l'intérêt des discours mathématiques qui lui sont proposés !

Il y a donc là une façon d'interroger notre discipline et ce qu'on y fait. Cette entrée dans les contenus d'enseignement par les types de tâches exige ensuite de retrouver les questions qui motivent l'étude de tel ou tel objet. La théorie est là parce qu'elle est nécessaire, et non parce qu'elle mérite une visite révérencieuse pour le seul bonheur du professeur. À cet égard, la pratique des activités, souvent qualifiées d'introductives bien que ce terme ne se trouve ni dans les programmes ni dans leurs documents d'accompagnement –qualificatif qui montre en retour que la place qu'on leur accorde n'est pas centrale–, ne résout pas nécessairement le problème de la motivation. En effet, la majorité d'entre elles ne proposent pas à la petite communauté des élèves d'une classe de mathématiques de vivre l'engagement dans la recherche d'une tâche problématique correspondant au sujet que le programme désigne à enseigner. Sans ce fondement, les questions portant sur la technique, et qui relèvent donc en partie de la technologie, ne peuvent être posées ; elles ne peuvent déboucher sur la construction d'une technologie.

Ainsi, cette modélisation est d'une grande utilité pratique dans l'organisation de l'enseignement : elle guide le choix des problèmes d'entrée dans un sujet, elle aide à préciser les niveaux de technicité attendus -grave question actuelle pour les professeurs de lycée- en obligeant à lister les types de tâches et les techniques que l'on va choisir de mettre en place et de travailler. Du même coup, elle guide l'évaluation. Elle motive la théorie en lui attribuant pour rôle de justifier le bien fondé des outils utilisés dans la résolution des problèmes. Cette architecture constitue un solide point d'appui pour les professeurs débutants, et permet de structurer efficacement l'enseignement, quel qu'en soit le contexte.

Identifier les organisations de savoir que les programmes de mathématiques demandent d'enseigner, construire des progressions qui s'appuient sur des activités efficaces, permettre effectivement aux élèves de rencontrer des tâches problématiques, et de construire des organisations mathématiques qui en constituent les réponses, sont des gestes professionnels fondamentaux. Les quelques outils que nous avons montrés dans cet article permettent de les identifier, de les problématiser et de les construire ; sous cet angle, ces outils nous paraissent contribuer à la constitution d'un savoir professionnel. Ces gestes vont de soi, nous dira-t-on : la réalité n'est pas si simple, et ce serait passer sous silence le temps nécessaire à chacun pour construire de façon autodidacte une qualification vraiment professionnelle. Nommer, expliciter, enseigner au débutant pour qu'il en soit armé dés ses débuts ces gestes du métier n'est pas d'un mince intérêt.

Bien des points mériteraient d'être davantage développés : certains n'ont pu être abordés. La bibliographie qui suit, volontairement courte, permettra peut-être de combler les attentes non satisfaites dans cet article, et de découvrir un territoire encore trop souvent méconnu des enseignants de mathématiques, mais qui participe fortement à l'élaboration d'un savoir professionnel.

Bibliographie

Articles

CHEVALLARD Y. (1998) Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : l'approche anthropologique, in Noirfalise R. (éd) *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques, Actes de l'Université d'été, 4-11 juillet 1998, La Rochelle*, (pp. 89-120). IREM de Clermont-Ferrand.

MATHERON Y. (2000) Analyser les praxéologies. Quelques exemples d'organisations mathématiques, *Petit x.* 54 51-78

Revues

Petit *x* : IREM de Grenoble, B. P. 41, 38402 Saint-Martin d'Hères cedex

Grand N : IREM de Grenoble, B. P. 41, 38402 Saint-Martin d'Hères cedex

Recherches en didactique des mathématiques :
Editions La pensée sauvage, BP 141, 38002 Grenoble cedex

Site

http://www.aix-mrs.iufm.fr/formations/filieres/mat/