PREAMBULE A L'ARTICLE SUIVANT

Dans le numéro 1, publié hors abonnement, figurait un article intitulé «Enumération à l'aide d'un arbre de choix. Dénombrements correspondants». Cet article ayant été réclamé par un certain nombre d'abonnés, le comité de rédaction a décidé de le republier dans ce numéro.

Il me semble intéressant de profiter de cette nouvelle publication pour expliquer dans quelle optique j'ai été, il y a environ deux ans, amenée à l'écrire.

Au début de l'année 1972, une enquête avait été lancée par un groupe de Recherche Pédagogique animé par Monsieur KUNTZMANN, Professeur à l'Université de Grenoble, auprès d'instituteurs grenoblois, dans le but de déterminer quelle sorte de document écrit serait le plus apte à aider les instituteurs à l'acquisition d'une notion mathématique nouvelle pour eux. Le thème «Arbre de choix, dénombrement» avait été retenu car il nécessitait peu de connaissances mathématiques pour être abordé, tout en présentant un intérêt évident à l'école primaire.

Cinq enseignants (un professeur de lycée, un assistant, un maître de conférence, un professeur de l'université et un professeur d'école normale) ont alors été contactés par le groupe de recherche et ont accepté d'élaborer chacun un document sur le thème retenu en vue de la formation permanente des instituteurs.

Nous avons ainsi obtenu cinq documents différents, tant sur le fond que par leur présentation. Deux cents instituteurs ont reçu deux de ces cinq documents ainsi qu'un questionnaire précis devant leur permettre de comparer les deux documents en question.

122 réponses nous sont parvenues que j'ai dépouillées et c'est en conclusion de cette enquête que j'ai été amenée à rédiger le document que vous trouverez ici, en essayant de tenir le plus possible compte, tant pour la forme que pour le contenu de l'article, des remarques et des suggestions faites par les 122 instituteurs qui nous avaient répondu.

Cl. COMITI

ENUMERATION A L'AIDE D'UN ARBRE DE CHOIX
DENOMBREMENT CORRESPONDANT

par Claude COMITI

I – INTRODUCTION.

Nous vous présentons ci-dessous un thème qui mériterait d'être largement exploité dans les classes.

Nous essayerons de vous montrer l'intérêt pratique du sujet traité ainsi que les raisons qui justifient sa présentation aux élèves, tout en vous amenant à le connaître assez bien pour que vous vous sentiez à l'aise en l'utilisant.

Cela nécessite de faire beaucoup plus que de présenter les problèmes usuels et leurs solutions. Nous choisissons un mode d'exposition qui s'adresse à vous, mais qui contient cependant des éléments qui devraient être transposables dans la pratique de la classe. Par principe nous ne faisons appel à aucune connaissance particulière de «mathématiques modernes» sauf quelques allusions à des termes que tout le monde connaît aujourd'hui.

Cette restriction nous génera pour replacer la question des énumérations et dénombrements dans l'ensemble plus vaste de la mathématique.

SENS USUEL.

Enumérer : (d'après Larousse) *énoncer successivement les parties d'un tout.*

Exemple : énumérer ses griefs.

Dénombrer : Faire le compte de.

Exemple : dénombrer les habitants d'un pays.

Nous ferons tout de suite une remarque. L'énumération (au moins mentale) sera souvent une préparation au dénombrement. Si on me demande combien j'ai de cousins et de cousines, pour ne pas en oublier, je les énumèrerai et mon interlocuteur les comptera mentalement ou je les compterai sur mes doigts.

Parfois, l'énumération sera l'opération principale et le dénombrement sera ajouté par surcroit. Par exemple, après avoir énuméré mes griefs je finirai d'exhaler ma colère en criant leur nombre.

SENS MATHEMATIQUE.

Le sens mathématique de ces mots n'est pas très différent de leur sens courant.

Nous remarquerons cependant qu'en «énumérant ses griefs» on aura peut être tendance à répéter ceux auxquels ont est particulièrement sensible. Au contraire

une énumération au sens mathématique consiste à nommer des objets sans omission ni répétition.

Le dénombrement de tels objets est alors très facile.

Mais direz-vous, il n'y a pas besoin d'un mathématicien pour énumérer les élèves d'une classe ou les doigts de la main.

En fait, comme nous le verrons ce ne sont pas des objets matériels que nous apprendrons à énumérer puis dénombrer mais des constructions faites à partir de tels objets.

Note.

A partir d'ici, le texte comporte des questions qu'il vous faudra essayer de résoudre. Vous trouverez les réponses correspondantes à la fin du document.

II – PREMIER EXEMPLE.

Voici la liste des plats que l'on peut trouver sur la carte d'un restaurant :

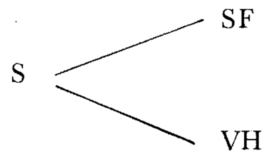
Entrée : salade ou asperges ;
Plat du jour : steack - frites ou veau haricots ;
Dessert : pomme ou glace.

Quels sont tous les menus composés d'une entrée, d'un plat du jour et d'un dessert que l'on peut commander ? Combien en trouve-t-on ?

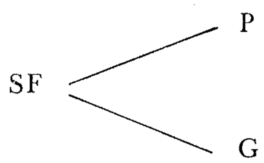
(Réponse : II, a).

Essayons d'organiser les résultats qui ont été trouvés.

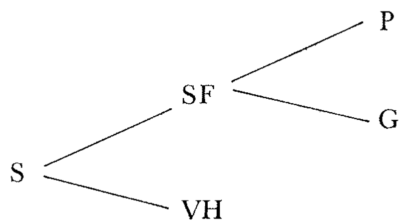
Supposons que la salade (S) ait été choisie, nous avons deux choix possibles pour le plat du jour : steack - frites (S.F.) ou veau haricots (V.H.) que l'on traduit par le schéma



Si à présent SF (steack - frites) est choisi, il reste à déterminer si nous prenons une pomme (P) ou une glace (G) ce que l'on schématise par



Regroupons les différents schémas



Compléter le schéma en supposant que VH ait été choisi.

(Réponse II, b).

Enumérer à présent tous les menus commençant par S.

(Réponse II, c).

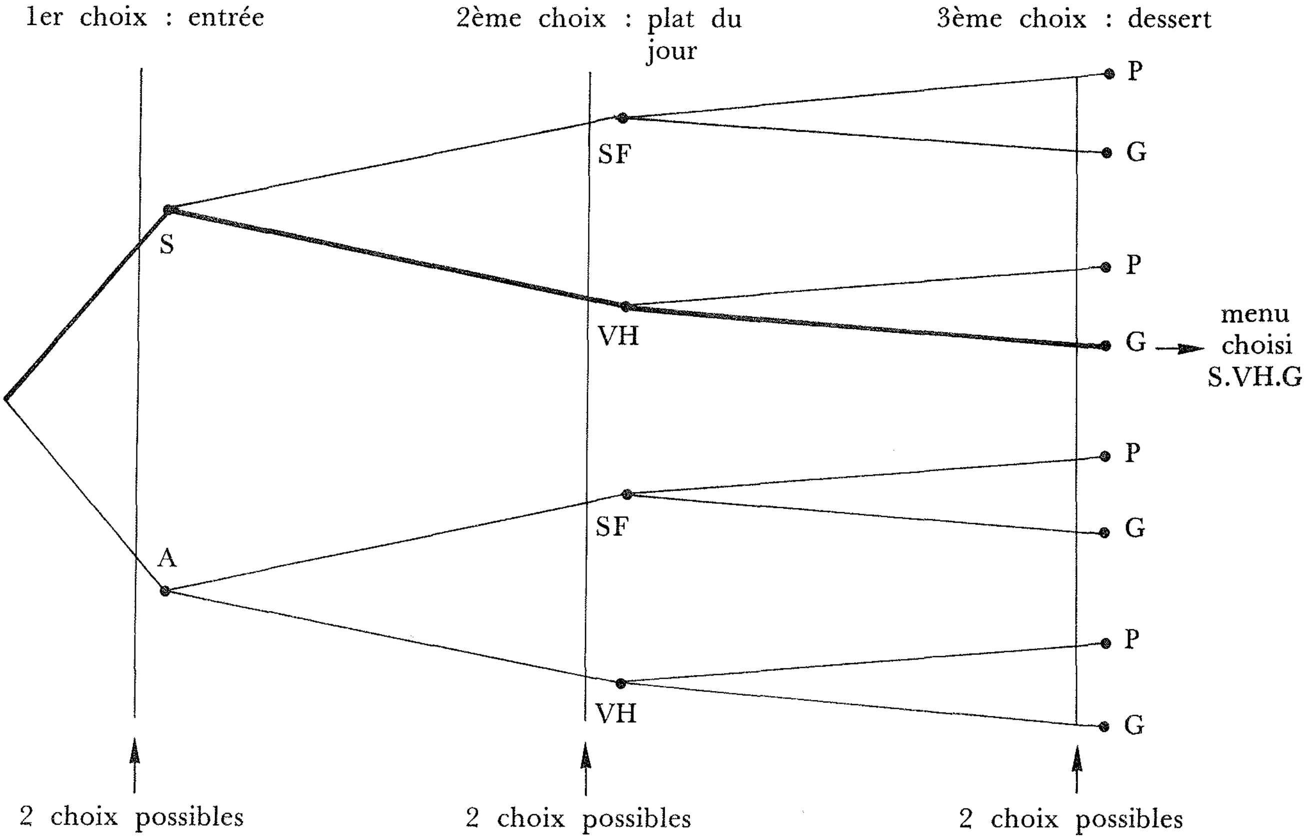
Remarque :

On constate que les différents menus commençant par S correspondent aux différents chemins que l'on peut emprunter en partant de S.

Recommencer la recherche en choisissant à présent l'asperge (A) pour entrée et faire le schéma correspondant.

(Réponse II, d).

Regroupons les résultats sous forme de tableau.



On s'aperçoit qu'il y a, à chaque étape, deux choix différents, ce qui permet d'affirmer a priori que l'on trouvera 8 (soit : $2 \times 2 \times 2$) menus différents.

Remarque :

On constate que les différents menus correspondent aux différents chemins que l'on peut emprunter à partir de l'origine (exemple tracé en trait fort).

EXERCICE.

On compose un menu avec trois entrées au choix (a, b, c), trois plats du jour (e, f, g) et deux desserts au choix (h, i). Faire un schéma semblable à celui que l'on a fait précédemment. Combien trouve-t-on de menus différents ?

(Réponse en II, e).

D'une manière générale, combien trouverait-on de menus différents si on avait le choix entre x entrées, y plats du jour et z desserts ?

(réponse en II, f).

COMMENTAIRE.

Le problème posé était le suivant :
trouver la liste de tous les menus possibles. Ayant trouvé cette liste, on a pu affirmer qu'il y avait 8 menus différents. On a résolu un problème d'énumération.

Enumérer des objets, c'est établir une liste complète de ces objets, liste telle que chacun de ces objets y figure une fois et une seule.

Dénombrer des objets, c'est pouvoir dire combien il y en a, autrement dit, c'est calculer leur nombre.

Lorsque l'on a au préalable fait la liste (c'est-à-dire énuméré) des objets que l'on veut dénombrer, le dénombrement est très facile : il suffit de compter les objets énumérés.

Enumération et dénombrement font partie de la branche de la mathématique appelée «Combinatoire».

EXERCICE.

Un fabricant d'automobiles a prévu pour son nouveau modèle deux catégories de moteurs (4 CV, 6 CV), trois sortes de coques (berline, break, coupé) et deux modes de transmissions (normal, automatique) au choix du client.

Enumérer, puis dénombrer les différents types de véhicules offerts ainsi à la clientèle.

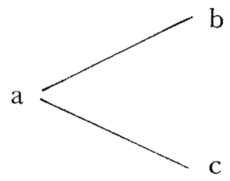
(Réponse II, g).

III – DEUXIEME EXEMPLE.

Soient trois chevaux : a, b et c. En considérant les règles du tiercé (3 chevaux dans l'ordre), quels sont tous les terciés que l'on peut combiner ?

(Réponse : III, a).

Si le cheval a arrive premier, b ou c arriveront seconds ce que l'on schématise par



Si le cheval b arrive premier alors a ou c arriveront seconds. Schématiser cette situation.

(Réponse : III, b).

Si c arrive premier et a second alors b arrive troisième ce que l'on schématise par

a — a — b

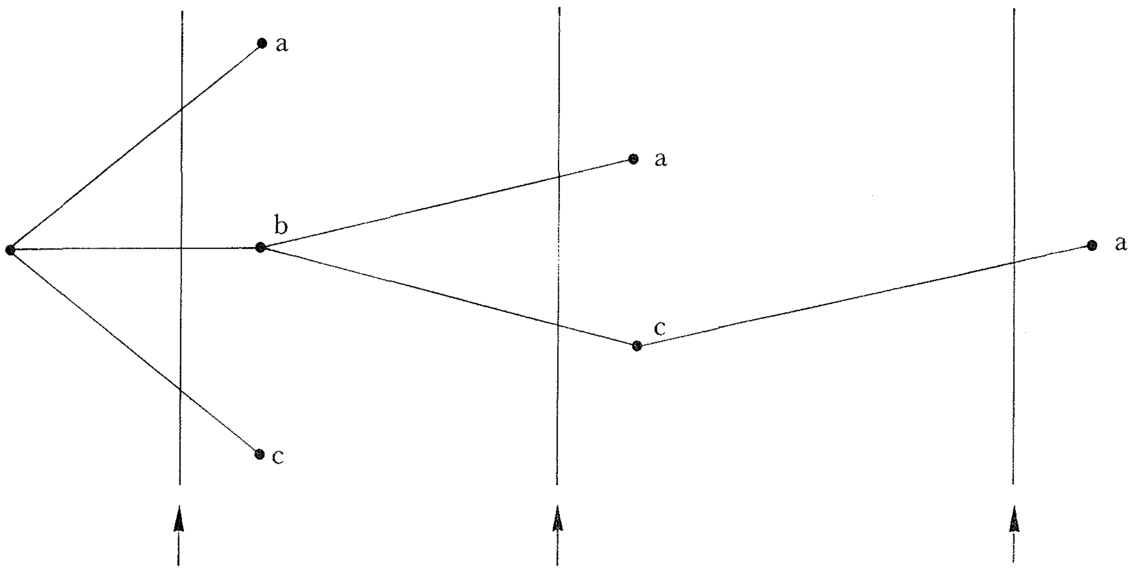
Si c arrive premier et b second alors a arrive troisième c — b —

Si b arrive premier et c second alors a arrive troisième b —

Si a arrive premier et b second alors (compléter et vérifier en III, c).

Essayons d'organiser systématiquement ces résultats en faisant un schéma (le compléter et vérifier en III, d).

1er cheval arrivé 2ème cheval arrivé 3ème cheval arrivé

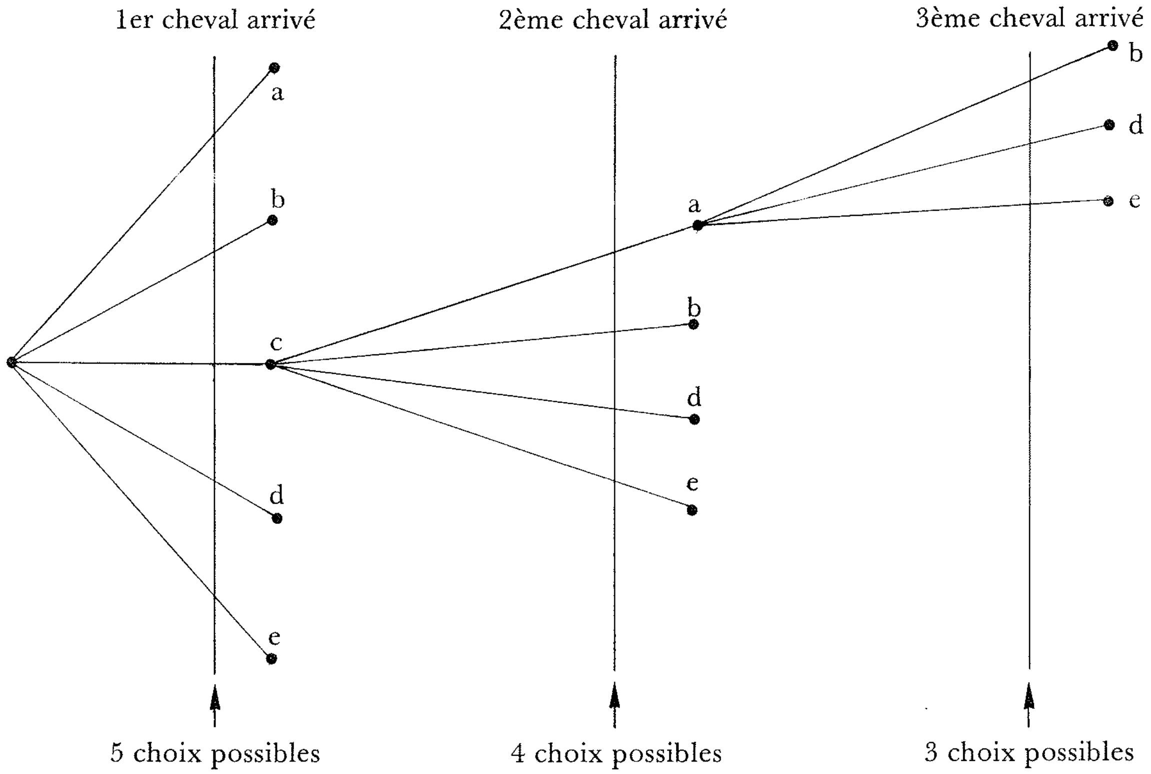


3 choix possibles 2 choix possibles 1 choix possible

On retrouve le fait qu'il y a 6 (soit : 3 X 2 X 1) tiercés différents.

Supposons qu'il y ait cinq chevaux au départ : a, b, c, d, e. Trouvez le nombre de tiercés différents.

Il est inutile ici de tracer le schéma en entier. Pour trouvez le nombre demandé, il suffit d'organiser les résultats de la façon suivante (on ne s'intéresse bien sûr qu'aux trois premiers chevaux).



Il y a donc ici 60 (soit : 5 X 4 X 3) tiercés différents

EXERCICE.

Dans une course il y a en général 20 chevaux au départ.

Combien de tiercés peut-on combiner ?

Si l'on considère les six premiers chevaux, quel sera le nombre de paris différents que l'on pourra faire ?

(Réponse en III, e).

RESUMONS.

Pour trois chevaux partants, on a trouvé 6 (soit : 3 X 2 X 1) paris pour les trois premiers.

Pour cinq chevaux partants, on a trouvé 60 (soit : 5 X 4 X 3) paris pour les trois premiers.

Pour vingt chevaux partants, on a trouvé 6 840 (soit : 20 X 19 X 18) paris pour les trois premiers.

Pour n chevaux partants, on trouverait n X (n - 1) X (n - 2) pour les trois premiers.

D'autre part, s'il y a 20 partants et que l'on s'intéresse aux paris sur les 6 premiers chevaux on a trouvé 27 907 200 (soit : 20 X 19 X 18 X 17 X 16 X 15) paris différents.

Pour n chevaux partants, combien de paris de 6 chevaux peut-on faire ?

De manière générale, pour n chevaux partants, combien de paris de p chevaux peut-on faire ?

(Réponse en III, f).

COMMENTAIRE.

Le schéma utilisé à plusieurs reprises pour l'énumération des éléments auxquels on s'intéresse (cf. (II, e) (III, d)) s'appelle : arbre de choix.

Un tel arbre permet d'énumérer tous les chemins possibles à partir de l'origine.

Dans l'étude faite en III, on s'est essentiellement intéressé au nombre des résultats différents : on a résolu des problèmes de dénombrement.

On a résolu ces problèmes en construisant l'arbre de choix. En fait, on voit qu'à condition que l'arbre soit régulier, il n'est pas nécessaire pour faire le dénombrement cherché, de construire totalement l'arbre (c'est-à-dire de faire l'énumération) : il suffit d'être capable de déterminer, à chaque nouveau nœud le nombre commun des branches qui partent à ce niveau.

EXERCICE.

On appelle mot de quatre lettres toute suite de quatre lettres de l'alphabet (une telle suite n'ayant pas forcément de sens, exemple x y z t est un mot de quatre lettres).

Combien de mots de quatre lettres peut-on écrire avec les lettres du mot IREM, en utilisant chacune de ces lettres une fois et une seule ? (IREM est un mot qui ne figure pas dans le dictonnaire de la langue française ; c'est le sigle de l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques).

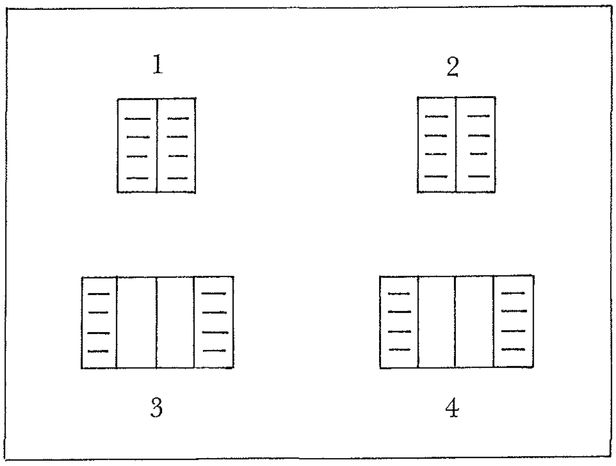
(Réponse en III, g).

Résolvez le même problème avec les lettres du mot RIRE.

(Réponse en III, h).

IV – AUTRE EXEMPLE.

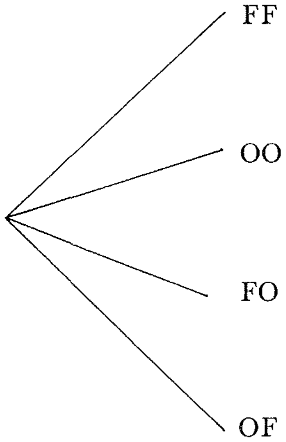
On considère une façade de maison sur laquelle sont disposées quatre fenêtres. Chaque fenêtre possède deux volets qui peuvent être tous deux fermés (FF), tous deux ouverts (OO), celui de gauche fermé et celui de droite ouvert (FO), celui de gauche ouvert et celui de droite fermé (OF).



Exemple de disposition de la façade.

Chaque fenêtre peut avoir les quatre configurations suivantes FF, OO, FO, OF. Trouver le nombre de dispositions de la façade distinctes en complétant le schéma ci-dessous :

fenêtre n°1 fenêtre n°2 ....



4 choix possibles

En essayant de raisonner non plus à partir des 4 fenêtres mais à partir des 8 volets (un volet peut être ouvert ou fermé) peut-on retrouver le nombre de dispositions différentes de la façade ?

(Réponse en IV, b).

V – ESSAI DE SYNTHESE ET DE GENERALISATION.

Pour résoudre les différents problèmes auxquels nous avons été confrontés, nous avons toujours été amenés à utiliser une méthode d'énumération, (construire un arbre), qui nous permette d'affirmer que toutes les situations auxquelles nous nous intéressions étaient obtenues sans omission ni répétition, même si nous n'avons pas représenté totalement l'arbre. Nous avons rencontré, pour ce faire, différentes sortes d'arbres que nous pouvons regrouper ainsi :

Type 1 :

On a m choix au 1er niveau, n choix au 2ème, p choix au 3ème (m, n, p étant indépendants les uns des autres).

Le nombre total de cas possible est alors m X n X p (problème des menus).

Type 2 :

On a n choix au 1er niveau, (n - 1) choix au 2ème, (n - 2) au 3ème, ..., (n - p + 1) choix au pième niveau.

Le nombre cherché est alors n(n - 1) ... (n - p + 1) (problème du tiercé avec au départ n chevaux dont on classe p).

Cas particulier :

Le nombre de niveaux est égal à n.

Alors p = n et le nombre cherché est n(n - 1) ... 3.2.1 (problème des mots construits avec les quatre lettres de IREM). Ce nombre est habituellement noté n! et lu «factorielle enne».

Exemples :

2! = 2	5! = 120	8! = 40.320
3! = 6	6! = 720	9! = 362.880
4! = 24	7! = 5.040	10! = 3.628.800

Type 3 :

A chaque niveau, il y a toujours le même nombre de choix possibles, soit a.

Si le nombre des niveaux est n, le résultat cherché est alors a^n. (Problème des façades).

VI – AUTRES EXEMPLES.

Pour chacun des exemples qui suivent, il pourra être intéressant d'essayer de trouver de quel type ils sont et de les lier aux exemples précédents.

(Réponse globale en VI).

1 – Combien peut-on écrire de nombres de trois chiffres avec trois chiffres distincts ?

2 – Dans une chaîne de fabrication une pièce doit passer par quatre postes A, B, C, D dans un ordre indifférent.

On se propose de chercher le nombre de trajets possibles à l'aide d'un arbre.

a) Dessinez cet arbre. Quel est le nombre de trajets possibles ?

b) Reprenez l'exercice précédent et étudiez le cas où la pièce doit passer d'abord par le poste A.

c) En A avant B et D. Avez-vous dessiné des arbres du même type que le précédent ?

3 – Catherine, Nicole, Georges, Bernard, Pierre se font photographier. Ils veulent se placer côte à côte de telle sorte que garçons et filles alternent. Enumérez l'ensemble de tous les cas possibles.

4 – On lance une pièce de monnaie 4 fois de suite. Construisez l'arbre des possibilités. Dans combien de cas pile apparaît au moins deux fois ? Au moins deux fois consécutives ?

5 – Un cadenas dit «à secret» comporte trois tambours identiques. Sur chaque tambour figurent les 8 lettres : A B C D E F G H . Le cadenas s'ouvre seulement si on aligne devant un repère trois lettres formant un code.

Combien d'essais peut-on avoir à faire au maximum pour ouvrir le cadenas ? On adopte l'ordre du dictionnaire, le cadenas s'ouvre au 60ème essai. Quel en est le code ?

6 – Soient deux urnes A et B. L'urne A contient une boule noire et une rouge, l'urne B deux noires et trois rouges. On tire au hasard une boule de A et on la met dans B. On tire alors au hasard une boule de B. Dessinez l'arbre de toutes les possibilités.

7 – Représentez à l'aide d'un arbre l'ensemble des diviseurs de 5.000. On notera que $5.000 = 2^3 \times 5^4$.

VII – OU SE CACHE LE DENOMBREMENT DANS LES ACTIVITES DE L'ECOLE ELEMENTAIRE.

RAPIDE TOUR D'HORIZON.

Le thème d'activité intitulé «dénombrement» ne figure pas explicitement dans le programme transitoire. Cependant, certains livres destinés à l'école élémentaire y accordent une place plus ou moins grande.

Touyarot * CE_2 fascicule 3 – fiches 33 - 34.

N. Picard * CE_1 fiche 5 – C_{34}

* CM_1 fiches N_6 N_7 N_8 N_9 N_{15}

* CM_2 fiche S_{75}

Journal de Math-Equipe :

* Le thème de combanitoire est développé tout au long des fascicules (CP et CE) parus, et en particulier des fascicules 3, 4 et 5.

La mathématique à l'école élémentaire :

* Article de Bouche : Combinatoire à l'école élémentaire.

* Article de Fabre : Le jeu des poignées de main.

Activités et Recherches Pédagogiques :

* Numéro 2 et numéro 3 (certains articles sont consacrés à des activités combinatoires en français).

* Probabilités au CM (n°5 – page 41).

Il est à remarquer que le thème «combinatoire» figure dans pratiquement tous les programmes expérimentaux ; en particulier en Hongrie, ce thème fait partie des programmes proposés, par une commission responsable de la réforme, pour les enfants de 6 à 14 ans.

QUELQUES REFLEXIONS.

De nombreuses situations amenant à des dénombrements se présentent à l'école primaire et secondaire. Citons deux exemples :

Une fillette d'un C.P. :

Sur mon gâteau d'anniversaire, il y avait 6 bougeoirs : 2 verts, 2 blancs, 2 rouges. Maman m'a donné 6 bougies : 2 blanches, 2 roses, 2 bleues. De combien de façon aurai-je pu mettre les bougies dans les bougeoirs ?

Des élèves de 6ème :

Combien de modèles différents de voitures peut-on réaliser avec les différentes options proposées par les constructeurs ?

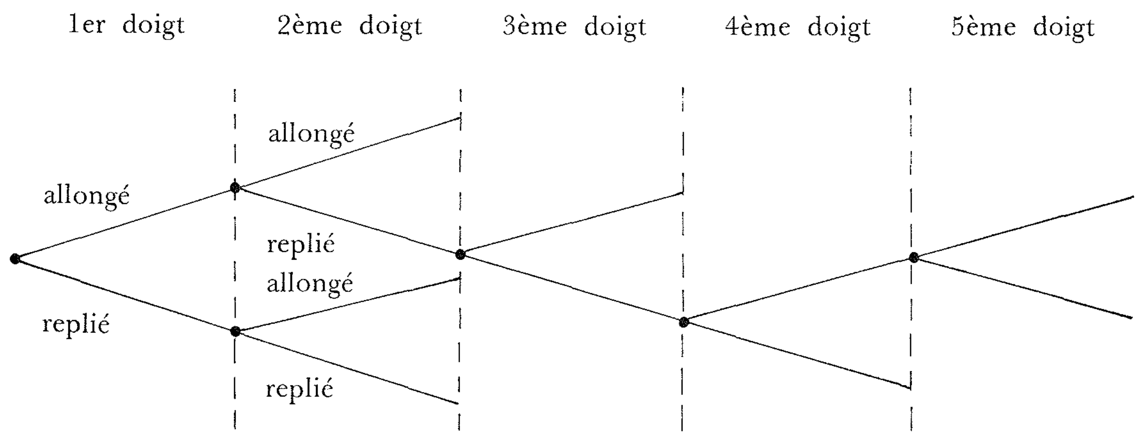
La combinatoire présente un intêret en tant qu'activité intellectuelle dès l'école élémentaire, montrant la nécessité d'une certaine organisation ainsi que la nécessité de trouver des méthodes et des techniques (exemple : celle de l'arbre de choix).

Enfin, il est possible que les activités servent plus tard dans la vie courante ; à ce propos, on peut signaler le fait suivant :

Au cours d'une réunion de parents d'élèves (à Valence) l'exercice suivant avait été proposé :

«En caractérisant la disposition d'une main par le fait pour chaque doigt d'être allongé ou replié énumérer les dispositions possibles d'une main».

La quasi totalité des parents ont cherché d'abord toutes les dispositions avec zéro doigt replié, puis deux, puis trois, puis quatre et cinq doigts repliés. La plupart ont remarqué qu'après avoir trouvé les différentes dispositions avec zéro, un, ou deux doigts (on en trouve respectivement 1, 5, 10) le problème terminé (le nombre de dispositions avec deux doigts repliés est le même que le nombre de dispositions avec deux doigts allongés). Un parent cependant utilise le schéma mental de l'arbre (qu'il ne connait d'ailleurs pas) décrit ci-dessous :



Comme il y a deux possibilités à chaque étape, le nombre total de dispositions est de 2 X 2 X 2 X 2 X 2 c'est-à-dire 32.

Le parent (directeur commercial) signale qu'il utilise ce schéma de pensée pour les décisions qu'il a à prendre.

QUELQUES PROBLEMES PEDAGOGIQUES A PARTIR DE SITUATIONS VECUES.

3 Exemples :

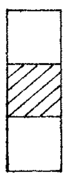
– *CE_2 (école annexe Valence).*

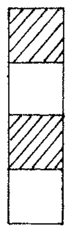
Le problème des menus avait été proposé : au terme d'une séance d'une heure consacrée au sujet de la manière suivante – choix d'un menu par chacun des élèves, jeux des questions (les élèves de la classe doivent retrouver les menus d'un de leur camarade en lui posant des questions), comparaison de différents menus – 7 élèves (sur 24) sont capables de trouver les douze menus différents. On remarque que les élèves qui ont réussi ont cherché tous les menus commençant par la salade, puis tous ceux commençant par l'asperge (ensuite l'organisation est plus floue).

– *CM_1 (école annexe Valence), CM_1 et CM_2 (école R. Rolland Valence).*

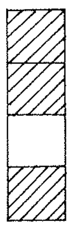
Le problème suivant a été posé :

Construire avec des cubes de deux couleurs toutes les tours de hauteur 3 puis de hauteur 4. Par exemple :

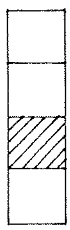




Les élèves trouvent facilement (et très rapidement) les 8 tours de hauteur 3, les 16 tours de hauteur 4 mais procèdent par méthode d'essais et erreurs. La seule organisation utilisée étant la symétrie entre les deux couleurs, c'est-à-dire qu'ayant construit par exemple la tour



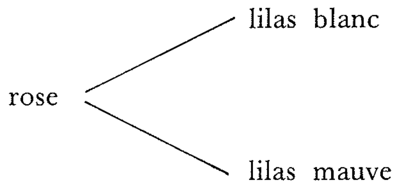
ils construisent ensuite la tour



— *CE$_2$ (école L. Michel Valence)*

Différents bouquets que l'on peut former avec une rose, un lilas blanc ou un lilas mauve, un œillet rouge ou un œillet blanc.

Le maître propose après présentation du problème la schématisation



Les élèves ont ensuite proposé les schémas suivants (le plus souvent)

après indication du schéma usuel, la moitié de la classe environ utilise correctement le schéma à une situation plus compliquée (bouquet de quatre fleurs ou différente construction de drapeaux avec des couleurs différentes).

Bien que ces exemples soient ponctuels et n'aient qu'une signification toute relative, il semble cependant que dans la progression de ce genre d'activité il soit conseillé :

— de faire de nombreuses activités d'énumération (par exemple construction de tours...) ;

— de faire découvrir les récurrences éventuelles (2 - 4 - 8 - 16 ... dans le cas des tours de hauteur trois et construites avec deux couleurs) ;

— de faire trouver plus tard, à l'aide d'exemples bien choisis l'outil technique qu'est l'arbre des choix de façon que cet outil soit utilisé

* de manière intelligente (c'est-à-dire ne soit pas utilisé à n'importe quel propos) ;
* de manière constructive (générative : les enfants ayant utilisé l'arbre de choix pour une classe de problèmes du type «menus» doivent être capables d'utiliser cet outil pour une autre classe de problèmes (du type «tiercé»).

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.

– Touyarot – Edition Fernand Nathan

– Nicole Picard – Edition O.C.D.L.

– Journal de Math - Equipe – Edition Hatier

– Activités et Recherches Pédagogiques :
27 Avenue du 11 Novembre – 92 Menton

– La Mathématique à l'Ecole Elémentaire – édité par l'A.P.M.

– Mathématique Contemporain – CM (Thierry) – Chez Magnard

REPONSES

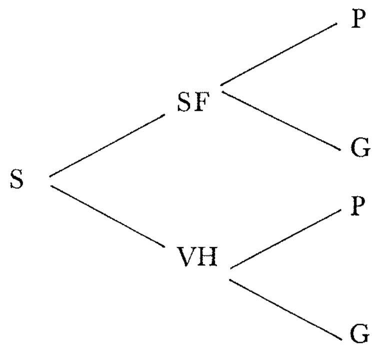
II, a : Voici la liste des différents menus :

salade : S asperge : A
steack - frites : SF veau - haricots : VH
pomme : P glace : G

S	S	S	S	A	A	A	A
SF	SF	VH	VH	SF	SH	VH	VH
P	G	P	G	P	G	P	G

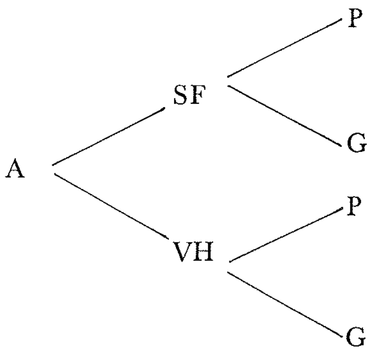
Nombre de menus différents : 8

II, b :

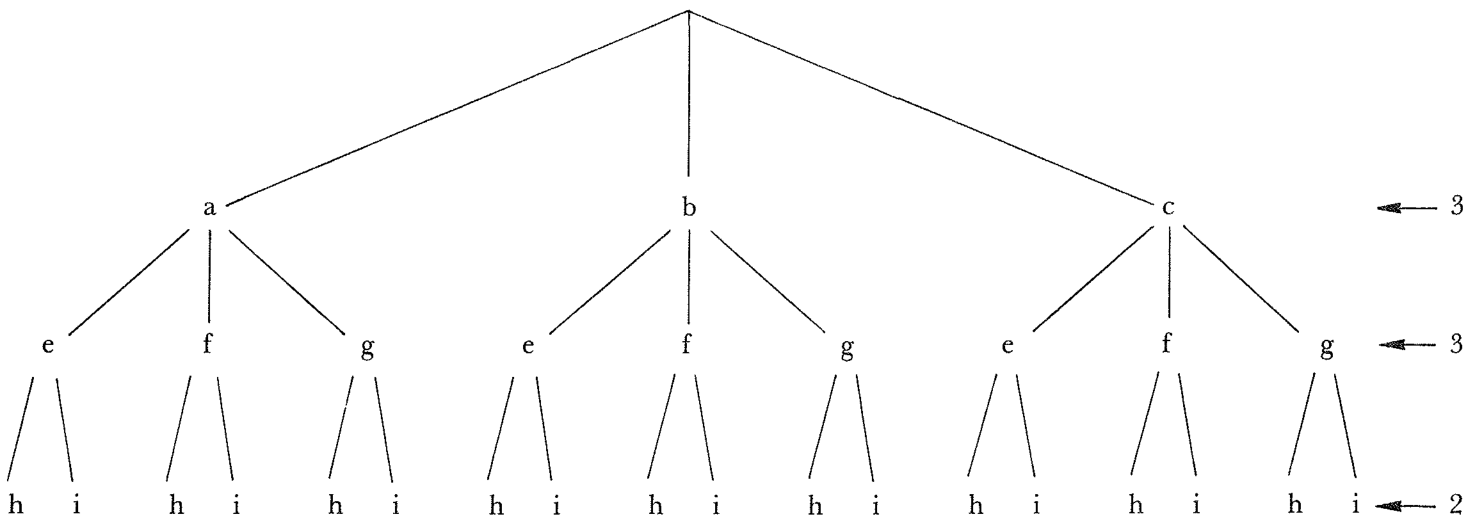


II, c : (S.SF.P) (S.SF.G) (S.VH.P) (S.VH.G)

II, d :



II, e :



Nombre de menus différents : $3 \times 3 \times 2 = 18$.

II, f : Nombre de menus différents : $x \times y \times z$.

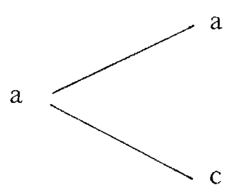
II, g : Si l'on adopte le code ci-dessous :

puissance	carrosserie	boîte
4 CV : 4	berline : B	normal : n
6 CV : 6	break : K	automatique : a
	coupé : C	

la liste des types de véhicules est :
4Bn, 4Ba, 4Kn, 4Ka, 4Ca, 6Bn, 6Ba, 6Kn, 6Ka, 6Cn, 6Ca.
Le nombre total des différents types est : $2 \times 3 \times 2 = 12$.

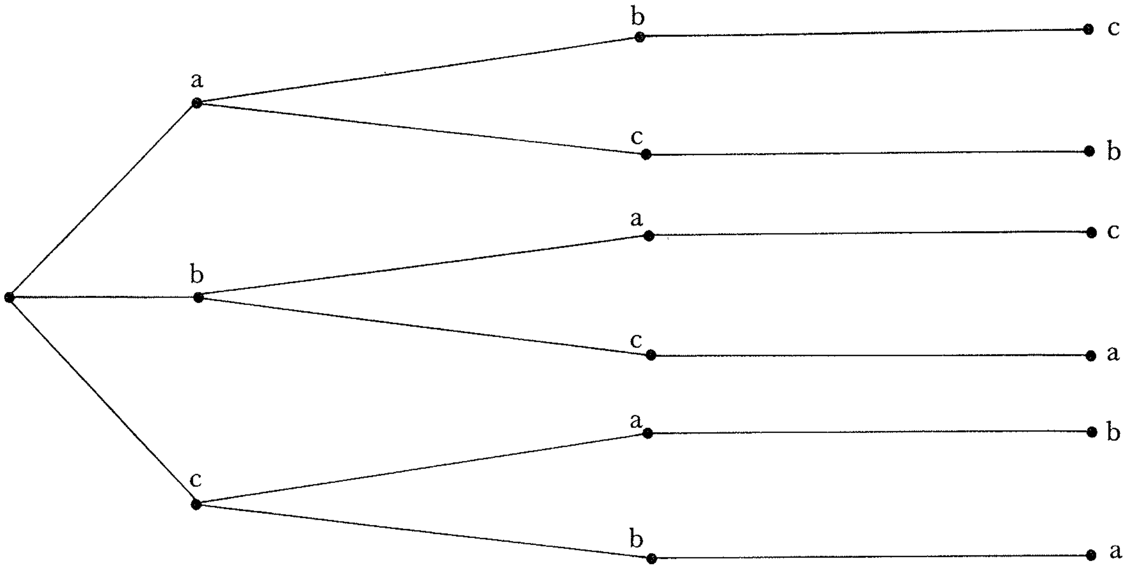
III, a : (a.b.c) (a.c.b) (b.a.c) (b.c.a) (c.a.b) (c.b.a).

III, b :



III, c : Si a arrive premier et b second alors a arrive troisième c — b — a
Si b arrive premier et c second alors a arrive troisième b — c — a
Si a arrive premier et b second alors c arrive troisième a — b — c

III, d :



III, e : Nombre de tiercés différents (20 chevaux au départ) :
$20 \times 19 \times 18 = 6.840$.

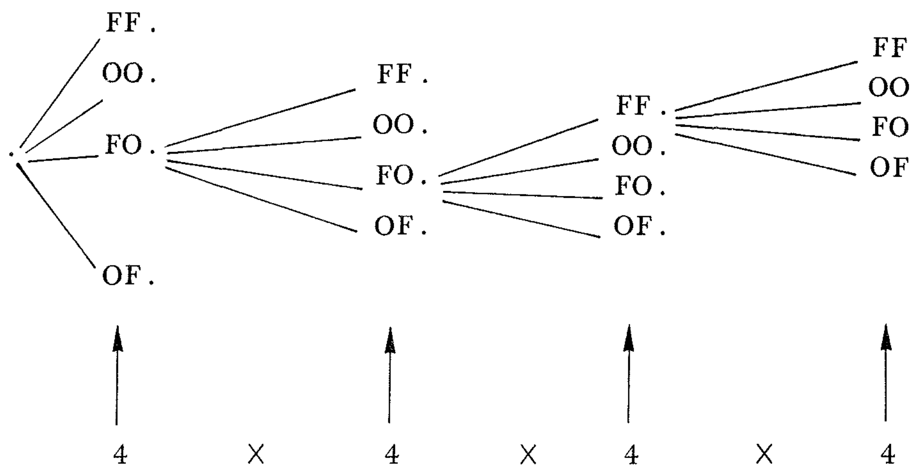
Nombre de paris de 6 chevaux (20 chevaux au départ) :
$20 \times 19 \times 18 \times 17 \times 16 \times 15 = 27.907.200$.

III, f : Formule générale : $n \times (n - 1) \times \ldots \times (n - p + 1)$: pourquoi le dernier terme est-il $(n - (p - 1))$? (Reprendre les exemples ci-dessus).

III, g : $4 \times 3 \times 2 = 24$.

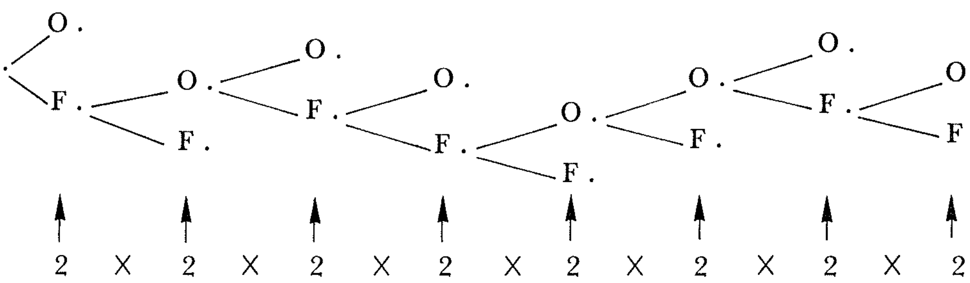
III, h : 12.

IV, a : 1ère fenêtre 2ème fenêtre 3ème fenêtre 4ème fenêtre



nombre de dispositions de façades : 4 X 4 X 4 X 4 = 256.

IV, b : 1er volet 2e volet 3e volet 4e volet 5e volet 6e volet 7e volet 8e volet



nombre de dispositions de façade :
2 X 2 X 2 X 2 X 2 X 2 X 2 X 2 = 2^8 = 256.

VI : Exercice 1 :

type II : on peut écrire 6 nombres.

Exercice 2 :

a) type II, 24 trajets possibles
b) type II, 6 trajets possibles
c) arbre irrégulier, 8 trajets possibles.

Exercice 3 :

On remarque d'abord que pour que le problème soit possible, il faut placer un garçon en premier, puis les filles, puis .... on obtient :

GCBNP, GCPNB, GNBCP, GNPCB, BCGNP, BCPNG, BNGCP, BNPCG, PCBNG, PCGNB, PNBCG, PNGCB.

Exercice 4 :

type III : pile apparaît au moins 2 fois : 9 fois ;
pile apparaît au moins 2 fois de manière consécutive : 5 fois.

Exercice 5 :

type III : 8^3 essais – code du cadenas ADH.